

Engenharia de **RESERVATÓRIOS** **DE PETRÓLEO**

Adalberto José Rosa
Renato de Souza Carvalho
José Augusto Daniel Xavier



EDITORA INTERCIÊNCIA



Livro: Engenharia de Reservatórios de Petróleo

1 PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

- 1.1. Petróleo
 - 1.1.1. Óleo e gás natural
- 1.2. Comportamento de Fases
 - 1.2.1. Vaporização de uma substância pura
 - 1.2.2. Vaporização de uma mistura
 - 1.2.3. Diagrama de fases de uma mistura
- 1.3. Tipos de Reservatórios de Petróleo
 - 1.3.1. Reservatórios de óleo
 - 1.3.2. Reservatórios de gás
 - 1.3.3. Reservatórios de óleo e gás
- 1.4. Propriedades Básicas dos Fluidos
 - 1.4.1. Volume molar
 - 1.4.2. Coordenadas reduzidas
 - 1.4.3. Compressibilidade isotérmica
- 1.5. Misturas e Soluções
- 1.6. Propriedades Básicas das Misturas Homogêneas (Soluções) Ideais
 - 1.6.1. Porcentagem em massa
 - 1.6.2. Porcentagem em volume
 - 1.6.3. Porcentagem em mol
 - 1.6.4. Massa molecular
 - 1.6.5. Coordenadas pseudocríticas e pseudo-reduzidas
 - 1.6.6. Lei dos estados correspondentes
- 1.7. Propriedades dos Gases
 - 1.7.1. Gás ideal
 - 1.7.2. Misturas de gases ideais
 - 1.7.3. Gás real
 - 1.7.4. Misturas gasosas de hidrocarbonetos
- 1.8. Propriedades das Misturas Líquidas de Hidrocarbonetos
 - 1.8.1. Caracterização de frações indefinidas do petróleo
 - 1.8.2. Propriedades pseudocríticas
 - 1.8.3. Massa específica
 - 1.8.4. Densidade
 - 1.8.5. Compressibilidade isotérmica
 - 1.8.6. Equação de estado para um líquido de compressibilidade constante
 - 1.8.7. Viscosidade
 - 1.8.8. Fator volume-formação do óleo
 - 1.8.9. Razão de solubilidade
 - 1.8.10. Fator volume-formação duas fases do óleo
 - 1.8.11. Correlações para B_o , p_b e R_s
 - 1.8.12. Liberações "flash" e diferencial
 - 1.8.13. Uso de dados PVT para estudos de reservatórios
 - 1.8.14. Pressão de bolha
 - 1.8.15. Pressão ótima de separação
 - 1.8.16. Propriedades da água
- 1.9. Problemas
- Referências

2 PROPRIEDADES DAS ROCHAS

- 2.1. Porosidade
 - 2.1.1. Definições
 - 2.1.2. Rochas-reservatórios
 - 2.1.3. Medição da porosidade
 - 2.1.4. Porosidade média
- 2.2. Compressibilidade
- 2.3. Saturação de Fluidos
 - 2.3.1. Definições
 - 2.3.2. Métodos de determinação da saturação
 - 2.3.3. Fatores que afetam a saturação
- 2.4. Permeabilidade
 - 2.4.1. Definições
 - 2.4.2. Fluxo linear permanente
 - 2.4.3. Fluxo radial permanente

- 2.4.4. Combinações de permeabilidade
 - 2.4.5. Analogia entre a lei de Darcy e outras leis físicas
 - 2.4.6. Métodos de medição
 - 2.4.7. Permeabilidade média
 - 2.4.8. Fatores que afetam a permeabilidade
 - 2.5. Capilaridade
 - 2.5.1. Definições
 - 2.5.2. Molhabilidade
 - 2.5.3. Ascensão capilar
 - 2.5.4. Processos de embebição e de drenagem
 - 2.5.5. Curvas de pressão capilar
 - 2.5.6. Medição da pressão capilar
 - 2.5.7. Conversão dos dados de laboratório para o campo
 - 2.5.8. O efeito Jamin
 - 2.5.9. A função J de Leverett
 - 2.6. Permeabilidades Efetiva e Relativa
 - 2.6.1. Definições
 - 2.6.2. Curvas de permeabilidade relativa – Fluxo de duas fases
 - 2.6.3. Fatores que afetam a permeabilidade relativa
 - 2.6.4. Razão de permeabilidades relativas
 - 2.6.5. Fluxo de três fases
 - 2.6.6. Obtenção das curvas de permeabilidade relativa
 - 2.6.7. Representação analítica das curvas de permeabilidade relativa e de pressão capilar
 - 2.7. Problemas
- Referências

3 FLUXO DE LÍQUIDOS EM MEIOS POROSOS

- 3.1. Fluxo de Fluidos Incompressíveis
 - 3.1.1. Lei de Darcy
 - 3.1.2. Potencial de fluxo de um fluido
 - 3.1.3. Aplicação do conceito de potencial
 - 3.1.4. Fluxo inclinado
 - 3.1.5. Fluxo horizontal
 - 3.1.6. Lei de Darcy generalizada
 - 3.1.7. Sistema de unidades de Darcy
 - 3.1.8. Fluxo radial
- 3.2. Equação da Difusividade Hidráulica
 - 3.2.1. Equação da continuidade
 - 3.2.2. Equação de Darcy
 - 3.2.3. Equação de estado
 - 3.2.4. Soluções da equação da difusividade
- 3.3. Princípio da Superposição de Efeitos
- 3.4. Descontinuidades Lineares (Falhas e Barreiras) e Método das Imagens
- 3.5. Efeito de Película e Dano (ou Estímulo) de Formação
 - 3.5.1. Superposição de efeitos
- 3.6. Produtividade de Poços em Regimes Estabilizados de Fluxo
 - 3.6.1. Fluxo pseudopermanente
 - 3.6.2. Fluxo permanente
 - 3.6.3. Raio efetivo de um poço
- 3.7. Reservatórios Naturalmente Fraturados
- 3.8. Poços Verticais Artificialmente Fraturados
 - 3.8.1. Tempo de estabilização e fator de forma em poços verticais fraturados
- 3.9. Cone de Água e/ou de Gás em Poços Verticais
 - 3.9.1. Vazão crítica
 - 3.9.2. Correlações para a estimativa da vazão crítica
- 3.10. Poços Horizontais
 - 3.10.1. Dano ou estímulo
 - 3.10.2. Modelo físico
 - 3.10.3. Regimes de fluxo
 - 3.10.4. Áreas drenadas por poços verticais e horizontais
 - 3.10.5. Influência da anisotropia areal do meio poroso na área de drenagem
 - 3.10.6. Tempo de estabilização em poços horizontais
 - 3.10.7. Área de drenagem de um poço horizontal
 - 3.10.8. Fluxo permanente
 - 3.10.9. Comparação entre poços horizontais e poços verticais fraturados
 - 3.10.10. Fluxo pseudopermanente

3.10.11. Cone de água e/ou de gás em poços horizontais

3.11. Problemas

Referências

4 FLUXO DE GASES EM MEIOS POROSOS

4.1. Equações Fundamentais do Fluxo de Gases

4.1.1. Equação da continuidade

4.1.2. Equação de fluxo

4.1.3. Equação de estado

4.2. Equação da Difusividade Hidráulica

4.2.1. Gás ideal

4.2.2. Gás real

4.3. Soluções da Equação da Difusividade

4.3.1. Gás ideal

4.3.2. Gás real

4.4. Soluções Aproximadas da Equação da Difusividade Hidráulica

4.5. Fluxo Turbulento e Efeito de Película

4.5.1. Fluxo linear permanente

4.5.2. Fluxo radial permanente

4.6. Equação Empírica Para Fluxo de Gás em Regime Estabilizado

4.7. Relação Entre as Equações de Fluxo Teórica e Empírica

4.8. Princípio da Superposição de Efeitos

4.9. Cone de Água

4.10. Poços Horizontais

4.10.1. Equações de fluxo

4.11. Problemas

Referências

5 MECANISMOS DE PRODUÇÃO DE RESERVATÓRIOS

5.1. Mecanismo de Gás em Solução

5.2. Mecanismo de Capa de Gás

5.3. Mecanismo de Influxo de Água

5.4. Mecanismo Combinado

5.5. Mecanismo de Segregação Gravitacional

Referências

6 INFLUXO DE ÁGUA

6.1. Modelo de van Everdingen & Hurst

6.1.1. Aquífero radial

6.1.2. Aquífero linear

6.2. Superposição de Efeitos

6.2.1. Discretização da equação da superposição

6.3. Modelo Aproximado de Fetkovich

6.4. Modelo de Hurst Modificado

6.5. Modelo de Carter-Tracy

6.6. Modelos de Leung

6.6.1. Modelo pseudopermanente ("PSS model")

6.6.2. Modelo pseudopermanente modificado ("MPSS model")

6.7. Comparação Entre os Modelos

6.8. Modelo de Influxo de Água de Fundo

6.8.1. Equações do problema

6.8.2. Solução do problema

6.9. Cálculo das Pressões Média e no Contato

6.9.1. Cálculo da pressão média do reservatório

6.9.2. Cálculo da pressão no contato

6.10. Problemas

Referências

7 BALANÇO DE MATERIAIS EM RESERVATÓRIOS DE GÁS

7.1. Introdução ao Balanço de Materiais

7.2. Equação de Balanço de Materiais Generalizada

7.3. Reservatórios Volumétricos de Gás Seco

7.3.1. Reservatórios volumétricos anormalmente pressurizados

7.4. Reservatórios de Gás Seco sob Influxo de Água

7.4.1. Linearização da equação de balanço de materiais

7.5. Reservatórios de Gás Condensado Não-Retrógrado

7.5.1. Cálculo do volume de gás equivalente ao condensado produzido

7.5.2. Cálculo do volume de vapor de água equivalente à água produzida

7.5.3. Cálculo da densidade do fluido do reservatório

7.5.4. Aplicação da equação de balanço de materiais

7.6. Reservatórios de Gás Condensado Retrógrado

7.7. Fator de Recuperação

7.8. Problemas

Referências

8 BALANÇO DE MATERIAIS EM RESERVATÓRIOS DE ÓLEO

8.1. Equação de Balanço de Materiais Generalizada

8.2. Linearização da Equação de Balanço de Materiais

8.3. Reservatórios com Mecanismo de Gás em Solução

8.3.1. Reservatório acima da pressão de bolha (óleo subsaturado)

8.3.2. Reservatório abaixo da pressão de bolha (óleo saturado)

8.4. Reservatórios com Mecanismo de Capa de Gás

8.5. Reservatórios com Mecanismo de Influxo de Água

8.6. Problemas

Referências

9 AJUSTE DE HISTÓRICO

9.1. Regressão Linear pelo Método dos Mínimos Quadrados

9.1.1. Qualidade do ajuste

9.1.2. Ajuste de histórico utilizando o modelo de Schilthuis

9.1.3. Ajuste de histórico utilizando o modelo de Hurst modificado

9.1.4. Ajuste de histórico utilizando o modelo de van Everdingen & Hurst

9.2. Estimativa de Parâmetros não Lineares

9.2.1. Método dos mínimos quadrados

9.2.2. Métodos robustos para a estimativa de parâmetros não lineares

9.2.3. Uso de restrições para os parâmetros

9.3. Não-Unicidade de Solução no Ajuste de Histórico

9.4. Problemas

Referências

10 PREVISÃO DE COMPORTAMENTO DE RESERVATÓRIOS USANDO A EQUAÇÃO DE BALANÇO DE MATERIAIS

10.1. Reservatórios de Gás

10.1.1. Reservatórios volumétricos

10.1.2. Reservatórios com influxo de água

10.2. Reservatórios de Óleo com Mecanismo de Gás em Solução

10.2.1. Reservatórios subsaturados

10.2.2. Reservatórios saturados

10.3. Reservatórios de Óleo com Mecanismo de Capa de Gás

10.3.1. Método de Muskat

10.3.2. Manutenção completa de pressão através da injeção de gás

10.3.3. Conversão da previsão de comportamento em funções da variável tempo

10.4. Reservatórios de Óleo com Mecanismo de Influxo de Água

10.4.1. Método de Fetkovich

10.4.2. Método de van Everdingen & Hurst

10.4.3. Método simplificado de Hurst

10.4.4. Método de Carter-Tracy

10.5. Problemas

Referências

11 ANÁLISE DE CURVAS DE DECLÍNIO DE PRODUÇÃO

11.1. Declínio Hiperbólico

11.1.1. Ajuste de histórico – determinação de a_i e n

11.1.2. Previsão de comportamento

11.2. Declínio Exponencial

11.2.1. Ajuste de histórico – determinação de a_i

11.2.2. Previsão de comportamento

11.3. Declínio Harmônico

11.3.1. Ajuste de histórico – determinação de a_i

11.3.2. Previsão de comportamento

11.4. Análise de Curva de Declínio pelo Método de Gentry

11.5. Análise de Curva de Declínio pelo Método de Fetkovich

11.6. Análise de Curva de Declínio pelo Método de Tentativa e Erro em Gráfico Log-Log

11.7. Problemas

Referências

12 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS

12.1. Tipos de Simuladores Numéricos de Fluxo

12.1.1. Classificação pelo tratamento matemático

- 12.1.2. Classificação pelo número de dimensões
- 12.1.3. Classificação de acordo com o número de fases
- 12.2. Desenvolvimento de um Simulador Numérico
 - 12.2.1. Leis básicas
 - 12.2.2. Fenômenos de transporte
 - 12.2.3. Equações de estado
- 12.3. Uso de Simuladores Numéricos Para Estudos de Reservatórios
 - 12.3.1. Coleta e preparação de dados
 - 12.3.2. Preparação do modelo numérico
 - 12.3.3. Ajuste de histórico
 - 12.3.4. Extrapolação
- 12.4. Introdução às Diferenças Finitas
 - 12.4.1. Discretização de uma função através da série de Taylor
 - 12.4.2. Diferenças finitas e erro de truncamento
 - 12.4.3. Derivadas parciais
 - 12.4.4. Solução de equações diferenciais parciais
 - 12.4.5. Análise de estabilidade
 - 12.4.6. Análise de erros
- 12.5. Problemas

Referências

13 ESTIMATIVA DE RESERVAS

- 13.1. Definições
- 13.2. Condições de Reservatório e Condições-Padrão
- 13.3. Fator de Recuperação e Reservas
- 13.4. Condições de Abandono e Volume Recuperável
- 13.5. Métodos de Cálculo
 - 13.5.1. Analogia
 - 13.5.2. Análise de risco
 - 13.5.3. Método volumétrico
 - 13.5.4. Desempenho do reservatório
- 13.6. Problemas

Referências

14 MÉTODOS CONVENCINAIS DE RECUPERAÇÃO SECUNDÁRIA

- 14.1. Introdução à Recuperação Secundária
 - 14.1.1. Aumento da eficiência de recuperação
 - 14.1.2. Aceleração da produção
 - 14.1.3. Incentivos à recuperação secundária
 - 14.1.4. Alternativas à recuperação secundária
 - 14.1.5. Classificação dos métodos de recuperação secundária
- 14.2. Métodos Convencionais
 - 14.2.1. Esquemas de injeção
 - 14.2.2. Mobilidade e razão de mobilidades
 - 14.2.3. Injetividade em malhas regulares
- 14.3. Eficiência de Varrido Horizontal
 - 14.3.1. Campo potencial e linhas de fluxo
 - 14.3.2. Determinação analítica da área de varrido e do comportamento das linhas de fluxo
 - 14.3.3. Determinação da eficiência de varrido horizontal
- 14.4. Eficiência de Varrido Vertical e Eficiência Volumétrica
 - 14.4.1. Tratamento estatístico dos dados de um reservatório heterogêneo
 - 14.4.2. Modelo de Stiles
 - 14.4.3. Modelo de Dykstra-Parsons
- 14.5. Eficiência de Deslocamento
 - 14.5.1. Modelo de deslocamento completo
 - 14.5.2. Modelo de Buckley-Leverett
- 14.6. Eficiência de Recuperação
- 14.7. Comportamento da Razão Água/Óleo em Reservatórios Sujeitos ao Influxo de Água ou à Injeção de Água
- 14.8. Aspectos Operacionais da Injeção de Água
 - 14.8.1. Fatores que influenciam um projeto de injeção de água
 - 14.8.2. Componentes de um sistema de injeção de água
 - 14.8.3. Controle e acompanhamento
 - 14.8.4. Intervenções nos poços de injeção
 - 14.8.5. Corrosão em sistemas de injeção de água
 - 14.8.6. Depósitos e/ou Scale
 - 14.8.7. Materiais utilizados

14.9. Problemas

Referências

15 MÉTODOS ESPECIAIS DE RECUPERAÇÃO SECUNDÁRIA

15.1. Reconhecimento dos Reservatórios Candidatos

15.2. Por Que Aplicar a Recuperação Especial?

15.2.1. Eficiência de varrido horizontal

15.2.2. Fator de contato

15.2.3. Eficiência de deslocamento

15.3. Métodos Miscíveis

15.3.1. Comportamento de fases nos fluidos hidrocarbonetos

15.3.2. Injeção de hidrocarbonetos

15.3.3. Injeção miscível de CO₂

15.4. Métodos Térmicos

15.4.1 Injeção de fluidos quentes

15.4.2. Combustão in-situ

15.5. Métodos Químicos

15.5.1. Injeção de polímero

15.5.2. Injeção de solução micelar

15.5.3. Injeção de solução ASP

15.6. Outros Métodos

15.6.1. Injeção de vapor com solvente

15.6.2. SAGD

15.6.3. Aquecimento eletromagnético

15.6.4. Injeção de ar

15.6.5. THAI – (Toe to Heel Air Injection)

15.6.6. Injeção de surfactante

15.6.7. Injeção de soda cáustica

15.6.8. MEOR – (Microbial Enhanced Oil Recovery)

15.6.9. Controle da produção de água

15.7. Problemas

Referências

APÊNDICES

NOMENCLATURA

1.

PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

As propriedades dos fluidos existentes nos reservatórios de petróleo constituem importantes informações para o estudo do comportamento desses reservatórios. Essas propriedades devem ser, de preferência, determinadas experimentalmente em análises de laboratório. Em algumas situações, no entanto, por motivos econômicos ou operacionais, isso não se torna possível. Nesses casos, as propriedades dos fluidos do reservatório podem ser calculadas através de equações de estado ou estimadas usando-se cartas, ábacos ou correlações empíricas disponíveis na literatura. Neste capítulo serão apresentados os conceitos referentes às propriedades dos fluidos comumente encontrados em reservatórios de petróleo, bem como correlações para a estimativa dessas propriedades no caso de não haver disponibilidade de dados medidos em laboratório.

1.1. Petróleo

Petróleo (do latim *petra* = rocha e *oleum* = óleo) é o nome dado às misturas naturais de hidrocarbonetos que podem ser encontradas no estado sólido, líquido ou gasoso, a depender das condições de pressão e temperatura a que estejam submetidas. O petróleo tanto pode aparecer em uma única fase como pode se apresentar em mais de uma fase em equilíbrio.

Sob o nome *hidrocarbonetos* existe uma grande variedade de compostos de carbono e hidrogênio que quimicamente, de acordo com certas características, são agrupados em séries. Mais de quinze séries de hidrocarbonetos já foram identificadas, sendo que umas são encontradas com maior frequência que outras. As mais comumente encontradas são as *parafinas*, as *olefinas* e os hidrocarbonetos *aromáticos*. Dentro de uma mesma série podem ser encontrados desde compostos muito leves e quimicamente simples, como, por exemplo, o metano da série das parafinas, a compostos bem mais pesados e quimicamente complexos.

Na série das parafinas encontram-se os hidrocarbonetos *parafínicos normais* ou *alcanos*, que possuem a fórmula geral C_nH_{2n+2} . Os nomes dos alcanos são formados por um prefixo, que especifica o número de átomos de carbono, e o sufixo **ano**. Assim, a série dos alcanos é constituída do metano (CH_4), etano (C_2H_6), propano (C_3H_8), butano (C_4H_{10}), etc.

Os hidrocarbonetos parafínicos podem apresentar ramificações em um ou mais átomos de carbono, sendo nesses casos denominados *isoparafinas* ou *isoalcanos*, mas possuem a mesma fórmula geral dos alcanos. Alguns hidrocarbonetos da série dos isoalcanos são o isobutano, o isopentano e o 3-metil-pentano, por exemplo.

Para distinguir os alcanos dos isoalcanos normalmente se usa o prefixo **normal** (ou simplesmente **n**) no caso dos alcanos e o prefixo **iso normal** (ou simplesmente **i**) no caso dos isoalcanos. Por exemplo, usam-se as denominações n-butano para indicar que se trata de um alcano e i-butano para indicar que se trata de um isoalcano.

Na série das olefinas os hidrocarbonetos mais comuns são os *alcenos*, que apresentam a fórmula geral C_nH_{2n} . Dentre eles podem ser citados o eteno (C_2H_4) e o propeno (C_3H_6), por exemplo.

Dentre os hidrocarbonetos aromáticos podem ser mencionados o benzeno (C_6H_6), o tolueno (C_7H_8) e o naftaleno ($C_{10}H_8$).

Agregada à mistura de hidrocarbonetos vem sempre uma certa quantidade de impurezas, sendo as mais comuns o dióxido de carbono, o oxigênio, o nitrogênio, o gás sulfídrico, o hélio e alguns outros compostos de carbono.

A infinita variedade de composições das misturas de hidrocarbonetos, aliada à variação de tipos e teores de impureza, faz com que praticamente todas as misturas tenham características diferentes. Cor, viscosidade, massa específica, etc., podem diferir bastante de uma jazida para outra.

As propriedades físico-químicas de um petróleo dependem de sua composição química, que pode ser obtida através de análises químicas. A análise química completa de um petróleo envolve técnicas caras e complexas, o que muitas vezes torna proibitiva a sua execução. A identificação de cada composto e em que proporção, isto é, com que fração molar ele se acha presente na mistura é o que se chama *análise composicional*. Como o petróleo é uma mistura bastante complexa, normalmente com grande quantidade de hidrocarbonetos diferentes, costuma-se usar o artifício da *análise composicional resumida*, que consiste em juntar em um mesmo grupo os compostos que apresentam o mesmo número de átomos de carbono. Os compostos são representados pela letra *C* maiúscula, acompanhada pelo algarismo correspondente ao número de átomos presentes nos compostos do grupo. Assim, o butano, que tem quatro átomos de carbono, e os demais compostos de outras séries que também têm quatro átomos de carbono se agrupam sob o título C_4 . Embora hoje existam equipamentos modernos que conseguem determinar um grande número de moléculas com 20 ou mais átomos de carbono, normalmente os procedimentos para se fazer essa análise separam moléculas com até seis átomos de carbono, ficando todos os demais componentes, com sete ou mais átomos, agrupados como *pseudocomponente* C_{7+} .

Outro aspecto interessante é que, como as condições de pressão variam com a posição dentro do reservatório, a rigor pode-se dizer que em uma mesma acumulação de petróleo as características dos fluidos variam de ponto a ponto.

1.1.1. Óleo e gás natural

O estado físico de uma mistura de hidrocarbonetos depende não só da sua composição, mas fundamentalmente das condições de pressão e temperatura a que a mesma está submetida. Entende-se por composição não só quais hidrocarbonetos estão presentes, mas em que proporções eles se apresentam na mistura. Quando a mistura de hidrocarbonetos se apresenta no estado gasoso recebe o nome de *gás natural* ou simplesmente *gás*. Predominam nessas misturas os hidrocarbonetos mais leves da série das parafinas, sendo o metano o mais abundante, e é exatamente por isso que a mistura se apresenta nesse estado físico. Quando no estado líquido, o petróleo é chamado de *óleo cru* ou simplesmente de *óleo*.

Admita que seja tomada para estudo uma mistura de hidrocarbonetos que se encontra no estado líquido em uma jazida situada a uma grande profundidade, por exemplo, 2.000 metros abaixo

da superfície da terra. A essa profundidade tanto a pressão como a temperatura é bem maior que na superfície. Quando levada para a superfície essa mistura procura um novo estado de equilíbrio devido às novas condições de pressão e temperatura a que está sendo submetida. Nessa nova situação uma parte dos hidrocarbonetos, predominantemente os mais leves, se vaporizará, enquanto os menos leves permanecerão no estado líquido. Assim, uma parte dos hidrocarbonetos vai continuar líquida, enquanto a outra parte vai se transformar em gás. A parte da mistura que se encontrava no estado líquido nas condições do reservatório e que permanece líquida nas condições de superfície recebe o nome de óleo. A parte que se vaporiza recebe o nome de gás natural ou simplesmente gás. Nas condições de reservatório tem-se, portanto, não exatamente óleo e sim uma mistura líquida de hidrocarbonetos formada pelo óleo mais o gás natural que nele se encontra dissolvido. Caso a mistura se apresente totalmente no estado gasoso já nas condições de reservatório recebe também o nome de gás natural.

Óleo é a parte que permanece no estado líquido quando uma mistura líquida de hidrocarbonetos é levada das condições de reservatório para as condições de superfície.

Gás natural é o nome dado às misturas de hidrocarbonetos que, quando estão nas condições de superfície, se apresentam na forma gasosa. No reservatório estas misturas podem se apresentar tanto na forma gasosa como dissolvida no óleo.

1.2. Comportamento de Fases

Uma substância pode se apresentar sob diferentes formas, sem contudo ter a sua constituição, ou seja, a matéria de que é feita, alterada. A água estando na forma de gelo, de vapor ou no estado líquido continua sendo H_2O . A essas formas em que uma substância pode se apresentar dá-se o nome de *estados físicos* ou *fases*. Um sistema pode se apresentar com uma ou mais fases em equilíbrio. O que caracteriza a fase é que ela é uma parte homogênea, fisicamente distinta de um sistema e separada das demais partes por fronteiras bem definidas. A(s) fase(s) em que uma substância se encontra é (são) definida(s) pela condição de pressão e temperatura a que a mesma está submetida. Isto significa que alterações nessas condições acarretam mudanças nas fases. Ao estudo das mudanças de fases das substâncias dá-se o nome de *comportamento das fases*.

As acumulações de petróleo são submetidas a constantes alterações das condições de pressão e temperatura em decorrência dos seus processos produtivos. As alterações das condições acontecem tanto para o material que vai sendo retirado do interior da jazida e conduzido para a superfície como para o material que permanece no interior da rocha. Portanto, pode-se dizer que acontecem mudanças de fases o tempo todo durante a produção de um reservatório de petróleo. Dessa forma o comportamento das fases é um aspecto da maior importância para o entendimento do comportamento dos reservatórios de petróleo. Deve ser lembrado, entretanto, que o petróleo é uma mistura de hidrocarbonetos, de modo que além das pressões e temperaturas a que estiver submetido, o seu estado físico ou fase dependerá fundamentalmente da sua composição. Para facilitar a compreensão do comportamento dessas misturas inicialmente será estudado o comportamento de uma substância pura. Vários aspectos desse estudo são fundamentais para o entendimento do comportamento das misturas.

1.2.1. Vaporização de uma substância pura

Considere uma certa quantidade de uma substância pura, água por exemplo, nas condições de pressão e temperatura ambientes, sujeita a um aquecimento a pressão constante, conforme esquema visualizado na Figura 1.1. Na condição inicial, estágio **1** da figura, a água está no estado líquido.

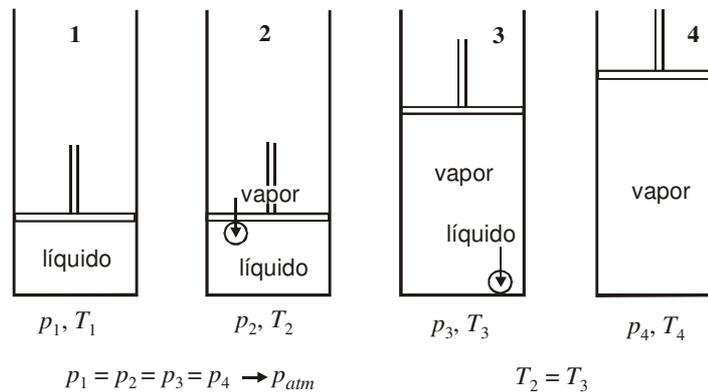


Figura 1.1 – Vaporização de uma substância pura.

Ao se ceder calor gradualmente ao fluido, mantendo-se a pressão constante, observa-se um aumento contínuo na sua temperatura até um valor T_2 correspondente ao estágio **2**. Nesse ponto toda a substância ainda se encontra no estado líquido a menos de uma quantidade infinitesimalmente pequena que já se encontra no estado gasoso. Essa porção de vapor está super ampliada na representação da figura. Esta é a *temperatura de ebulição* ou *ponto de ebulição* ou ainda *ponto de bolha* da substância à pressão considerada, no caso, pressão atmosférica.

Se na condição do estágio **2** for sendo cedido mais e mais calor, haverá uma vaporização progressiva da substância, permanecendo a temperatura constante. Até que a sua última molécula seja vaporizada, a substância permanecerá nas condições de pressão e temperatura do ponto **2**.

O estágio **3** representa a situação em que toda a substância já se encontra no estado gasoso a menos de uma porção infinitesimal que ainda se encontra no estado líquido. As condições de pressão e temperatura são as mesmas do estágio **2**, porém o estado físico é diferente.

Após a total vaporização da substância, se mais calor for cedido haverá aumento na temperatura, obtendo-se o chamado *vapor superaquecido*. Esta situação está representada no estágio **4**.

Seguindo-se o caminho inverso, toma-se uma certa quantidade da substância no estado de vapor (sob as condições do estágio **4**, por exemplo). Mantendo-se a pressão constante e retirando-se calor haverá uma redução na temperatura sem, contudo, haver mudança de estado físico. Ao se atingir o estágio **3**, que é chamado de *ponto de orvalho*, terá início a condensação da substância, que prosseguirá à medida que se for retirando mais calor. Até que toda a substância tenha passado para o estado líquido não haverá redução adicional de temperatura. A posterior retirada de mais calor causará nova redução na temperatura, ou seja, resfriamento do fluido já então totalmente no estado líquido.

O ponto importante do processo é que, desde o instante em que a primeira molécula se vaporiza até a vaporização da última, não há variação de temperatura. Em outras palavras, à pressão constante a vaporização de uma substância pura se processa a uma temperatura constante. O mesmo

se pode dizer a respeito da condensação. Na verdade, para uma substância pura o ponto de orvalho coincide com o ponto de bolha.

Para cada valor de pressão diferente em que se fizer a vaporização vai-se obter um valor diferente para a temperatura de ebulição (ou de bolha), embora o comportamento seja semelhante. Esses pares, pressão e sua correspondente temperatura de ebulição, podem ser representados graficamente no chamado *diagrama de fases*, conforme mostra a Figura 1.2. Ligando-se os pontos de bolha obtidos para diversas pressões, resulta a *curva de vaporização* da substância.

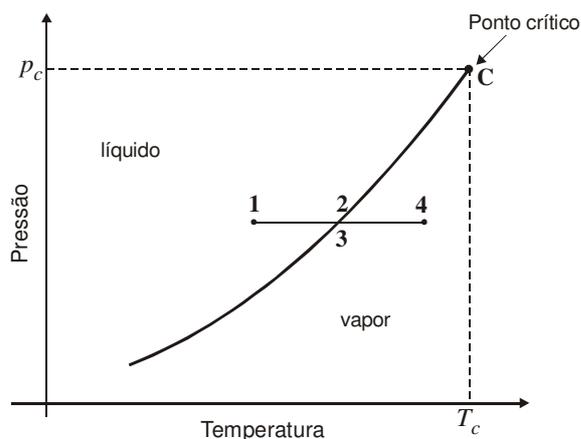


Figura 1.2 – Diagrama de fases de uma substância pura.

Se o ponto que representa as condições de pressão e temperatura do fluido se encontrar à direita da curva de vaporização o fluido estará na fase vapor, caso esteja à esquerda o fluido estará na fase líquida. Um ponto situado em cima da curva de vaporização indica um fluido com as duas fases em equilíbrio. A curva de vaporização é limitada pelo ponto de coordenadas *pressão crítica* (p_c) e *temperatura crítica* (T_c), denominado *ponto crítico*. O ponto crítico corresponde ao maior valor de pressão em que as duas fases coexistem ou, mais precisamente, é o ponto de pressão e temperatura em que as propriedades intensivas das fases líquido e gás de uma substância são iguais. As propriedades críticas, assim como várias outras propriedades das substâncias, podem ser encontradas em tabelas, gráficos, etc., disponíveis na literatura. A tabela do Apêndice A, por exemplo, contém propriedades de algumas das substâncias normalmente encontradas nos reservatórios de petróleo, como hidrocarbonetos, água, CO_2 , H_2S e N_2 .

O processo de vaporização também pode ser feito mantendo-se a temperatura constante e variando-se a pressão. Toma-se uma certa quantidade da substância no estado líquido e vai-se reduzindo a sua pressão, mantendo-se a sua temperatura constante. A substância vai aumentando de volume até que a pressão chega a um certo valor em que começa a haver vaporização. Esse valor de pressão é chamado de ponto de bolha. A partir desse instante, até que toda a substância tenha se vaporizado, vai haver aumento de volume sem contudo haver alteração na pressão. Aumentos de volume com correspondentes reduções na pressão só vão ocorrer após a total vaporização da substância.

O resultado de várias vaporizações à temperatura constante pode ser visto no diagrama *pressão versus volume* apresentado na Figura 1.3.

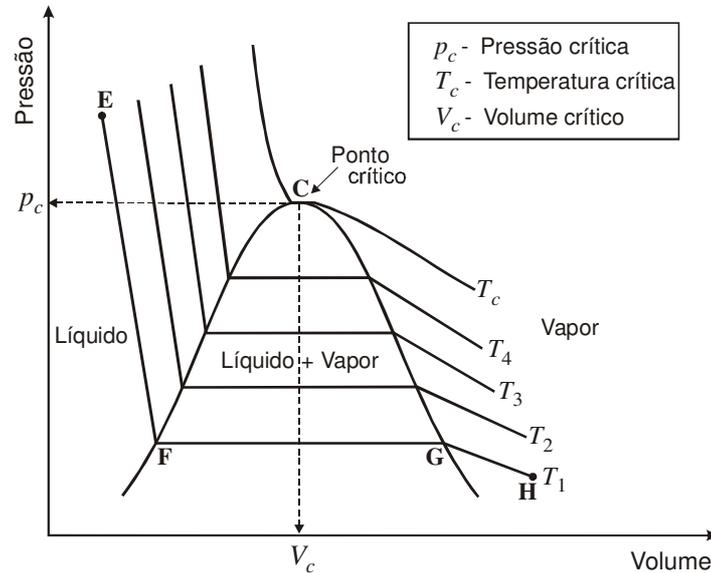


Figura 1.3 – Diagrama pressão versus volume de uma substância pura.

A linha **EFGH** da Figura 1.3 representa a vaporização da substância a uma temperatura T_1 . Partindo-se do ponto **H** e seguindo a linha **HGFE** tem-se um processo de condensação. O ponto **G** é chamado de ponto de orvalho porque aí aparece a primeira gota de líquido, enquanto que **F** é o ponto de bolha. Observa-se que para uma substância pura a pressão de bolha e a pressão de orvalho coincidem.

A linha formada pela ligação dos pontos de bolha obtidos a diferentes temperaturas recebe o nome de *curva dos pontos de bolha* (linha **FC**). A linha que liga os pontos de orvalho recebe o nome de *curva dos pontos de orvalho* (linha **GC**). Essas duas linhas se encontram no chamado ponto crítico e delimitam uma área denominada *região de duas fases*, pois aí convivem líquido e vapor em equilíbrio. Como pode ser visto, o ponto crítico corresponde ao maior valor de pressão em que as duas fases coexistem. A linha que delimita a região dentro da qual coexistem líquido e vapor (**FCG**), formada, portanto, pelas curvas de bolha e de orvalho, é normalmente chamada de *envelope de fases* ou *envoltória*.

Deve-se frisar que o comportamento da curva de vaporização (ou de condensação), bem como das linhas que formam o diagrama *pressão versus volume*, varia de uma substância para outra.

1.2.2. Vaporização de uma mistura

Suponha uma quantidade de uma mistura que nas condições de pressão e temperatura a que está submetida encontra-se no estado líquido. Efetua-se um processo de vaporização da mesma por meio de aquecimento, mantendo a pressão constante, conforme esquema mostrado na Figura 1.4.

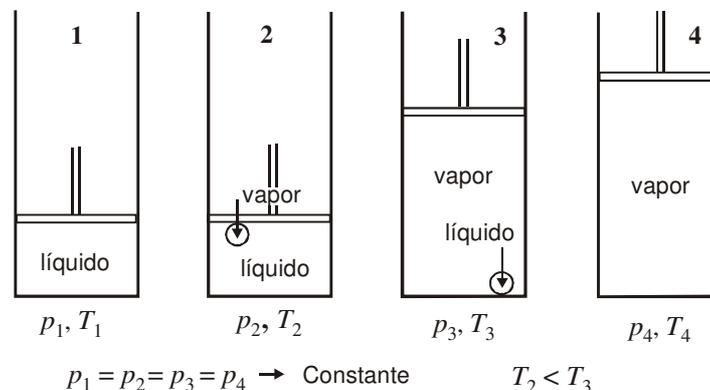


Figura 1.4 – Vaporização de uma mistura.

Quando se cede calor gradualmente ao fluido, mantendo-se a pressão constante, observa-se um aumento contínuo na sua temperatura sem que haja mudança de estado físico, até um valor T_2 , correspondente ao estágio 2 da figura. Nesse ponto toda a substância ainda se encontra no estado líquido a menos de uma quantidade infinitesimalmente pequena que se vaporizou. Esta é a *temperatura de ebulição* ou *ponto de ebulição* ou *ponto de bolha* da substância à pressão considerada. Pode-se imaginar que a esta temperatura quem se vaporizou predominantemente foram alguns dos componentes mais leves e mais voláteis. O calor que for cedido a partir desse instante vai provocar uma vaporização progressiva da substância, associada a uma elevação também progressiva da temperatura. Na verdade essa elevação continuada da temperatura é condição necessária para que mais e mais componentes pesados sejam vaporizados. Esse processo continua até que as últimas moléculas da substância, provavelmente as mais pesadas, se vaporizem. Essa condição corresponde ao estágio 3 da figura. Um posterior aquecimento leva a substância à condição de vapor superaquecido. Esse processo de vaporização está representado no *diagrama de fases* da Figura 1.5.

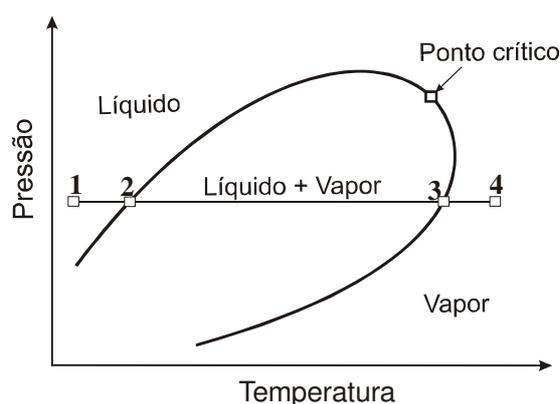


Figura 1.5 – Diagrama de fases de uma mistura.

Seguindo-se o caminho inverso, toma-se uma certa quantidade da substância no estado de vapor, ponto 4, e faz-se um processo de condensação a pressão constante. Entre o ponto 4 e o ponto 3 haverá uma redução na temperatura sem contudo haver mudança de estado físico. Ao atingir o

ponto **3** aparecem os primeiros indícios de líquido. Esse ponto, que marca o início da condensação da substância, é chamado de ponto de orvalho. Para que mais e mais fluido se condense deve haver uma retirada contínua de calor com a correspondente redução da temperatura. Para que toda a substância se condense é necessário que o sistema chegue à condição de temperatura do estágio **2**, ou seja, à temperatura de bolha. Diferentemente das substâncias puras, as misturas apresentam valores distintos para os seus pontos de bolha e de orvalho. A partir do ponto de bolha a posterior retirada de calor causará apenas mais redução na temperatura da mistura, que já se encontra totalmente no estado líquido.

O ponto importante do processo é que a vaporização e a condensação da mistura só ocorrem com variação de temperatura. Como já foi dito, isso acontece devido ao fato de que a mistura é formada por componentes de diferentes pressões de vapor. Inicialmente, predomina a vaporização dos componentes mais leves. Para que haja um crescimento na proporção dos demais componentes é necessário que a temperatura vá aumentando progressivamente até o ponto de orvalho. Para cada pressão diferente em que for feita a vaporização serão obtidos pontos de bolha e de orvalho diferentes. Unindo-se os pontos de bolha das diferentes pressões obtém-se a curva dos pontos de bolha. Da mesma forma, ligando-se os pontos de orvalho obtém-se a curva dos pontos de orvalho. As duas curvas se encontram no ponto crítico.

Tanto no diagrama de fases como no diagrama *pressão versus volume*, a linha formada pelas curvas de bolha e de orvalho delimita uma região, denominada envelope de fases ou envoltória, em cujo interior coexistem a fase líquida e a fase vapor.

A Figura 1.6 mostra um exemplo de diagrama *pressão versus volume* de uma mistura. Comparativamente ao caso de uma substância pura (Figura 1.3) observa-se uma diferença básica na configuração das linhas dentro do envelope de fases: as isotermas não são isóbaras.

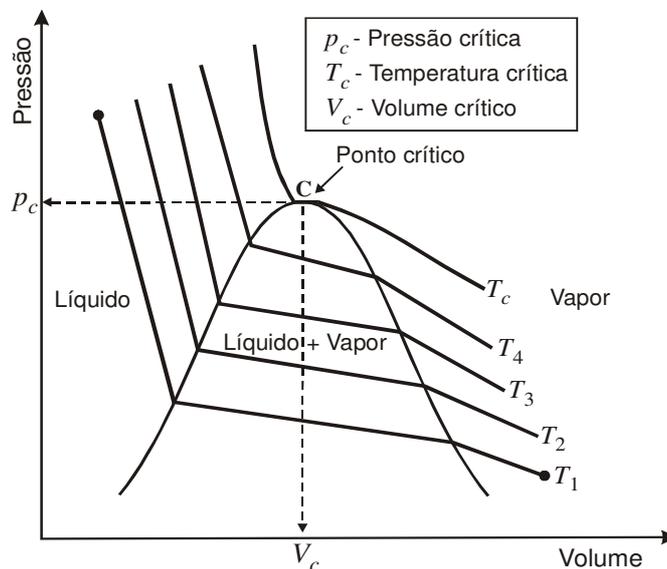


Figura 1.6 – Diagrama *pressão versus volume* de uma mistura.

De maneira similar ao caso de uma substância pura, o formato e a posição da envoltória no diagrama de fases, bem como a conformação das linhas no diagrama *pressão versus volume*, variam com a composição da mistura.

1.2.3. Diagrama de fases de uma mistura

O comportamento de uma mistura pode ser representado através de um diagrama de fases. Deve ser observado, entretanto, que cada mistura possui o seu diagrama de fases particular. A Figura 1.7 mostra os detalhes de um diagrama de fases de uma mistura qualquer.

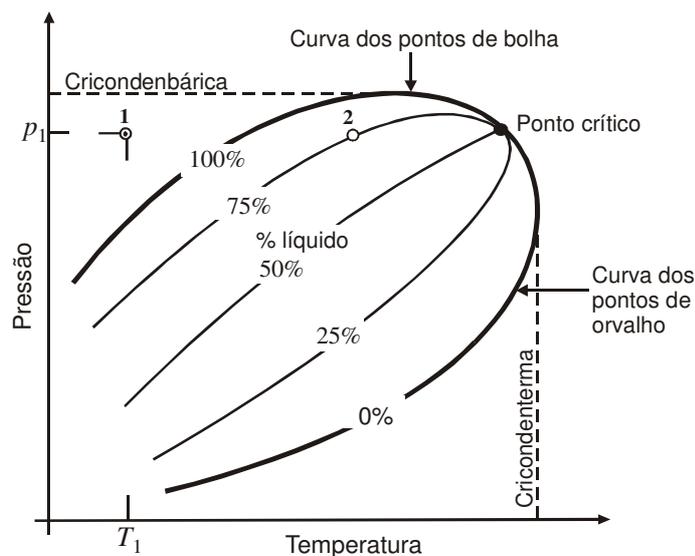


Figura 1.7 – Diagrama de fases de uma mistura.

A curva dos pontos de bolha juntamente com a curva dos pontos de orvalho delimitam uma região de coexistência das duas fases, ou seja, uma região cujos pontos representam a mistura com uma parte no estado líquido em equilíbrio com a outra parte que se encontra no estado gasoso. À direita da curva dos pontos de orvalho se localiza a região das misturas gasosas e à esquerda da curva dos pontos de bolha se encontra a região das misturas líquidas. Por exemplo, no diagrama da Figura 1.7, o ponto 1 de coordenadas p_1 (pressão) e T_1 (temperatura) é um líquido, uma vez que está localizado na região das misturas líquidas. Se as condições da mistura forem dadas pelo ponto 2 a mistura apresentará uma parte no estado líquido, em equilíbrio com uma parte gasosa.

As linhas traçadas na região de duas fases que indicam os percentuais de líquido na mistura são chamadas de *linhas de qualidade*. O ponto 2, por exemplo, representa uma mistura na qual 75% da massa do fluido encontram-se no estado líquido e 25% no estado vapor. Se o ponto estivesse em cima da linha 50%, metade da massa estaria no estado líquido e metade no estado vapor.

Ainda no diagrama da Figura 1.7, pode ser observada uma linha reta tangente à curva dos pontos de orvalho e perpendicular ao eixo das temperaturas. Essa linha se chama *cricodenterma* e representa a maior temperatura em que ainda se tem a coexistência de duas fases. A linha reta tangente à curva dos pontos de bolha e perpendicular ao eixo das pressões chama-se *cricondenbárica*. Essa linha representa a maior pressão em que ainda coexistem duas fases. Como será visto posteriormente, essas duas linhas são bastante importantes para a definição do comportamento termodinâmico das misturas.

1.3. Tipos de Reservatórios de Petróleo

Como se sabe, a depender da composição e das condições de pressão e temperatura uma acumulação de petróleo pode se apresentar totalmente líquida, totalmente gasosa ou ainda com uma parte líquida e uma parte gasosa em equilíbrio. Dessa forma pode-se dizer que existem reservatórios de líquido, comumente chamados de reservatórios de óleo, reservatórios de gás e reservatórios com as duas fases em equilíbrio. De uma maneira simplificada, as acumulações podem ser separadas em *reservatórios de óleo* ou *reservatórios de gás*, caso a sua temperatura seja menor ou maior que a temperatura crítica da mistura. Na Figura 1.8, se a mistura está nas condições do ponto **R1** tem-se um reservatório de óleo, se as condições são as do ponto **R2** tem-se um reservatório de gás.

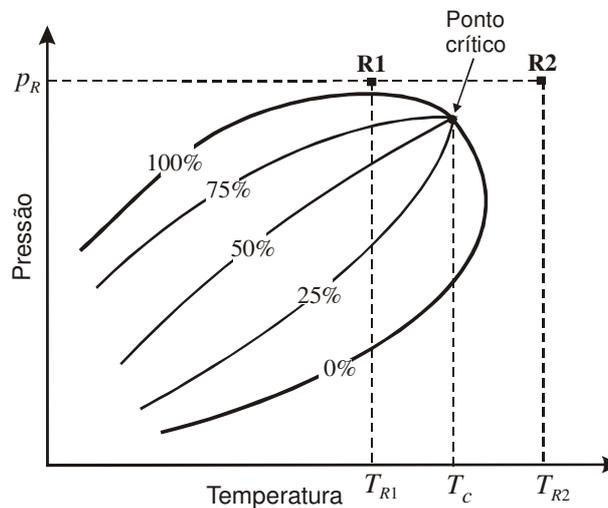


Figura 1.8 – Diagrama de fases de uma mistura de hidrocarbonetos.

Apesar das considerações anteriores, entretanto, é importante salientar que a classificação dos reservatórios se baseia principalmente no tipo de fluido que é produzido na superfície. A classificação de uma certa forma vai estar condicionada à temperatura e à pressão a que a mistura estará sujeita nos equipamentos de separação na superfície. Por outro lado, sabe-se, por exemplo, que um fluido que se encontra no estado líquido em condições de reservatório, de uma maneira geral produz óleo na superfície e somente em condições muito especiais isso poderia não ocorrer. Desse modo, é bastante comum se chamar de reservatório de óleo às formações portadoras de misturas líquidas. As formações portadoras de misturas gasosas, que são chamadas de reservatórios de gás, podem produzir uma certa quantidade de líquido na superfície, porém, a produção maior é de gás.

1.3.1. Reservatórios de óleo

De acordo com a posição que ocupa no diagrama de fases, uma mistura líquida pode receber o nome de *óleo saturado* ou *óleo subsaturado*. Se o ponto representativo da mistura se encontra exatamente em cima da curva dos pontos de bolha diz-se que o óleo é saturado em gás ou simplesmente saturado. Esse é o caso da mistura identificada pelo ponto **1** na Figura 1.9. Para um fluido

submetido a essas condições, qualquer redução de pressão, por menor que seja, acarretará vaporização de uma porção, mesmo infinitesimal, da mistura.

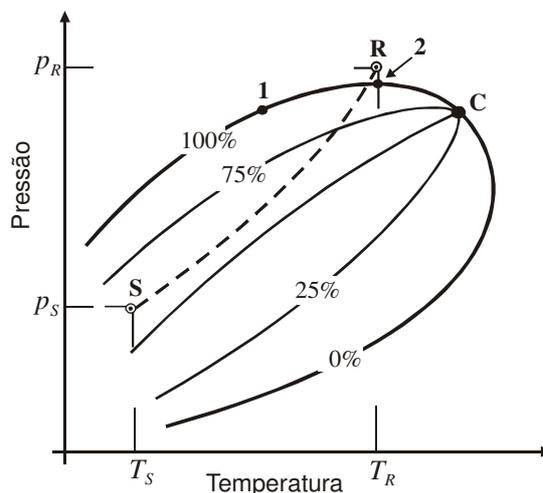


Figura 1.9 – Reservatório de óleo.

Se a mistura está nas condições representadas pelo ponto **R**, por exemplo, diz-se que o óleo é subsaturado. Para se iniciar a vaporização da mistura mantendo a temperatura constante é necessário que a pressão seja reduzida até o valor correspondente ao ponto **2** do diagrama, ponto este que se situa exatamente sobre a curva dos pontos de bolha. Para se identificar essa pressão em que começa a vaporização da mistura à temperatura considerada emprega-se comumente a expressão *pressão de saturação*. Assim, os termos *ponto de bolha* e *ponto de saturação*, *pressão de bolha* e *pressão de saturação*, etc., normalmente são utilizados de maneira indistinta neste texto.

Em reservatórios reais, quando começa a produção, tanto o fluido que é produzido, como o que permanece na formação, sofrem alterações devidas às mudanças das condições às quais eles ficam submetidos. O fluido produzido passa das condições iniciais de pressão e temperatura do reservatório para as condições de pressão e temperatura da superfície. Devido à retirada de massa a pressão no interior da formação vai se reduzindo. Assim, apesar da temperatura do reservatório se manter praticamente constante durante a sua vida produtiva, as condições a que fica submetido o fluido que permanece vão se alterando.

A curva **RS** representa o comportamento do fluido produzido desde as condições iniciais do reservatório, ponto **R**, até as condições da superfície, ponto **S**. No exemplo da figura, nas condições de superfície aproximadamente 60% dos hidrocarbonetos produzidos estarão na fase líquida e os 40% restantes estarão na fase gasosa. De um modo geral o fluido produzido é submetido a um processo de separação antes de ser colocado em tanques nas condições ambientes. A pressão e a temperatura de separação são determinadas através de cálculos e recebem o nome de *condições de separação*.

O comportamento do fluido que permanece no reservatório é representado por uma linha vertical correspondente à temperatura do reservatório. A pressão vai caindo continuamente até as *condições de abandono*, quando ocorre a suspensão da produção.

a) Óleo de baixa contração e óleo de alta contração

De acordo com a redução do volume do líquido ocorrida em decorrência da liberação do gás que se encontrava dissolvido, causada pela passagem da mistura das condições de reservatório para as condições de superfície, o óleo pode ser classificado em *óleo de baixa contração* e *óleo de alta contração*.

Os primeiros componentes a serem vaporizados preferencialmente são os hidrocarbonetos mais leves como o metano, o etano, o propano, etc., seguidos dos elementos intermediários. As frações leves arrastam consigo para a fase gasosa uma certa quantidade de frações pesadas, porém em proporções bem reduzidas. A contração se deve basicamente à liberação das frações mais leves, de onde se conclui que as misturas com grandes percentuais destes compostos apresentam maior contração, enquanto as misturas com pequenos percentuais sofrem menor contração. Os hidrocarbonetos mais leves são também chamados de mais voláteis, de tal maneira que as misturas com grande concentração desses compostos são também chamadas de *óleos voláteis*. A Figura 1.10 e a Figura 1.11 apresentam, respectivamente, diagramas de fases de um óleo de baixa contração e de um óleo de alta contração, nas quais está mostrada esquematicamente a transição de um fluido das condições de reservatório para as condições de superfície.

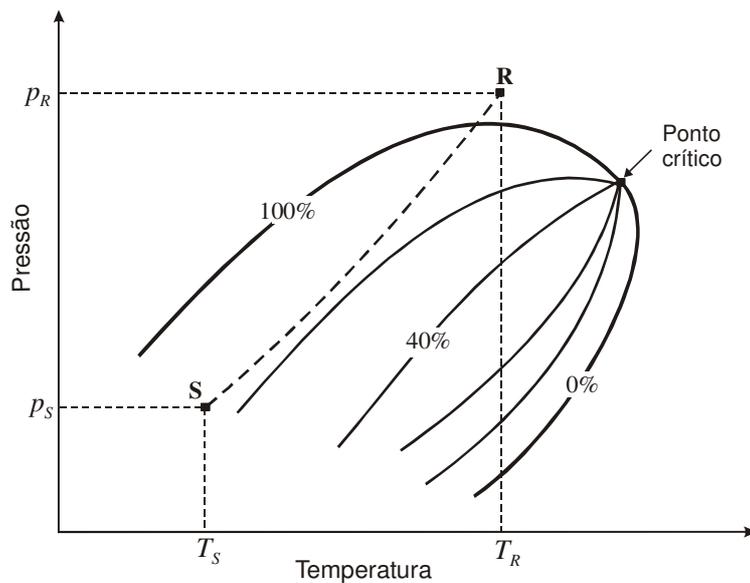


Figura 1.10 – Óleo de baixa contração.

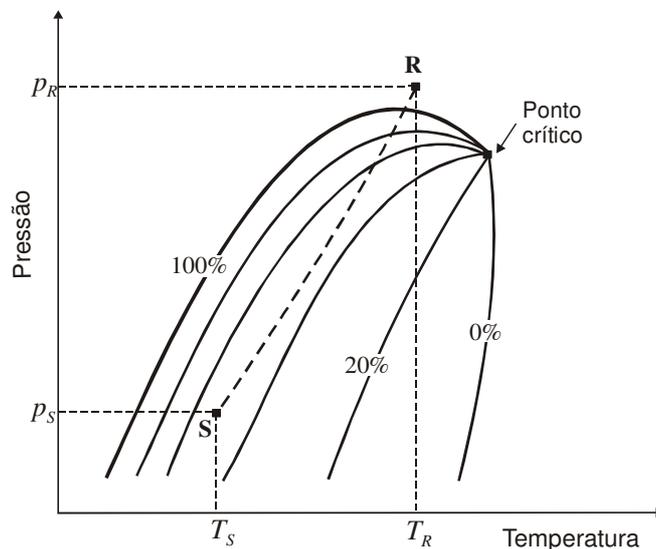


Figura 1.11 – Óleo de alta contração.

Deve ser lembrado que a forma do diagrama de fases, a localização do ponto crítico, a disposição das linhas de qualidade e outras particularidades do diagrama de fases dependem da composição original da mistura. Assim, a maior proximidade das curvas de qualidade da curva dos pontos de bolha ou da curva dos pontos de orvalho já é característica de um ou outro tipo de fluido. Portanto, uma inspeção rápida do diagrama de fases pode fornecer uma idéia aproximada do tipo de fluido que se tem em mãos. A classificação de uma mistura como um ou outro tipo é, no entanto, apenas uma apreciação qualitativa, não sendo suficiente para caracterizar o fluido em estudo. São necessários dados quantitativos, obtidos por meio de ensaios de laboratório, para realmente caracterizar o fluido.

b) Óleo normal e óleo quase crítico

Existem misturas que não se classificam nem como de alta contração nem como de baixa contração. A mistura que se encontra nessa situação recebe o nome de *óleo normal* ou “*black-oil*”.

O óleo *quase crítico* é assim chamado por estar submetido a condições muito próximas do ponto crítico. Essa condição lhe confere uma característica, que é liberar grandes quantidades de gás para pequenas quedas de pressão logo abaixo da pressão de bolha, o que resulta em encolhimentos consideráveis.

1.3.2. Reservatórios de gás

Chama-se *reservatório de gás* a jazida de petróleo que contém uma mistura de hidrocarbonetos que se encontra no estado gasoso nas condições de reservatório. Quando o ponto correspondente às condições de pressão e temperatura a que está submetida a mistura é colocado em um diagrama de fases, verifica-se que o mesmo se localiza à direita da temperatura crítica.

Os reservatórios de gás são classificados como *reservatórios de gás seco*, *reservatórios de gás úmido* e *reservatórios de gás retrógrado*. Essa classificação depende do comportamento do

fluido quando sujeito a reduções de pressão dentro do próprio reservatório e também do tipo de fluido resultante nos equipamentos de superfície.

Ao ser levada para a superfície a mistura gasosa pode ser submetida a processos de separação dos componentes mais leves dos mais pesados, resultando dessa separação duas fases distintas. Os componentes mais leves permanecem no estado gasoso e os mais pesados vão dar origem aos chamados *líquidos de gás natural*, normalmente designados simplesmente por *LGN*.

a) Reservatórios de gás úmido e de gás seco

Se a mistura ao ser submetida ao processo de separação produzir uma certa quantidade de líquido, o reservatório receberá o nome de *reservatório de gás úmido*. Se a quantidade de líquido for desprezível a jazida receberá o nome de *reservatório de gás seco*. Deve ser observado que essa classificação depende da composição original da mistura, mas depende muito fortemente dos processos de separação. Um mesmo gás pode ser classificado como gás úmido para uma determinada condição de separação e considerado gás seco para outras condições de separação. Na verdade o gás só deve ser classificado como úmido se o processo de separação for economicamente viável. Costuma-se dizer que o reservatório é considerado de gás úmido quando se consegue obter líquido em quantidade economicamente interessante utilizando o equipamento ordinário de campo. Os reservatórios de gás úmido são denominados por alguns autores de *reservatórios de gás condensado*.

A Figura 1.12 e a Figura 1.13 apresentam, respectivamente, os diagramas de fases e os comportamentos de um gás úmido e de um gás seco.

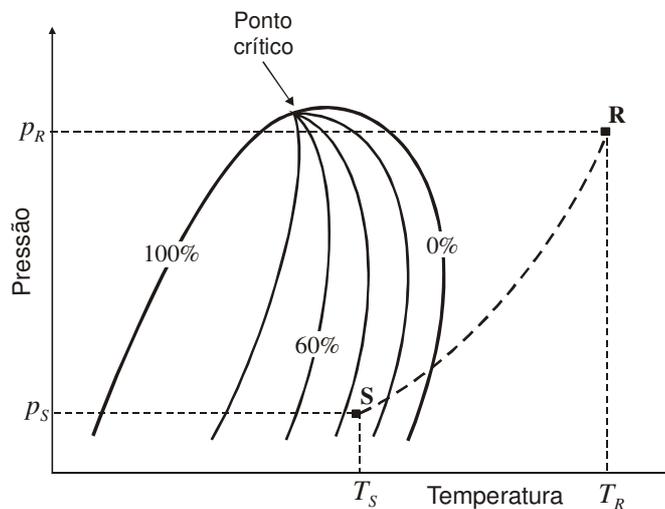


Figura 1.12 – Gás úmido.

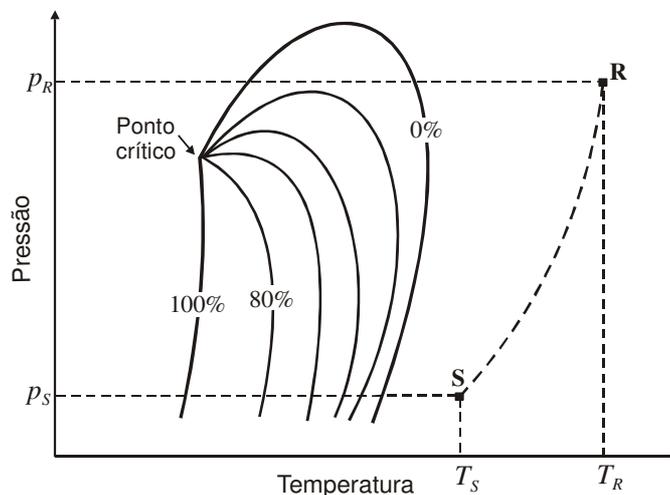


Figura 1.13 – Gás seco.

b) Reservatório de gás retrógrado

O *reservatório de gás retrógrado* recebe esse nome devido a um fenômeno que ocorre em reservatórios de gás cuja temperatura situa-se entre a temperatura crítica da mistura e a cricondenterna. A Figura 1.14 apresenta um diagrama de fases de uma mistura em que pode acontecer esse fenômeno. Na figura está indicado que nas condições iniciais a temperatura do reservatório está exatamente na condição citada, ou seja, a temperatura do reservatório está entre a temperatura crítica e a cricondenterna.

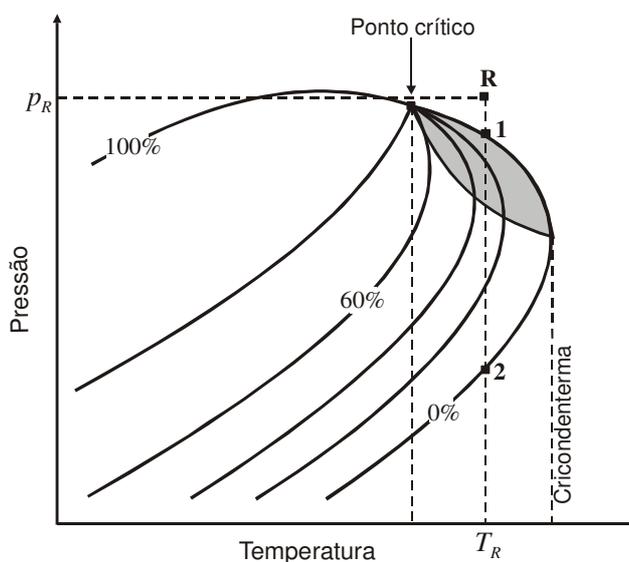


Figura 1.14 – Reservatório de gás retrógrado.

O fenômeno retrógrado se passa do seguinte modo: à medida que o fluido vai sendo produzido, a pressão no interior do reservatório vai se reduzindo, enquanto a temperatura permanece constante. A mistura permanece no estado gasoso até o instante em que a pressão atinge um determinado valor em que começa a acontecer um processo de condensação. Essa situação corresponde ao ponto **1** no diagrama. À medida que a pressão continua a cair, a quantidade de líquido aumenta até atingir um valor máximo. A partir desse máximo a redução da pressão causa uma reversão do processo, ou seja, o líquido começa a retornar para a fase vapor. Se a pressão continuar caindo poder-se-á chegar ao ponto **2** do diagrama, quando tudo que tinha se liquefeito terá voltado para o estado de vapor.

O ponto interessante do fenômeno de condensação retrógrada é o fato de uma redução de pressão causar a condensação de um gás, quando o que se espera é que reduções de pressão causem vaporizações de líquidos. A área hachurada mostrada na Figura 1.14 indica a região do diagrama de fases em que ocorre o fenômeno da condensação retrógrada.

Deve ser observado que o fenômeno retrógrado acontece no interior da rocha-reservatório, uma vez que é nele que ocorre o processo natural de redução de pressão enquanto a temperatura se mantém constante. O reservatório de gás retrógrado também é conhecido como *reservatório de gás condensado retrógrado*.

Quando a temperatura do reservatório está muito próxima da temperatura crítica da mistura tem-se uma condição especial de gás retrógrado. Nessa situação, logo no início, com pequenas reduções de pressão ocorre um rápido crescimento da quantidade de fluido condensado. Pela inspeção do diagrama de fases verifica-se que quando a temperatura do gás se aproxima muito da temperatura crítica a linha vertical que representa o comportamento de pressão do reservatório corta uma quantidade grande de linhas de qualidade logo no início. Esse tipo de reservatório pode ser chamado de *reservatório de gás condensado quase crítico*.

No caso de reservatório de gás condensado, a análise PVT (pressão-volume-temperatura) para a determinação em laboratório das propriedades dos fluidos existentes no meio poroso deve ser feita após recombinação dos fluidos obtidos em um processo de amostragem.

Quando não estão disponíveis dados obtidos a partir de experimentos de laboratório, a pressão de orvalho para gás natural condensado, como uma função da composição e da temperatura, pode ser estimada pela correlação de Nemeth & Kennedy (1967), apresentada no Apêndice D.

Uma das maneiras de se classificar os reservatórios de petróleo é através da chamada *razão gás/líquido de produção (RGL)*, que é o quociente da divisão da vazão instantânea de gás pela vazão instantânea de óleo, ambas medidas em condições-padrão. Segundo Craft & Hawkins (1959), os reservatórios de petróleo podem ser classificados, de maneira simplificada, como sendo de óleo, de gás condensado ou de gás seco, a depender da razão gás-líquido de produção (*RGL*):

- Reservatório de Óleo: $RGL \leq 900 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$;
- Reservatório de Gás Condensado: $900 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std} < RGL < 18.000 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$;
- Reservatório de Gás Seco: $RGL \geq 18.000 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$.

A abreviatura *std* é usada para indicar que os volumes são medidos nas chamadas *condições-standard* ou *padrão* de pressão e temperatura. Nos EUA, por exemplo, as condições-standard são 14,7 *psia* (1 *atm*) e 60 °F, enquanto no Brasil a Agência Nacional do Petróleo (ANP) define como *condições-básicas*, as quais devem ser utilizadas como referência para representar volumes de gás, óleo e LGN, os valores de 1 *atm* (1,033 *kgf/cm*²) e 20 °C.

Na discussão anterior a respeito da razão gás/líquido de produção (*RGL*) tanto a vazão de gás como a de líquido foi representada na mesma unidade (*m*³ *std*), resultando que a *RGL* foi repre-

sentada por $m^3 \text{ std}/m^3 \text{ std}$. É comum, no entanto, principalmente na literatura norte americana e, portanto, em ábacos, gráficos e correlações apresentados na literatura, o uso de unidades diferentes para as vazões de gás e de líquido. Por exemplo, a razão gás/líquido (RGL), a razão gás/óleo (RGO) e a razão de solubilidade (R_s), a ser definida em seções posteriores, podem ser apresentadas em scf/stb ou SCF/STB , onde SCF significa “Standard Cubic Feet”, ou seja, pés cúbicos standard (pés cúbicos medidos nas condições-standard ou padrão de se medir volumes de gás), e STB significa “Stock Tank Barrel”, isto é, barril no tanque de estocagem (volume em barril, medido nas condições do tanque de estocagem, o que normalmente é entendido como condições-standard ou padrão de se medir volumes de óleo).

A Figura 1.15 mostra em um único gráfico o comportamento típico de uma mistura de hidrocarbonetos encontrada em reservatórios de petróleo e os vários tipos de reservatórios.

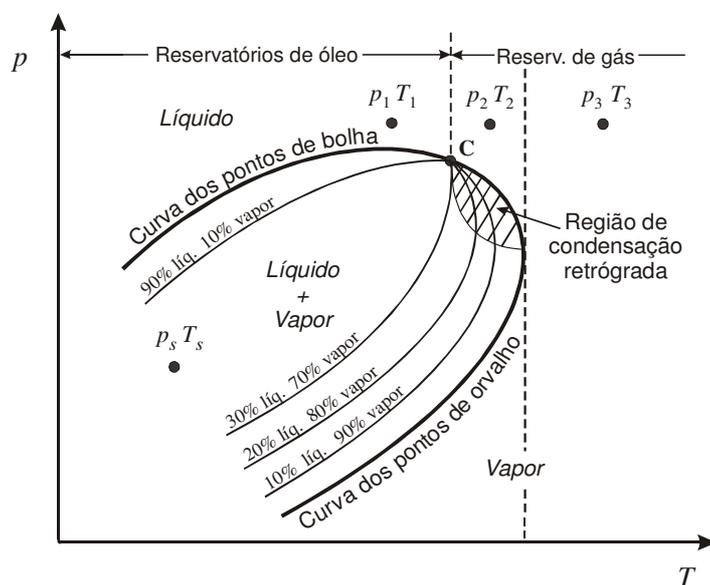


Figura 1.15 – Envoltória p versus T típica de uma mistura de hidrocarbonetos – (1) óleo (2) gás condensado retrógrado e (3) gás não-retrógrado.

O ponto (p_s, T_s) representa as condições de pressão e de temperatura de separação dos fluidos na superfície. As condições iniciais (p_1, T_1) representam um exemplo de reservatório de óleo, enquanto que o ponto (p_2, T_2) é um exemplo de reservatório de gás condensado retrógrado. As condições (p_3, T_3) representam um reservatório de gás não-retrógrado, isto é, aquele que não apresenta condensação no reservatório. Neste caso, quando a produção de líquido (condensado) na superfície é praticamente nula ($RGL \geq 18.000 \text{ m}^3 \text{ std}/\text{m}^3 \text{ std}$) o reservatório é denominado gás seco, caso contrário o reservatório é chamado de gás condensado ou úmido.

1.3.3. Reservatórios de óleo e gás

As acumulações de petróleo podem ocorrer na natureza também numa forma mista, isto é, uma parte da mistura de hidrocarbonetos se encontra na fase líquida e o restante na fase gasosa. As duas fases inicialmente se encontram em equilíbrio entre si. O ponto que indica as condições da mistura se encontra dentro da região de duas fases. Nesse caso a jazida pode ser classificada tanto

como reservatório de gás como reservatório de óleo, a depender de qual seja a fase preponderante. Como o gás é muito menos denso que o líquido, existe naturalmente uma separação e arrumação desses fluidos. O gás ocupa a parte superior da formação enquanto que o líquido fica na parte inferior.

Mesmo existindo um grande volume de hidrocarbonetos na fase gasosa a jazida é classificada como *reservatório de óleo com capa de gás* se o interesse econômico for o óleo. Na verdade o reservatório de óleo recebe esse complemento *com capa de gás* na sua denominação se o volume de gás na capa tem realmente grandes proporções. Esse é um aspecto muito relevante para os processos produtivos da jazida. Deve ser lembrado que esse reservatório, além do gás da capa que é chamado de *gás livre*, tem também uma certa quantidade de gás dissolvido no óleo. A Figura 1.16 ilustra esquematicamente um reservatório desse tipo.

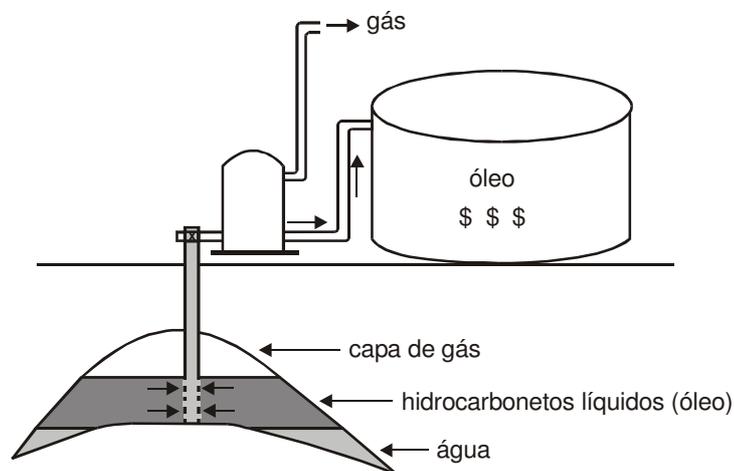


Figura 1.16 – Reservatório de óleo com capa de gás.

Quando a quantidade de gás for muito maior que a de líquido, de tal maneira que o interesse econômico principal seja o gás, esse reservatório não poderá mais ser classificado como reservatório de óleo e deverá ser classificado como reservatório de gás. A Figura 1.17 apresenta o esquema de um reservatório desse tipo. Da pequena quantidade de hidrocarbonetos líquidos existentes no reservatório resultaria uma produção de óleo igualmente pequena, o que tornaria a sua exploração antieconômica. Numa situação como essa o interesse econômico se volta para a exploração do gás.

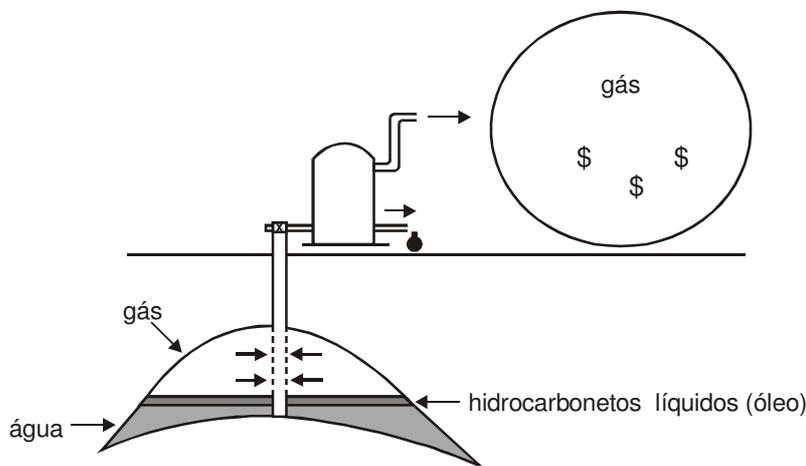


Figura 1.17 – Reservatório de gás.

1.4. Propriedades Básicas dos Fluidos

Nesta seção serão apresentadas algumas propriedades básicas dos fluidos em geral, enquanto que nas próximas serão abordados casos específicos, como os das misturas e soluções, gases (ideais e reais) e líquidos.

1.4.1. Volume molar

O *volume molar* é o volume ocupado por 1 *mol* de uma determinada substância. Esse volume varia com as condições de pressão e de temperatura a que estiver submetida essa substância. Particularmente no caso dos gases ou misturas gasosas, devido à alta sensibilidade do volume às variações de pressão e de temperatura, o volume molar deve sempre estar atrelado às condições de pressão e de temperatura. Por exemplo, nas chamadas *condições normais* de temperatura e pressão (0 °C e 1 atm), 1 *mol-g* de qualquer gás ocupa um volume de 22,4 l. Por outro lado, nas chamadas *condições-standard* ou padrão utilizadas no sistema americano de unidades (60 °F e 14,7 psia), 1 *mol-lb* de qualquer gás ou mistura gasosa ocupa 379 ft³.

1.4.2. Coordenadas reduzidas

Definem-se *pressão reduzida*, *temperatura reduzida* e *volume reduzido*, respectivamente, pelos quocientes:

$$p_r = p / p_c, \quad (1.1)$$

$$T_r = T / T_c \quad (1.2)$$

e

$$V_r = V / V_c, \quad (1.3)$$

onde p_c , T_c e V_c são, respectivamente, a pressão, a temperatura e o volume críticos de um fluido.

1.4.3. Compressibilidade isotérmica

Chama-se *compressibilidade isotérmica* de um fluido qualquer à variação fracional de volume do fluido por variação unitária de pressão. Assim, a compressibilidade isotérmica é expressa pela relação:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \quad (1.4)$$

ou simplesmente por:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right), \quad (1.5)$$

onde se admite que a temperatura do fluido seja constante.

Usando-se o conceito de massa específica, definida por:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.6)$$

onde m é a massa e V o volume do fluido, pode-se dizer que:

$$V = \frac{m}{\rho}, \quad (1.7)$$

de onde se pode escrever que a variação de volume por variação de pressão, ou seja, a derivada do volume em relação à pressão, é dada por:

$$\frac{\partial V}{\partial p} = -\frac{m}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial p}. \quad (1.8)$$

Substituindo as Eqs. (1.7) e (1.8) na Eq. (1.5) obtém-se uma expressão para a compressibilidade isotérmica em função da massa específica e da derivada da massa específica em relação à pressão:

$$c = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (1.9)$$

ou simplesmente:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}, \quad (1.10)$$

onde se admite que a temperatura do fluido seja constante.

A Eq. (1.10) é geral e aplica-se a qualquer fluido. Conforme será apresentado em seções posteriores, casos particulares, como por exemplo aqueles em que se consideram um gás ideal (Seção 1.7.2.d) ou um gás real (Seção 1.7.4.g), permitem a obtenção de expressões específicas para o cálculo da compressibilidade isotérmica.

1.5. Misturas e Soluções

Uma *mistura* é um sistema composto por mais de um componente. Quando uma mistura forma uma fase homogênea é denominada *solução*. Assim, as fases gasosa e líquida de um sistema são soluções, já que são misturas homogêneas.

Um caso especial das misturas homogêneas são as chamadas *soluções ideais*. Estas não representam a maioria dos casos dos sistemas estudados na engenharia química, porém a sua consideração é importante como referência, para efeito de comparação com as soluções reais.

Se G é uma grandeza termodinâmica qualquer, para uma solução tem-se que:

$$G = \sum_{i=1}^{n_c} y_i \bar{G}_i, \quad (1.11)$$

onde n_c é o número de componentes da solução, \bar{G}_i é a *grandeza parcial molar* do componente i na solução e y_i é a *fração molar* do componente i , definida por:

$$y_i = \frac{n_i}{\sum_{j=1}^{n_c} n_j}, \quad (1.12)$$

onde n_i é o número de *mols* do componente i .

As propriedades de uma mistura de vários componentes não são, portanto, necessariamente a soma ponderada das propriedades de cada componente puro na mistura, mas sim a soma ponderada das *propriedades parciais* de cada um deles nas condições de pressão e de temperatura da mistura. Por exemplo, o volume V_i de 1 *mol* do componente puro i não representa forçosamente o volume \bar{V}_i ocupado por 1 *mol* desse componente na mistura, chamado de *volume parcial molar*.

Em alguns sistemas o volume parcial molar \bar{V}_i de um componente na solução é igual ao volume molar V_i do componente puro nas mesmas condições de pressão e temperatura da solução. Os sistemas que apresentam esse comportamento são ditos soluções ideais. Então, nesse caso $V_i = \bar{V}_i$ e $V = \sum_{i=1}^{n_c} y_i V_i$, onde V é o volume total do sistema. De modo similar, qualquer outra grandeza pode ser estimada nas soluções ideais através da expressão:

$$G = \sum_{i=1}^{n_c} y_i G_i, \quad (1.13)$$

onde G_i é a grandeza do componente puro i .

Diz-se que nas soluções ideais não há variação de volume ao serem misturados os componentes, ou seja, o volume da solução é a soma dos volumes dos componentes. Também nas soluções ideais não há desprendimento nem absorção de calor ao serem misturados os componentes.

Formam soluções ideais moléculas aproximadamente da mesma dimensão, da mesma família química, com forças intermoleculares semelhantes, com pontos de ebulição vizinhos, e que não reagem quimicamente. É bom ter em mente que o petróleo é um caso clássico de solução não ideal.

Para as soluções reais, no entanto, a grandeza G é dada por:

$$G = \sum_{i=1}^{n_c} y_i G_i + \Delta G, \quad (1.14)$$

onde ΔG é a diferença entre o valor da propriedade real da solução e a soma ponderada dos valores das propriedades dos componentes puros que a constituem nas mesmas condições de pressão e de temperatura da solução. Se a propriedade G for o volume, tem-se que:

$$\Delta V = V - \sum_{i=1}^{n_c} y_i V_i, \quad (1.15)$$

onde ΔV é a variação de volume que se observa quando se forma 1 mol da solução a partir dos componentes puros. Um exemplo clássico de mistura não ideal ocorre quando se deseja preparar 2 l de uma solução 30% molar de metanol em água, a 25 °C e 1 atm. Nesse caso são necessários $V_1 = 1,017$ l de metanol e $V_2 = 1,053$ l de água. Os volumes molares são:

Metanol	Água
$V_1 = 40,727 \text{ cm}^3/\text{mol-g}$	$V_2 = 18,068 \text{ cm}^3/\text{mol-g}$
$\bar{V}_1 = 38,632 \text{ cm}^3/\text{mol-g}$	$\bar{V}_2 = 17,765 \text{ cm}^3/\text{mol-g}$

É importante mencionar que não se deve confundir o conceito de comportamento de solução ideal com o de comportamento de gás ideal, a ser estudado na Seção 1.7.1.

1.6. Propriedades Básicas das Misturas Homogêneas (Soluções) Ideais

Nesta seção serão consideradas algumas propriedades básicas das soluções ideais. Propriedades específicas para os vários tipos de fluido serão discutidas em seções posteriores.

1.6.1. Porcentagem em massa

A *porcentagem em massa* (*massa %*) de um componente em uma mistura de fluidos é definida como o quociente da divisão da massa do componente pela massa total da mistura, multiplicado por 100. Assim, para um componente C_i , cuja massa é m_i , a porcentagem em massa é:

$$(\text{massa \%})_i = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^{n_c} m_j} \times 100, \quad (1.16)$$

onde n_c é o número de componentes na mistura e $\sum_{j=1}^{n_c} m_j$ representa a soma das massas de cada componente, ou seja, a massa total da mistura.

1.6.2. Porcentagem em volume

A *porcentagem em volume* (*volume %*) de um componente C_i em uma mistura é definida por:

$$(\text{volume } \%)_i = \frac{V_i}{\sum_{j=1}^{n_c} V_j} \times 100, \quad (1.17)$$

onde V_i é o volume do componente C_i e $\sum_{j=1}^{n_c} V_j$ é o volume total do sistema.

1.6.3. Porcentagem em mol

A *porcentagem em mol* (*mol %*) de um componente C_i em uma mistura é dada por:

$$(\text{mol } \%)_i = \frac{n_i}{\sum_{j=1}^{n_c} n_j} \times 100, \quad (1.18)$$

onde n representa o número de *mols*.

Em geral, ao invés de *mol %* usa-se a *fração molar* de um dado componente C_i , definida como a relação entre o número de *mols* desse componente e o número total de *mols* da mistura:

$$y_i = \frac{n_i}{\sum_{j=1}^{n_c} n_j} = \frac{n_i}{n_t}, \quad (1.19)$$

onde y_i é a fração molar do componente C_i e n_t é o número total de *mols* do sistema.

1.6.4. Massa molecular

A *massa molecular* de uma substância é a soma das massas atômicas dos átomos que constituem a molécula dessa substância. A Tabela A.1 do Apêndice A apresenta as massas moleculares, bem como outras propriedades, dos principais hidrocarbonetos.

No caso de misturas a massa molecular é denominada *massa molecular aparente* e pode ser calculada através de uma ponderação relativa às frações molares e às massas moleculares de cada componente:

$$M_a = \sum_{i=1}^{n_c} y_i M_i, \quad (1.20)$$

onde y_i e M_i são, respectivamente, a fração molar e a massa molecular do componente i , e n_c é o número de componentes da mistura.

Utilizando-se a definição de fração molar a massa molecular aparente pode também ser obtida da expressão:

$$M_a = \sum_{i=1}^{n_c} \left(\frac{n_i}{\sum_{j=1}^{n_c} n_j} M_i \right) = \sum_{i=1}^{n_c} \left(\frac{n_i}{n_t} M_i \right) = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_c} (n_i M_i). \quad (1.21)$$

1.6.5. Coordenadas pseudocríticas e pseudoreduzidas

Para misturas, ao invés de pressão e temperatura críticas definem-se *pressão pseudocrítica* e *temperatura pseudocrítica*. Quando é conhecida a composição da mistura, as propriedades pseudocríticas podem ser calculadas através das expressões:

$$p_{pc} = \sum_{i=1}^{n_c} y_i p_{ci} \quad (1.22)$$

e

$$T_{pc} = \sum_{i=1}^{n_c} y_i T_{ci}, \quad (1.23)$$

onde p_{pc} e T_{pc} são, respectivamente, a pressão e a temperatura pseudocríticas, y_i é a fração molar do componente i na mistura, n_c é o número de componentes e p_{ci} e T_{ci} são, respectivamente, a pressão e a temperatura críticas de cada componente. Assim, ao invés de propriedades reduzidas calculam-se as chamadas *propriedades pseudoreduzidas*:

$$p_{pr} = p / p_{pc} \quad (1.24)$$

e

$$T_{pr} = T / T_{pc}. \quad (1.25)$$

1.6.6. Lei dos estados correspondentes

De acordo com a *lei dos estados correspondentes*, proposta por van der Waals (1873), “todos os fluidos exibem o mesmo comportamento quando submetidos à mesma pressão reduzida e à mesma temperatura reduzida”. A lei dos estados correspondentes possibilita o uso de correlações para se obter propriedades de *famílias de fluidos*, como, por exemplo, no caso dos hidrocarbonetos.

1.7. Propriedades dos Gases

Os gases podem ser classificados como *gases ideais* ou *gases reais*. Nesta seção serão estudados os conceitos e os métodos de obtenção de propriedades de fluidos aplicáveis especificamente aos gases.

1.7.1. Gás ideal

Um *gás ideal* é um fluido hipotético que obedece às seguintes condições:

- O volume ocupado pelas moléculas é insignificante quando comparado com o volume total do fluido.
- Não existem forças atrativas ou repulsivas entre as moléculas ou entre as moléculas e as paredes do recipiente que contém o fluido.
- As colisões entre moléculas são perfeitamente elásticas.

Normalmente os gases podem ser considerados como ideais quando submetidos a baixas pressões e altas temperaturas.

a) Lei de Boyle-Mariotte

O volume ocupado por uma determinada massa de um gás ideal será inversamente proporcional à pressão, se a temperatura for mantida constante:

$$V \sim \frac{1}{p} \quad \text{ou} \quad pV = \text{constante}. \quad (1.26)$$

b) Lei de Charles

O volume ocupado por uma determinada massa de um gás ideal será diretamente proporcional à temperatura, se a pressão for mantida constante:

$$V \sim T \quad \text{ou} \quad \frac{V}{T} = \text{constante}. \quad (1.27)$$

c) Lei de Avogadro (Gay-Lussac)

Para as mesmas condições de temperatura e pressão as massas moleculares dos gases ideais ocupam iguais volumes, ou, sob as mesmas condições de pressão e temperatura, volumes iguais têm o mesmo número de moléculas.

d) Equação de estado

Equação de estado é uma expressão que relaciona a pressão, a temperatura e o volume de um gás ou líquido. As leis de Boyle-Mariotte, Charles e Avogadro podem ser combinadas para a obtenção de uma equação de estado para um gás ideal. Inicialmente aplicam-se conjuntamente as leis de Boyle-Mariotte e de Charles para descrever a passagem de um gás ideal do estado **1** para o estado **2**, conforme ilustrado na Figura 1.18.

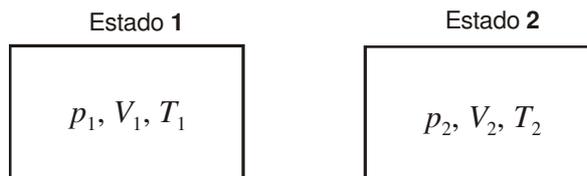


Figura 1.18 – Variação no estado de um gás ideal.

Como resultado dessa combinação obtém-se a equação:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} . \quad (1.28)$$

Assim, para uma determinada quantidade de gás tem-se que:

$$\frac{pV}{T} = \text{constante} . \quad (1.29)$$

Se a quantidade de gás for o volume molar V_m :

$$\frac{pV_m}{T} = R , \quad (1.30)$$

onde R é uma constante do gás. Então, a introdução da lei de Avogadro leva à conclusão de que R é igual para todos os gases, passando a se chamar *constante universal dos gases*. Dessa forma, a equação de estado para um gás ideal, considerando um volume igual ao volume molar, é dada por:

$$pV_m = RT . \quad (1.31)$$

Finalmente, para n mols de gás tem-se:

$$pV = nRT , \quad (1.32)$$

onde p é a pressão absoluta, V o volume, n o número de mols, R a constante universal dos gases e T a temperatura absoluta.

A constante universal dos gases (R) pode ser encontrada no Apêndice L para vários sistemas de unidades.

Exemplo 1.1 – Qual o volume ocupado por um *mol-lb* de um gás ideal quando submetido a uma pressão de 100 *psia* e a uma temperatura de 90 °F?

Solução:

No sistema de unidades usado neste exemplo o valor da constante universal dos gases é 10,73 *psi · ft³/(mol-lb·°R)*. Assim, empregando a Eq. (1.32):

$$100V = 1 \times 10,73 \times (90 + 460) \Rightarrow V = 0,182 \text{ ft}^3 .$$

e) Massa específica

Por definição, a massa de um número n de mols de gás é dada por:

$$m = nM , \quad (1.33)$$

onde M é a massa molecular do gás. Assim, a *massa específica* de um gás ideal é expressa por:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} . \quad (1.34)$$

f) Densidade

A *densidade* de um gás é definida pela relação:

$$d_g = \frac{\rho_g}{\rho_{ar}}, \quad (1.35)$$

onde ρ_g e ρ_{ar} são, respectivamente, as massas específicas do gás e do ar, ambas medidas nas mesmas condições de temperatura e pressão. Para um gás ideal tem-se:

$$\rho_g = \frac{pM_g}{RT} \quad (1.36)$$

e

$$\rho_{ar} = \frac{pM_{ar}}{RT}. \quad (1.37)$$

Substituindo-se as Eqs. (1.36) e (1.37) na Eq. (1.35) obtém-se:

$$d_g = \frac{M_g}{M_{ar}}. \quad (1.38)$$

Como a massa molecular do ar é aproximadamente igual a 29, pode-se escrever que:

$$d_g \cong \frac{M_g}{29}. \quad (1.39)$$

1.7.2. Misturas de gases ideais

Nesta seção serão apresentadas as leis de Dalton (pressões parciais) e de Amagat (volumes parciais), e também as definições de algumas propriedades das misturas de gases ideais, tais como a densidade e a compressibilidade isotérmica.

a) Lei de Dalton (Pressões parciais)

De acordo com a *lei de Dalton*, também conhecida como *lei das pressões parciais*, quando vários gases ideais formam uma mistura as seguintes propriedades são observadas:

- Cada gás exerce uma pressão igual à que exerceria caso estivesse só no recipiente.
- A pressão total é igual à soma das pressões de cada gás.

Em uma mistura gasosa o número total de *mols* é a soma dos números de *mols* de cada componente da mistura:

$$n = n_A + n_B + n_C + \dots \quad (1.40)$$

Da lei dos gases ideais, Eq. (1.32), pode-se escrever que:

$$p_A V = n_A RT, \quad p_B V = n_B RT, \quad p_C V = n_C RT, \quad \dots \quad (1.41)$$

Como, pela lei de Dalton,

$$p = p_A + p_B + p_C + \dots, \quad (1.42)$$

então:

$$p = \frac{n_A RT}{V} + \frac{n_B RT}{V} + \frac{n_C RT}{V} + \dots = \frac{RT}{V} \sum_{i=1}^{n_c} n_i = \frac{nRT}{V}, \quad (1.43)$$

onde n_c é o número de componentes da mistura.

Para um componente i qualquer, pode-se escrever que:

$$p_i V = n_i RT . \quad (1.44)$$

Então, a relação entre a pressão parcial de um determinado componente e a pressão total do sistema é dada por:

$$\frac{p_i}{p} = \frac{n_i RT / V}{n RT / V} = \frac{n_i}{n} = y_i , \quad (1.45)$$

onde y_i é a fração molar do componente i . Em outras palavras, a fração molar de um componente i é igual ao quociente entre as pressões parcial do componente e total do sistema.

b) Lei de Amagat (Volumes parciais)

De acordo com a *lei de Amagat*, o “volume total ocupado pelo gás é igual à soma dos volumes que cada gás ocuparia caso estivesse só à mesma condição de temperatura e pressão a que está submetida a mistura”. Então, pela lei dos gases ideais:

$$pV_A = n_A RT , \quad pV_B = n_B RT , \quad pV_C = n_C RT , \quad \dots , \quad (1.46)$$

de onde são obtidas as relações:

$$V_A = n_A \frac{RT}{p} , \quad V_B = n_B \frac{RT}{p} , \quad V_C = n_C \frac{RT}{p} , \quad \dots \quad (1.47)$$

Mas:

$$V = V_A + V_B + V_C + \dots , \quad (1.48)$$

o que produz:

$$V = n_A \frac{RT}{p} + n_B \frac{RT}{p} + n_C \frac{RT}{p} + \dots = \frac{RT}{p} \sum_{i=1}^{n_c} n_i = \frac{nRT}{p} . \quad (1.49)$$

Para um componente i qualquer, tem-se:

$$pV_i = n_i RT . \quad (1.50)$$

Então, a relação entre o volume parcial de um determinado componente e o volume total do sistema é dada por:

$$\frac{V_i}{V} = \frac{n_i RT / p}{n RT / p} = \frac{n_i}{n} = y_i . \quad (1.51)$$

Assim, a fração molar de um componente i é igual ao quociente entre os volumes parcial do componente e total do sistema. Ou seja, de acordo com a lei de Amagat, para um gás ideal a fração molar é igual à fração volumétrica.

Exemplo 1.2 – Uma mistura de gases ideais que está sujeita a uma pressão de 750 psia e a uma temperatura de 100 °F tem a composição da Tabela 1.1:

Tabela 1.1 – Composição da mistura de gases do Exemplo 1.2

Componente	Fração molar
Metano	0,85
Etano	0,10
Propano	0,05

- (a) Qual a pressão parcial exercida pelo etano?
 (b) Qual o volume parcial do metano supondo 1 mol da mistura?

Solução:

Parte (a):

Pela lei de Dalton (pressões parciais):

$$P_{\text{etano}} = y_{\text{etano}} P = 0,10 \times 750 = 75 \text{ psia} .$$

Parte (b):

Pela lei de Amagat (volumes parciais):

$$V_{\text{metano}} = n_{\text{metano}} \frac{RT}{p} = 0,85 \text{ mol} - \text{lb} \times \frac{10,73 \text{ psia} \cdot \text{ft}^3 / (\text{mol lb} \cdot ^\circ R) \times (100 + 460) ^\circ R}{750 \text{ psia}} = 6,81 \text{ ft}^3$$

c) Densidade

A densidade de uma mistura de gases é definida de maneira semelhante à densidade de um componente único, sendo dada então por:

$$d_g = \frac{M_a}{M_{ar}} \cong \frac{M_a}{29} , \quad (1.52)$$

onde M_a é a massa molecular aparente da mistura.

d) Compressibilidade isotérmica

A compressibilidade isotérmica de um gás ou de uma mistura gasosa que se comporta como gás ideal é obtida substituindo-se a definição de massa específica oriunda da equação de estado dos gases ideais,

$$\rho = \frac{pM}{RT} , \quad (1.53)$$

na definição de compressibilidade dada pela Eq. (1.10):

$$c_g = \frac{RT}{pM} \frac{\partial(pM / RT)}{\partial p} = \frac{1}{p} . \quad (1.54)$$

Portanto, a compressibilidade isotérmica de um gás ou mistura gasosa ideal é igual ao inverso da pressão a que está submetido(a).

1.7.3. Gás real

Quando se considera o comportamento de um *gás real* a equação de estado dos gases deve ser modificada para exprimir a nova situação.

a) Equação de estado

Para gases reais a equação de estado toma a seguinte forma:

$$pV = ZnRT, \quad (1.55)$$

onde Z é denominado *fator de compressibilidade* dos gases reais. O fator de compressibilidade Z pode ser definido como a relação entre o volume que uma dada massa de gás ocupa em certas condições de pressão e temperatura e o volume que essa massa ocuparia nas mesmas condições de temperatura e pressão se fosse um gás ideal. O fator de compressibilidade funciona, portanto, como uma espécie de fator de correção entre o comportamento de gás ideal e o comportamento de gás real, isto é,

$$Z = \frac{V_{real}}{V_{ideal}}. \quad (1.56)$$

O fator de compressibilidade não é constante, varia com a composição do gás, com a temperatura e com a pressão. Valores de Z podem ser estimados utilizando-se gráficos obtidos experimentalmente. A Figura 1.19 mostra, como exemplo, um gráfico do fator de compressibilidade do metano.

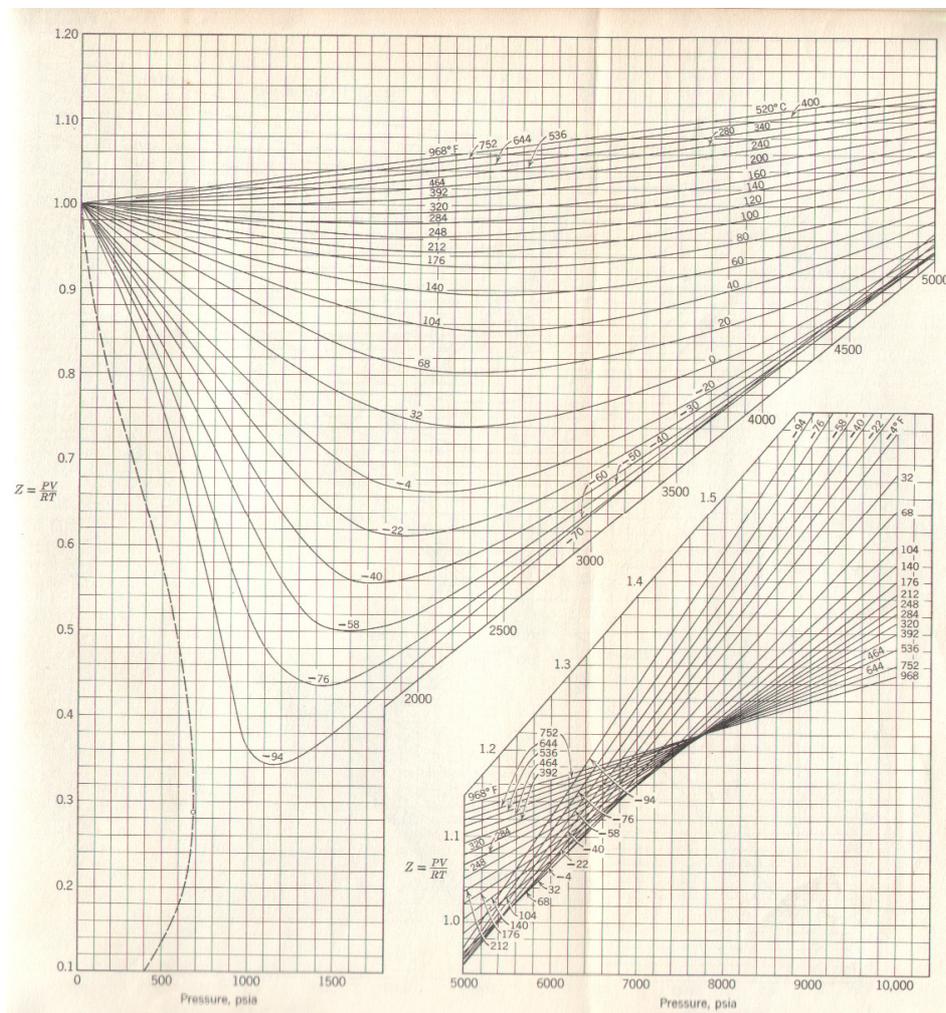


Figura 1.19 – Fator de compressibilidade do metano. Figura da página 24 de Brown, G. G; Katz, D. L; Oberfell, G. G. & Alden, R. C.: *Natural Gasoline and the Volatile Hydrocarbons*. Tulsa, Oklahoma, USA, Natural Gas Association of America, Copyright © 1948. Extraída de Burcik, E. J., *Properties of Petroleum Reservoir Fluids*, Copyright © 1979 (Figura 6). Reproduzida com permissão de **Gas Processors Suppliers Association** e de **International Human Resources Development Corporation – IHRDC**.

Exemplo 1.3 – Calcular a massa de metano contida em um recipiente de 5 ft^3 a uma pressão de 700 psia e a uma temperatura de 68°F .

Solução:

Do gráfico da Figura 1.19 obtém-se $Z = 0,92$. Aplicando-se a lei dos gases reais:

$$pV = ZnRT = Z \frac{m}{M} RT,$$

de onde se pode escrever que:

$$m = \frac{pVM}{ZRT} = \frac{700 \times 5 \times 16}{0,92 \times 10,73 \times (68 + 460)} = 10,74 \text{ lb} .$$

O aparecimento do teorema dos estados correspondentes possibilitou a criação de ábacos universais para a obtenção do fator de compressibilidade Z . Segundo esse teorema, todos os gases exibem o mesmo comportamento quando submetidos às mesmas condições de pressão, temperatura e volume reduzidos. Quando aplicado a gases com estruturas químicas similares (por exemplo: hidrocarbonetos parafínicos), o teorema dos estados correspondentes oferece um método de correlação com precisão satisfatória para trabalhos de engenharia. A Figura 1.20, por exemplo, apresenta uma carta para a determinação do fator de compressibilidade de gases de hidrocarbonetos puros, em função da pressão e da temperatura reduzidas.

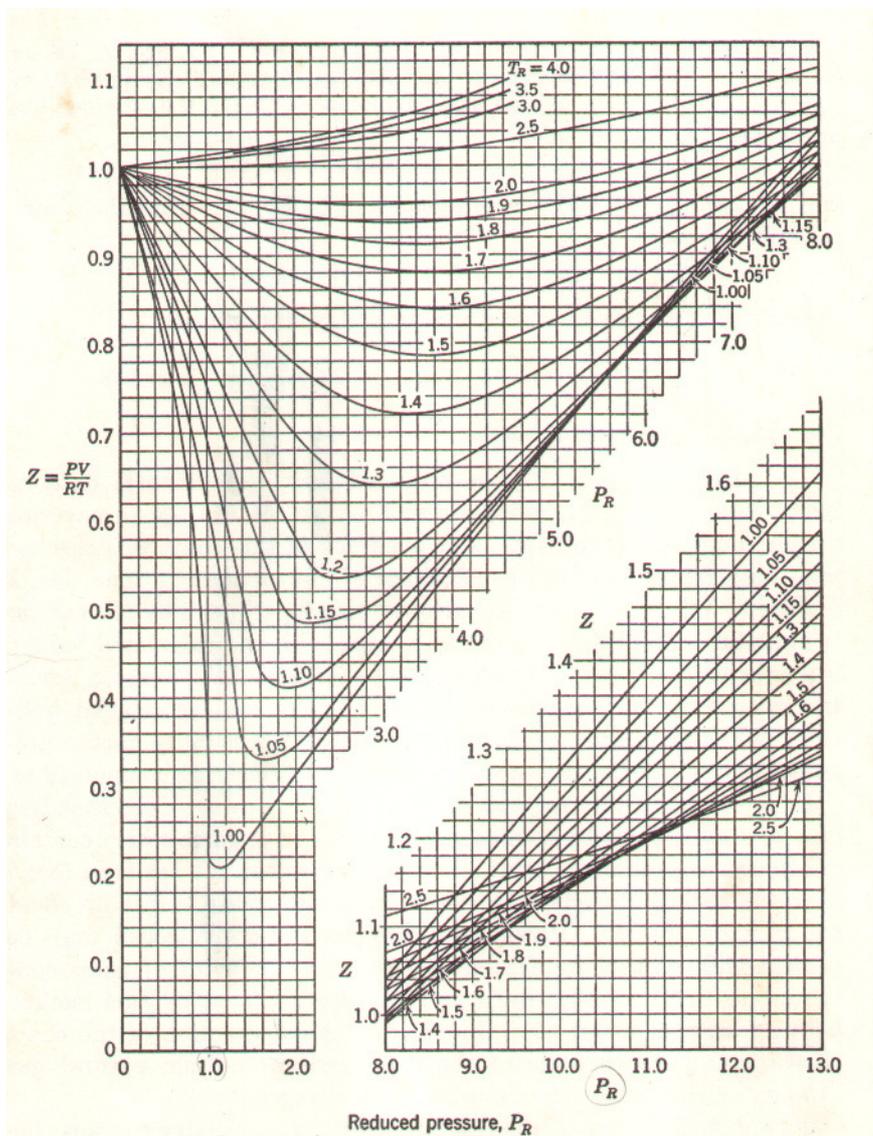


Figura 1.20 – Fator de compressibilidade Z para gases de hidrocarbonetos puros. Figura da página 32 de Brown, G. G; Katz, D. L; Oberfell, G. G. & Alden, R. C.: *Natural Gasoline and the Volatile Hydrocarbons*. Tulsa, Oklahoma, USA, Natural Gas Association of America, Copyright © 1948. Extraída de Burcik, E. J., *Properties of Petroleum Reservoir Fluids*, Copyright © 1979 (Figura 9). Reproduzida com permissão de Gas Processors Suppliers Association e de International Human Resources Development Corporation – IHRDC.

b) Massa específica

Usando a equação de estado dos gases reais a massa específica é expressa por:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{ZRT} \quad (1.57)$$

Exemplo 1.4 – Calcular a massa específica do metano a 900 *psia* e 140 °F.

Solução:

Do gráfico da Figura 1.19 tem-se que $Z = 0,94$. Logo:

$$\rho = \frac{pM}{ZRT} = \frac{900 \times 16}{0,94 \times 10,73 \times (140 + 460)} = 2,38 \text{ lb/ft}^3.$$

c) Densidade

Semelhantemente ao caso dos gases ideais, a densidade de um gás real é definida pela relação:

$$d_g = \frac{\rho_g}{\rho_{ar}}, \quad (1.58)$$

onde ρ_g e ρ_{ar} são, respectivamente, as massas específicas do gás e do ar, ambas medidas nas mesmas condições de temperatura e pressão.

Para um gás real tem-se:

$$\rho_g = \frac{pM_g}{Z_g RT} \quad (1.59)$$

e

$$\rho_{ar} = \frac{pM_{ar}}{Z_{ar} RT}. \quad (1.60)$$

Normalmente são escolhidas como referência as condições-standard ou padrão de pressão e temperatura. Com isso os fatores de compressibilidade podem ser admitidos como sendo aproximadamente iguais a 1. Assim, substituindo as Eqs. (1.59) e (1.60) na Eq. (1.58) obtém-se:

$$d_g = \frac{M_g}{M_{ar}}. \quad (1.61)$$

Novamente, como a massa molecular do ar é aproximadamente igual a 29, pode-se escrever que:

$$d_g \cong \frac{M_g}{29}. \quad (1.62)$$

1.7.4. Misturas gasosas de hidrocarbonetos

Para as misturas gasosas de hidrocarbonetos serão apresentadas algumas das propriedades gerais anteriormente mencionadas, introduzidas outras propriedades (como viscosidade, por exemplo) e apresentadas correlações aplicáveis à estimativa de propriedades desse tipo específico de fluido.

a) Massa molecular aparente

De modo similar ao caso dos gases ideais, a massa molecular de uma mistura gasosa, que se comporta como um gás real, pode ser calculada através de uma ponderação em relação às frações molares e às massas moleculares de cada componente. Assim, a massa molecular aparente é dada por:

$$M_a = \sum_{i=1}^{n_c} y_i M_i, \quad (1.63)$$

onde y_i e M_i são, respectivamente, a fração molar e a massa molecular do componente i , e n_c é o número de componentes da mistura.

b) Densidade

A densidade de uma mistura de gases reais é definida de maneira semelhante à usada para componentes únicos ou para misturas gasosas de gases ideais:

$$d_g = \frac{M_a}{M_{ar}} \cong \frac{M_a}{29}. \quad (1.64)$$

Exemplo 1.5 – Qual a densidade de uma mistura gasosa composta por 30% de metano, 60% de etano e 10% de propano (fração molar)?

Solução:

$$M_a = \sum_{i=1}^3 y_i M_i = 0,30 \times 16 + 0,60 \times 30 + 0,10 \times 44 = 27,20$$

$$d_g = \frac{M_a}{29} = \frac{27,20}{29} = 0,94.$$

c) Propriedades pseudocríticas

Para a determinação das coordenadas reduzidas do gás natural (p_r , T_r e V_r), ao invés das coordenadas críticas reais, que são de difícil obtenção no caso de misturas, geralmente são usadas as coordenadas pseudocríticas. Estas podem ser calculadas através da média ponderada das coordenadas críticas de cada componente com sua fração molar na mistura, usando-se, por exemplo, as Eqs. (1.22) e (1.23), válidas para misturas ideais.

As Eqs. (1.22) e (1.23) fornecem valores aceitáveis para as coordenadas pseudocríticas (erro da ordem de 2 a 3%) quando as misturas são formadas por gases com estruturas químicas similares e baixos pesos moleculares. No entanto, quando os componentes diferem muito em termos de pesos moleculares e naturezas químicas, os valores das coordenadas pseudocríticas obtidos dessas equações podem conter erros significativos. Vários métodos empíricos foram desenvolvidos na tentativa de obter valores mais representativos para as coordenadas pseudocríticas. Satter & Campbell (1963) publicaram um artigo onde apresentaram muitos desses métodos. Dentre eles, o método SBV desenvolvido por Stewart, Burkhardt & Voo (1959), apesar de ser mais simples que muitos outros métodos, foi o que apresentou melhores resultados. Detalhes do método SBV estão apresentados no Apêndice B.

Infelizmente, nem sempre a composição do gás está disponível para a determinação das coordenadas pseudocríticas. Neste caso podem ser correlacionadas a pressão e a temperatura pseudocríticas da mistura gasosa com a sua densidade, d_g , medida em relação ao ar. Brown *et alii* (1948) apresentaram uma carta, mostrada na Figura 1.21, que fornece as coordenadas pseudocríticas para gás natural em função da densidade. Nessa figura, as curvas superiores referem-se a reservatórios que produzem basicamente gases pobres, enquanto que as curvas inferiores são aplicáveis aos casos em que alguma quantidade de condensado é produzida na superfície.

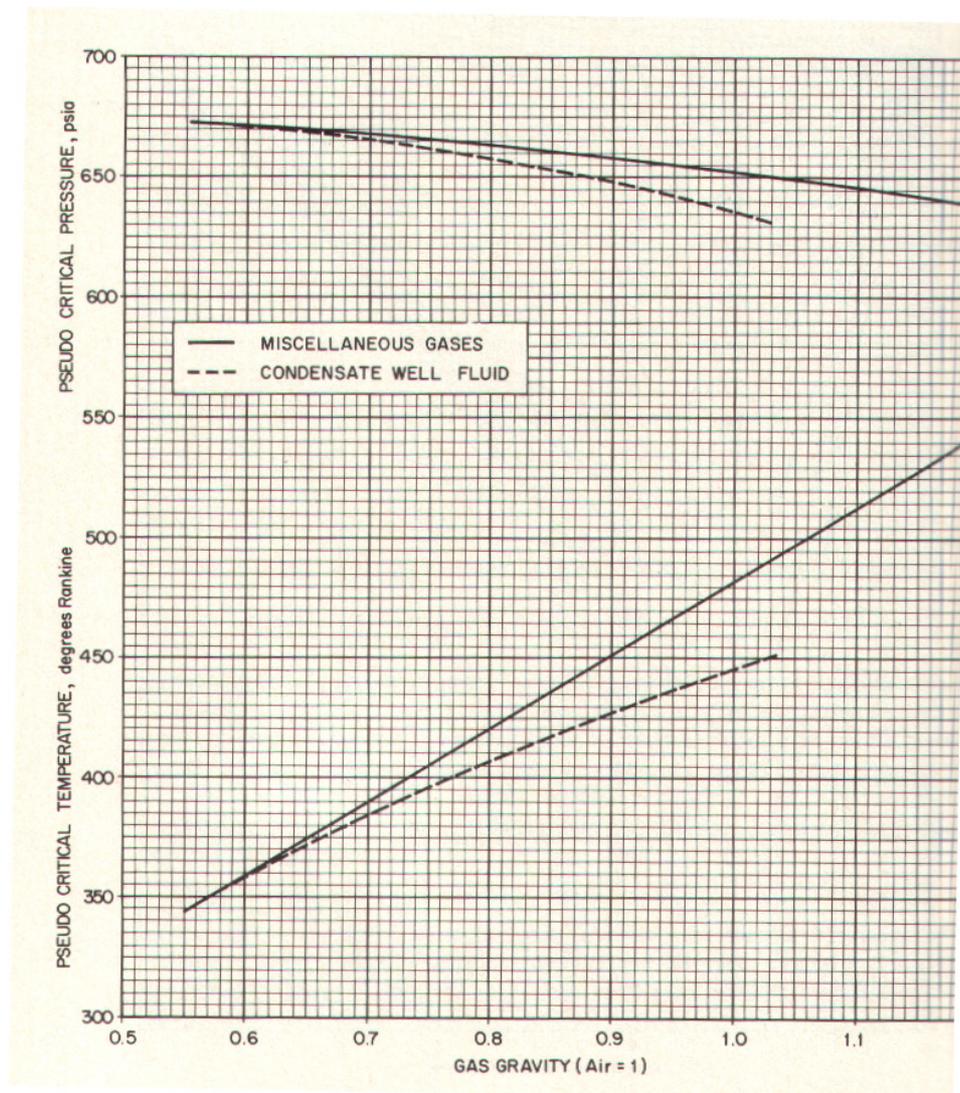


Figura 1.21 – Correlações para as coordenadas pseudocríticas do gás natural (Brown *et alii*, 1948). Reproduzida de Dake, L. P., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, 1978, page 18, Copyright © 1978, com permissão de Elsevier Scientific Publishing Company e de Gas Processors Suppliers Association.

As curvas da Figura 1.21 podem também ser expressas pelas equações apresentadas por Standing (1951):

$$p_{pc}(\text{psia}) = 677 + 15,0d_g - 37,5d_g^2 \quad (1.65)$$

e

$$T_{pc}({}^\circ R) = 168 + 325d_g - 12,5d_g^2, \quad (1.66)$$

para gás natural seco, e:

$$p_{pc}(\text{psia}) = 706 - 51,7d_g - 11,1d_g^2 \quad (1.67)$$

e

$$T_{pc}({}^\circ R) = 187 + 330d_g - 71,5d_g^2, \quad (1.68)$$

para gás natural úmido, isto é, gás de reservatório de óleo ou condensado, onde d_g é a densidade da mistura gasosa de hidrocarbonetos.

d) Correção para a presença de não-hidrocarbonetos no cálculo das propriedades pseudocríticas

O gás natural pode freqüentemente conter outros gases como nitrogênio, gás carbônico (dióxido de carbono) ou gás sulfídrico como contaminantes. A existência desses gases na mistura provoca alteração no comportamento do fator de compressibilidade. Estudiosos do assunto sugeriram algumas alterações nos cálculos com o objetivo de incluir os efeitos das presenças daqueles gases. Carr *et alii* (1954) propuseram um método, conhecido como método de Carr-Kobayashi-Burrows e apresentado no Apêndice B, para correção das propriedades pseudocríticas que foram obtidas em função da densidade do gás através de correlações como as da Figura 1.21. Wichert & Aziz (1972) também examinaram os efeitos do N_2 , do CO_2 e do H_2S no cálculo do fator Z e propuseram um método, discutido no Apêndice B, para ajustar as propriedades pseudocríticas.

Uma alternativa ao uso do método de Carr-Kobayashi-Burrows ou do método de Wichert-Aziz, conjuntamente com a Figura 1.21, para o cálculo das propriedades pseudocríticas de misturas gasosas de hidrocarbonetos quando há a presença de contaminantes, tais como o N_2 , o CO_2 e o H_2S , é o uso da Figura 1.22.

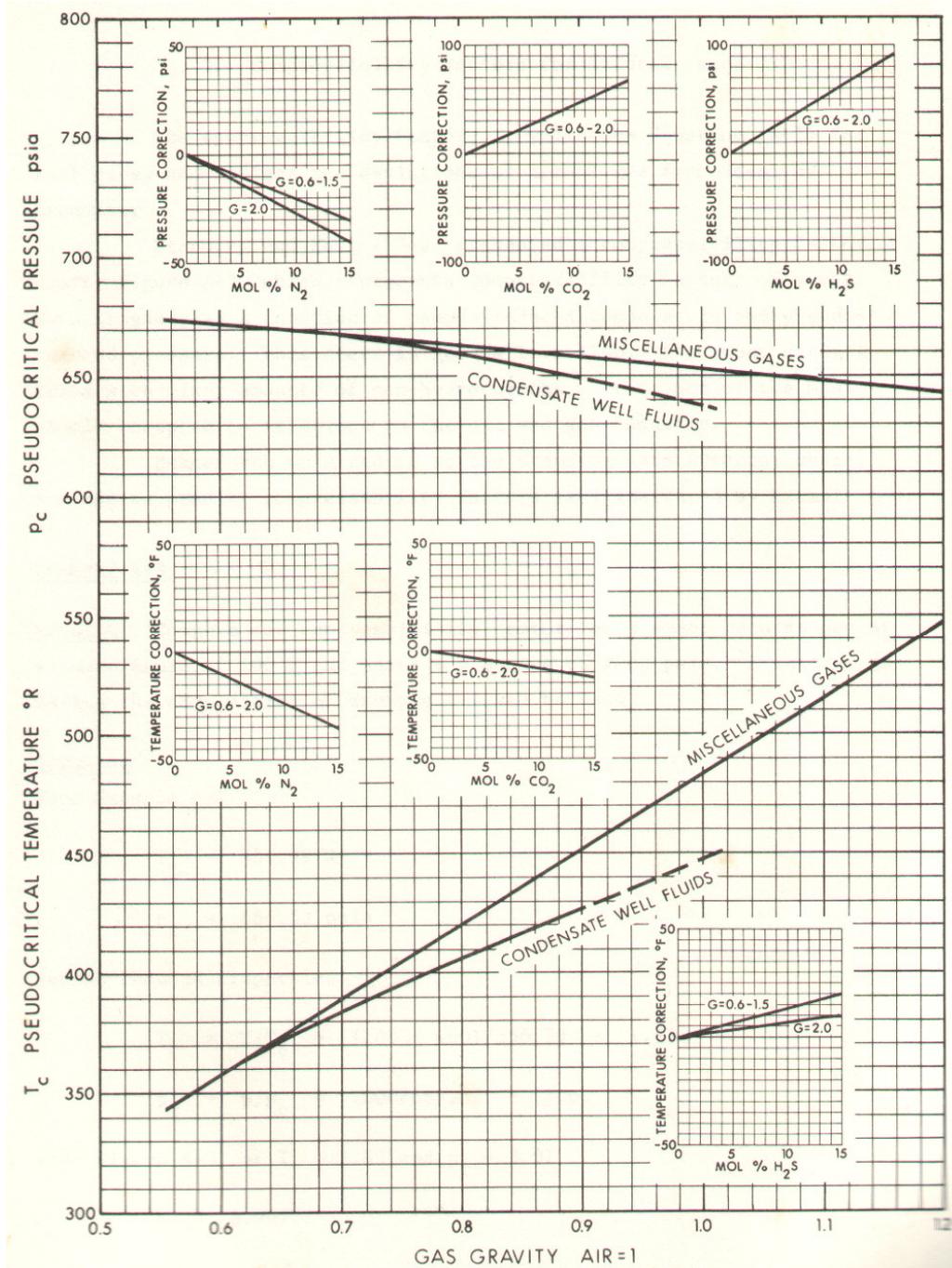


Figura 1.22 – Propriedades pseudocríticas do gás natural (Brown *et alii*, 1948 – Correções propostas por Carr *et alii*, 1954). Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, 1978, com autorização de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

e) Propriedades pseudoreduzidas

As propriedades pseudoreduzidas das misturas gasosas são definidas em termos das propriedades pseudocríticas:

$$p_{pr} = \frac{p}{P_{pc}} \quad (1.69)$$

e

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}}, \quad (1.70)$$

ou, quando há correções devidas à presença de não-hidrocarbonetos:

$$p_{pr} = \frac{p}{P'_{pc}} \quad (1.71)$$

e

$$T_{pr} = \frac{T}{T'_{pc}}, \quad (1.72)$$

onde P'_{pc} e T'_{pc} são as propriedades pseudocríticas considerando as correções devidas à presença de não-hidrocarbonetos.

f) Fator de compressibilidade para gás natural

Admitindo comportamento de mistura homogênea (solução) ideal, o fator de compressibilidade Z de um gás natural pode ser ponderado em função da fração molar de cada componente:

$$Z = \sum_{i=1}^{n_c} y_i Z_i, \quad (1.73)$$

onde Z_i é o fator de compressibilidade de cada componente i da mistura.

Kay (1936) apresentou dados experimentais mostrando a aplicabilidade da teoria dos estados correspondentes também às misturas gasosas como o gás natural. A carta desenvolvida por Standing & Katz (1942), mostrada na Figura 1.23, fornece Z em função da pressão e da temperatura pseudoreduzidas (p_{pr} e T_{pr}). Essa carta aplica-se à maioria dos gases encontrados em reservatórios de petróleo, mesmo aqueles que contêm pequenas quantidades de gases não-hidrocarbonetos como N_2 , CO_2 e H_2S .

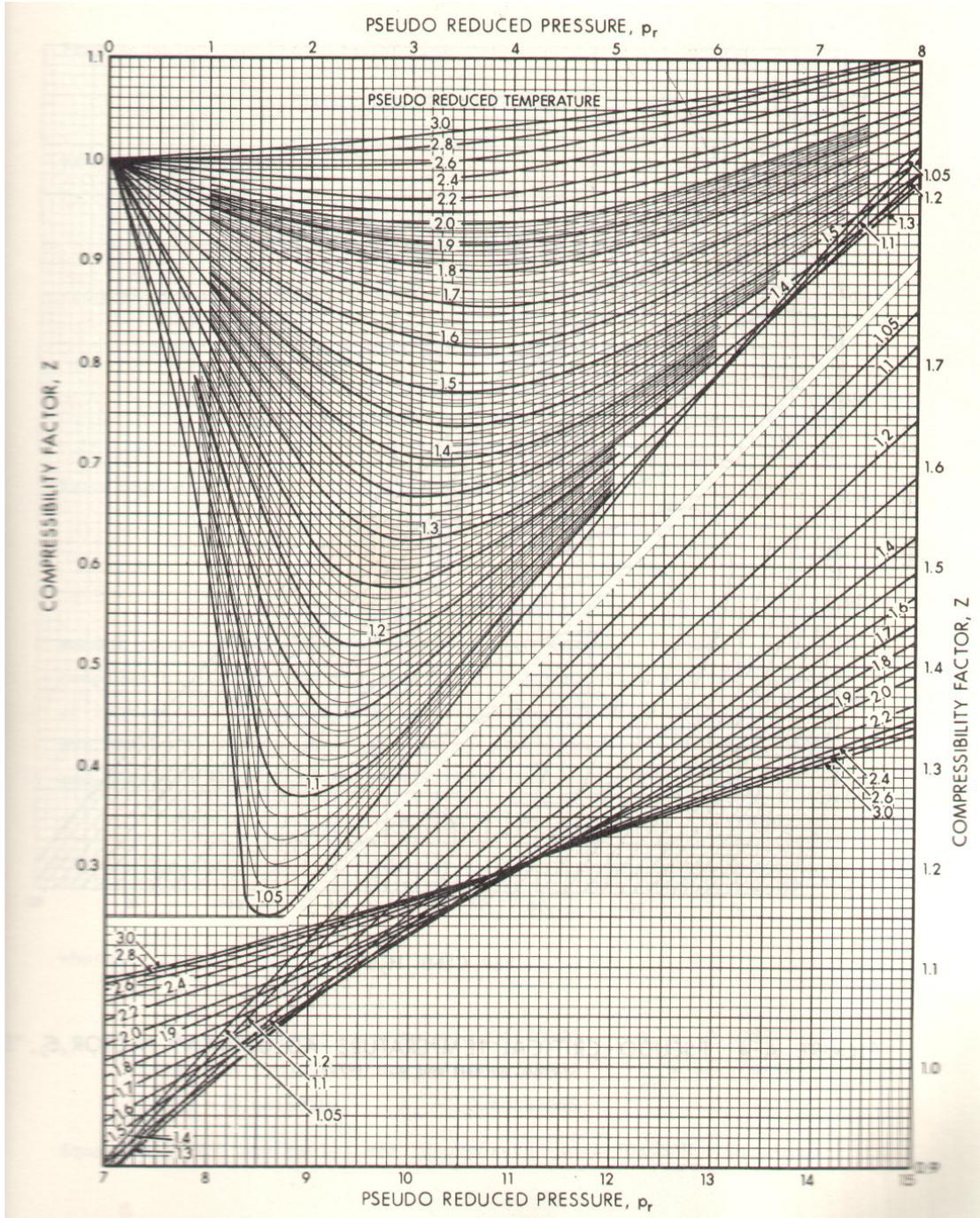


Figura 1.23 – Fator de compressibilidade Z para gases naturais (Standing & Katz, 1942).
 Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, 1978, com autorização de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

O Apêndice B apresenta maiores detalhes sobre o fator de compressibilidade Z dos gases naturais, incluindo outras correlações para a sua estimativa. No Apêndice C podem ser encontradas

correlações para a estimativa do fator de compressibilidade em reservatórios de gás condensado retrógrado.

Desejando adotar um procedimento mais rigoroso, se a mistura gasosa contiver outros gases que não hidrocarbonetos, como H_2 , O_2 , N_2 , CO_2 , H_2S , etc., recomenda-se considerar os hidrocarbonetos sob pressão parcial, definida por $p\sqrt{y_{HC}}$, onde p é a pressão do sistema e y_{HC} a fração molar dos hidrocarbonetos na mistura, ao invés da maneira convencional py_{HC} . O fator de compressibilidade da mistura é dado por:

$$Z = y_{HC}Z_{HC} + y_a Z_a + y_b Z_b + \dots, \quad (1.74)$$

onde y_{HC} , y_a , y_b , ... são as frações molares dos hidrocarbonetos e dos outros gases a , b , O fator de compressibilidade da fração hidrocarboneto (Z_{HC}) é obtido em função da sua pressão pseudoreduzida, dada por:

$$p_{pr} = \frac{p\sqrt{y_{HC}}}{(p_{pc})_{HC}} \quad \text{com} \quad (p_{pc})_{HC} = \frac{(\sum y_i p_{ci})_{HC}}{y_{HC}}, \quad (1.75)$$

onde $(p_{pc})_{HC}$ é a pressão pseudocrítica dos hidrocarbonetos, enquanto por simplicidade normalmente admite-se que os fatores de compressibilidade dos outros gases sejam iguais a 1, isto é,

$$Z_a = Z_b = Z_c = \dots = 1. \quad (1.76)$$

Exemplo 1.6 – Determinar o fator de compressibilidade Z da mistura de hidrocarbonetos cuja composição encontra-se na Tabela 1.2, para uma pressão de 20 atm e uma temperatura de 524 K.

Tabela 1.2 – Composição da mistura do Exemplo 1.6

Componente (C_i)	Fração molar (y_i)
C_3	0,20
$n-C_4$	0,30
$n-C_5$	0,50
Mistura	1,00

Solução:

O resumo de cálculo das propriedades pseudocríticas encontra-se na Tabela 1.3.

Tabela 1.3 – Cálculo das propriedades pseudocríticas – Exemplo 1.6

C_i	y_i	p_{ci} (atm)	T_{ci} (K)	$y_i p_{ci}$ (atm)	$y_i T_{ci}$ (K)
C_3	0,20	42,0	370	8,40	74,00
$n-C_4$	0,30	37,5	425	11,25	127,50
$n-C_5$	0,50	33,3	470	16,65	235,00
Mistura	1,00			36,30	436,50

Da Tabela 1.3 obtém-se $p_{pc} \cong 36,30 \text{ atm}$ e $T_{pc} = 436,50 \text{ K}$. Então:

$$\left. \begin{aligned} p_{pr} &= \frac{20}{36,30} = 0,55 \\ T_{pr} &= \frac{524}{436,50} = 1,20 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.23}} Z = 0,88.$$

Exemplo 1.7 (Santos, J. A.) – Considere uma mistura de gases, cuja composição é dada na Tabela 1.4, submetida a uma pressão de 30 atm e a uma temperatura de 400 K . Calcule o fator de compressibilidade dessa mistura.

Tabela 1.4 – Composição da mistura gasosa do Exemplo 1.7

Componente (C_i)	Fração molar (y_i)
Metano	0,332
Etano	0,412
Propano	0,175
Nitrogênio	0,091
Total	1,000

Solução:

A Tabela 1.5 contém as informações necessárias para o cálculo das propriedades pseudocríticas.

Tabela 1.5 – Determinação das propriedades pseudocríticas – Exemplo 1.7

Componente (C_i)	Fração molar (y_i)	$p_{ci} \text{ (atm)}$	$T_{ci} \text{ (K)}$	$y_i p_{ci} \text{ (atm)}$	$y_i T_{ci} \text{ (K)}$
Metano	0,332	45,8	191	14,75	61,50
Etano	0,412	48,2	306	19,86	126,07
Propano	0,175	42,0	370	7,35	64,75
Nitrogênio	0,091	33,5	126	3,05	11,47
Total	1,000			45,01	263,79
Hidrocarbonetos	0,909			41,96	252,32

A pressão pseudocrítica da mistura de hidrocarbonetos é dada por:

$$(p_{pc})_{HC} = \frac{(\sum y_i p_{ci})_{HC}}{y_{HC}} = \frac{41,96}{0,909} = 46 \text{ atm}$$

e a temperatura pseudocrítica por:

$$(T_{pc})_{HC} = \frac{(\sum y_i T_{ci})_{HC}}{y_{HC}} = \frac{252,32}{0,909} = 278 \text{ K}.$$

Assim:

$$\left. \begin{aligned} (p_{pr})_{HC} &= \frac{p\sqrt{y_{HC}}}{(p_{pc})_{HC}} = \frac{30\sqrt{0,909}}{46} = 0,62 \\ (T_{pr})_{HC} &= \frac{T}{(T_{pc})_{HC}} = \frac{400}{278} = 1,44 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.23}} Z_{HC} = 0,925.$$

O fator de compressibilidade é calculado por:

$$Z = y_{HC}Z_{HC} + y_{N_2}Z_{N_2}.$$

Admitindo $Z_{N_2} = 1$ obtém-se:

$$Z = y_{HC}Z_{HC} + y_{N_2} = 0,909 \times 0,925 + 0,091 = 0,932.$$

g) Compressibilidade isotérmica

Conforme definição apresentada anteriormente, a compressibilidade isotérmica é expressa pela equação:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right). \quad (1.77)$$

Utilizando-se a equação de estado dos gases reais obtém-se:

$$V = \frac{ZnRT}{p}, \quad (1.78)$$

de onde se pode escrever que:

$$\frac{\partial V}{\partial p} = nRT \left[\frac{1}{p} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{Z}{p^2} \right]. \quad (1.79)$$

Substituindo as Eqs. (1.78) e (1.79) na Eq. (1.77) resulta em:

$$c_g = -\frac{p}{ZnRT} nRT \left[\frac{1}{p} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{Z}{p^2} \right] \quad (1.80)$$

ou

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p}, \quad (1.81)$$

onde c_g é a compressibilidade isotérmica do gás ou mistura gasosa.

Exemplo 1.8 – Calcular a compressibilidade do metano a 1.250 *psia* e 104 °F considerando:

- (a) gás ideal.
- (b) gás real.

Solução:

Parte (a):

$$\text{Para gás ideal: } c_{\text{metano}} = \frac{1}{p} = \frac{1}{1.250} = 8 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}.$$

Parte (b):

Para gás real a compressibilidade é dada pela Eq. (1.81). Da Figura 1.19 obtém-se os valores de $Z_{\text{metano}} = 0,90$ e $\partial Z / \partial p \cong -0,65 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$. Então:

$$c_{\text{metano}} = \frac{1}{1.250} - \frac{1}{0,90} \times (-0,65 \times 10^{-4}) = 8,72 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}.$$

h) Compressibilidade pseudoreduzida

A compressibilidade também pode ser expressa na forma reduzida. Para tanto a equação deve ser transformada utilizando o conceito de pressão pseudoreduzida, que é definida por:

$$p_{pr} = \frac{p}{p_{pc}}, \quad (1.82)$$

de onde se escreve que:

$$p = p_{pc} p_{pr} \quad (1.83)$$

e

$$\frac{\partial p_{pr}}{\partial p} = \frac{1}{p_{pc}}. \quad (1.84)$$

Ainda:

$$\frac{\partial Z}{\partial p} = \frac{\partial Z}{\partial p_{pr}} \frac{\partial p_{pr}}{\partial p} = \frac{1}{p_{pc}} \frac{\partial Z}{\partial p_{pr}}. \quad (1.85)$$

Substituindo as Eqs. (1.83) e (1.85) na equação da compressibilidade, Eq. (1.81), produz:

$$c_g = \frac{1}{p_{pc} p_{pr}} - \frac{1}{p_{pc}} \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p_{pr}} \quad (1.86)$$

ou:

$$c_g p_{pc} = \frac{1}{p_{pr}} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p_{pr}}. \quad (1.87)$$

O termo $c_g p_{pc}$ é denominado *compressibilidade pseudoreduzida do gás* (c_{gpr}), ou seja,

$$c_{gpr} = c_g p_{pc}. \quad (1.88)$$

Assim, a Eq. (1.87) pode ser escrita como:

$$c_{gpr} = \frac{1}{p_{pr}} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p_{pr}}. \quad (1.89)$$

A abordagem apresentada para a compressibilidade pseudoreduzida do gás permite o uso do gráfico do fator de compressibilidade dos gases naturais para a obtenção de Z e da sua derivada.

A compressibilidade do gás natural pode também ser estimada através das correlações para a compressibilidade pseudoreduzida mostradas na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e na

Figura 1.25. A partir do valor de c_{gpr} obtido de uma dessas figuras pode ser calculada a compressibilidade do gás:

$$c_g = \frac{c_{gpr}}{P_{pc}}. \quad (1.90)$$

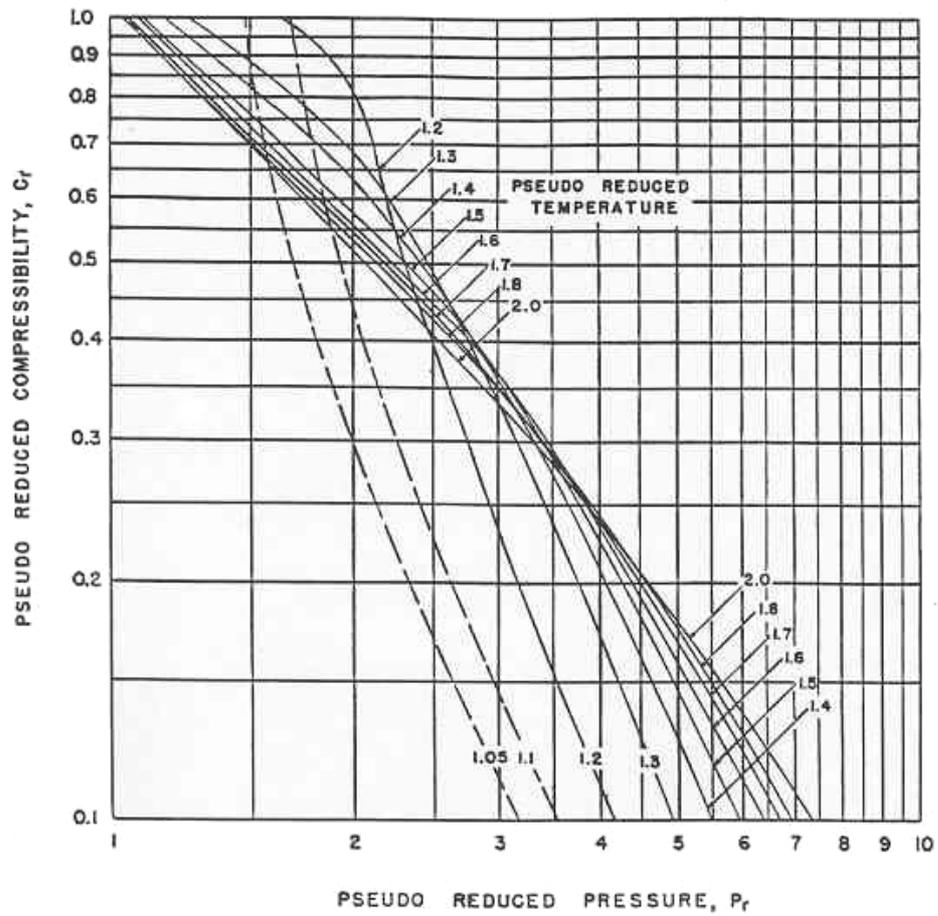


Figura 1.24 – Compressibilidade pseudoreduzida do gás, c_{gpr} (Trube, 1957a). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

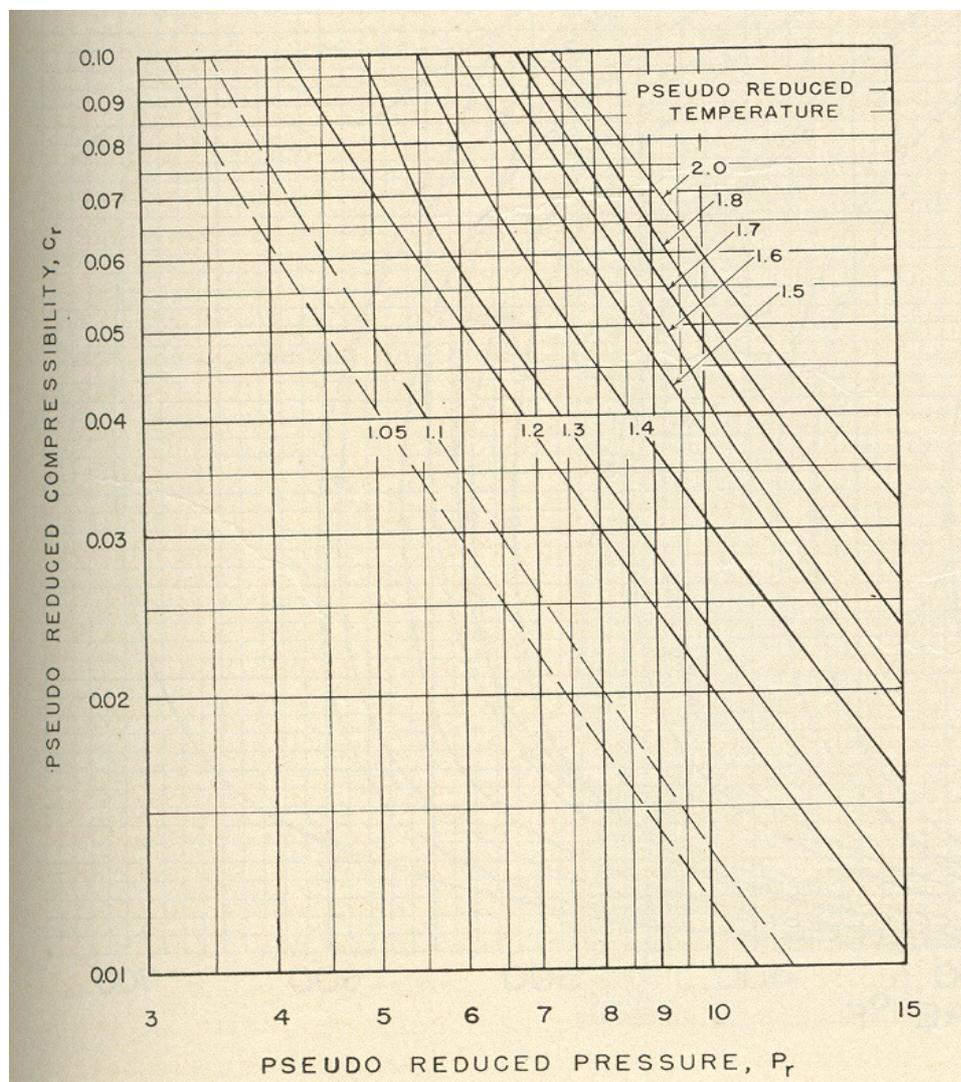


Figura 1.25 – Compressibilidade pseudoreduzida do gás, c_{gr} (Trube, 1957a). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

i) Fator volume-formação do gás natural

Chama-se *fator volume-formação* de um gás a relação entre o volume que ele ocupa em uma determinada condição de temperatura e pressão e o volume por ele ocupado nas condições-standard. Então,

$$B_g = \frac{V}{V_0}, \quad (1.91)$$

onde B_g é o fator volume-formação do gás e V_0 é o seu volume nas condições-standard ou padrão.

Supondo a passagem de uma certa massa de gás real de uma condição **1** para uma condição **2** qualquer, pode-se escrever, da lei dos gases, a igualdade:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1 Z_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2 Z_2} \quad (1.92)$$

Admitindo que o ponto **1** represente as condições de reservatório (p , T , V e Z quaisquer) e **2** as condições-standard ou padrão, a Eq. (1.92) assume a forma:

$$\frac{pV}{ZT} = \frac{p_0 V_0}{Z_0 T_0} \quad (1.93)$$

onde o índice “0” representa as condições-standard ou padrão de pressão e temperatura. O *API* (“*American Petroleum Institute*”) define como *condições-standard* ou *padrão* os valores de $p_0 = 14,7 \text{ psia}$ (1 atm ou $1,033 \text{ kgf/cm}^2$) e $T_0 = 60 \text{ }^\circ\text{F}$ ($15,6 \text{ }^\circ\text{C}$) ou, em unidades absolutas, $T_0 = 520 \text{ }^\circ\text{R}$ ($288,6 \text{ K}$). A Agência Nacional do Petróleo (ANP) brasileira define como condições-padrão, também chamadas de *condições básicas*, os valores de $p_0 = 1 \text{ atm}$ ($1,033 \text{ kgf/cm}^2$) e $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ (293 K).

Nas condições-padrão pode-se admitir que $Z_0 \cong 1$. Então, da Eq. (1.93) pode-se escrever que o fator volume-formação do gás é obtido da expressão:

$$B_g = \frac{p_0}{T_0} \frac{ZT}{p} \quad (1.94)$$

Conforme indica a Eq. (1.94), o fator volume-formação do gás é uma função hiperbólica da pressão.

Deve ser observado que muitas vezes o fator volume-formação do gás é apresentado como o quociente entre o volume ocupado pelo gás nas condições-padrão e o volume em uma condição qualquer de pressão e temperatura, ou seja:

$$B_g = \frac{V_0}{V} \quad (1.95)$$

Exemplo 1.9 – Calcular o fator volume-formação de um gás natural de densidade 0,68 ($\text{ar} = 1,0$) a uma temperatura de $532 \text{ }^\circ\text{R}$ para os seguintes valores de pressão: 2.000, 1.500, 1.000 e 500 *psia*.

Solução:

$$d_g = 0,68 \xrightarrow{\text{Figura 1.21}} \begin{cases} p_{pc} = 668 \text{ psia} \\ T_{pc} = 385 \text{ }^\circ\text{R} \end{cases} \Rightarrow T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} = \frac{532}{385} = 1,38.$$

$p(\text{psia})$	$p_{pr} = \frac{p}{p_{pc}} = \frac{p}{668}$	Z (Figura 1.23)	$B_g = \frac{p_0}{T_0} \frac{ZT}{p} = \frac{14,7}{520} \times \frac{Z \times 532}{p} = 15,04 \frac{Z}{p}$ (ft^3/SCF)
2.000	2,99	0,700	0,005264
1.500	2,45	0,715	0,007169
1.000	1,50	0,810	0,012182
500	0,75	0,900	0,027072

j) Viscosidade do gás natural

A *viscosidade* de um fluido é uma medida da sua resistência ao fluxo. Várias unidades de medição podem ser empregadas, porém a mais comum é o *centipoise*, que tem como símbolo *cp*.

A viscosidade (μ) de um gás natural varia com a pressão e com a temperatura, ou seja,

$$\mu = f(p, T). \quad (1.96)$$

Os gases com comportamento de gás ideal (baixas pressões) apresentam uma variação crescente da viscosidade com a temperatura. Para pressões elevadas (comportamento não-ideal, ou seja, de gás real), os gases têm comportamento idêntico ao dos líquidos, isto é, a sua viscosidade cresce com a pressão e decresce com a temperatura.

A viscosidade de uma mistura ideal de gases pode ser obtida como uma função aditiva das viscosidades de seus componentes:

$$\mu_g = \sum_{i=1}^{n_c} y_i \mu_i, \quad (1.97)$$

desde que sejam conhecidas as viscosidades μ_i de cada componente à pressão e à temperatura de interesse.

Alguns autores adotam uma equação mais sofisticada para o cálculo da viscosidade de uma mistura gasosa:

$$\mu_g = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} y_i \mu_i \sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^{n_c} y_i \sqrt{M_i}}, \quad (1.98)$$

onde μ_i , y_i e M_i são, respectivamente, a viscosidade, a fração molar e a massa molecular do componente i .

Exemplo 1.10 (Santos, J. A.) – Calcular a viscosidade de uma mistura gasosa submetida às condições de 200 °F e 14,7 *psia*, conhecendo-se as informações da Tabela 1.6.

Tabela 1.6 – Dados do Exemplo 1.10

C_i	y_i	μ_i (cp)
Metano	0,85	0,0132
Etano	0,09	0,0113
Propano	0,04	0,0100
N-Butano	0,02	0,0092
Total	1,00	

Solução:

A Tabela 1.7 mostra o resumo dos cálculos necessários para a obtenção da viscosidade pelas Eqs. (1.97) e (1.98).

Tabela 1.7 – Cálculos parciais – Exemplo 1.10

C_i	y_i	M_i	μ_i (cp)	$\sqrt{M_i}$	$y_i\sqrt{M_i}$	$y_i\mu_i\sqrt{M_i}$
C_1	0,85	16	0,0132	4,00	3,40	0,0449
C_2	0,09	30	0,0113	5,48	0,49	0,0055
C_3	0,04	44	0,0100	6,64	0,27	0,0027
$n-C_4$	0,02	58	0,0092	7,62	0,15	0,0014
Total	1,00				4,31	0,0545

Utilizando a Eq. (1.97) a viscosidade da mistura é de $\mu_g = \sum_{i=1}^4 y_i\mu_i = 0,0128$ cp , enquanto pela Eq. (1.98) obtém-se:

$$\mu_g = \frac{\sum_{i=1}^4 y_i\mu_i\sqrt{M_i}}{\sum_{i=1}^4 y_i\sqrt{M_i}} = \frac{0,0545}{4,31} = 0,0126 \text{ cp} .$$

A viscosidade do gás natural pode também ser obtida com o auxílio de correlações, gráficos e tabelas, aplicando-se a lei dos estados correspondentes, ou seja:

$$\mu_g = f(p_{pr}, T_{pr}) . \quad (1.99)$$

Um dos métodos disponíveis é o de Carr, Kobayashi & Burrows (1954). A viscosidade de um gás natural submetido à pressão de 1 atm pode ser estimada através da correlação da Figura 1.26, em função da massa molecular (ou da densidade) e da temperatura. No caso da presença de não-hidrocarbonetos, como nitrogênio, gás sulfídrico e dióxido de carbono, devem ser feitas correções para que sejam levados em conta os efeitos desses gases, conforme indicado na Figura 1.26.

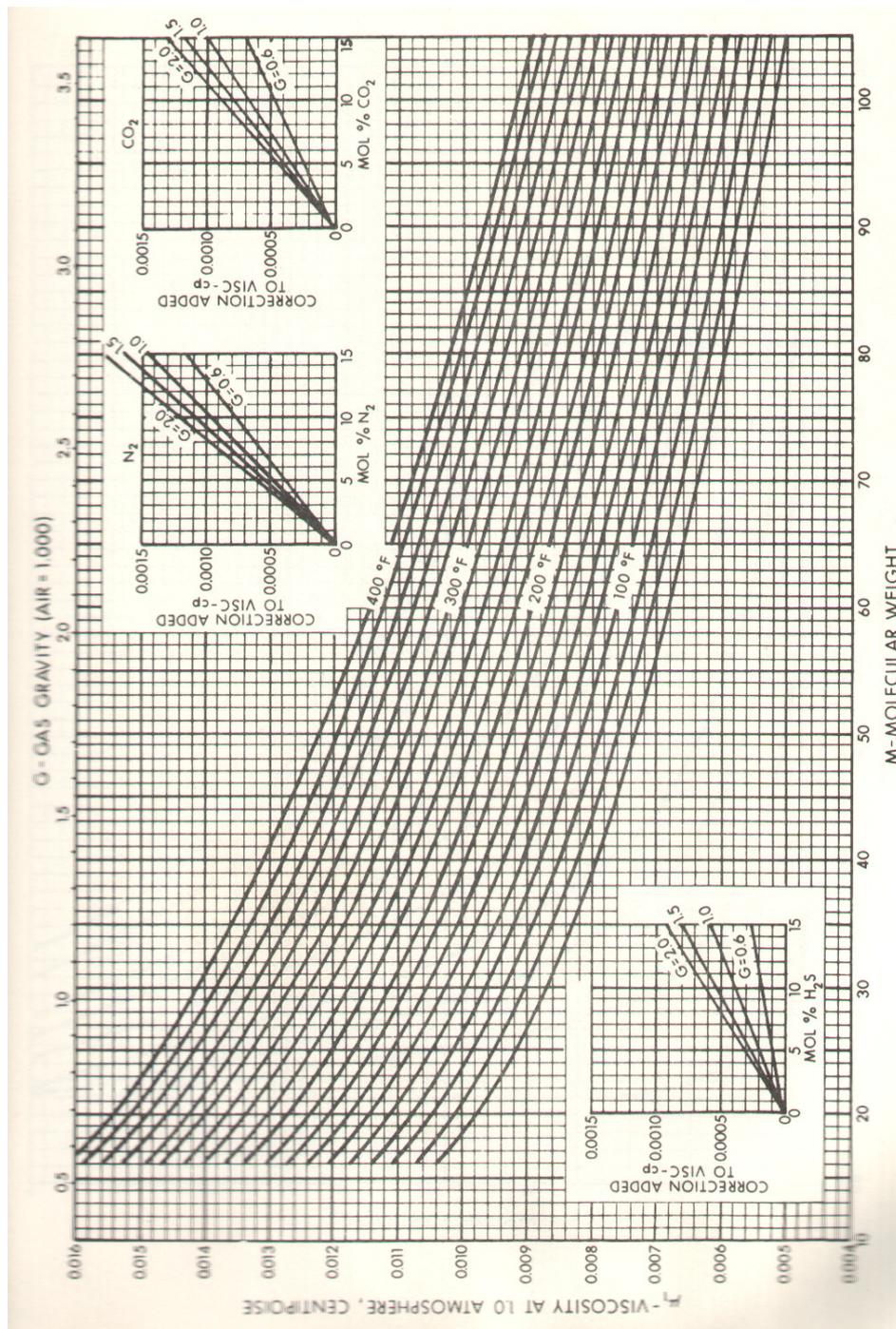


Figura 1.26 – Viscosidade do gás natural à pressão de 1 atm, μ_1 (Carr, Kobayashi & Burrows, 1954). Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, 1978, com autorização de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

De acordo com Standing (1951), para valores de densidade menores que 1,5 (região de interesse na engenharia de reservatórios), o valor de μ_1 pode também ser calculado através da seguinte equação matemática:

$$\mu_1 = \mu_1^* + (\Delta\mu_1)_{N_2} + (\Delta\mu_1)_{CO_2} + (\Delta\mu_1)_{H_2S}, \quad (1.100)$$

onde μ_1^* é o valor de μ_1 não corrigido, e $(\Delta\mu_1)_{N_2}$, $(\Delta\mu_1)_{CO_2}$ e $(\Delta\mu_1)_{H_2S}$ são as correções devidas às eventuais presenças de nitrogênio, gás carbônico e gás sulfídrico, respectivamente. Os valores dessas parcelas que compõem o cálculo de μ_1 são dados pelas expressões:

$$\mu_1^* = (1,709 \times 10^{-5} - 2,062 \times 10^{-6} d_g) T + 8,188 \times 10^{-3} - 6,15 \times 10^{-3} \log d_g, \quad (1.101)$$

$$(\Delta\mu_1)_{N_2} = y_{N_2} (8,48 \times 10^{-3} \log d_g + 9,59 \times 10^{-3}), \quad (1.102)$$

$$(\Delta\mu_1)_{CO_2} = y_{CO_2} (9,08 \times 10^{-3} \log d_g + 6,24 \times 10^{-3}) \quad (1.103)$$

e

$$(\Delta\mu_1)_{H_2S} = y_{H_2S} (8,49 \times 10^{-3} \log d_g + 3,73 \times 10^{-3}), \quad (1.104)$$

onde d_g é a densidade do gás, T a temperatura em $^{\circ}F$ e y_i a fração molar do componente i na mistura.

O efeito da pressão na viscosidade é considerado na Figura 1.27 e na Figura 1.28, onde a ordenada mostra o valor da razão entre a viscosidade a uma dada pressão (μ) e a viscosidade à pressão de 1 atm (μ_1), ou seja, a relação μ/μ_1 , em função das coordenadas pseudoreduzidas.

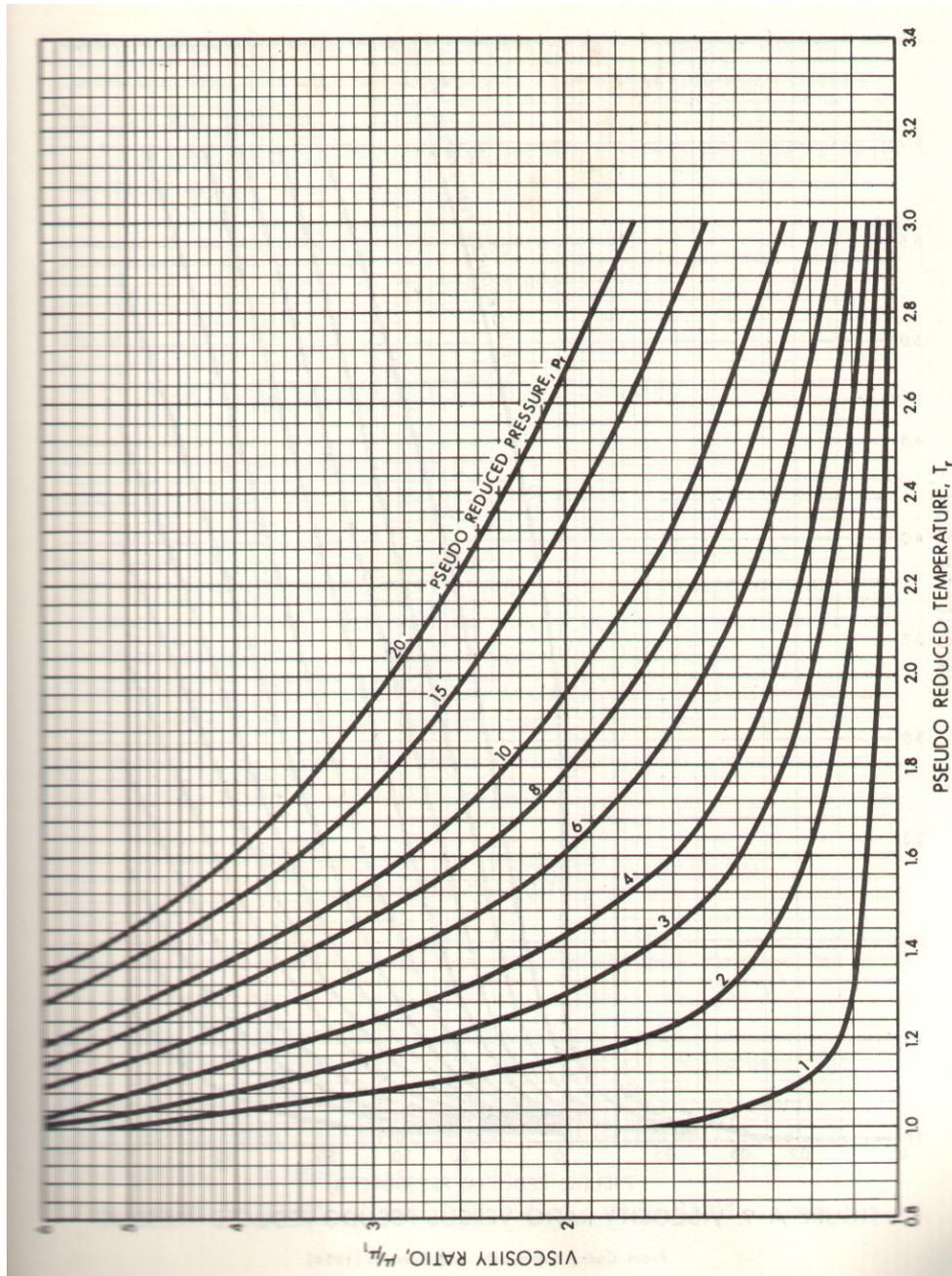


Figura 1.27 – Razão de viscosidades do gás natural, μ/μ_1 (Carr, Kobayashi & Burrows, 1954). Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, 1978, com autorização de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

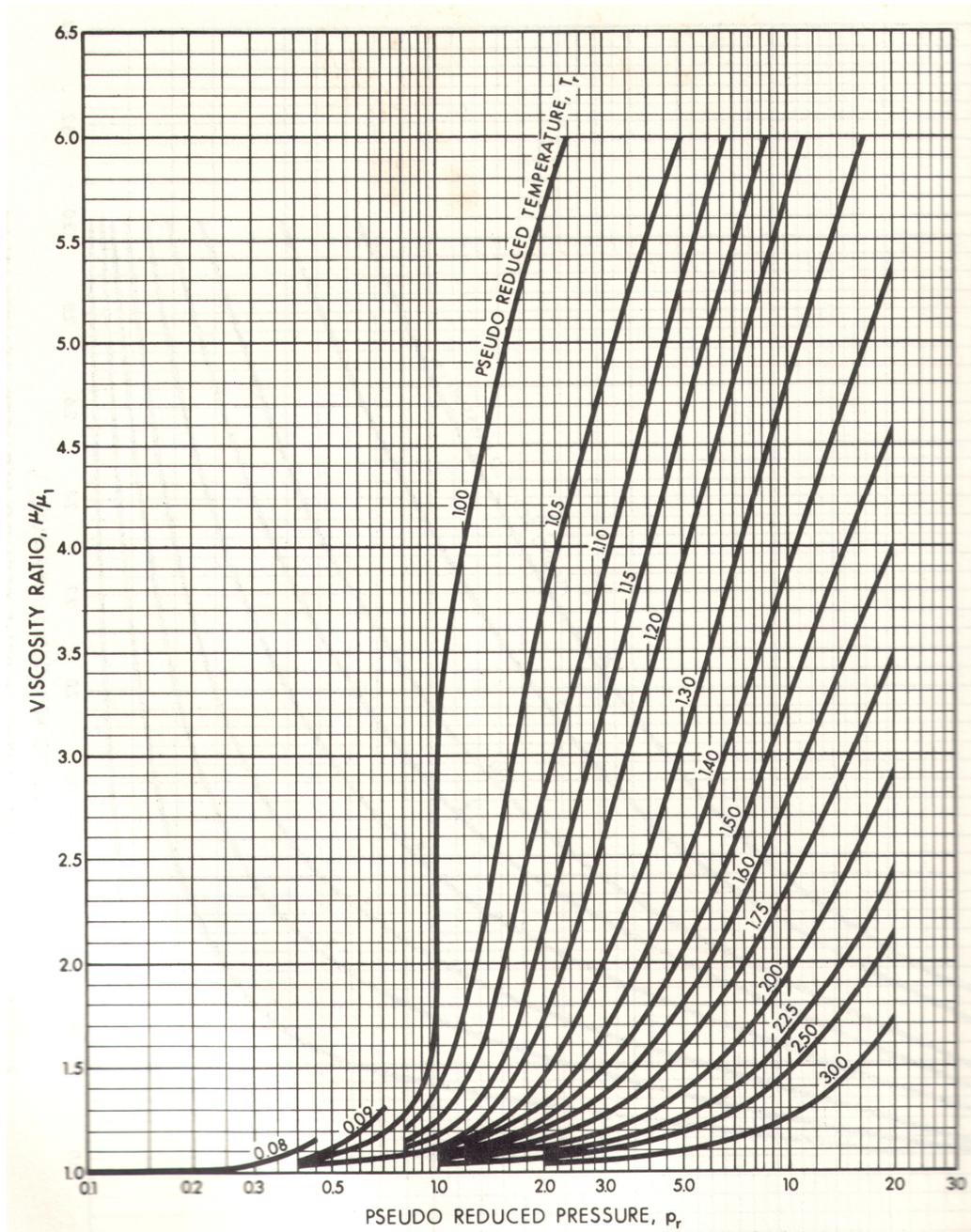


Figura 1.28 – Razão de viscosidades do gás natural, μ/μ_1 (Carr, Kobayashi & Burrows, 1954). Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, 1978, com autorização de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

Dempsey (1965) desenvolveu um programa de computador para calcular a razão μ/μ_1 , tendo apresentado a seguinte expressão matemática para representar analiticamente as curvas da Figura 1.27 e da Figura 1.28:

$$\ln\left(\frac{\mu}{\mu_1} T_{pr}\right) = a_0 + a_1 p_{pr} + a_2 p_{pr}^2 + a_3 p_{pr}^3 + T_{pr} (a_4 + a_5 p_{pr} + a_6 p_{pr}^2 + a_7 p_{pr}^3) + T_{pr}^2 (a_8 + a_9 p_{pr} + a_{10} p_{pr}^2 + a_{11} p_{pr}^3) + T_{pr}^3 (a_{12} + a_{13} p_{pr} + a_{14} p_{pr}^2 + a_{15} p_{pr}^3), \quad (1.105)$$

onde:

$$\begin{array}{ll} a_0 = -2,46211820\text{E}-00 & a_8 = -7,93385684\text{E}-01 \\ a_1 = 2,97054714\text{E}-00 & a_9 = 1,39643306\text{E}-00 \\ a_2 = -2,86264054\text{E}-01 & a_{10} = -1,49144925\text{E}-01 \\ a_3 = 8,05420522\text{E}-03 & a_{11} = 4,41015512\text{E}-03 \\ a_4 = 2,80860949\text{E}-00 & a_{12} = 8,39387178\text{E}-02 \\ a_5 = -3,49803305\text{E}-00 & a_{13} = -1,86408848\text{E}-01 \\ a_6 = 3,60373020\text{E}-01 & a_{14} = 2,03367881\text{E}-02 \\ a_7 = -1,04432413\text{E}-02 & a_{15} = -6,09579263\text{E}-04 \end{array}$$

Exemplo 1.11 – Calcular a viscosidade da mistura gasosa de hidrocarbonetos cuja composição está mostrada na Tabela 1.8, sujeita à pressão de 2.000 *psia* e à temperatura de 200 °F.

Tabela 1.8 – Composição da mistura gasosa de hidrocarbonetos do Exemplo 1.11

Componente	Fração molar
Metano	0,80
Etano	0,10
Propano	0,06
N-Butano	0,04

Solução:

A Tabela 1.9 apresenta os cálculos da massa molecular aparente e das propriedades pseudocríticas da mistura.

Tabela 1.9 – Cálculo da massa molecular aparente e das propriedades pseudocríticas – Exemplo 1.11

C_i	y_i	M_i	$y_i M_i$	$p_{ci} (psia)$	$y_i p_{ci} (psia)$	$T_{ci} (°F)$	$y_i T_{ci} (°F)$
C_1	0,80	16	12,80	673	538,4	-116	-92,8
C_2	0,10	30	3,00	708	70,8	90	9,0
C_3	0,06	44	2,64	617	37,0	206	12,4
$n-C_4$	0,04	58	2,32	551	22,0	306	12,2

Total	1,00	20,76	668,2	-59,2
-------	------	-------	-------	-------

Da Tabela 1.9 obtém-se:

$$M_a = \sum_{i=1}^4 y_i M_i = 20,76$$

$$p_{pc} = \sum_{i=1}^4 y_i p_{ci} = 668,2 \text{ psia}$$

e

$$T_{pc} = \sum_{i=1}^4 y_i T_{ci} = -59,2 \text{ } ^\circ F = 400,8 \text{ } ^\circ R.$$

As viscosidades são obtidas das correlações de Carr *et alii*:

$$\left. \begin{array}{l} M_a = 20,76 \\ T = 200 \text{ } ^\circ F \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.26}} \mu_1 = 0,0122 \text{ cp}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{pr} = \frac{p}{p_{pc}} = \frac{2.000}{668,2} = 2,99 \\ T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} = \frac{200 + 460}{400,8} = 1,65 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.28}} \frac{\mu}{\mu_1} = 1,35$$

e

$$\mu = \left(\frac{\mu}{\mu_1} \right) \mu_1 = 1,35 \times 0,0122 \text{ cp} = 0,0165 \text{ cp}.$$

k) Outras equações de estado

O comportamento de um gás real também pode ser estudado utilizando-se outras correlações para representar a equação de estado, entre as quais se destacam: van der Waal, Redlich-Kwong, Soave-Redlich-Kwong, Peng-Robinson, Beattie-Bridgeman e Benedict-Webb-Rubbin. Discussões sobre essas correlações podem ser encontradas em textos especializados sobre o assunto, principalmente na área de termodinâmica.

Exemplo 1.12 (Santos, J. A.) – Considere 1 *mol-lb* de uma mistura gasosa, cuja composição está indicada na Tabela 1.10.

Tabela 1.10 – Composição da mistura gasosa de hidrocarbonetos do Exemplo 1.12

Componente	Fração molar
Metano	0,10
Etano	0,20
Propano	0,30
N-Butano	0,40

Total	1,00
-------	------

Determine, para essa mistura:

- A massa molecular.
- A densidade.
- O volume molar a $60\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $14,7\text{ psia}$.
- A massa específica a $60\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $14,7\text{ psia}$.
- A pressão parcial do propano a uma pressão total de 500 psia , admitindo a mistura como ideal.
- O volume parcial do etano ($\text{ft}^3/\text{mol-lb}$) nas condições de $60\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $14,7\text{ psia}$.
- A composição em massa, ou sejam, as frações em massa de cada componente na mistura.
- A temperatura pseudocrítica.
- A pressão pseudocrítica.
- O fator de compressibilidade crítico.
- O fator de compressibilidade a $222,5\text{ }^{\circ}\text{F}$ e 500 psia .
- A viscosidade a $222,5\text{ }^{\circ}\text{F}$ e 1 atm .
- A viscosidade a $222,5\text{ }^{\circ}\text{F}$ e 500 psia .

Solução:

Parte (a):

A massa molecular da mistura, denominada massa molecular aparente, é dada por:

$$M_a = \sum_{i=1}^{n_c} y_i M_i = 44.$$

Um resumo dos cálculos efetuados neste e em outros itens deste exemplo é apresentado na Tabela 1.11.

Parte (b):

A densidade da mistura gasosa (d_g) é calculada por:

$$d_g = \frac{M_a}{M_{ar}} \cong \frac{M_a}{29} = \frac{44}{29} = 1,52.$$

Parte (c):

O volume molar de qualquer gás ou mistura gasosa a $60\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $14,7\text{ psia}$ é igual a 379 ft^3 . Esse valor pode ser obtido também a partir da lei dos gases, admitindo gás ideal:

$$V_{molar} = \frac{RT}{p} = \frac{R(60 + 460)}{14,7} = \frac{10,73 \times 520}{14,7} \cong 379\text{ ft}^3.$$

Parte (d):

Nas condições de $60\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $14,7\text{ psia}$ a mistura pode ser considerada como um gás ideal. Assim, a massa específica pode ser calculada por:

$$\rho_g = \frac{pM_a}{RT} = \frac{M_a}{V_{molar}} = \frac{44}{379} = 0,116\text{ lb/ft}^3.$$

Parte (e):

A pressão parcial de um componente C_i em uma mistura gasosa ideal é dada pela lei de Dalton: $p_i = y_i p$. Assim,

$$p_3 = y_3 p = 0,30 \times 500 = 150 \text{ psia} .$$

Parte (f):

Pela lei de Amagat tem-se: $V_i = y_i V \Rightarrow V_2 = y_2 V$. Para 1 mol-lb da mistura nas condições de $60^\circ F$ e $14,7 \text{ psia}$ tem-se, do item (c), $V = 379 \text{ ft}^3$. Portanto,

$$V_2 = 0,2 \times 379 = 75,8 \text{ ft}^3 / \text{mol} - \text{lb} .$$

Parte (g):

As frações em massa de cada componente C_i são dadas por:

$$(\text{fração em massa})_i = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^{n_c} m_j} .$$

Admitindo 1 mol-lb da mistura:

$$(\text{fração em massa})_i = \frac{y_i M_i}{\sum_{j=1}^{n_c} y_j M_j} = \frac{y_i M_i}{M_a} = \frac{y_i M_i}{44} .$$

Os resultados estão apresentados na Tabela 1.11.

Parte (h):

Usando-se a ponderação entre as frações molares e as temperaturas críticas de cada componente:

$$T_{pc} = \sum_{i=1}^4 y_i T_{ci} = 650^\circ R .$$

Parte (i):

De modo similar ao item anterior:

$$p_{pc} = \sum_{i=1}^4 y_i p_{ci} \cong 614 \text{ psia} .$$

Parte (j):

O fator de compressibilidade crítico pode ser estimado por:

$$Z_c = \sum_{i=1}^4 y_i Z_{ci} \cong 0,278 .$$

Parte (k):

$$\left. \begin{aligned} p_{pr} &= \frac{p}{p_{pc}} = \frac{500}{614} = 0,8 \\ T_{pr} &= \frac{T}{T_{pc}} = \frac{222,5 + 460}{650} = 1,05 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.23}} Z = 0,705 .$$

Parte (l):

$$\left. \begin{array}{l} M_a = 44 \\ T = 222,5 \text{ } ^\circ F \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.26}} \mu_1 = 0,012 \text{ cp} .$$

Parte (m):

$$\left. \begin{array}{l} P_{pr} = 0,8 \\ T_{pr} = 1,05 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.27}} \frac{\mu}{\mu_1} = 1,225 .$$

Do item anterior: $\mu_1 = 0,012 \text{ cp}$. Então: $\mu = 0,012 \times 1,225 = 0,0147 \text{ cp}$.

Tabela 1.11 – Resumo de cálculo do Exemplo 1.12

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
C_i	y_i	M_i	$y_i M_i$	Fração em massa	T_{ci} ($^\circ R$)	$y_i T_{ci}$ ($^\circ R$)	P_{ci} (psia)	$y_i P_{ci}$ (psia)	Z_{ci}	$y_i Z_{ci}$
C_1	0,1	16	1,6	0,0364	343	34,3	673	67,3	0,289	0,0289
C_2	0,2	30	6,0	0,1364	550	110,0	708	141,6	0,285	0,0570
C_3	0,3	44	13,2	0,3000	666	199,8	617	185,1	0,276	0,0828
$n-C_4$	0,4	58	23,2	0,5272	765	306,0	551	220,4	0,274	0,1096
Total	1,0		44,0	1,0000		650,0		614,4		0,2783

1.8. Propriedades das Misturas Líquidas de Hidrocarbonetos

As misturas de hidrocarbonetos, além de serem bastante variadas, podem sofrer grandes modificações ao serem submetidas a diferentes condições de temperatura e pressão. Ocorrem mudanças de estado físico de parte da mistura, alterações na composição, variações de viscosidade, variações de densidade, etc. Os fluidos ao serem produzidos são submetidos a diferentes condições de pressão e temperatura no seu trajeto que começa no interior da rocha-reservatório e termina no tanque, na superfície. A certa altura do caminho os fluidos são submetidos ao que se chama de *processamento primário*, em que o gás natural é separado do óleo. Enfim, os fluidos produzidos sofrem alterações consideráveis durante os processos produtivos. Também os fluidos que permanecem no reservatório sofrem alterações, uma vez que as condições aí também se alteram em decorrência da produção. A pressão do reservatório vai caindo à medida que vai ocorrendo a retirada de massa do interior do mesmo. Por outro lado, as quedas de temperatura no reservatório devidas à produção são completamente desprezíveis, salvo casos especiais.

As informações sobre as alterações, sofridas tanto pelos fluidos que permanecem no reservatório como pelos que são produzidos, são importantes para a previsão e o acompanhamento do comportamento de um reservatório durante a sua vida produtiva. A partir desse conhecimento pode-se prever no que resultarão na superfície (em termos de volumes de óleo e/ou gás) os fluidos produzidos de um reservatório. Para se obter esse tipo de informação é necessário coletar amostras dos fluidos nas condições do reservatório e submetê-las às chamadas *análises PVT* (pressão, volume e temperatura), obtendo-se entre outros parâmetros a *pressão de bolha* (ou de *saturação*), o *fator volume-formação do gás*, o *fator volume-formação do óleo*, a *razão de solubilidade* e as *viscosida-*

des dos fluidos. Esse ensaio PVT é na verdade um processo de liberação, ou seja, a pressão a que a mistura está submetida vai sendo reduzida, resultando na liberação do gás natural que está dissolvido no óleo.

1.8.1. Caracterização de frações indefinidas do petróleo

Quando se analisa a composição de uma mistura de hidrocarbonetos muitas vezes, devido a limitações de equipamentos e de processos, identificam-se compostos até uma certa massa molecular, ficando os demais indefinidos. Os componentes não identificados são agrupados em uma espécie de componente virtual ou *pseudocomponente*. Por exemplo, supondo-se que em uma mistura se consiga identificar até o hexano (o sexto elemento da série dos alcanos), os demais elementos seriam agrupados em um pseudocomponente identificado como heptano⁺, ou seja, heptano e compostos mais pesados.

As propriedades de uma mistura muitas vezes são determinadas a partir das propriedades dos seus componentes. Dessa forma não se pode prescindir do conhecimento das propriedades do pseudocomponente, que em muitos casos se apresenta na mistura num percentual bastante elevado. Devido ao fato de que os pseudocomponentes são um agrupamento de elementos, as suas propriedades devem ser estimadas utilizando correlações que envolvem alguns dados já conhecidos.

1.8.2. Propriedades pseudocríticas

Se a composição de um fluido não é conhecida, as suas propriedades críticas podem ser estimadas através de correlações. A Figura 1.29 apresenta uma correlação que permite a estimativa da pressão e da temperatura pseudocríticas para um óleo subsaturado em função da sua densidade medida a 60 °F.

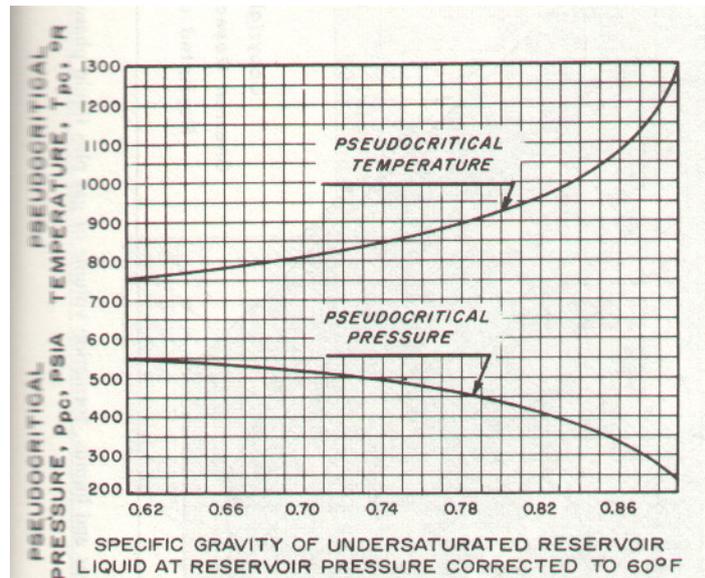


Figura 1.29 – Propriedades pseudocríticas de um óleo subsaturado (Trube, 1957b). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

A Figura 1.30 fornece uma correlação para a estimativa das propriedades críticas (ou pseudocríticas) das frações C_{7+} de um óleo em função da massa molecular e da densidade $60^{\circ}F/60^{\circ}F$ do C_{7+} .

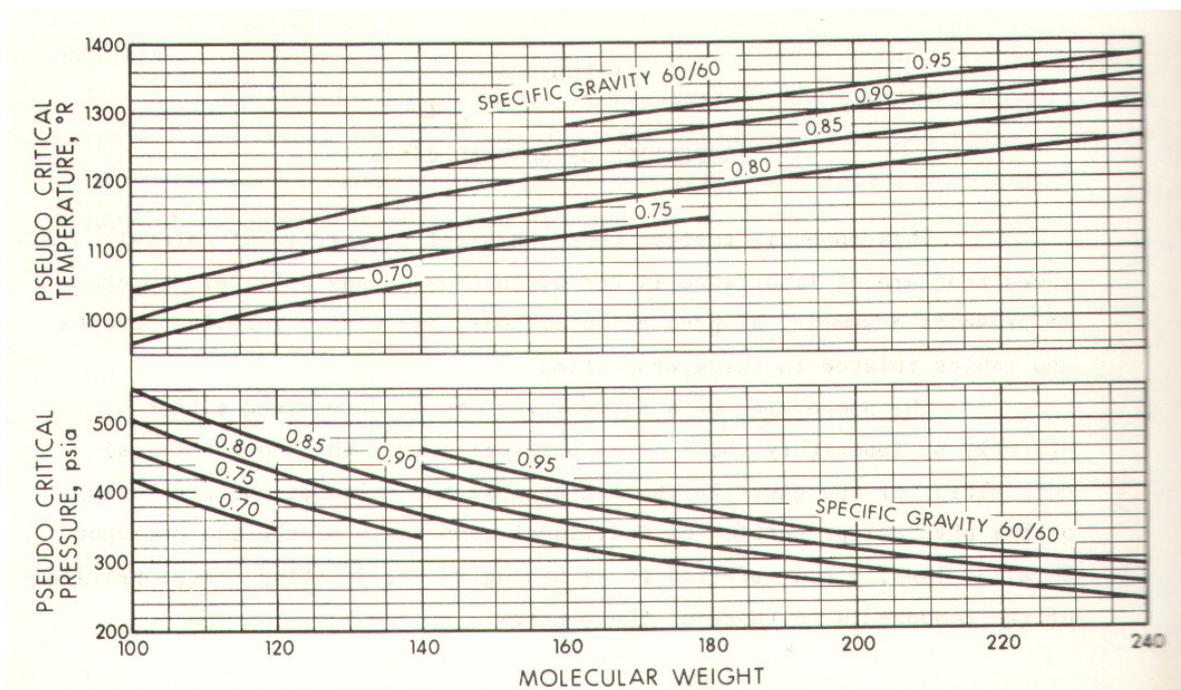


Figura 1.30 – Propriedades pseudocríticas das frações C_{7+} (Katz, 1942a). Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, 1978, com autorização de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

1.8.3. Massa específica

A *massa específica* de uma substância ou de uma mistura líquida é definida como a relação entre a sua massa e o seu volume:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1.106)$$

Por outro lado, o *volume específico* é a relação entre o volume e a massa:

$$v = \frac{V}{m}, \quad (1.107)$$

ou seja, a massa específica é o inverso do volume específico:

$$\rho = \frac{1}{v}. \quad (1.108)$$

a) Cálculo da massa específica nas condições-standard

Quando se conhece a composição da mistura líquida, o seu volume específico nas condições-standard pode ser obtido tomando-se como base 1 *mol* dessa mistura. Assim, o volume ocupado na mistura por cada componente i é dado por:

$$V_i = \frac{(fm)_i}{\rho_i}, \quad (1.109)$$

onde $(fm)_i$ é a fração-massa do componente i na mistura e ρ_i é a massa específica desse componente nas condições-standard. O volume específico é então determinado por:

$$v = \sum_{i=1}^{n_c} V_i \quad (1.110)$$

e a massa específica pela Eq. (1.108).

Exemplo 1.13 – Determine a massa específica da mistura líquida cuja composição está mostrada na Tabela 1.12, nas condições de 1 *atm* e 60 °F.

Tabela 1.12 – Composição da mistura líquida de hidrocarbonetos do Exemplo 1.13

Componente	Fração molar
Propano	0,20
Butano	0,30
Pentano	0,50

Total	1,00
-------	------

Solução:

A Tabela 1.13 contém os valores numéricos das parcelas necessárias para o cálculo da massa específica da mistura. As massas específicas dos componentes (líquidos) nas condições de 60 °F e 1 atm (14,7 psia) são obtidas da tabela do Apêndice A.

Tabela 1.13 – Resumo de cálculo do Exemplo 1.13

Componente	Fração molar	Massa molecular	Massa de C_i em 1 mol-lb	Fração-massa	Massa específica padrão	Volume de C_i na mistura
C_i	x_i	M_i	$x_i M_i$ (lb)	$(fm)_i = \frac{x_i M_i}{\sum x_i M_i}$	ρ_i (lb/ft ³)	$V_i = \frac{(fm)_i}{\rho_i}$
C_3	0,20	44	8,8	0,141	31,600	0,0045
C_4	0,30	58	17,4	0,280	36,378	0,0077
C_5	0,50	72	36,0	0,579	39,294	0,0147
Total	1,00		62,2	1,000		0,0269

Então:

$$v = 0,0269 \text{ ft}^3 / \text{lb} \Rightarrow \rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,0269} = 37,17 \text{ lb} / \text{ft}^3 .$$

Quando a mistura contém metano e/ou etano, deve-se calcular inicialmente a massa específica do sistema considerando somente os componentes C_{3+} , e em seguida estimar a massa específica do sistema total através da Figura 1.31.

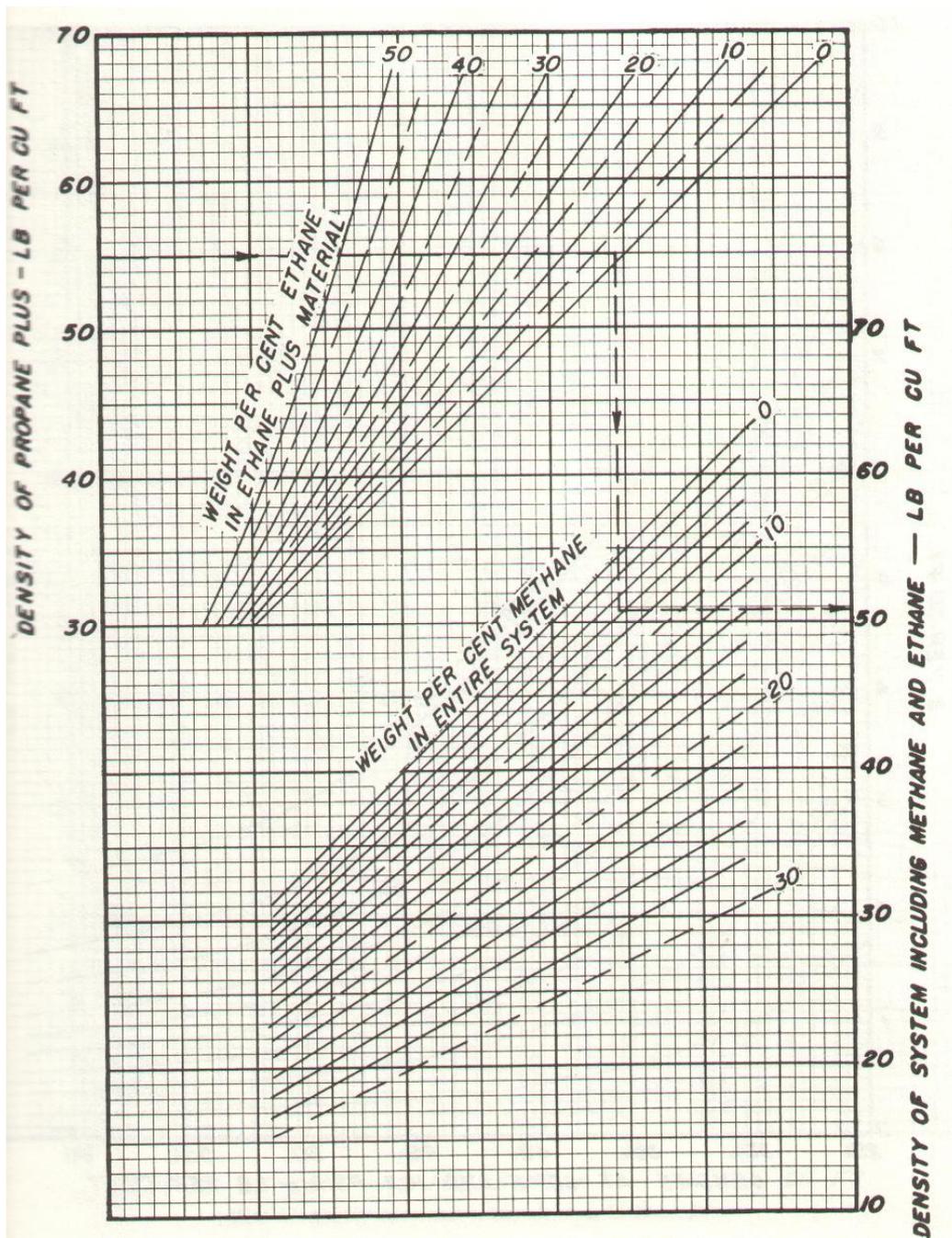


Figura 1.31 – Pseudomassa específica de uma mistura líquida quando há presença de metano e/ou etano (Standing, 1951). Extraída de Standing, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, 1951, com autorização de SPE-AIME.

b) Cálculo da massa específica numa pressão maior ou igual à pressão de bolha

Após o cálculo da massa específica da mistura nas condições-standard, as correções para considerar os efeitos da pressão e da temperatura do reservatório podem ser obtidas, respectivamente, da Figura 1.32 e da Figura 1.33.

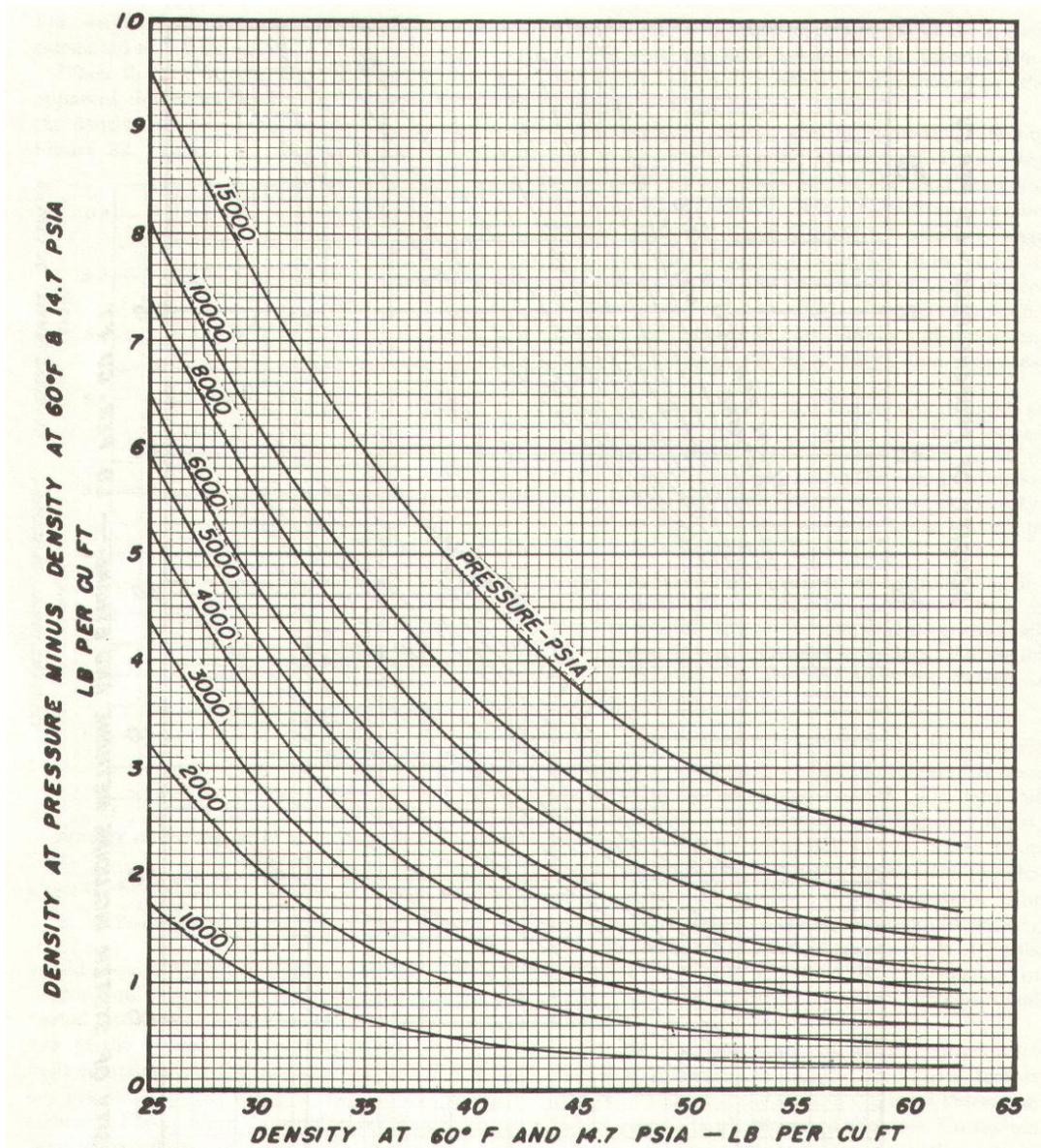


Figura 1.32 – Correção da massa específica de uma mistura líquida em função da pressão (Standing, 1951).
Extraída de Standing, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, 1951, com
autorização de SPE-AIME.

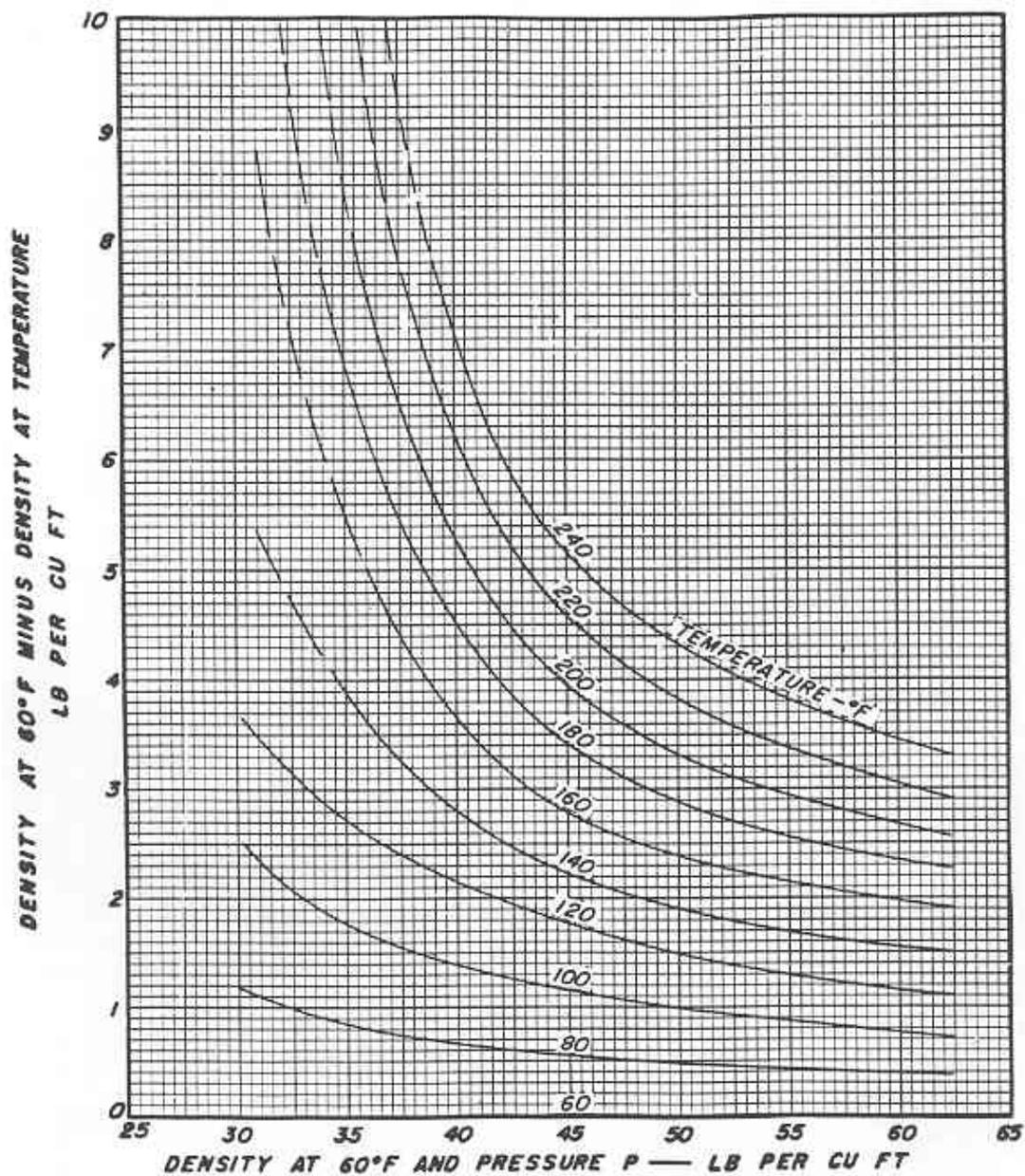


Figura 1.33 – Correção da massa específica de uma mistura líquida em função da temperatura (Standing, 1951). Extraída de Standing, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, 1951, com autorização de SPE-AIME.

Quando não se dispõe da composição da mistura líquida, mas somente da densidade do gás liberado e da densidade (ou do grau *API*, a ser definido posteriormente) do óleo nas condições-padrão, ou seja, do óleo morto, pode-se empregar a correlação da Figura 1.34 para se estimar a massa específica aparente (a 60 °F e 14,7 *psia*) do gás quando liquefeito e dissolvido no óleo.

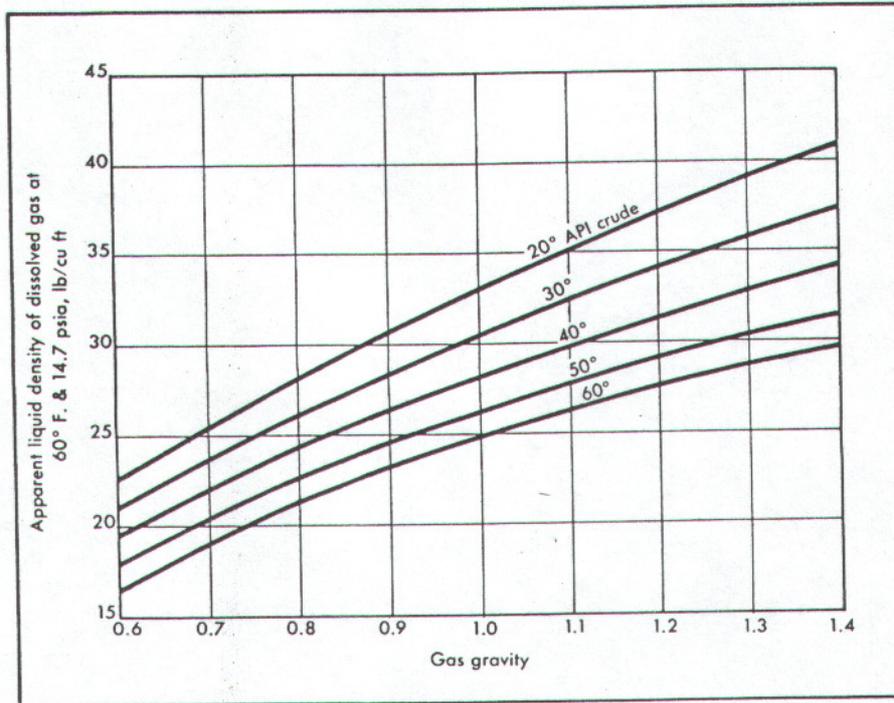


Figura 1.34 – Massa específica aparente do gás natural quando liquefeito e dissolvido no óleo (Katz, 1942b). Reproduzida de McCain, W. D., Jr., *The Properties of Petroleum Fluids*, Copyright © 1973, com permissão de PennWell Publishing Company.

1.8.4. Densidade

A *densidade* de uma mistura líquida é definida como a razão entre a massa específica da mistura e a massa específica da água, ambas medidas na mesma condição de pressão e em condições de temperatura preestabelecidas. Por exemplo, a densidade do óleo é dada por:

$$d_o = \frac{\rho_o}{\rho_w}, \quad (1.111)$$

onde ρ_o e ρ_w são as massas específicas, respectivamente, do óleo e da água.

A temperatura escolhida para se medir a massa específica da água, usada na definição de densidade como referência, constitui a chamada condição-padrão de temperatura. A escolha da temperatura padrão de 4 °C, por exemplo, permite que a densidade de um líquido ou mistura líquida seja numericamente igual à sua massa específica, já que a massa de 1 g de água ocupa 1 cm^3 a 4 °C,

ou seja, nessa condição a massa específica da água é igual a 1. Por outro lado, a escolha da temperatura na qual se mede a massa específica do líquido ou da mistura líquida (no exemplo anterior, o óleo), define a chamada *densidade legal*. No Brasil a densidade legal é medida a 20 °C. Assim:

$$d_4^{20} = \frac{\text{massa de um volume de líquido a } 20 \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{massa do mesmo volume d' água a } 4 \text{ } ^\circ\text{C}} \quad (1.112)$$

ou

$$d_4^{20} = \frac{\rho_{\text{líquido a } 20 \text{ } ^\circ\text{C}}}{\rho_w \text{ a } 4 \text{ } ^\circ\text{C}}. \quad (1.113)$$

A Agência Nacional do Petróleo (ANP) do Brasil estabelece que a condição-padrão de temperatura para a medida de densidades de líquido seja de 20 °C. Com isso a definição de densidade passa a ser dada por:

$$d_{20}^{20} = \frac{\rho_{\text{líquido a } 20 \text{ } ^\circ\text{C}}}{\rho_w \text{ a } 20 \text{ } ^\circ\text{C}}. \quad (1.114)$$

Em unidades americanas a medida da densidade é feita na temperatura padrão de 60 °F, tanto para o líquido considerado como para a água, que é usada como referência. Nesse caso a densidade é representada por $d_{60/60}^{60}$, sendo calculada por:

$$d_{60/60}^{60} = \frac{\rho_{\text{líquido a } 60 \text{ } ^\circ\text{F}}}{\rho_w \text{ a } 60 \text{ } ^\circ\text{F}}. \quad (1.115)$$

A densidade de um líquido ou de uma mistura líquida pode também ser expressa em graus *API* (°API), que é uma função hiperbólica da densidade, bastante usada na indústria do petróleo:

$$^\circ\text{API} = \frac{141,5}{d_{60/60}^{60}} - 131,5. \quad (1.116)$$

De acordo com a definição de grau *API* (°API), mostrada na equação anterior, a água, cuja densidade $d_{60/60}^{60}$ é igual a 1, apresenta um grau *API* igual a 10. Os óleos presentes em reservatórios de petróleo geralmente são menos densos que a água, com grau *API* variando entre 20 e 35, mas podem ocorrer casos em que o óleo é mais denso que a água. Na Venezuela e no Canadá, por exemplo, podem ser encontrados reservatórios de óleo com graus *API* tão baixos quanto 8.

Exemplo 1.14 – Qual a densidade de um óleo de grau *API* igual a 34? Qual a sua massa específica expressa em lb/ft^3 ?

Solução:

Da Eq. (1.116):

$$34 = \frac{141,5}{d_{60/60}^{60}} - 131,5 \Rightarrow d_{60/60}^{60} = 0,85.$$

Usando a Eq. (1.111):

$$d_o = \frac{\rho_o}{\rho_w} \Rightarrow 0,85 = \frac{\rho_o}{62,4 \text{ lb/ft}^3} \Rightarrow \rho_o \cong 53 \text{ lb/ft}^3.$$

1.8.5. Compressibilidade isotérmica

A *compressibilidade* de um óleo deve preferencialmente ser obtida a partir de análise PVT em laboratório. Na ausência desse tipo de dado, no entanto, a correlação da Figura 1.35 pode ser empregada para a estimativa do coeficiente de compressibilidade de um óleo em função da sua densidade na pressão de bolha.

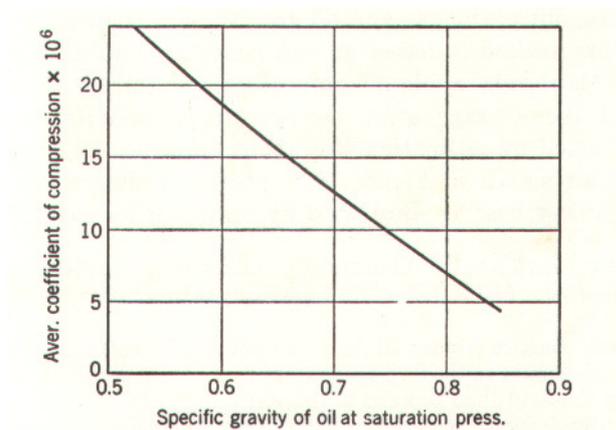


Figura 1.35 – Compressibilidade de um óleo em função da densidade na pressão de bolha. Figura da página 35 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Extraída de Burcik, E. J., *Properties of Petroleum Reservoir Fluids*, Copyright © 1979. Reproduzida com permissão de **University of Oklahoma Press** e de **International Human Resources Development Corporation – IHRDC**.

A correlação de Trube (1957b), mostrada na Figura 1.36, também pode ser usada para a estimativa da compressibilidade de um óleo subsaturado. A partir dessa figura a compressibilidade do óleo é estimada pela relação:

$$c_o = \frac{c_{pr}}{p_{pc}}, \quad (1.117)$$

onde c_{pr} é a compressibilidade pseudoreduzida.

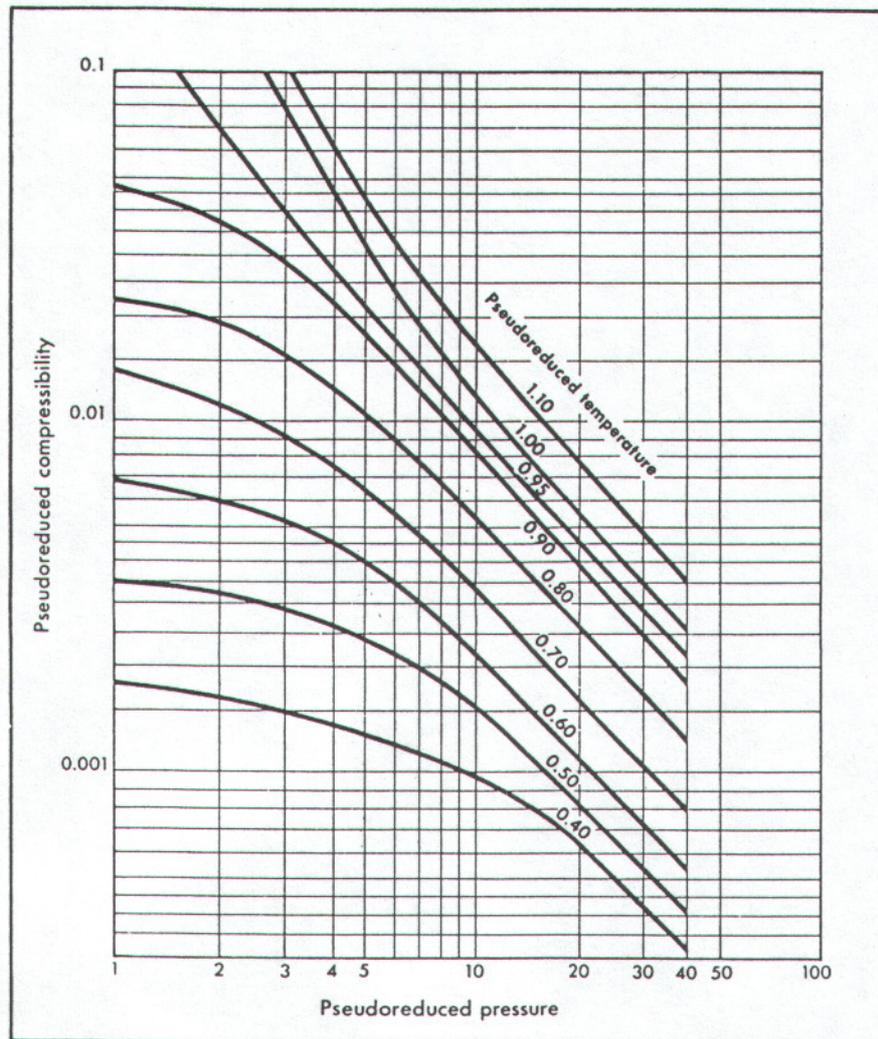


Figura 1.36 – Compressibilidade pseudoreduzida de um óleo subsaturado, c_{pr} (Trube, 1957b). Reproduzida de McCain, W. D., Jr., *The Properties of Petroleum Fluids*, Copyright © 1973, com permissão de PennWell Publishing Company.

1.8.6. Equação de estado para um líquido de compressibilidade constante

De maneira semelhante ao que ocorre com os gases, no estudo dos líquidos em geral é necessário utilizar uma equação de estado para representar o comportamento da massa específica ou da densidade em função da pressão. Para os líquidos, normalmente se usa a equação da compressibilidade isotérmica como equação de estado. Essa equação torna-se particularmente simples nos seguintes casos: líquido de compressibilidade constante e líquido de compressibilidade constante e pequena.

a) Líquido de compressibilidade constante

A definição geral da compressibilidade isotérmica é dada por:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}, \quad (1.118)$$

onde se admite que a temperatura seja constante. Por outro lado, a massa específica pode ser relacionada com o volume através da definição:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (1.119)$$

de onde se escreve que:

$$V = \frac{m}{\rho}. \quad (1.120)$$

Substituindo a Eq. (1.120) na Eq. (1.118) obtém-se:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}. \quad (1.121)$$

Como a compressibilidade c é constante, as variáveis podem ser separadas e a equação resultante integrada:

$$-\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{1}{\rho} \partial \rho = c \int_{p_0}^p \partial p, \quad (1.122)$$

onde p_0 é uma pressão de referência qualquer e ρ_0 a massa específica na pressão p_0 . Efetuando as integrações indicadas na Eq. (1.122) obtém-se finalmente:

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)}. \quad (1.123)$$

b) Líquido de compressibilidade constante e pequena

Utilizando a representação de uma função através de uma série de Taylor, a função exponencial do argumento x pode ser escrita como:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (1.124)$$

Assim, o termo que envolve a função exponencial na Eq. (1.123) pode ser substituído por:

$$e^{c(p-p_0)} = 1 + c(p-p_0) + \frac{[c(p-p_0)]^2}{2!} + \frac{[c(p-p_0)]^3}{3!} + \dots \quad (1.125)$$

Como a compressibilidade c é pequena, os termos de segunda ordem e maiores podem ser desprezados, ou seja:

$$e^{c(p-p_0)} \cong 1 + c(p-p_0). \quad (1.126)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (1.126) na Eq. (1.123) produz a seguinte expressão para a massa específica:

$$\rho = \rho_0 [1 + c(p-p_0)]. \quad (1.127)$$

1.8.7. Viscosidade

A *viscosidade* de um líquido é afetada pelas variações de temperatura e de pressão. Ao contrário do comportamento de um gás ideal, nos líquidos a viscosidade decresce com a temperatura e cresce com a pressão. Além disso, no caso dos hidrocarbonetos líquidos a viscosidade decresce com o aumento da quantidade de gás em solução.

O comportamento da viscosidade das misturas líquidas depende, além da pressão e da temperatura, da sua composição. Admitindo a regra válida para soluções ideais a viscosidade de uma mistura líquida pode ser estimada pela expressão:

$$\mu = \sum_{i=1}^{n_c} x_i \mu_i, \quad (1.128)$$

onde x_i e μ_i são a fração molar e a viscosidade do componente i , respectivamente.

A correlação de Chew & Connally (1959), apresentada na Figura 1.37, permite estimar a viscosidade de um óleo saturado, nas condições de pressão e de temperatura do reservatório, em função da razão de solubilidade e da viscosidade do óleo morto (sem gás) submetido à temperatura do reservatório e à pressão atmosférica. A razão de solubilidade de uma mistura líquida de hidrocarbonetos, conceito que será estudado com mais detalhes na Seção 1.8.9, é a relação entre o volume de gás que está dissolvido nessa mistura, expresso em condições-standard, e o volume de óleo que será obtido da mistura, também expresso em condições-standard.

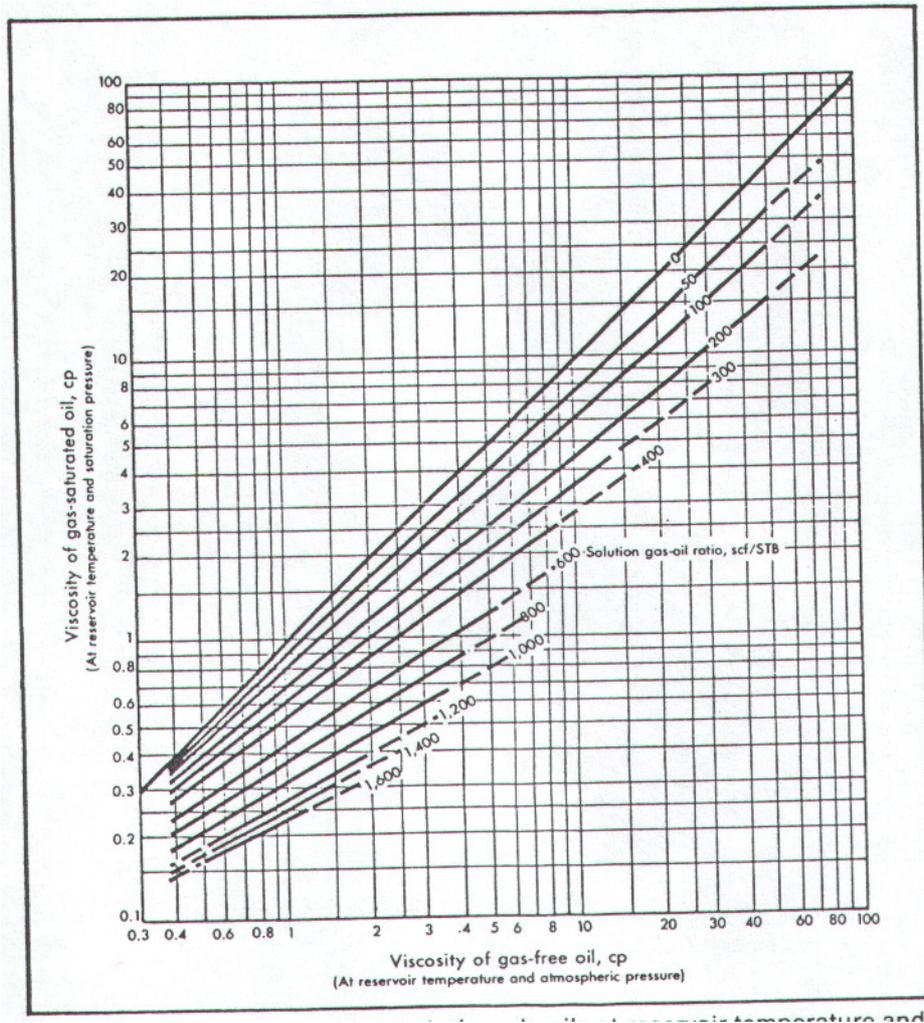


Figura 1.37 – Viscosidade do óleo saturado nas condições de reservatório (Chew & Connally, 1959). Reproduzida de McCain, W. D., Jr., *The Properties of Petroleum Fluids*, Copyright © 1973, com permissão de PennWell Publishing Company.

As curvas mostradas na correlação de Chew & Connally da Figura 1.37, para estimativa da viscosidade de um óleo saturado (óleo na pressão de bolha), podem ser representadas por uma função analítica (Standing, 1951):

$$\mu_{ob} (cp) = A(\mu_{om})^b, \quad (1.129)$$

onde μ_{om} é a viscosidade do óleo morto, em *cp*,

$$A = \text{anti log} \left[R_s \left(2,2 \times 10^{-7} R_s - 7,4 \times 10^{-4} \right) \right] , \quad (1.130)$$

$$b = \frac{0,68}{10^{8,62} \times 10^{-5} R_s} + \frac{0,25}{10^{1,1} \times 10^{-3} R_s} + \frac{0,062}{10^{3,74} \times 10^{-3} R_s} \quad (1.131)$$

e R_s é a razão de solubilidade, expressa em *SCF/STB*.

O chamado óleo morto seria o óleo obtido nas condições de tanque, ou seja, praticamente nas condições-padrão, quando uma determinada massa de óleo do reservatório fosse transportada para essas condições. Assim, todo o gás inicialmente dissolvido no óleo do reservatório já teria saído de solução, originando então a denominação de *óleo morto*. A viscosidade do óleo morto, na temperatura do reservatório e na pressão atmosférica, pode ser estimada através da correlação de Beal (1946), mostrada na Figura 1.38, em função do °API do óleo e da temperatura do reservatório. Standing (1951) menciona, no entanto, que essa correlação não é muito precisa, e que a diferença média entre valores medidos e obtidos através da correlação é da ordem de 24%.

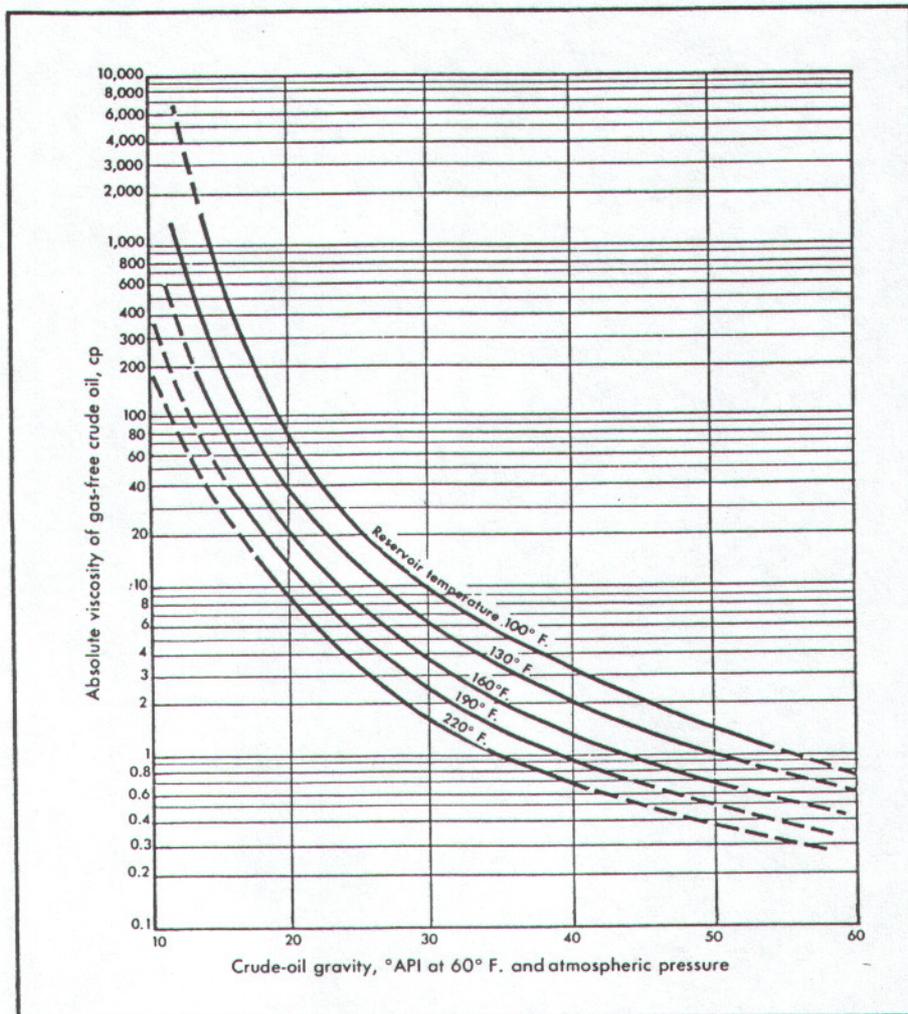


Figura 1.38 – Viscosidade do óleo morto (Beal, 1946). Reproduzida de McCain, W. D., Jr., *The Properties of Petroleum Fluids*, Copyright © 1973, com permissão de PennWell Publishing Company.

Ainda de acordo com Standing (1951), as curvas mostradas na correlação de Beal da Figura 1.38 podem ser representadas matematicamente, com um ajuste razoável, através da expressão:

$$\mu_{om}(cp) = \left(0,32 + \frac{1,8 \times 10^7}{\text{°API}^{4,53}} \right) \left(\frac{360}{T(\text{°F}) + 200} \right)^a, \quad (1.132)$$

onde a é dado por:

$$a = \text{antilog} \left(0,43 + \frac{8,33}{^\circ API} \right). \tag{1.133}$$

Quando o reservatório se encontra numa pressão maior que a pressão de bolha para aquele sistema de hidrocarbonetos, a viscosidade do óleo nele existente é estimada através de um ajuste na viscosidade desse óleo na pressão de bolha, para levar em conta o nível de subsaturação. O grau de subsaturação é a diferença entre a pressão do reservatório e a pressão de bolha. A Figura 1.39 possibilita a estimativa da viscosidade de um óleo acima da pressão de bolha, em função do grau de subsaturação e da viscosidade desse óleo na pressão de bolha.

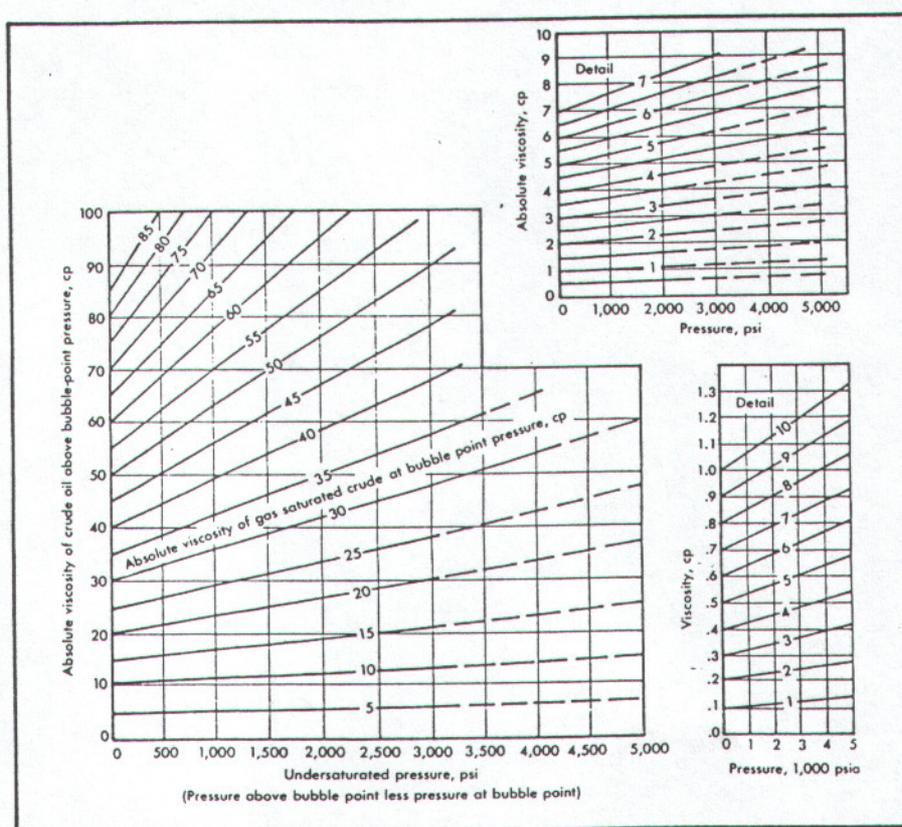


Figura 1.39 – Viscosidade do óleo nas condições de reservatório, acima da pressão de bolha (Beal, 1946). Reproduzida de McCain, W. D., Jr., *The Properties of Petroleum Fluids*, Copyright © 1973, com permissão de PennWell Publishing Company.

Os valores da Figura 1.39 também podem ser obtidos através da seguinte correlação (Standing, 1951):

$$\frac{\mu_o - \mu_{ob}}{0,001(p - p_b)} = 0,024(\mu_{ob})^{1,6} + 0,038(\mu_{ob})^{0,56}, \tag{1.134}$$

onde p_b é a pressão de bolha e p uma pressão qualquer, tal que $p > p_b$.

1.8.8. Fator volume-formação do óleo

Como se sabe, a mistura líquida nas condições de reservatório é na verdade óleo com uma certa quantidade de gás dissolvido. Estudando-se uma certa quantidade de uma mistura de hidrocarbonetos que se encontra no estado líquido nas condições do reservatório, verifica-se que, ao ser levada para as condições de superfície uma parte dela permanecerá no estado líquido, recebendo o nome de óleo, e a outra parte se vaporizará, recebendo o nome de gás natural.

A Figura 1.40 apresenta um processo de liberação do gás de uma mistura entre as condições de reservatório e as de superfície.

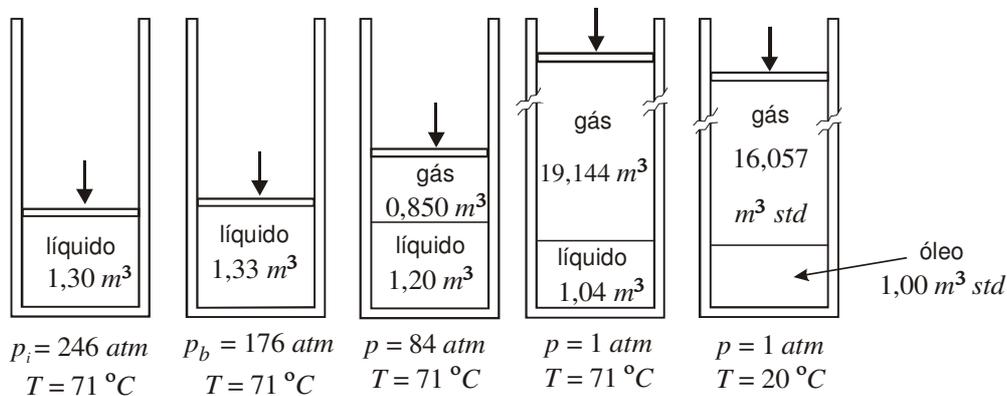


Figura 1.40 – Processo de liberação do gás de uma mistura inicialmente líquida.

Inicialmente, à pressão de 246 atm a mistura está toda na fase líquida. A redução da pressão para 176 atm provoca apenas um pequeno aumento de volume devido à compressibilidade do líquido, sem que ocorra vaporização de nenhum componente. A partir desse valor, chamado de pressão de bolha ou de saturação, qualquer redução de pressão, por menor que seja, acarretará o início da vaporização da mistura. A continuada queda de pressão vai causando o encolhimento progressivo do líquido devido à transferência de massa, acentuadamente de frações leves, para a fase gasosa.

Para a pressão de 84 atm , o líquido ocupa um volume de $1,20 \text{ m}^3$ e o gás $0,850 \text{ m}^3$. Continuando o processo até as condições-padrão ou básicas, o líquido vai ocupar um volume de $1,00 \text{ m}^3$. A redução de volume de líquido está presente na forma de $16,057 \text{ m}^3$ de gás. Normalmente se usa a expressão $\text{m}^3 \text{ std}$ para reforçar que os volumes estão expressos nas condições-standard ou padrão.

Por definição, *fator volume-formação do óleo* (B_o) é a razão entre o volume que a fase líquida (óleo mais gás dissolvido) ocupa em condições de pressão e temperatura quaisquer e o volume do que permanece como fase líquida quando a mistura alcança as condições-standard. Deve ser lembrado que, por definição, essa parte que permanece líquida quando a mistura é levada para as condições-standard ou padrão chama-se óleo. Portanto:

$$B_o = \frac{\text{volume de óleo + gás dissolvido nas condições } p, T}{\text{volume de óleo no tanque (medido nas condições - padrão)}} \quad (1.135)$$

O fator volume-formação do óleo expressa na verdade que volume da mistura numa condição de pressão e temperatura qualquer deve ser retirado do reservatório para se obter uma unidade de volume de óleo nas condições-padrão. No exemplo apresentado, é necessário um volume de $1,33 \text{ m}^3$ de líquido nas condições de 176 atm e $71 \text{ }^\circ\text{C}$ para se obter $1 \text{ m}^3 \text{ std}$ de óleo. Quando a pressão for igual a 84 atm , bastarão $1,20 \text{ m}^3$ de mistura líquida. Ou seja, no exemplo da Figura 1.40 o fator volume-formação do óleo (B_o) vale $1,33 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$ a 176 atm e $71 \text{ }^\circ\text{C}$, e $1,20 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$ a 84 atm e $71 \text{ }^\circ\text{C}$.

O fator volume-formação do óleo pode ser apresentado tanto na forma de tabela como na forma gráfica, conforme se pode ver no exemplo da Figura 1.41, onde B_{oi} representa o valor de B_o na pressão inicial p_i e B_{ob} o valor na pressão de bolha p_b .

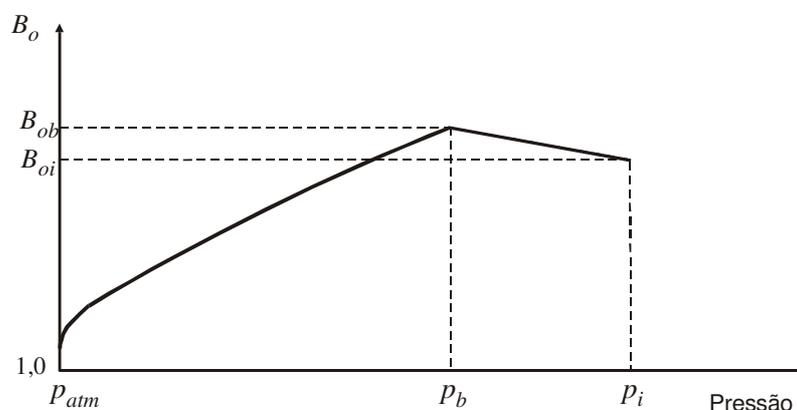


Figura 1.41 – Exemplo de gráfico do fator volume-formação de um óleo.

O comportamento de B_o acima da pressão de bolha (entre p_i e p_b) é praticamente linear com a pressão. Isso se deve ao fato de que acima da pressão de bolha a variação de volume do fluido com a pressão deve-se somente à compressibilidade do líquido existente no reservatório, já que não há liberação de gás. Como se sabe, os líquidos possuem compressibilidades isotérmicas aproximadamente constantes, de modo que, aplicando-se a definição de compressibilidade pode-se escrever, acima da pressão de bolha, que a compressibilidade do óleo é dada pela equação:

$$c_o = -\frac{1}{V_{oi}} \frac{\Delta V_o}{\Delta p} = -\frac{V_o - V_{oi}}{V_{oi}(p - p_i)} = \frac{V_o - V_{oi}}{V_{oi}(p_i - p)} = \frac{B_o - B_{oi}}{B_{oi}(p_i - p)}, \quad (1.136)$$

de onde se obtém:

$$B_o = B_{oi} + c_o B_{oi}(p_i - p). \quad (1.137)$$

Para c_o constante, o valor de B_o na Eq. (1.137) é uma função linear da pressão. Assim, acima da pressão de bolha o comportamento do fator volume-formação do óleo é regido pela sua compressibilidade isotérmica.

Abaixo da pressão de bolha, ou seja, quando a pressão é menor que p_b , o valor do fator volume-formação do óleo (B_o) decresce continuamente com o decréscimo da pressão, conforme ilustra a Figura 1.41. Isso se deve ao fato de que, à medida que a pressão é reduzida, a partir do ponto de bolha, quantidades adicionais de gás são liberadas de solução, resultando então em menores volumes remanescentes de óleo no interior do reservatório, o que, de acordo com a definição de B_o dada pela Eq. (1.135), implica em valores decrescentes para essa propriedade.

1.8.9. Razão de solubilidade

Na seção anterior foi dito que uma mistura líquida em condições de reservatório é na verdade um volume de óleo mais gás dissolvido. O parâmetro que exprime a quantidade de gás presente no líquido é a *razão de solubilidade* ou simplesmente *solubilidade*.

No processo de liberação mostrado na Figura 1.42, que é o mesmo da Figura 1.40, nas condições iniciais de 246 atm e 71 °C a mistura está totalmente no estado líquido. No estágio seguinte, apesar da pressão ter caído, essa queda não foi suficiente para provocar liberação de gás, que ainda continua totalmente dissolvido no óleo.

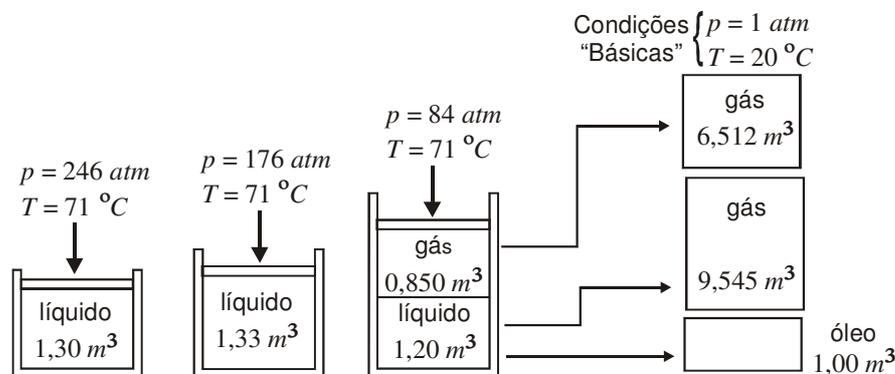


Figura 1.42 – Processo de liberação do gás de uma mistura inicialmente líquida.

A partir da pressão de bolha vai ocorrendo a vaporização do gás dissolvido. Tomando-se, por exemplo, a pressão de 84 atm, observa-se que uma parte dos hidrocarbonetos se vaporizou, porém uma parte continua ainda dissolvida no óleo. Isso significa que se um certo volume dessa mistura for levado para a superfície, ainda se vai observar uma certa quantidade de gás saindo de solução até restar apenas óleo.

Por definição, *razão de solubilidade* (R_s) de uma mistura líquida de hidrocarbonetos, a uma certa condição de pressão e temperatura, é a relação entre o volume de gás que está dissolvido, expresso em condições-standard, e o volume de óleo que será obtido da mistura, também expresso em condições-standard. Portanto, a razão de solubilidade pode ser representada pela seguinte expressão:

$$R_s = \frac{\text{volume de gás dissolvido (condições-padrão)}}{\text{volume de óleo no tanque (condições-padrão)}} \quad (1.138)$$

Retornando à Figura 1.42, do volume líquido nas condições iniciais vão resultar na superfície $16,057 \text{ m}^3 \text{ std}$ de gás e $1,00 \text{ m}^3 \text{ std}$ de óleo. Portanto, a razão de solubilidade nas condições iniciais é de $16,057 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}$. Para a pressão de 176 atm, a mistura continua ainda toda líquida apesar de ter havido um aumento de volume. Dessa mistura líquida vão resultar nas condições-standard o mesmo volume de óleo e o mesmo volume de gás da situação inicial. Portanto, a razão de solubilidade é a mesma das condições iniciais.

Quando o líquido que está a 84 atm for levado para as condições-standard vão resultar $1,00 \text{ m}^3 \text{ std}$ de óleo e $9,545 \text{ m}^3 \text{ std}$ de gás. A razão de solubilidade para a pressão de 84 atm é igual a $9,545 \text{ m}^3 \text{ std}$ de gás divididos por $1 \text{ m}^3 \text{ std}$ de óleo, ou seja, $9,545 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}$.

Verifica-se que para qualquer pressão a quantidade de gás que está dissolvido é igual ao gás que estava dissolvido nas condições iniciais menos o gás que já saiu de solução devido à queda na pressão.

Assim como o fator volume-formação do óleo, a razão de solubilidade pode ser mostrada na forma de tabela ou na forma de gráfico, como está ilustrado na Figura 1.43. Observa-se que acima da pressão de bolha (entre p_i e p_b) a razão de solubilidade é constante e igual à inicial, já que durante a fase em que o reservatório permanece subsaturado nenhum gás sai de solução.

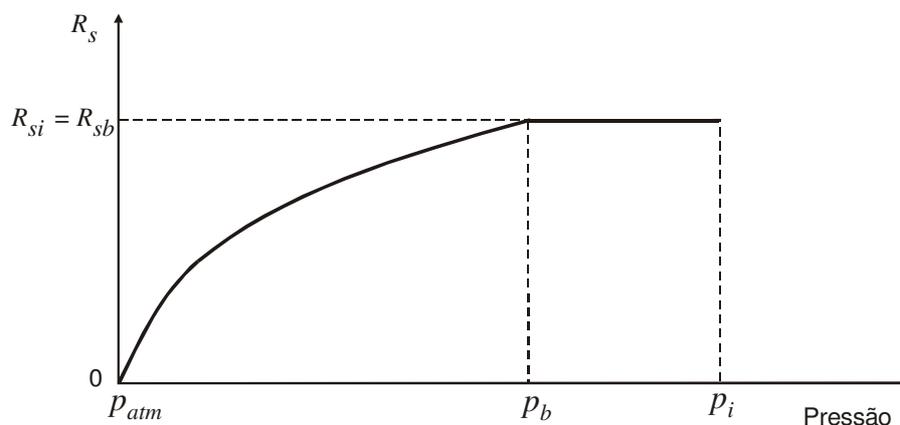


Figura 1.43 – Exemplo de gráfico da razão de solubilidade de uma mistura líquida de hidrocarbonetos.

Exemplo 1.15 (Santos, J. A.) – Determine o fator volume-formação do óleo (B_o) de um reservatório cujas características são:

°API do óleo.....	40
Razão de solubilidade.....	448 SCF/STB
Temperatura do reservatório.....	145 °F
Pressão do reservatório.....	1.920 psia
Composição do gás liberado.....	Tabela 1.14

Tabela 1.14 – Composição do gás liberado – Exemplo 1.15

Componente (C_i)	Número de mols
Metano	70
Etano	10
Propano	7
Butanos	5
Pentanos	4
Hexanos	3
Heptanos	1
Total	100

Solução:

Considere como base de cálculo o volume de 1 *STB* de óleo, equivalente a 5,615 *SCF*.

a) Cálculo da densidade do óleo (d_o)

$$^{\circ}API = \frac{141,5}{d_o} - 131,5 = 40 \Rightarrow d_o = 0,825 .$$

b) Cálculo da massa de 1 *STB* de óleo (m_o)

$$m_o = d_o \rho_w V_o = 0,825 \times 62,4 \frac{lb}{SCF} \times 5,615 SCF = 289 lb .$$

c) Cálculo do número de *mol-lb* de gás (n_g) dissolvido no óleo

$$n_g = R_s \left(\frac{SCF}{STB} \right) \frac{1}{V_m (SCF / mol - lb)} = \frac{R_s}{V_m} \left(\frac{mol - lb}{STB} \right),$$

onde V_m é o volume molar do gás, cujo valor nas condições-standard é de 379 *SCF/mol-lb*. Então:

$$n_g = \frac{448}{379} = 1,18 mol - lb / STB .$$

d) Determinação dos volumes dos componentes do gás quando liqüefeitos e dissolvidos no líquido nas condições de reservatório, considerando somente os componentes C_{3+} .

Os cálculos intermediários estão mostrados na Tabela 1.15.

Tabela 1.15 – Cálculos intermediários para a determinação da massa específica do gás liqüefeito – Exemplo 1.15

Componente	Fração molar	<i>Mol-lb</i> de gás em 1 <i>STB</i> de óleo	Massa molecular	Massa de cada componente em 1 <i>STB</i> de óleo	Massa específica padrão	Volume líquido
C_i	y_i	$y_i n_g = y_i \times 1,18$	M_i	$m_i = M_i y_i \times 1,18$ (<i>lb</i>)	ρ_i (<i>lb/SCF</i>)	$V_i = m_i / \rho_i$ (<i>SCF</i>)
C_1	0,70	0,826	16	13,216		
C_2	0,10	0,118	30	3,540		
C_3	0,07	0,083	44	3,652	31,60	0,115
C_4	0,05	0,059	58	3,422	36,38	0,094
C_5	0,04	0,047	72	3,384	39,29	0,086
C_6	0,03	0,035	86	3,010	41,35	0,073
C_7	0,01	0,012	100	1,200	42,85	0,028
Total	1,00	1,180		31,424		0,396
Óleo				289		1 <i>STB</i>

e) Cálculo da massa da mistura (óleo+gás dissolvido) sem os componentes leves C_1 e C_2

A massa da mistura, considerando o volume-base de 1 *STB* de óleo e o gás liberado já liqüefeito, mas excluindo os componentes leves C_1 e C_2 , é igual à soma das massas de 1 *STB* de óleo

(m_o) e do gás liquefeito sem o C_1 e o C_2 $[(m_g)_{C_{3^+}}]$. Da Tabela 1.15 obtém-se $(m_g)_{C_{3^+}} = 14,668 \text{ lb}$. Portanto:

$$(m_m)_{C_{3^+}} = m_o + (m_g)_{C_{3^+}} = 289 \text{ lb} + 14,668 \text{ lb} \cong 303,67 \text{ lb},$$

onde $(m_m)_{C_{3^+}}$ é a massa da mistura considerando somente os componentes C_{3^+} do gás dissolvido no óleo.

f) Cálculo do volume da mistura (óleo+gás dissolvido) sem os componentes leves C_1 e C_2

O volume ocupado nas condições-standard pela massa $(m_m)_{C_{3^+}}$ é dado pela soma do volume dos componentes C_{3^+} liquêfeitos $\left(\sum_{i=3}^7 V_i\right)$ e do volume de 1 *STB* de óleo. Logo:

$$(V_m)_{C_{3^+}} = \sum_{i=3}^7 V_i + V_o = 0,396 \text{ SCF} + 5,615 \text{ SCF} = 6,011 \text{ SCF}.$$

g) Cálculo da massa específica da mistura considerando somente os componentes C_{3^+} do gás dissolvido

$$(\rho_m)_{C_{3^+}} = \frac{(m_m)_{C_{3^+}}}{(V_m)_{C_{3^+}}} = \frac{303,67 \text{ lb}}{6,011 \text{ SCF}} = 50,52 \text{ lb / SCF}.$$

h) Estimativa da massa específica da mistura nas condições-standard incluindo os componentes leves C_1 e C_2

A massa específica da mistura nas condições-standard considerando os componentes C_1 e C_2 pode ser estimada usando-se a Figura 1.31.

$$\text{massa em \% de } C_2 \text{ em } C_{2^+} = \frac{3,54}{289 + 18,208} \times 100 = 1,15\%$$

$$\text{massa em \% de } C_1 \text{ em } C_{1^+} = \frac{13,216}{289 + 31,424} \times 100 = 4,12\%$$

$$\left. \begin{array}{l} (\rho_m)_{C_{3^+}} = 50,52 \text{ lb / SCF} \\ \text{massa em \% de } C_2 \text{ em } C_{2^+} = 1,15\% \\ \text{massa em \% de } C_1 \text{ em } C_{1^+} = 4,12\% \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.31}} (\rho_m)_{\text{standard}} = 47,5 \text{ lb / SCF}.$$

i) Estimativa da massa específica da mistura nas condições de reservatório

$$\left. \begin{array}{l} (\rho_m)_{\text{standard}} = 47,5 \text{ lb / SCF} \\ p = 1.920 \text{ psia} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.32}} \Delta\rho = 0,6$$

$$\text{Então: } (\rho_m)_{60^\circ\text{F}/1.920 \text{ psia}} = 47,5 + 0,6 = 48,1 \text{ lb / ft}^3.$$

$$\left. \begin{array}{l} (\rho_m)_{60^\circ\text{F}/1.920 \text{ psia}} = 48,1 \text{ lb / ft}^3 \\ T = 145^\circ\text{F} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 1.33}} \Delta\rho = 2,1$$

$$\text{Assim: } (\rho_m)_{145^\circ\text{F}/1.920 \text{ psia}} = 48,1 - 2,1 = 46 \text{ lb / ft}^3.$$

j) Cálculo do volume da mistura no reservatório

$$(V_m)_{res} = \frac{m_m}{(\rho_m)_{145^\circ F / 1.920 \text{ psia}}} = \frac{m_o + m_g}{(\rho_m)_{145^\circ F / 1.920 \text{ psia}}} = \frac{(289 + 31,424) \text{ lb}}{46 \text{ lb} / \text{ft}^3} = 6,97 \text{ ft}^3.$$

k) Cálculo do fator volume-formação do óleo

$$B_o = \frac{(V_m)_{res}}{V_o} = \frac{6,97 \text{ ft}^3}{5,615 \text{ SCF}} = 1,24 \frac{\text{ft}^3}{\text{SCF}} = 1,24 \frac{\text{bbl}}{\text{STB}}.$$

1.8.10. Fator volume-formação duas fases do óleo

O fator volume-formação duas fases do óleo (B_t), também conhecido como *fator volume-formação total*, é definido como sendo o quociente entre o volume total do fluido existente no reservatório a uma dada condição de pressão e de temperatura e o volume de líquido que seria obtido se esse fluido fosse transportado para as condições-padrão. Assim,

$$B_t = \frac{\text{volume de (óleo + gás dissolvido + gás livre) @ } p, T}{\text{volume de óleo nas condições - padrão}}. \quad (1.139)$$

Matematicamente o fator volume-formação total pode ser expresso por:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g, \quad (1.140)$$

onde R_{si} e R_s são, respectivamente, as razões de solubilidade na pressão inicial e na pressão p .

A Figura 1.44 mostra uma comparação entre os comportamentos do fator volume-formação do óleo (B_o) e do fator volume-formação total (B_t).

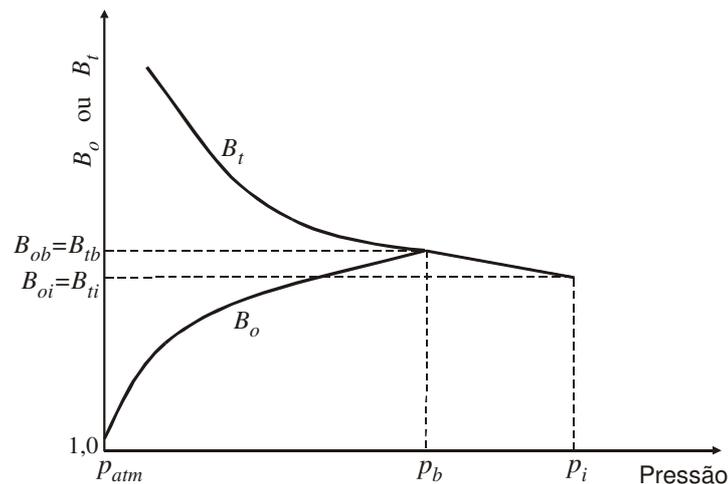


Figura 1.44 – Comparação entre os comportamentos dos fatores volume-formação do óleo (B_o) e total (B_t).

1.8.11. Correlações para B_o , p_b e R_s

Quando não há disponibilidade de dados de laboratório, correlações empíricas podem ser empregadas na estimativa das propriedades dos fluidos de um reservatório. Várias correlações foram desenvolvidas, para o cálculo do fator volume-formação do óleo, da razão de solubilidade e até da pressão de bolha de uma mistura de hidrocarbonetos, a partir de alguns parâmetros conhecidos. Podem ser citadas, por exemplo, as correlações de Standing (1951). Deve-se ressaltar, porém, que essas correlações foram baseadas em propriedades de óleos da Califórnia, EUA, e podem não ser aplicáveis ao reservatório que estiver sendo estudado.

a) Fator volume-formação do óleo

As correlações de Standing (1951), mostradas na Figura 1.45 e na Figura 1.46, podem ser usadas para se estimar os fatores volume-formação do fluido de um reservatório. O fator volume-formação do óleo na pressão de bolha (B_{ob}) pode ser estimado através da correlação apresentada na Figura 1.45, em função da razão gás/óleo de produção, que nesse caso é igual à razão de solubilidade, da densidade do gás produzido, do grau API do óleo, da temperatura e da pressão do reservatório. O $^{\circ}API$ do óleo usado nessa e nas duas figuras seguintes refere-se ao chamado *óleo no tanque*, ou seja, ao óleo produzido, nas condições-padrão de temperatura e pressão.

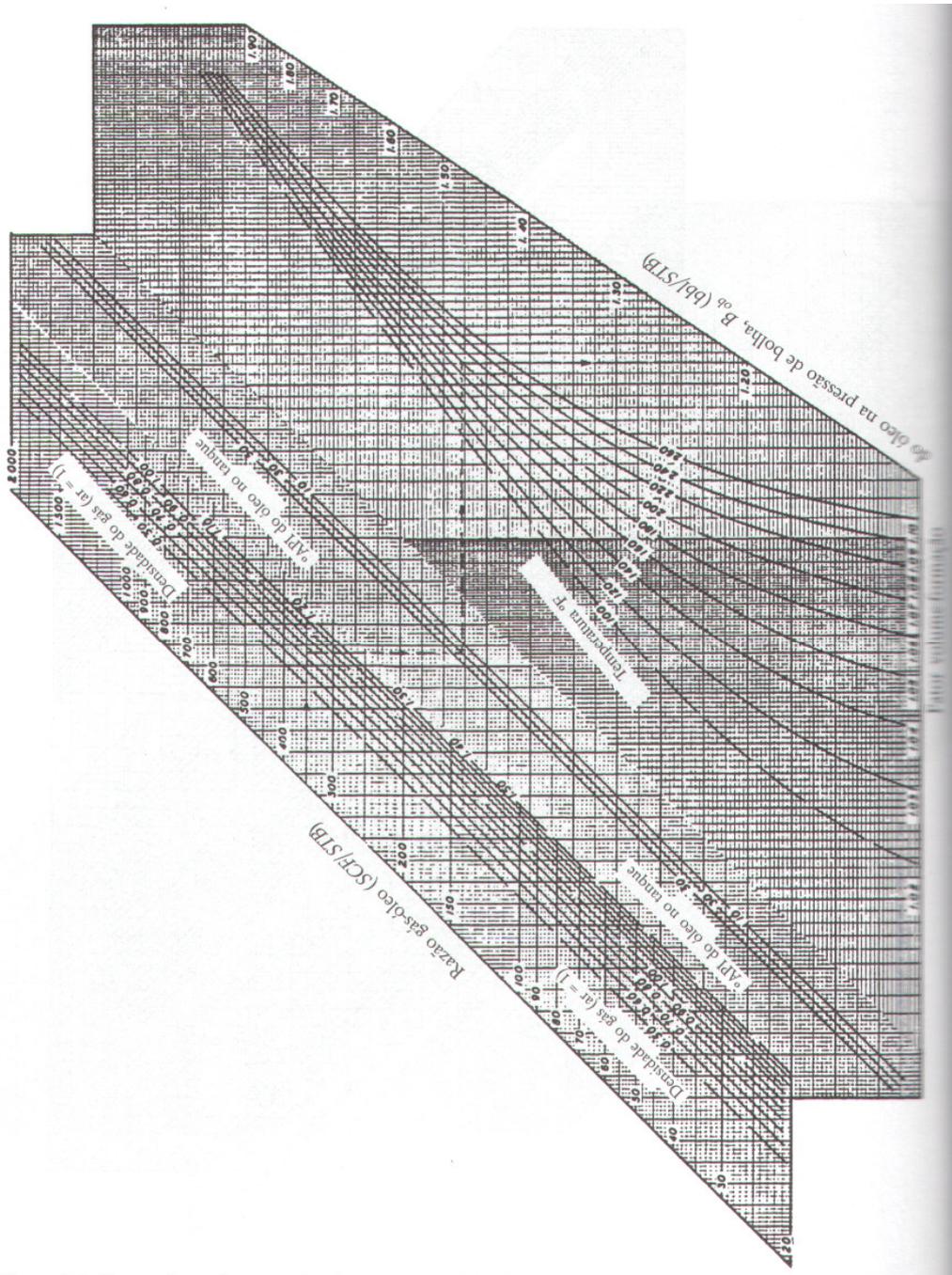


Figura 1.45 – Fator volume-formação do óleo na pressão de bolha, B_{ob} (Standing, 1951). Extraída de Standing, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, 1951, com autorização de SPE-AIME.

Exemplo 1.16 – Usando a correlação da Figura 1.45, estimar o fator volume-formação do óleo na pressão de bolha, para um reservatório cuja razão gás/óleo de solução é de 350 *SCF/STB* e cuja temperatura é de 200 °F. A densidade do gás produzido é de 0,75 e o °API do óleo produzido é de 30.

Solução:

Iniciando no lado esquerdo da carta da Figura 1.45, prossegue-se horizontalmente ao longo da linha correspondente a 350 *SCF/STB* até a densidade do gás igual a 0,75. A partir desse ponto se desce verticalmente até a linha correspondente ao °API do óleo igual a 30. Em seguida prossegue-se horizontalmente até a temperatura de 200 °F. Finalmente, a partir desse ponto continua-se verticalmente, obtendo-se então o fator volume-formação do óleo como sendo igual a 1,22 *bbl/STB*.

De acordo com Standing (1981), na 9ª impressão do livro publicado inicialmente em 1951, o ábaco da Figura 1.45 pode ser substituído por uma correlação na forma de expressão matemática, cuja expressão para a estimativa do fator volume-formação do óleo no ponto de bolha (B_{ob}), como uma função da razão de solubilidade (R_s), das densidades do óleo (d_o) e do gás (d_g) avaliadas nas condições-padrão, e da temperatura do reservatório T , é dada por:

$$B_{ob} (bbl / STB) = 0,9759 + 12 \times 10^{-5} A^{1,2}, \quad (1.141)$$

onde:

$$A = R_s (SCF / STB) \left(\frac{d_g}{d_o} \right)^{0,5} + 1,25T(^{\circ}F). \quad (1.142)$$

No sistema Petrobrás de unidades essas expressões são dadas por:

$$B_{ob} (m^3 / m^3 std) = 0,9759 + 12 \times 10^{-5} A^{1,2} \quad (1.143)$$

e

$$A = 5,615 R_s (m^3 std / m^3 std) \left(\frac{d_g}{d_o} \right)^{0,5} + 1,25 [1,8T(^{\circ}C) + 32], \quad (1.144)$$

ou ainda:

$$A = 5,615 R_s (m^3 std / m^3 std) \left(\frac{d_g}{d_o} \right)^{0,5} + 2,25T(^{\circ}C) + 40. \quad (1.145)$$

A Figura 1.46 permite a estimativa do fator volume-formação duas fases do óleo (B_i), em função da razão gás/óleo, da densidade do gás produzido, do grau API do óleo, da temperatura e da pressão do reservatório.

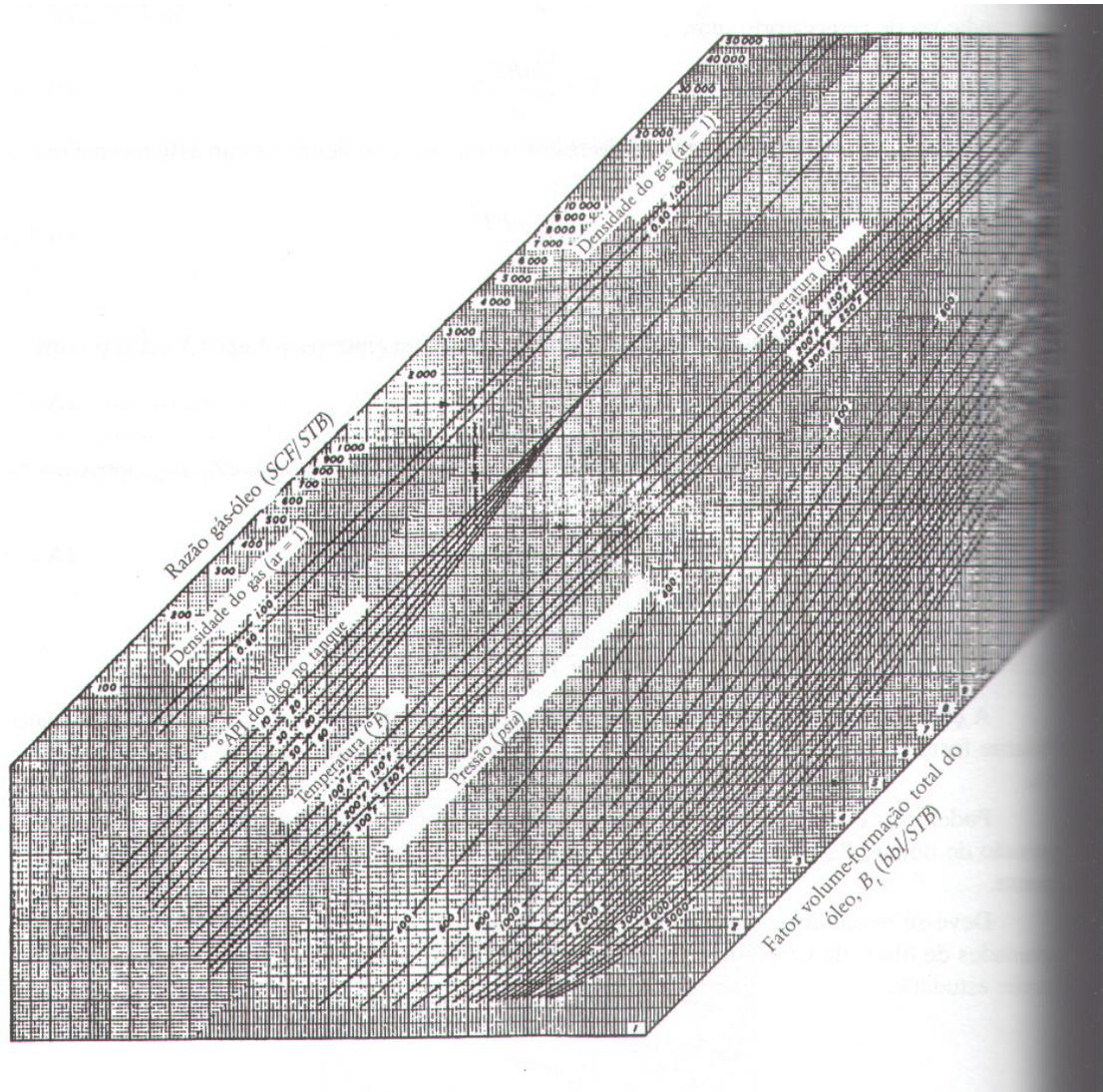


Figura 1.46 – Fator volume-formação duas fases ou total do óleo, B_1 (Standing, 1951). Extraída de Standing, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, 1951, com autorização de SPE-AIME.

Exemplo 1.17 – Usando a correlação da Figura 1.46, estimar o fator volume-formação duas fases do óleo de um reservatório cuja razão gás/óleo é de 1.500 SCF/STB, temperatura é de 200 °F e pressão é de 1.000 psia. A densidade do gás produzido é de 0,80 e o °API do óleo produzido é de 40.

Solução:

Iniciando no lado esquerdo da carta da Figura 1.46, prossegue-se horizontalmente ao longo da linha correspondente a 1.500 *SCF/STB* até a densidade do gás igual a 0,80. A partir desse ponto se desce verticalmente até a linha correspondente ao $^{\circ}API$ do óleo igual a 40. Em seguida prossegue-se horizontalmente até a temperatura de 200 $^{\circ}F$ e depois verticalmente até a pressão de 1.000 *psia*. Finalmente, a partir desse ponto continua-se horizontalmente, obtendo-se então um fator volume-formação duas fases de 5 *bbl/STB*.

b) Pressão de bolha

A pressão de bolha do fluido de um reservatório também pode ser estimada através de uma correlação, usando-se por exemplo a Figura 1.47, em função da razão gás/óleo (nesse caso igual à razão de solubilidade), da densidade do gás produzido, do grau *API* do óleo e da temperatura do reservatório.

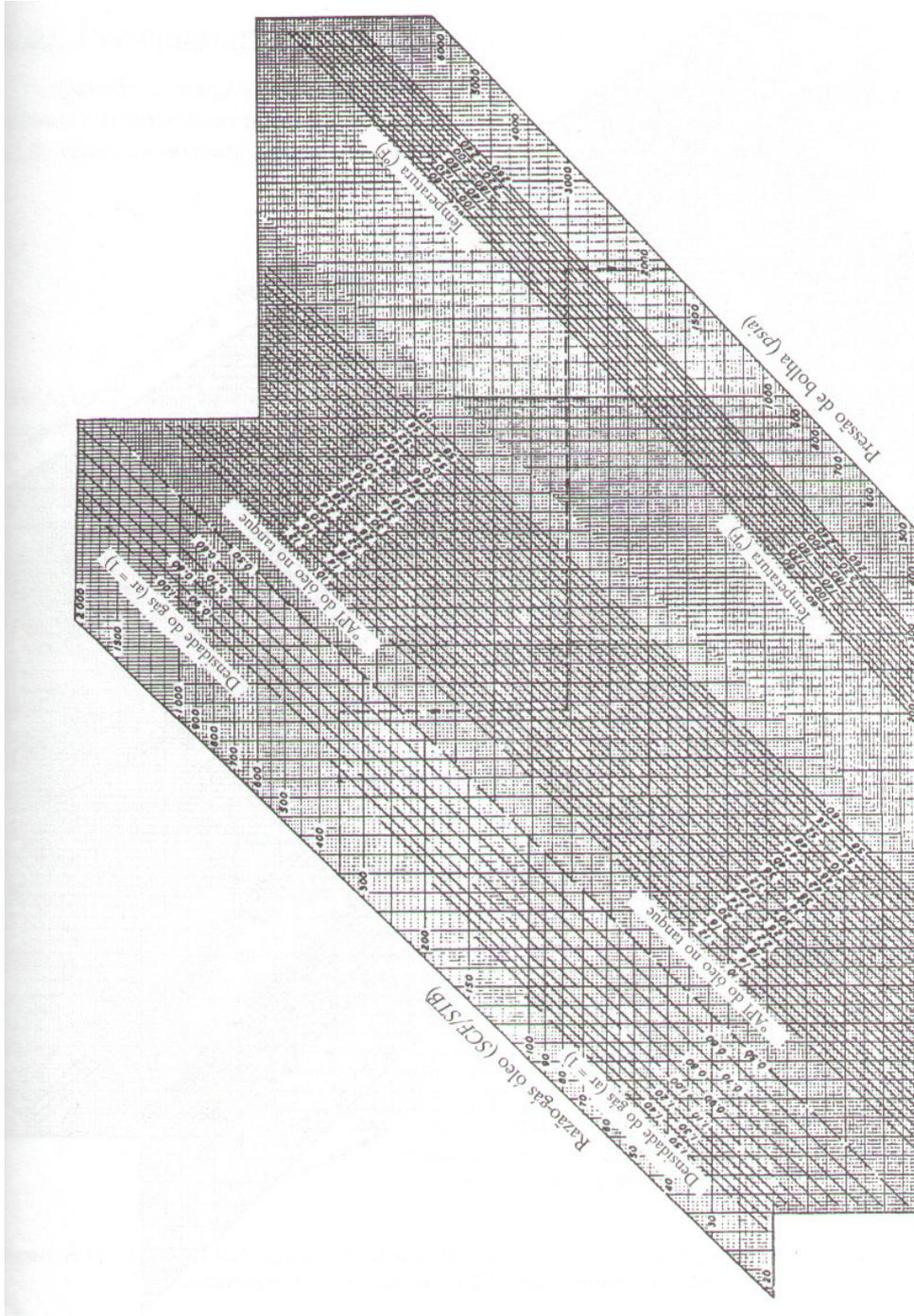


Figura 1.47 – Pressão de bolha do óleo, p_b (Standing, 1951). Extraída de Standing, M. B., *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, 1951, com autorização de SPE-AIME.

Exemplo 1.18 – Usando a correlação da Figura 1.47, estimar a pressão de bolha de um reservatório cuja razão gás/óleo é de 350 *SCF/STB* e cuja temperatura é de 200 °F. A densidade do gás produzido é de 0,75 e o °API do óleo produzido é de 30.

Solução:

Iniciando no lado esquerdo da carta da Figura 1.47, prossegue-se horizontalmente ao longo da linha correspondente a 350 *SCF/STB* até a densidade do gás igual a 0,75. A partir desse ponto se desce verticalmente até a linha correspondente ao °API do óleo igual a 30. Em seguida prossegue-se horizontalmente até a temperatura de 200 °F e depois verticalmente até a pressão de bolha de aproximadamente 1.930 *psia*.

O ábaco da Figura 1.47 pode ser representado analiticamente pela expressão (Standing, 1981):

$$p_b(\text{psia}) = 18,2(B - 1,4), \quad (1.146)$$

onde B é dado por:

$$B = \left[\frac{R_s(\text{SCF} / \text{STB})}{d_g} \right]^{0,83} \times 10^{[0,00091T(^{\circ}\text{F}) - 0,0125 \text{API}]}. \quad (1.147)$$

No sistema Petrobrás de unidades essas equações transformam-se em:

$$p_b(\text{kgf} / \text{cm}^2) = 1,28(B - 1,4) \quad (1.148)$$

e

$$B = \left[\frac{5,615 R_s(m^3 \text{std} / m^3 \text{std})}{d_g} \right]^{0,83} \times 10^{[0,00091[1,8T(^{\circ}\text{C}) + 32] - 0,0125 \text{API}]}. \quad (1.149)$$

c) Razão de solubilidade

Nessa correlação, proposta por Standing (1981), a razão de solubilidade é calculada a partir da densidade do gás, do grau API do óleo, da pressão e da temperatura. No sistema americano de unidades é expressa por:

$$R_s(\text{SCF} / \text{STB}) = d_g \left[\frac{p(\text{psia})}{18} \frac{10^{0,0125 \text{API}}}{10^{0,00091T(^{\circ}\text{F})}} \right]^{1,205}, \quad (1.150)$$

e no sistema Petrobrás é dada pela equação:

$$R_s(m^3 \text{std} / m^3 \text{std}) = 0,1341 d_g \left\{ \frac{10^{0,0125 \text{API}}}{10^{0,00091[1,8T(^{\circ}\text{C}) + 32]}} p(\text{kgf} / \text{cm}^2) \right\}^{1,205}. \quad (1.151)$$

Exemplo 1.19 – Determinar a razão de solubilidade de um gás natural de densidade igual a 0,8 em um óleo de 30 °API, nas condições de pressão igual a 2.000 *psia* e temperatura igual a 200 °F.

Solução:

$$R_s = 0,8 \times \left[\frac{2.000}{18} \times \frac{10^{0,0125 \times 30}}{10^{0,00091 \times 200}} \right]^{1,205} = 398,8 \text{ SCF / STB .}$$

1.8.12. Liberações “flash” e diferencial

O modo como a liberação do gás de uma mistura líquida é processada afeta significativamente as relações PVT e por consequência os dados de fator volume-formação do óleo e razão de solubilidade. Existem dois tipos básicos de liberação de gás: “Flash” e Diferencial.

a) Liberação “flash”

Nesse tipo de liberação o gás que vai saindo de solução à medida que a pressão vai sendo reduzida é mantido em contato com o líquido do qual saiu, conforme está ilustrado na Figura 1.48, onde podem ser visualizados vários estágios de um experimento com uma célula PVT. Basicamente, a célula PVT consiste de um cilindro contendo mercúrio (H_g), onde é colocado o líquido a ser analisado. A pressão no interior da célula, ou seja, a pressão a que é submetido o fluido durante os vários estágios do experimento, é reduzida retirando-se parte do H_g existente na célula.

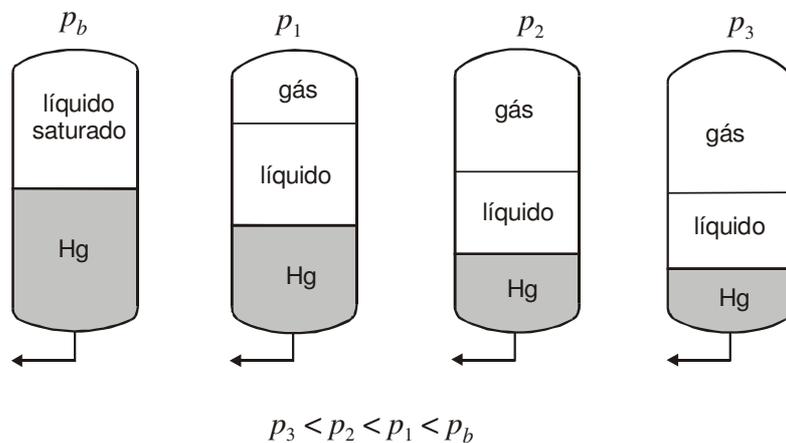


Figura 1.48 – Liberação “flash”.

A liberação “flash” apresenta as seguintes características:

- A composição total do sistema permanece constante (nenhum gás é removido da célula onde é feita a liberação).
- O equilíbrio termodinâmico entre as fases é alcançado.
- O processo termina quando se chega à capacidade máxima da célula.

O experimento ilustrado na Figura 1.48 inicia-se na pressão de bolha do líquido em estudo, mas pode ser realizado partindo-se de uma pressão maior que a pressão de bolha. Durante o experimento, ou seja, em cada estágio de pressão, é medido o volume total de hidrocarbonetos (líquido + gás) existente no interior da célula e, eventualmente, o volume total de gás liberado de solução e o volume de líquido final, caso a capacidade da célula permita o alcance das condições-padrão de pressão e temperatura. Assim, de uma liberação “flash” normalmente são obtidos a pressão de bolha e o coeficiente de compressibilidade isotérmica do líquido acima da pressão de bolha. O fator volume-formação duas fases abaixo da pressão de bolha e a razão de solubilidade inicial podem eventualmente ser obtidos se a capacidade da célula permitir o alcance das condições-padrão de pressão e temperatura. Nesse caso, ao final do experimento o gás e o líquido devem ser separados e os seus volumes medidos, nas condições-standard ou padrão de pressão e temperatura.

A pressão de bolha é determinada analisando-se o comportamento da variação do volume de líquido na câmara (célula PVT) em função da pressão durante o experimento, conforme será discutido na seção 1.8.14. O coeficiente de compressibilidade é calculado usando-se os dados de variações de volume em função da pressão, acima da pressão de bolha, e aplicando-se a definição de compressibilidade isotérmica de um líquido¹. Conforme foi discutido anteriormente², o coeficiente de compressibilidade isotérmica e o fator volume-formação estão relacionados através da equação da compressibilidade, de modo que a liberação “flash” permite calcular também o fator volume-formação do óleo acima da pressão de bolha. O fator volume-formação duas fases em cada estágio de pressão é determinado pelo quociente entre o volume total de hidrocarbonetos existente no interior da célula e o volume de líquido no interior da célula no final do experimento, ou seja, quando a célula estiver submetida às condições-padrão de pressão e temperatura. Finalmente, a razão de solubilidade inicial, ou seja, acima da pressão de bolha, é calculada como a relação entre o volume total de gás liberado e o volume final de líquido, ambos referidos às chamadas condições-padrão.

Deve-se mencionar que o experimento com liberação “flash” não permite a determinação do fator volume-formação do óleo abaixo da pressão de bolha e do fator volume-formação do gás, pois o gás liberado permanece em contato com o líquido no interior da célula ao longo dos vários estágios de pressão, não sendo possível, portanto, medir os volumes de óleo e de gás em cada um desses estágios. Mesmo a determinação do fator volume-formação duas fases e da razão de solubilidade, mencionada no parágrafo anterior, raramente ocorre, pois o volume da célula PVT geralmente é insuficiente para que sejam atingidas as condições-padrão de pressão e temperatura.

Exemplo 1.20 (Santos, J. A.) – Considere o esquema de separação “flash” mostrado na Figura 1.49, representando o processo que ocorre em um reservatório de óleo, onde p_b é a pressão de bolha, p_i é a pressão inicial e as condições-standard são de $60^\circ F$ e $14,7\text{ psia}$. Calcule, para as pressões de 2.500, 2.000, 1.000 e 500 psia :

- O fator volume-formação do óleo (B_o)
- O fator volume-formação total do óleo (B_t)
- A razão de solubilidade (R_s)
- O fator volume-formação do gás (B_g)

¹ Vide Seção 1.8.5.

² Vide Seção 1.8.8.

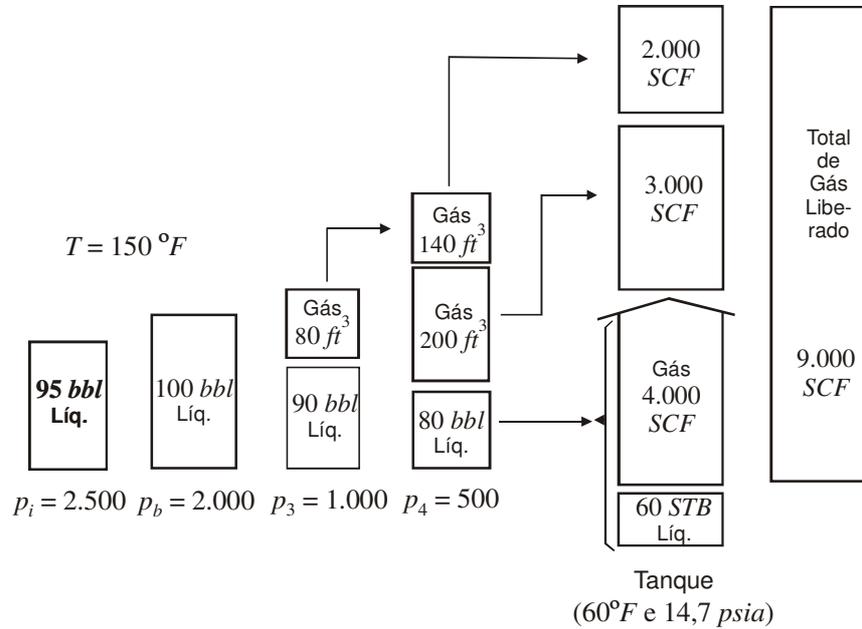


Figura 1.49 – Esquema de separação do Exemplo 1.20 (Santos, J. A.).

Solução:

A Tabela 1.16 apresenta os cálculos e os resultados das propriedades dos fluidos.

Tabela 1.16 – Cálculos e resultados do Exemplo 1.20

p (psia)	B_o (bbl/STB)	B_t (bbl/STB)	R_s (SCF/STB)	B_g (ft³/SCF)
2.500	$\frac{95}{60} = 1,58$	$\frac{95}{60} = 1,58$	$\frac{9.000}{60} = 150$	
2.000	$\frac{100}{60} = 1,67$	$\frac{100}{60} = 1,67$	$\frac{9.000}{60} = 150$	
1.000	$\frac{90}{60} = 1,50$	$\frac{104,25}{60} = 1,74$	$\frac{7.000}{60} = 117$	$\frac{80}{2.000} = 0,040$
500	$\frac{80}{60} = 1,33$	$\frac{140,55}{60} = 2,34$	$\frac{4.000}{60} = 67$	$\frac{200}{3.000} = 0,067$

Deve-se observar que o esquema de separação “flash” do Exemplo 1.20 é apenas hipotético, já que, conforme mencionado anteriormente, esse tipo de liberação normalmente não permite a determinação de B_o , B_t , R_s e B_g . Isso ocorre porque, diferentemente da ilustração mostrada na Figura 1.49, na liberação “flash” os volumes de líquido e de gás, isoladamente, não são medidos nos vários estágios do processo, conforme indica a Figura 1.48. Em outras palavras, em cada estágio de pressão

da liberação “flash” é conhecido somente o volume total de hidrocarbonetos (óleo + gás), que é igual à diferença entre o volume da célula PVT e o volume de H_g que permanece na célula.

b) Liberação diferencial

Nesse tipo de liberação, à medida que o gás vai sendo liberado de solução é retirado do contato com o líquido do qual saiu, conforme mostra a Figura 1.50.

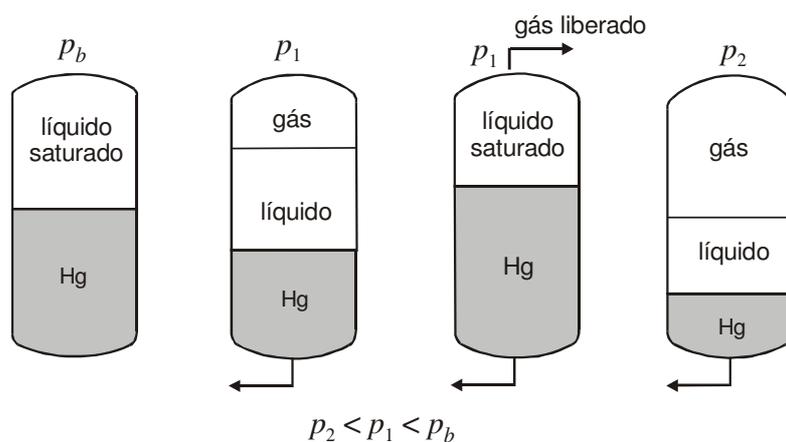


Figura 1.50 – Liberação diferencial.

As características da liberação diferencial são:

- A composição total da mistura que permanece na célula vai se alterando.
- Não se estabelece equilíbrio termodinâmico entre as fases.
- O processo pode ser levado até se alcançar a pressão atmosférica.

De uma liberação diferencial são obtidos o volume de líquido no interior da célula e o volume de gás liberado em cada estágio de pressão. Com isso podem ser determinados o encolhimento do líquido e a quantidade de gás dissolvido em função da pressão, bem como as propriedades do gás liberado em cada estágio de pressão. Finalmente são determinados a razão de solubilidade (R_s), o fator volume-formação do óleo (B_o) e o fator volume-formação do gás (B_g).

A Tabela 1.17 apresenta um exemplo de relatório contendo dados PVT, onde o subscrito d é utilizado para indicar que os dados foram obtidos de uma liberação diferencial (Dake, 1978). Os dados representam o caso de um reservatório cuja temperatura é de $200^\circ F$ e as condições-padrão estabelecidas são de $14,7\text{ psia}$ e $60^\circ F$. Os valores de B_o e de R_s são medidos em relação ao volume de óleo residual obtido nessas condições-padrão.

Tabela 1.17 – Exemplo de relatório contendo dados PVT de uma liberação diferencial³

Pressão ($psia$)	$B_{o,d}$ (bbl / STB)	$R_{s,d}$ (SCF / STB)
--------------------	---------------------------	---------------------------

³ Reproduzida de Dake, L. P., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, 1978, page 65, Copyright © 1978, com permissão de Elsevier Scientific Publishing Company.

4.000	1,2734	540
3.500	1,2798	540
3.300	1,2830 (B_{obd})	540 (R_{sid})
3.000	1,2534	479
2.700	1,2329	428
2.400	1,2123	378
2.100	1,1930	328
1.800	1,1742	281
1.500	1,1576	236
1.200	1,1399	188
900	1,1219	142
600	1,1038	97
300	1,0853	52
14,7 (200 °F)	1,0644	0
14,7 (60 °F)	1,0000	0

Exemplo 1.21 (Santos, J. A.) – Considere que a Figura 1.51 ilustre, de modo aproximado, um esquema de separação diferencial, representado pela produção de um poço através de uma bateria de separação, composta por dois separadores e um tanque de armazenamento. As condições-standard são de 60 °F e 14,7 psia. O reservatório encontra-se na pressão de bolha de 2.000 psia. Calcule o fator volume-formação do óleo e a razão de solubilidade na pressão de bolha.

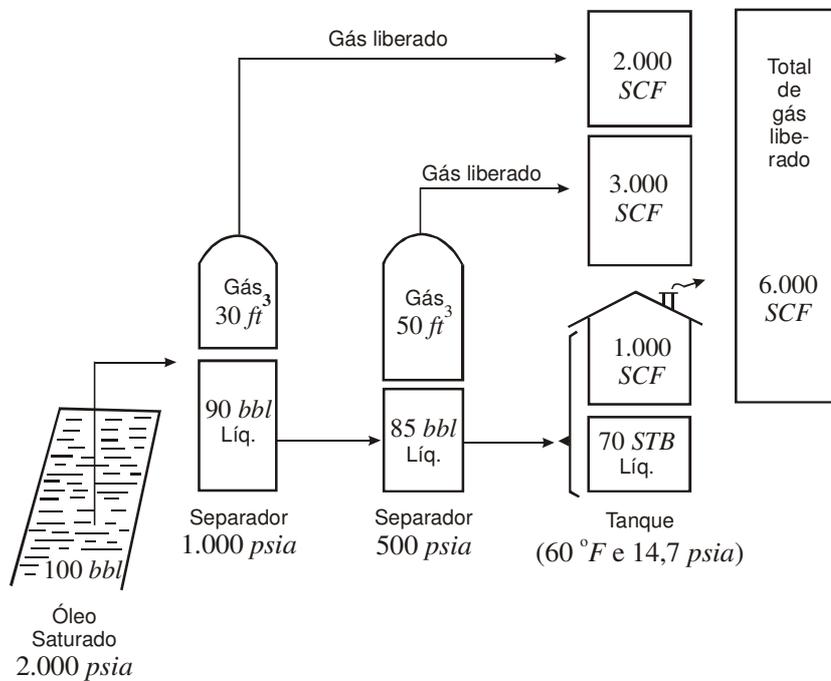


Figura 1.51 – Esquema de separação do Exemplo 1.21 (Santos, J. A.).

Solução:

Como o reservatório encontra-se na pressão de bolha,

$$B_{ob} = B_{tb} = \frac{100 \text{ bbl}}{70 \text{ STB}} = 1,43 \text{ bbl / STB}$$

e

$$R_{sb} = R_{si} = \frac{6.000 \text{ SCF}}{70 \text{ STB}} = 86 \text{ SCF / STB} .$$

c) Comparação entre os dois métodos de liberação

Como já foi dito anteriormente, os dois métodos de liberação fornecem resultados diferentes. A quantidade de gás que se vaporiza na liberação diferencial é menor que na liberação “flash”, portanto o volume residual de líquido, ou seja, de óleo, é maior. Como consequência o fator volume-formação é menor. A Figura 1.52 ilustra essa diferença.

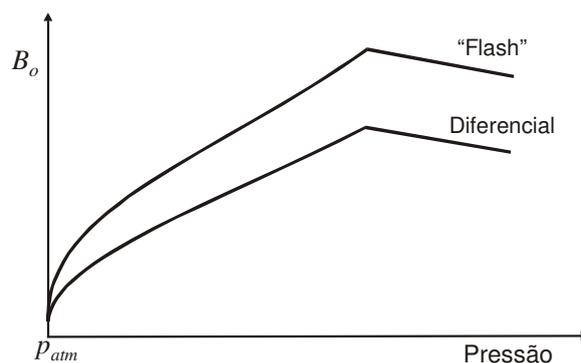


Figura 1.52 – Comparação entre os resultados de B_o das liberações “flash” e diferencial.

Como mais componentes permanecem formando o volume residual de líquido, ou seja, de óleo, a razão de solubilidade também é menor na liberação diferencial, conforme está representado na Figura 1.53.

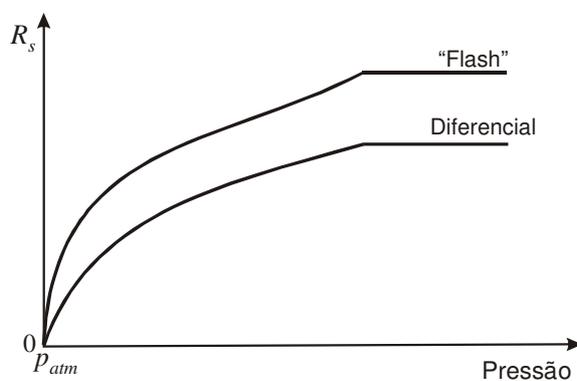


Figura 1.53 – Comparação entre os resultados de R_s das liberações “flash” e diferencial.

1.8.13. Uso de dados PVT para estudos de reservatórios

Uma questão que surge no momento de se utilizar as informações obtidas em laboratório para o estudo de um reservatório de petróleo é: que tipo de experimento (“flash” ou diferencial) fornece os valores mais próximos da realidade para as propriedades dos fluidos? A resposta é que uma combinação dos dois tipos de liberação representa de maneira mais apropriada o processo que ocorre em um campo produtor de petróleo. Admite-se que a liberação diferencial representa com melhor aproximação o processo de separação que ocorre no interior do reservatório entre o óleo e o gás, já que, por causa das suas diferentes velocidades de fluxo, esses dois fluidos não permanecem em contato e em equilíbrio assim que o gás é liberado de solução. Isso é o que ocorre no experimento de liberação diferencial ilustrado na Figura 1.50.

Por outro lado, durante o percurso percorrido pelos fluidos desde o fundo do poço até os tanques de armazenamento, o processo de separação é mais difícil de ser classificado. Admite-se que, durante o percurso como um todo, o gás permaneça em contato e em equilíbrio com o líquido, de modo que neste caso a separação se aproxima de uma liberação “flash” não-isotérmica. No entanto, um aspecto dos mais relevantes desse processo de liberação é o que ocorre no separador ou separadores de superfície. No interior de um separador a liberação do gás de solução do líquido pode ser considerada como uma expansão “flash” em que, por algum tempo, o gás permanece em equilíbrio com o óleo. Se mais de um separador é usado, o processo volta a aproximar-se mais do experimento de liberação diferencial, já que o gás é removido do óleo que deixa o primeiro separador e o óleo sofre nova expansão no segundo separador. Com isso, o efeito geral de uma separação com vários estágios equivale a uma liberação diferencial, embora não seja conduzida a uma temperatura constante. É por esse fato que normalmente é utilizada no campo uma separação multi-estágio, já que, conforme mencionado anteriormente, a liberação diferencial resulta em menores valores para o fator volume-formação do óleo e para a razão de solubilidade, ou seja, em maiores volumes de óleo no tanque.

A conclusão dessa discussão é que o volume de óleo obtido no tanque depende da maneira com que os fluidos são separados na superfície. Isso, por outro lado, significa que as propriedades PVT (B_o e R_s), as quais são medidas tomando como referência o volume de óleo obtido no tanque, ou seja, nas condições-padrão, também dependem do arranjo utilizado para os vários estágios de separação dos fluidos.

A única maneira de considerar os efeitos da separação dos fluidos na superfície é através da realização de uma série de testes de separação, usando amostras do fluido do reservatório, como parte da análise básica PVT, e combinar os resultados desses testes com dados de uma liberação diferencial. Para isso, amostras do óleo do reservatório são colocadas na célula PVT e conduzidas até as condições de temperatura do reservatório e pressão de bolha (ou de saturação) do sistema. A célula é então conectada a um sistema composto por um único separador ou por diversos estágios, cada um com temperaturas e pressões fixas. O óleo é expandido através do sistema de separação até atingir as condições de tanque e os volumes resultantes de óleo e gás medidos. A Tabela 1.18 mostra um exemplo de resultados obtidos em uma série de testes com um separador operando em diferentes condições de pressão e a uma temperatura constante (Dake, 1978).

Tabela 1.18 – Exemplo de resultados de uma série de testes com um separador operando em diferentes condições de pressão⁴

Separador		Tanque		Fator de encolhimento	Razão Gás/Óleo
p (psia)	T (°F)	p (psia)	T (°F)	c_{bf} (STB / bbl _b)	R_{sif} (SCF / STB)
200	80	14,7	60	0,7983	512
150	80	14,7	60	0,7993	510
100	80	14,7	60	0,7932	515
50	80	14,7	60	0,7834	526

Na Tabela 1.18, o fator de encolhimento c_{bf} é o volume de óleo obtido no tanque dividido pelo volume de óleo no ponto de bolha (temperatura do reservatório e pressão de bolha). Por isso é usado o subscrito b (bolha) e o subscrito f refere-se ao fato de que o experimento é conduzido sob condições “flash”. Esses testes de separação, independentemente do número de estágios, são descritos como “flash” embora, conforme mencionado anteriormente, uma separação multi-estágio aproxime-se mais de uma liberação diferencial. De qualquer modo, o importante é que os volumes de óleo e de gás são determinados experimentalmente em condições similares às que estarão ocorrendo na situação real de campo. Ainda na Tabela 1.18, R_{sif} é a razão de solubilidade inicial obtida nas condições de separação.

A análise dos resultados apresentados na Tabela 1.18 indica que, dentre as situações consideradas, a pressão ótima de separação é a de 150 psia, pois esta produz o maior valor de c_{bf} , isto é, o menor encolhimento do óleo, e conseqüentemente, o maior volume de óleo no tanque. Este tópico será novamente abordado na Seção 1.8.15.

O uso dos dados experimentais da liberação “flash” para uma dada condição de separação, em conjunto com os dados de uma liberação diferencial obtida em célula PVT, propicia um meio de se obter os parâmetros PVT necessários para aplicação prática em condições de campo. Conforme já discutido, considera-se que a liberação diferencial descreve o processo de separação no interior do reservatório, enquanto que a liberação “flash” leva em conta as variações de volume que ocorrem entre o reservatório e o tanque de armazenamento do óleo. A conversão dos dados da liberação diferencial para os valores dos parâmetros B_o e R_s , a serem utilizados nos estudos de reservatórios, é feita através das expressões (Dake, 1978):

$$B_o = B_{od} \left(\frac{B_{obf}}{B_{obd}} \right) \quad (1.152)$$

e

$$R_s = R_{sif} - (R_{sid} - R_{sd}) \left(\frac{B_{obf}}{B_{obd}} \right), \quad (1.153)$$

⁴ Reproduzida de Dake, L. P., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, 1978, page 63, Copyright © 1978, com permissão de Elsevier Scientific Publishing Company.

onde o índice d refere-se aos dados da liberação diferencial, conforme mostrados no exemplo da Tabela 1.17. O fator volume-formação no ponto de bolha, obtido na liberação “flash”, é calculado por $B_{obf} = 1/c_{bf}$.

Dodson *et alii* (1953) descrevem uma maneira mais precisa de se realizar a análise PVT de modo a simular as condições de campo. Nesse método, uma liberação diferencial é realizada e após cada estágio de pressão o volume de óleo remanescente na célula é expandido para as condições de tanque através de uma bateria de separadores que representa as condições de separação de campo. Assim, a razão entre o volume de óleo nas condições de tanque e o volume de óleo inicial na célula fornece diretamente o valor do fator volume-formação do óleo B_o . Semelhantemente, o volume de gás liberado na expansão através dos separadores pode ser usado diretamente para se calcular a razão de solubilidade R_s naquele estágio de pressão. O processo é repetido tomando-se uma nova amostra de óleo para cada estágio de pressão, pois em cada estágio todo o óleo é expandido para o tanque. Esse tipo de experimento, embora represente mais apropriadamente a situação real, é mais demorado e mais caro que a técnica apresentada anteriormente.

1.8.14. Pressão de bolha

A *pressão de bolha* de uma mistura líquida de hidrocarbonetos é obtida experimentalmente em laboratório. Na verdade esse é um dos parâmetros obtidos a partir dos dados colhidos durante um processo de liberação “flash” que é executado no aparato chamado célula PVT. Como se sabe, nesse processo de liberação o volume da célula vai aumentando à medida que a pressão vai sendo reduzida. Registra-se para cada valor de pressão o correspondente volume da célula, ou seja, o volume ocupado pela mistura de hidrocarbonetos.

Um gráfico de *pressão versus volume* da câmara, quando o ensaio é efetuado apropriadamente, apresenta dois comportamentos diferentes, acima e abaixo da pressão de bolha. O ponto de inflexão corresponde à pressão de bolha da mistura original, conforme mostra a Figura 1.54.

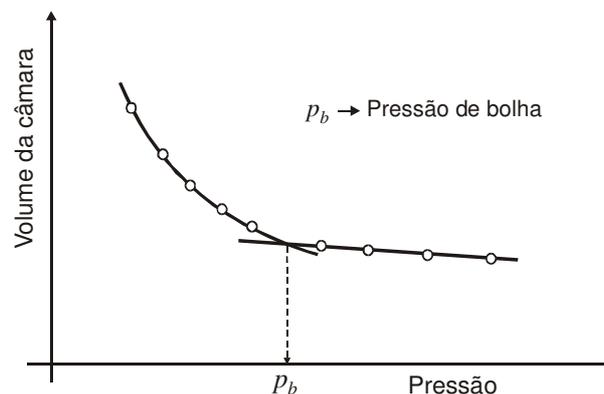


Figura 1.54 – Determinação da pressão de bolha.

Rigorosamente, as curvas mostradas na Figura 1.54 não são linhas retas, nem acima nem abaixo da pressão de bolha. Para pressões maiores que a pressão de bolha, a linha é quase linear, já que a compressibilidade de um óleo subsaturado é aproximadamente constante. Abaixo da pressão

de bolha, no entanto, a compressibilidade do sistema é fortemente influenciada pela compressibilidade do gás e o que se obtém normalmente é uma curva e não uma linha reta.

1.8.15. Pressão ótima de separação

Ao chegarem à superfície e antes de serem colocadas em tanques as misturas líquidas passam por vasos separadores, que como o nome indica, têm a finalidade de separar os líquidos dos gases.

Conforme discutido na Seção 1.8.13, sabe-se que o resultado final da passagem do fluido das condições de reservatório para as condições de tanque vai depender da sucessão dos eventos termodinâmicos nos quais essa mistura vai estar envolvida. Portanto, os separadores como parte desses eventos termodinâmicos requerem atenção especial na sua escolha. Na verdade eles devem trabalhar dentro de condições de pressão e temperatura tais que as quantidades finais de óleo no tanque sejam as maiores possíveis. Isso significa o menor encolhimento, ou seja, o menor fator volume-formação do óleo. Como os separadores trabalham normalmente na temperatura em que a mistura chega à superfície, o aspecto principal a ser observado é: qual deve ser a pressão do separador, chamada de *pressão ótima de separação*, para se obter esse menor encolhimento?

A pressão ótima é obtida do seguinte modo: várias amostras com a mesma quantidade do fluido nas condições de reservatório são submetidas ao processo de separação a diferentes pressões. Os volumes de óleo obtidos no tanque são anotados juntamente com as suas correspondentes pressões. Calcula-se o fator volume-formação do óleo correspondente a cada pressão. A pressão ótima de separação é aquela em que se obtém a maior quantidade de óleo no tanque, ou seja, aquela na qual o B_o é mínimo. Por exemplo, considere os dados mostrados na Tabela 1.19. O procedimento consiste em se colocar em um gráfico cartesiano o fator volume-formação do óleo em função da pressão de separação, conforme ilustra a Figura 1.55. A pressão ótima de separação corresponde ao valor mínimo de B_o .

Tabela 1.19 – Dados experimentais para determinação da pressão ótima de separação

Pressão de separação (p_{sep})	Volume de óleo no tanque (V_o)	B_o
p_{sep1}	V_{o1}	B_{o1}
p_{sep2}	V_{o2}	B_{o2}
p_{sep3}	V_{o3}	B_{o3}
p_{sep4}	V_{o4}	B_{o4}

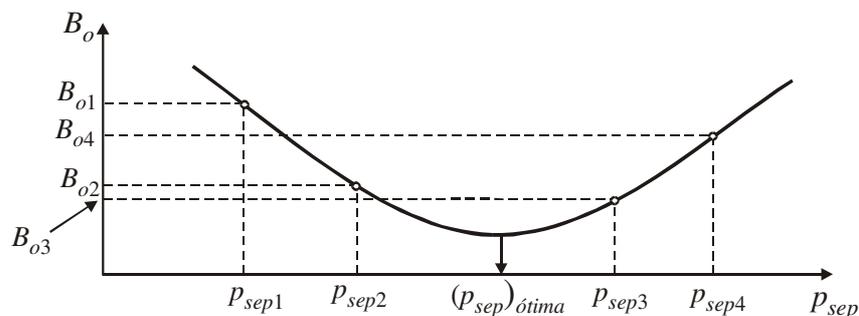


Figura 1.55 – Determinação da pressão ótima de separação.

Existem situações nas quais o melhor resultado se obtém com o uso de dois ou mais separadores colocados em série, praticando-se a chamada *separação por estágios*. Nessa situação o cálculo das condições ótimas de separação, isto é, da pressão e se for o caso, da temperatura de cada separador, é bem mais complexo. Poderia ser dito, entretanto, que toda separação é feita por estágios, uma vez que no tanque ainda vai haver alguma liberação de gás, sendo, portanto, o último estágio da separação.

1.8.16. Propriedades da água

Os reservatórios de petróleo sempre contêm água no seu interior, seja como saturação intersticial na zona de óleo e/ou gás, seja em um aquífero contíguo eventualmente existente. Com isso, além do conhecimento das propriedades dos hidrocarbonetos, é importante a obtenção de informações a respeito da água presente no reservatório. Adicionalmente às correlações apresentadas nos itens seguintes, outras propriedades da água podem ser encontradas nas tabelas incluídas nos Apêndices A e L.

a) Compressibilidade

A compressibilidade da água pode ser estimada através das correlações mostradas na Figura 1.56.

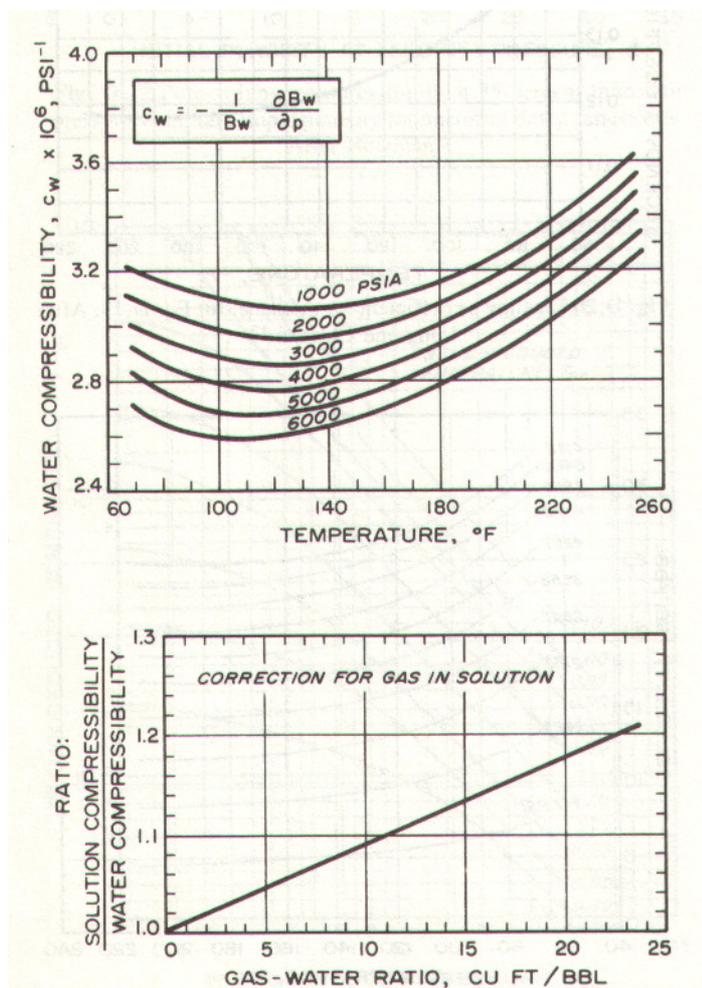


Figura 1.56 – Compressibilidade da água, c_w (Dodson & Standing, 1944). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

b) Fator volume-formação

O fator volume-formação da água (B_w) pode ser estimado usando-se as correlações da Figura 1.57, onde as curvas cheias aplicam-se aos casos de água pura e as tracejadas quando a água contém gás natural em solução.

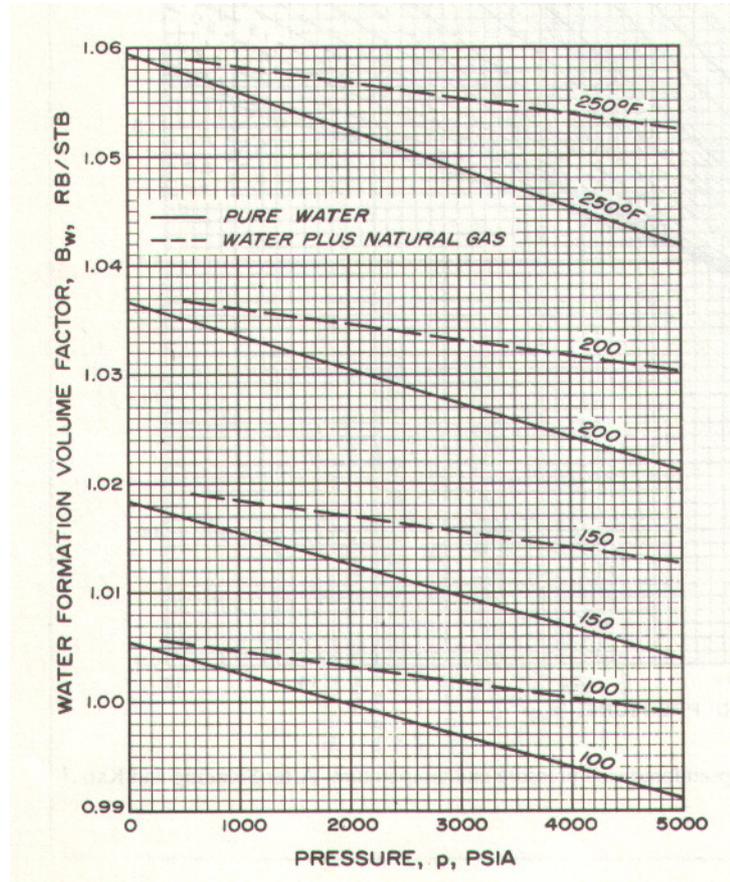


Figura 1.57 – Fator volume-formação da água, B_w (Dodson & Standing, 1944). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

c) Razão de solubilidade do gás na água

A Figura 1.58 permite estimar a razão de solubilidade do gás natural na água. Na parte inferior da figura pode ser efetuada a correção da solubilidade em função da salinidade da água. A ordenada apresenta a relação entre a solubilidade corrigida, ou seja, do gás na água salgada, e a solubilidade do gás na água pura, obtida das curvas da parte superior do gráfico.

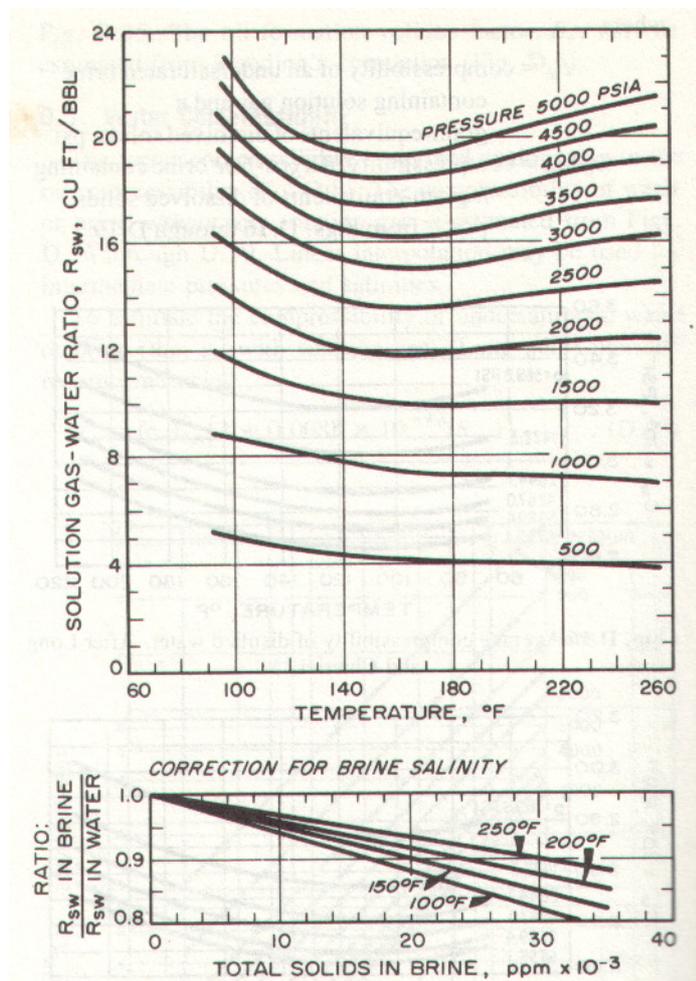


Figura 1.58 – Razão de solubilidade do gás natural em água salgada, R_{sw} (Dodson & Standing, 1944). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

d) Viscosidade

A viscosidade da água pode ser estimada usando-se a Figura 1.59. Da ordenada do gráfico obtém-se a viscosidade da água na temperatura do reservatório e na pressão de 1 atm, denominada μ^* . Para outras pressões o valor da viscosidade deve ser corrigido através da expressão:

$$\mu_{p,T} = \mu^* f(p,T), \quad (1.154)$$

onde $f(p,T)$ é um fator de correção, obtido do gráfico localizado no canto superior direito da figura.

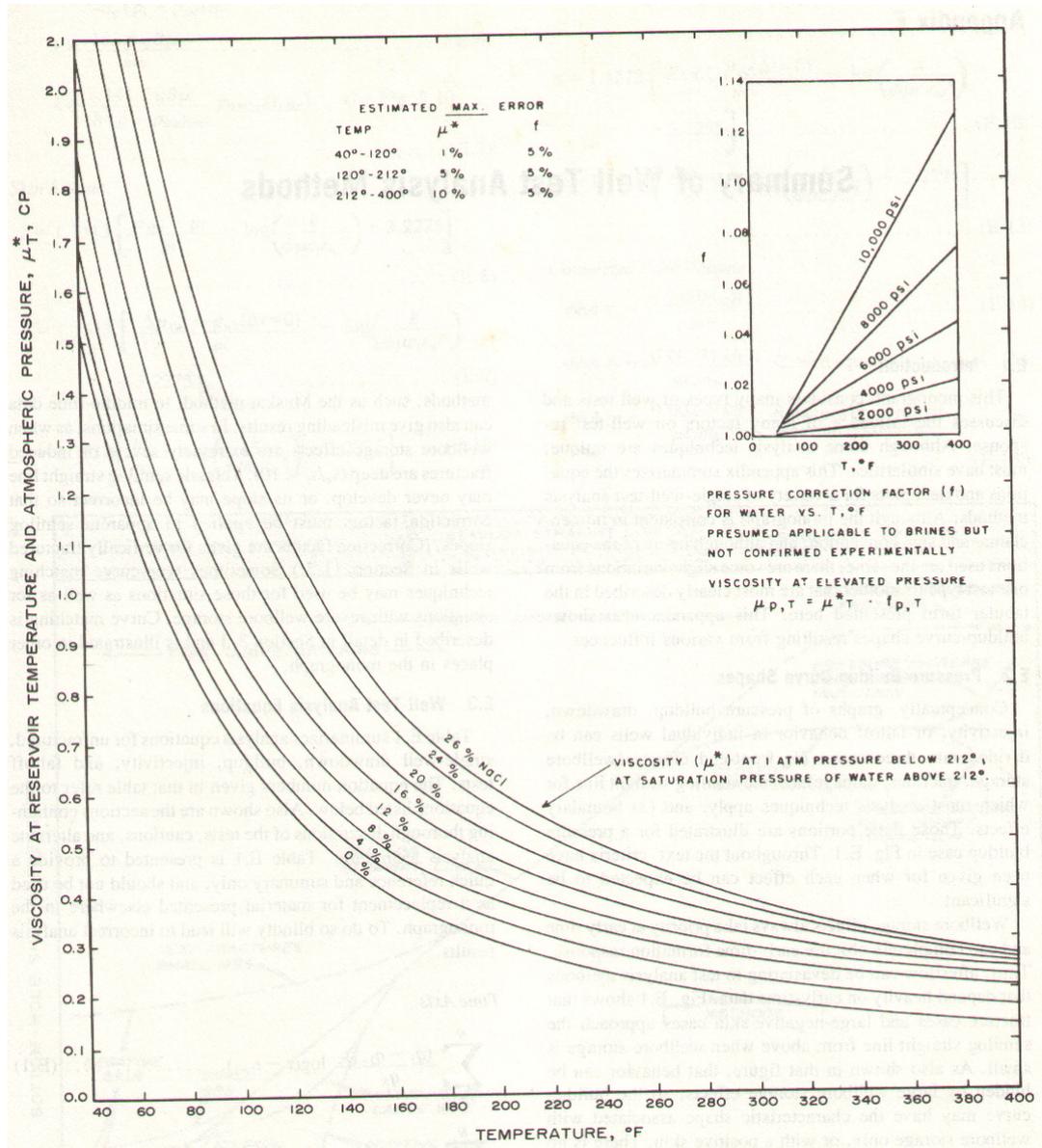


Figura 1.59 – Viscosidade da água salgada (Matthews & Russel, 1967). Extraída de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, 1977, com autorização de SPE-AIME.

1.9. Problemas

Problema 1.1 – Uma mistura gasosa de hidrocarbonetos tem a seguinte composição (porcentagem em *mol*): metano 68%, etano 22% e propano 10%. Calcular a porcentagem em massa de cada componente.

Resposta: metano = 49,73%; etano = 30,16%; propano = 20,11%

Problema 1.2 – Estimar o fator de compressibilidade do metano utilizando o gráfico desse composto, nas condições de 1.200 *psia* e 32 °F.

Resposta: 0,82

Problema 1.3 – Calcular o volume específico do metano a 1.000 *psia* e 68 °F.

Resposta: 0,315 *ft*³/*lb*

Problema 1.4 – Um certo hidrocarboneto gasoso tem uma massa específica igual a 2,55 *g/l* a 100 °C e 1 *atm*. Uma análise química mostrou que na molécula há um átomo de hidrogênio para cada átomo de carbono. Qual é a fórmula do hidrocarboneto?

Resposta: C₆H₆ (benzeno)

Problema 1.5 – Um gás natural tem uma massa molecular aparente igual a 21,5. Calcular a massa específica desse gás a uma pressão de 1.560 *psia* e a uma temperatura de 80 °F.

Resposta: 8,39 *lb/ft*³

Problema 1.6 – A mistura gasosa de hidrocarbonetos, cuja composição está indicada na Tabela 1.20, está sujeita à pressão de 1.338 *psia* e à temperatura de 180 °F.

Tabela 1.20 – Composição da mistura gasosa de hidrocarbonetos do Problema 1.6

Componente	Fração molar
metano	0,80
etano	0,10
propano	0,06
n-butano	0,04

Calcular para a mistura:

- (a) A massa molecular aparente.
- (b) A pressão pseudocrítica.
- (c) A temperatura pseudocrítica.
- (d) A densidade.
- (e) O volume ocupado por 103,8 *lb* do gás.

Respostas:

- (a) 20,76 (b) 668 *psia* (c) – 60 °F (400 °R) (d) 0,72 (e) 22,1 *ft*³

Problema 1.7 – Um gás natural apresenta a composição mostrada na Tabela 1.21:

Tabela 1.21 – Composição da mistura gasosa de hidrocarbonetos do Problema 1.7

Componente	Fração molar
CO_2	0,05
H_2S	0,10
CH_4	0,70
C_2H_6	0,10
C_3H_8	0,05

Calcular o fator de compressibilidade a uma pressão de 1.200 *psia* e uma temperatura de 120 °F utilizando as correlações de:

- (a) Wichert-Aziz.
 (b) Carr-Kobayashi-Burrows.

Respostas:

- (a) 0,825 (b) 0,805

Problema 1.8 – Um gás natural com uma densidade igual a 0,68 (ar = 1,0) está submetido às seguintes condições: $T = 72$ °F e $p = 1.072$ *psia*. Calcular a compressibilidade do gás nessas condições.

Resposta: $11,57 \times 10^{-4} \text{ psi}^{-1}$

Problema 1.9 – Calcular, usando a correlação de Carr-Kobayashi-Burrows, a viscosidade da mistura gasosa de hidrocarbonetos cuja composição está apresentada na Tabela 1.22, sujeita às condições de pressão e de temperatura de:

- (a) 1 *atm* e 200 °F.
 (b) 2.000 *psia* e 200 °F.

Tabela 1.22 – Composição da mistura gasosa de hidrocarbonetos do Problema 1.9

Componente	Fração molar
metano	0,80
etano	0,10
propano	0,06
n-butano	0,04

Respostas:

- (a) 0,0123 *cp* (b) 0,0163 *cp*

Problema 1.10 – Uma mistura gasosa de densidade 0,862 está sujeita a uma temperatura de 200 °F e a uma pressão de 2.000 *psia*, e apresenta em sua composição 10% de gás sulfídrico e 5% de dióxido de carbono. Calcular a viscosidade do gás nas condições citadas.

Resposta: 0,01845 *cp*

Problema 1.11 – Calcular a massa específica nas condições-standard da mistura líquida cuja composição está detalhada na Tabela 1.23:

Tabela 1.23 – Composição da mistura líquida de hidrocarbonetos do Problema 1.11

Componente	Fração molar (x_i)
n-butano	0,15
n-pentano	0,20
n-hexano	0,30
n-heptano	0,35

Resposta: 41 lb/SCF

Problema 1.12 – Uma mistura líquida com a composição apresentada na Tabela 1.24 está submetida no reservatório a uma temperatura de 200 °F e tem pressão de bolha igual a 4.000 psia. Calcular a massa específica da mistura nessas condições.

Tabela 1.24 – Composição da mistura líquida de hidrocarbonetos do Problema 1.12

Componente	Fração molar
metano	0,35
etano	0,08
propano	0,06
n-butano	0,04
n-pentano	0,07
hexano ⁺	0,40

Dado: O hexano⁺ tem massa molecular igual a 160 e densidade igual a 0,85.

Resposta: 42,2 lb/ft³

Problema 1.13 – Uma massa de 100 lb de uma certa substância está contida em um recipiente de 10 ft³ a uma certa temperatura. A massa específica da fase líquida é $\rho_L = 25 \text{ lb/ft}^3$ e a massa específica da fase vapor é $\rho_V = 0,05 \text{ lb/ft}^3$. Calcular os volumes e as massas de cada fase.

Respostas: $V_L = 4 \text{ ft}^3$; $V_V = 6 \text{ ft}^3$; $m_L = 99,70 \text{ lb}$; $m_V = 0,30 \text{ lb}$

Problema 1.14 – Um reservatório de petróleo tem uma pressão de bolha de 3.000 psia e uma temperatura de 130 °F. Estimar a viscosidade do líquido existente nesse reservatório a uma pressão de 4.000 psia, sabendo-se que a sua razão de solubilidade nessas condições é igual a 120 SCF/STB e na superfície ele resulta em um óleo de 24 °API.

Resposta: 9 cp

Problema 1.15 (Santos, J. A.) – Uma amostra de fluido em uma célula PVT passou pelos estágios representados na Figura 1.60.

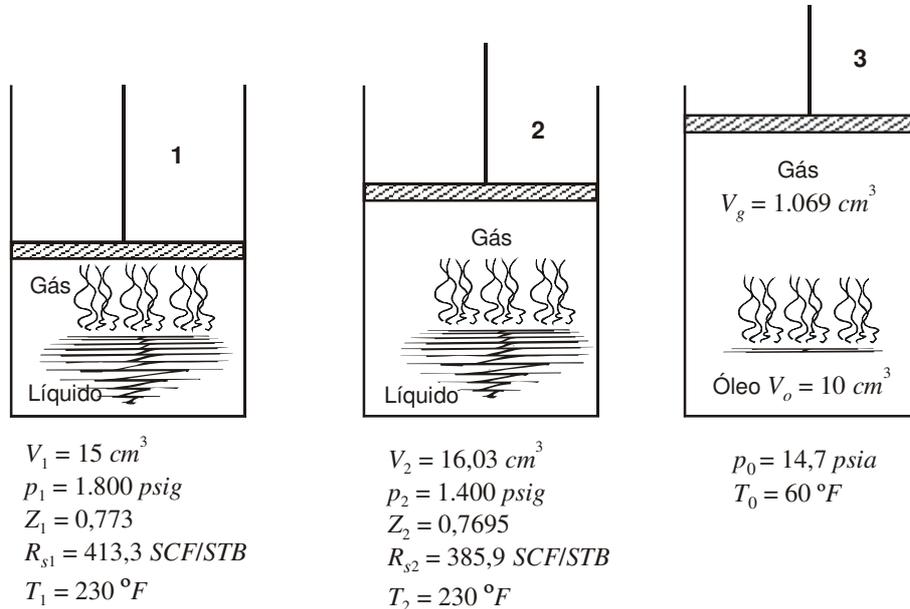


Figura 1.60 – Evolução de uma amostra de fluido em uma célula PVT - Problema 1.15 (Santos, J. A.).

Calcule:

- Os fatores volume-formação duas fases do óleo B_{t1} e B_{t2} .
- Os fatores volume-formação do gás B_{g1} e B_{g2} .
- A razão de solubilidade na pressão de bolha R_{sb} .
- Os fatores volume-formação do óleo B_{o1} e B_{o2} .
- Os volumes de gás livre nas condições 1 e 2 (V_{g1} e V_{g2}).

Respostas:

- | | |
|---|--|
| (a) $B_{t1} = 1,5 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \text{ std}$ | $B_{t2} = 1,6 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \text{ std}$ |
| (b) $B_{g1} = 0,0083 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \text{ std}$ | $B_{g2} = 0,0106 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \text{ std}$ |
| (c) $R_{sb} = 106,9 \text{ cm}^3 \text{ std}/\text{cm}^3 \text{ std}$ | |
| (d) $B_{o1} = 1,224 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \text{ std}$ | $B_{o2} = 1,195 \text{ cm}^3/\text{cm}^3 \text{ std}$ |
| (e) $V_{g1} = 2,76 \text{ cm}^3$ | $V_{g2} = 4 \text{ cm}^3$ |

Problema 1.16 – Determine o fator volume-formação do óleo (B_o) de um fluido no reservatório, conhecendo-se as composições do gás liberado e do óleo na superfície, mostrados na Tabela 1.25. Outros dados são:

Massa molecular do C_{7+}	250
Massa específica do C_{7+}	51,52 lb/SCF
Razão gás/óleo de produção.....	64 SCF/SCF
Pressão do reservatório.....	1.900 psia
Temperatura do reservatório	150 °F

Tabela 1.25 – Composições do gás liberado e do óleo – Problema 1.16

Componente	Fração molar do gás liberado	Fração molar do óleo no tanque
C_1	69,472	2,45
C_2	14,380	2,52
C_3	8,860	5,15
<i>i</i> - C_4	3,091	4,12
<i>n</i> - C_4	2,577	4,91
<i>i</i> - C_5	0,649	2,92
<i>n</i> - C_5	0,622	3,61
C_6	0,260	5,85
C_{7+}	0,089	68,47
Total	100,000	100,00

Resposta: $B_o = 1,19 \text{ bbl/STB}$

Problema 1.17 – Determinar o fator volume-formação de um óleo conhecendo-se as seguintes informações:

Densidade do óleo.....	0,876
Densidade do gás.....	0,71
Razão de solubilidade.....	575 SCF/STB
Temperatura.....	220 °F

Resposta: 1,34 bbl/STB

Problema 1.18 – Os resultados de uma liberação “flash” estão mostrados na Tabela 1.26:

Tabela 1.26 – Dados da liberação “flash” – Problema 1.18

Pressão manométrica (kgf/cm^2)	Volume de fluido na célula (cm^3)
163	270
130	271,5
124	272
110	278
96	284
75	310
49	347
31	390
15	445
8	485

Outros dados são:

Volume da amostra.....	270 cm^3
Pressão original absoluta.....	178 kgf/cm^2
Temperatura do reservatório	148 °F

Determinar graficamente a pressão de bolha da mistura.

Resposta: $124 \text{ kgf/cm}^2 \text{ abs}$

Bibliografia

- Ahmed, T.: *Hydrocarbon Phase Behavior*. Houston, Texas, Gulf Publishing Company, 1989.
- Beal, C.: The Viscosity of Air, Water, Natural Gas, Crude Oil and its Associated Gases at Oil-Field Temperatures and Pressures. *Trans. AIME*, 165: 94-115, 1946.
- Brown, G. G; Katz, D. L; Oberfell, G. G. & Alden, R. C.: *Natural Gasoline and the Volatile Hydrocarbons*. Tulsa, Oklahoma, USA, Natural Gas Association of America, 1948.
- Burcik, E. J.: *Properties of Petroleum Reservoir Fluids*. Boston, International Human Resources Development Corporation – IHRDC, 1979.
- Calhoun, J. C., Jr.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. OK, USA, University of Oklahoma Press, 1953.
- Carr, N. L.; Kobayashi, R. & Burrows, D. B.: Viscosity of Hydrocarbon Gases Under Pressure. *Trans. AIME*, 201: 264-272, 1954.
- Chew, J. & Connally, C. A., Jr.: A Viscosity Correlation for Gas-Saturated Crude Oils. *Trans. AIME*, 216: 23-25, 1959.
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. New York, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Dempsey, J. R.: Computer Routine Treats Gas Viscosity as a Variable. *Oil and Gas J.*, Aug. 16, 1965, 141.
- Dodson, C. R.; Goodwill, D. & Mayer, E. H.: Application of Laboratory PVT Data to Reservoir Engineering Problems. *Trans. AIME*, 198: 287-298, 1953.
- Dodson, C. R. & Standing, M. B.: Pressure-Volume-Temperature and Solubility Relations for Natural Gas-Water Mixtures. *Drill. and Prod. Prac.*, API, 173-179, 1944.
- Earlougher, R. C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)
- Energy Resources Conservation Board.: *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*. Calgary, Alberta, Canada, 1978. (Third edition, Second printing.)

- Katz, D. L.: High Pressure Gas Measurement. *Proceedings 21st Annual Convention, NGAA*, 44, 1942.
- Katz, D. L.: Apparent Liquid Densities of Natural Gases. *API Drilling and Production Practice*, 140, 1942.
- Katz, D. L.; Cornell, D.; Kobayashi, R.; Poettmann, F. H.; Vary, J. A.; Elenbaas, J. R. & Weinaug, C. F.: *Handbook of Natural Gas Engineering*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1959.
- Kay, W. B.: Density of Hydrocarbon Gases and Vapors at High Temperature and Pressure. *Ind. Eng. Chem.*, 1014-1019, Sept. 1936.
- Levorsen, A. I.: *Geology of Petroleum*. San Francisco, CA, USA, W. H. Freeman and Company, 1966.
- Matthews, C. S. & Russell, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, SPE of AIME, Monograph Series Volume 1, 1967.
- McCain, W. D., Jr.: *The Properties of Petroleum Fluids*. Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1990. (2nd ed.)
- Nemeth, L. K. & Kennedy, H. J.: A Correlation of Dew Point Pressure with Fluid Composition and Temperature. *SPEJ*, 99-104, June 1967.
- Santos, J. A.: *Propriedades dos Fluidos*. Salvador, Bahia, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)
- Satter, A. & Campbell, J. M.: Non-Ideal Behavior of Gases and their Mixtures. *SPEJ*, 333-347, Dec. 1963.
- Smith, R. C.; Prausnitz, J. M. & Poling, B. E.: *The Properties of Gases and Liquids*. New York, McGraw Hill, 1987. (4th ed.)
- Standing, M. B.: *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9th printing, 1981.
- Standing, M. B. & Katz, D. L.: Density of Natural Gases. *Trans. AIME*, 146: 140-149, 1942.
- Stewart, W. F.; Burkhardt, S. F. & Voo, D.: Prediction of Pseudocritical Parameters for Mixtures. In: AIChE Meeting. Kansas City, MO, USA, May 18, 1959.
- Thomas, J. E. (organizador): *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. Rio de Janeiro, Interciência, 2001.
- Trube, A. S.: Compressibility of Natural Gases. *Trans. AIME*, 210: 355-357, 1957.

Trube, A. S.: Compressibility of Undersaturated Hydrocarbon Reservoir Fluids. *Trans. AIME*, 210: 341-344, 1957.

van der Waals, J. D.: *Continuity of the Gaseous and Liquid State of Matter*. Leiden, 1873. (Thesis.)

Wichert, E. & Aziz, K.: Calculate Z's for Sour Gases. *Hyd. Proc.*, 119-112, May 1972.

LISTA DE FIGURAS A SEREM COPIADAS DE LIVROS

	Fonte		
Figura deste livro	Livro	Figura	Pág
Figura 1.19	Burcik, E. J. <i>Properties of Petroleum Reservoir Fluids</i> . Boston, International Human Resources Development Corporation – IHRDC, 1979.	6	Após a
Figura 1.20	Burcik, E. J. <i>Properties of Petroleum Reservoir Fluids</i> . Boston, International Human Resources Development Corporation – IHRDC, 1979.	9	3
Figura 1.21	Dake, L. P. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.	1.7	1
Figura 1.22	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells</i> . Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-2	A-
Figura 1.23	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells</i> . Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-3	A-
Erro! Fonte de referência não encontrada.	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D-25	23

Figura 1.25	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D-26	23
Figura 1.26	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells</i> . Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-7	A-
Figura 1.27	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells</i> . Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-8	A-
Figura 1.28	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells</i> . Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-9	A-
Figura 1.29	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.1	22
Figura 1.30	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells</i> . Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-1	A-
Figura 1.31	Standing, M. B. <i>Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9 th printing, 1981.	23	3-
Figura 1.32	Standing, M. B. <i>Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9 th printing, 1981.	24	3-
Figura 1.33	Standing, M. B. <i>Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9 th printing, 1981.	25	3-
Figura 1.34	McCain, W. D., Jr. <i>The Properties of Petroleum Fluids</i> . Tulsa, OK, USA, Penn-Well Publishing Company, 1973.	4-6	15
Figura 1.35	Burcik, E. J. <i>Properties of Petroleum Reservoir Fluids</i> . Boston, International Human Resources Development Corporation – IHRDC, 1979.	71	12
Figura 1.36	McCain, W. D., Jr. <i>The Properties of Petroleum Fluids</i> . Tulsa, OK, USA, Penn-Well Publishing Company, 1973.	4-8	16
Figura 1.37	McCain, W. D., Jr. <i>The Properties of Petroleum Fluids</i> . Tulsa, OK, USA, Penn-Well Publishing Company, 1973.	4-23	20
Figura 1.38	McCain, W. D., Jr. <i>The Properties of Petroleum Fluids</i> . Tulsa, OK, USA, Penn-Well Publishing Company, 1973.	4-22	19
Figura 1.39	McCain, W. D., Jr. <i>The Properties of Petroleum Fluids</i> . Tulsa, OK, USA, Penn-Well Publishing Company, 1973.	4-24	20
Figura 1.45	Standing, M. B. <i>Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9 th printing, 1981.	Chart 3	Apêr
Figura 1.46	Standing, M. B. <i>Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9 th printing, 1981.	Chart 1	Apêr
Figura 1.47	Standing, M. B. <i>Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951; 9 th printing, 1981.	Chart 2	Apêr
Figura 1.56	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.22	23
Figura 1.57	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.8	22

Figura 1.58	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.23	23
Figura 1.59	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.35	24

**TABELA DE FIGURAS QUE JÁ FORAM
PREPARADAS EM COREL DRAW, MAS QUE
NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO PARA SEREM
REPRODUZIDAS**

	Fonte		
Figura deste livro	Artigo técnico	Figura	Página

**LISTA DE TABELAS COPIADAS DE LIVROS QUE
NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO**

	Fonte		
Tabela deste livro	Livro	Tabela	Página
Tabela 1.17	Dake, L. P. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.	2.4	65
Tabela 1.18	Dake, L. P. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.	2.3	63

2. PROPRIEDADES DAS ROCHAS

Informações sobre as propriedades das rochas, a exemplo das propriedades dos fluidos, constituem-se em fatores decisivos para o estudo do comportamento de reservatórios de petróleo e, portanto, a sua coleta e a sua interpretação devem merecer uma atenção especial, através de um trabalho exaustivo e metuculoso.

As rochas-reservatório contêm, normalmente, dois ou mais fluidos. Os volumes dos fluidos contidos nas rochas, as transmissibilidades dos mesmos através delas e outras propriedades correlatas, para sistemas monofásicos e multifásicos, serão o objeto de estudo neste capítulo.

2.1. Porosidade

Nesta seção serão apresentadas definições e discutidos os vários tipos de rocha-reservatório e de porosidade.

2.1.1. Definições

A *porosidade* é uma das mais importantes propriedades das rochas na engenharia de reservatórios, já que ela mede a capacidade de armazenamento de fluidos. A porosidade é definida como sendo a relação entre o volume de vazios de uma rocha e o volume total da mesma, ou seja:

$$\phi = V_v / V_t, \quad (2.1)$$

onde ϕ é a porosidade, V_v o volume de vazios e V_t o volume total. O volume de vazios é normalmente denominado *volume poroso* da rocha e representado pelo símbolo V_p .

Admita uma situação hipotética em que a rocha seja composta por grãos esféricos, do mesmo diâmetro e arranjados em forma cúbica, como indica a Figura 2.1.

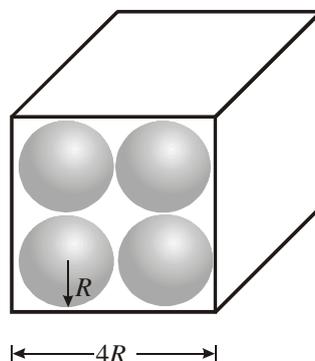


Figura 2.1 – Rocha formada por grãos esféricos em uma estrutura cúbica.

Se as esferas possuem raios iguais a R , em um cubo de aresta $4R$ existem 8 (oito) esferas. Assim, o volume poroso é dado por:

$$V_p = V_{cubo} - V_{esferas} = (4R)^3 - 8\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = 30,5 R^3 \quad (2.2)$$

e o volume total de rocha, ou seja, o volume do cubo, é:

$$V_t = V_{cubo} = (4R)^3 = 64 R^3. \quad (2.3)$$

Então, a porosidade é dada por:

$$\phi = V_p / V_t = 30,5 R^3 / 64 R^3 = 0,476 \text{ (47,6\%)}. \quad (2.4)$$

O arranjo da Figura 2.1 é o que proporciona o maior valor possível de porosidade para grãos uniformes (mesmo diâmetro). Observa-se também que se os grãos são perfeitamente esféricos e do mesmo diâmetro a porosidade independe do tamanho dos grãos.

a) Porosidade absoluta

É a relação entre o volume total de vazios de uma rocha e o volume total da mesma.

b) Porosidade efetiva

É a relação entre os espaços vazios interconectados de uma rocha e o volume total da mesma. Do ponto de vista da engenharia de reservatórios, a porosidade efetiva é o valor que se deseja quantificar, pois representa o espaço ocupado por fluidos que podem ser deslocados do meio poroso.

Rochas com materiais intergranulares, pobre a moderadamente cimentados, apresentam valores aproximadamente iguais de porosidades absoluta e efetiva. Já rochas altamente cimentadas, bem como calcários, podem apresentar valores bem diferentes para essas duas porosidades.

c) Porosidade primária

É aquela que se desenvolveu durante a deposição do material sedimentar. Exemplos de porosidade primária ou original são a porosidade intergranular dos arenitos e as porosidades intercristalina e oolítica de alguns calcários.

d) Porosidade secundária

É aquela resultante de alguns processos geológicos subsequentes à conversão dos sedimentos em rochas. Exemplos de porosidade secundária ou induzida são dados pelo desenvolvimento de fraturas, como as encontradas em arenitos, folhelhos e calcários, e pelas cavidades devidas à dissolução de parte da rocha, comumente encontradas em calcários.

A Figura 2.2 mostra um exemplo de seção transversal de uma amostra de rocha, onde podem ser observados dois tipos de poros: interconectados e isolados. A soma dos volumes porosos interconectados com os volumes porosos isolados representa o volume total de poros, utilizado na definição da porosidade absoluta da rocha. O volume poroso interconectado define a porosidade efetiva.

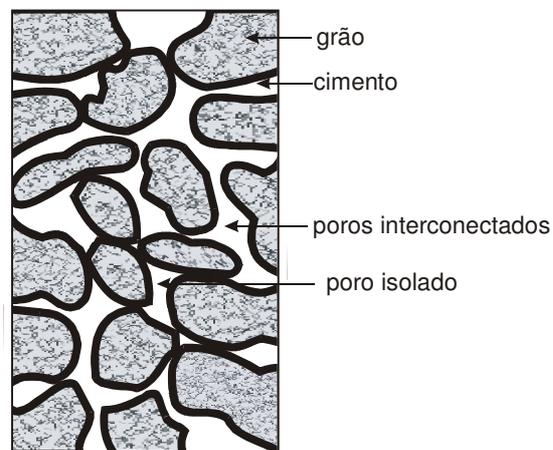


Figura 2.2 – Seção transversal de uma amostra de rocha.

2.1.2. Rochas-reservatórios

A maioria dos depósitos comerciais de petróleo ocorre em reservatórios formados por rochas sedimentares clásticas e não clásticas, principalmente em arenitos e calcários. Entretanto, vários outros tipos de rocha podem apresentar porosidade suficiente para serem localmente importantes como reservatórios. Neste caso, a porosidade pode ser intersticial, mas na maioria das vezes é devida à presença de fraturas. Maiores detalhes sobre porosidade são encontrados nas descrições dos diversos tipos de rocha-reservatório, a serem apresentadas nos próximos itens desta seção.

a) Arenitos

Os *arenitos* são a mais freqüente rocha-reservatório encontrada em todo o mundo. Eles podem ser espessos, atingindo várias centenas de metros de espessura, e podem apresentar grande continuidade lateral. A Figura 2.3 apresenta um desenho esquemático de uma amostra de arenito.

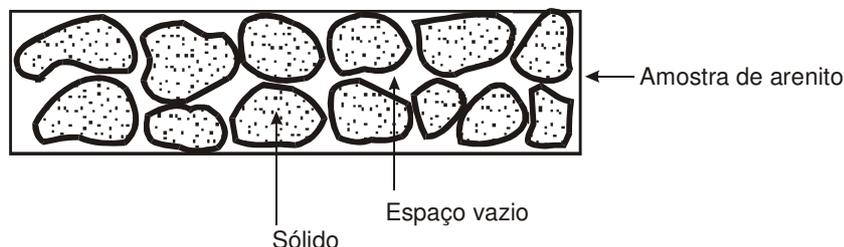


Figura 2.3 – Desenho esquemático de uma amostra de arenito.

A porosidade dos arenitos pode ser de dois tipos: *intergranular* e *por fraturas*. A porosidade intergranular é decorrente do espaço vazio remanescente depois que a porosidade inicial foi reduzida pela cimentação. A porosidade inicial depende principalmente do grau de seleção dos grãos de areia. Se estes forem moderadamente arredondados e aproximadamente de mesmo tamanho, formarão agregados com porosidade variando de 35% a 40%. Se as dimensões das partículas forem muito variadas, a porosidade será pequena, pois os grãos menores preencherão parcialmente os interstícios existentes entre os grãos maiores. Neste caso as porosidades serão de 30% ou menores. Como regra geral, a cimentação e as irregularidades de grãos diminuem o valor da porosidade inicial de valores entre 30 e 40% para valores entre 10 e 20%.

Estudos de poros de arenitos mostraram que, enquanto alguns destes não sofreram nenhuma atividade após sua deposição, que não a cimentação, outros foram lixiviados de modo que seus poros podem ser maiores que os maiores grãos. Cavidades devidas à dissolução de material, que são encontradas normalmente em rochas carbonatadas, podem ser importantes em alguns reservatórios de arenitos.

Arenitos fechados ou zonas fechadas dentro de um arenito podem ser devidos a uma completa cimentação. No entanto, mais frequentemente esse fechamento é o resultado da não seleção do material sedimentar durante a deposição. Argilas, siltes ou placas de mica podem tornar um arenito praticamente impermeável.

Um arenito é uma rocha competente e quebradiça, e está sujeito a fissuramentos como qualquer outra rocha de competência comparável. Quando ele não é fechado e tem uma porosidade normal de 10 a 20%, sua porosidade real pode ser muito maior devido a fraturas.

As dimensões de um corpo de arenito dependem das condições de sua sedimentação. Os mais extensos foram depositados devido a transgressões marinhas. A maioria, entretanto, se apresenta em forma lenticular.

A fonte original da maioria dos grãos de areia é o granito ou o gnaisse. A primeira areia resultante da destruição de rochas graníticas não é apenas constituída de grãos de quartzo limpos, mas de uma mistura de grãos de quartzo, partículas de argila e minerais acessórios em vários graus de decomposição. Uma rocha-reservatório com melhores características é aquela em que os grãos de areia foram trabalhados mais de uma vez. Provavelmente a maioria dos arenitos se constitui de grãos de areia provenientes de erosão de arenitos mais velhos.

b) Rochas carbonatadas

Rochas carbonatadas são os calcários, as dolomitas e aquelas intermediárias entre os dois. Reservatórios de rochas carbonatadas diferem em vários aspectos daqueles de arenito. A porosidade é provavelmente localizada, tanto lateral como verticalmente, dentro de uma camada. Por outro lado,

os poros podem ser muito maiores que os de arenitos, dando à rocha uma grande permeabilidade. A porosidade de uma rocha carbonatada pode ser primária ou secundária.

A porosidade primária é aquela resultante da deposição original da rocha. São as acumulações de conchas e recifes, e os calcários oolíticos. Há ainda os calcários e dolomitas clásticas, resultantes da acumulação de “grãos” provenientes de rochas carbonatadas mais velhas. Neste caso a porosidade seria da mesma ordem de grandeza da dos arenitos. Entretanto, devido à deposição de calcita ou dolomita de soluções e à recristalização, essa porosidade original é grandemente reduzida.

A porosidade em rochas carbonatadas é quase sempre secundária e devida a processos de solução, dolomitização e fraturamento. O mais importante desses processos é a solução (ou dissolução), em que a calcita ou a dolomita é lixiviada pelas águas subterrâneas, resultando cavidades com dimensões variando desde minúsculos poros até gigantescas cavernas.

c) Outras rochas

Apesar de os maiores reservatórios de óleo e gás serem arenitos ou rochas carbonatadas principalmente, com poros disseminados, mas também devidos a fraturas, vários outros tipos de rocha podem possuir porosidade suficiente para se tornarem localmente importantes como reservatórios. Em alguns casos a porosidade é intersticial, mas na maioria dos casos é devida à presença de fissuras. Os seguintes tipos de rocha podem ser encontrados como rochas-reservatórios: conglomerados e brechas, folhelhos fraturados, siltes, arcósios e rochas ígneas ou metamórficas fraturadas.

2.1.3. Medição da porosidade

Vários são os métodos utilizados na determinação da porosidade de rochas-reservatórios, tais como amostragem (medição em laboratório a partir de pequenas amostras de testemunhos), perfilagem do poço ou análise de testes de pressão, em algumas situações especiais. O método mais comum, no entanto, é o que usa pequenas amostras da rocha-reservatório. O valor da porosidade de grandes porções da rocha é obtido estatisticamente a partir dos resultados de análises de numerosas amostras.

Na medição da porosidade em laboratório é necessária a determinação de somente dois de três parâmetros básicos: volume total, volume de poros e volume de sólidos.

2.1.4. Porosidade média

Conforme mencionado na Seção 2.1.3, o valor da porosidade para um reservatório como um todo é obtido a partir do tratamento estatístico dos dados de medições realizadas em várias amostras de testemunhos retirados de diversos poços perfurados nesse reservatório. Verifica-se na prática que a porosidade apresenta em geral uma distribuição normal. Assim, o valor médio da porosidade é obtido através de uma média aritmética:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \phi_j, \quad (2.5)$$

onde N é o número de medições.

Exemplo 2.1 – Uma amostra de 1 cm^3 de uma rocha-reservatório é colocada em uma câmara de 10 cm^3 de um porosímetro de Boyle, a uma pressão absoluta de 750 mm de mercúrio. Essa câmara é

fechada e uma válvula é girada de tal modo que o ar pode se expandir para outra câmara previamente evacuada, cujo volume é também de 10 cm^3 . A pressão absoluta final das duas câmaras é de $361,4 \text{ mm}$ de mercúrio. Calcular a porosidade efetiva da amostra de rocha-reservatório.

Solução:

Admitindo que a temperatura permaneça constante e que o ar comporte-se como gás ideal, tem-se que:

$$p_i V_i = p_f V_f, \quad (2.6)$$

onde i refere-se às condições iniciais e f às condições finais do experimento. Substituindo-se os valores conhecidos na Eq. (2.6) obtém-se:

$$750(10 - V_s) = 361,4(20 - V_s),$$

de onde se calcula o volume de sólidos $V_s = 0,7 \text{ cm}^3$. Assim, a porosidade é determinada por:

$$\phi = \frac{V_v}{V_t} = \frac{V_t - V_s}{V_t} = \frac{1,0 - 0,7}{1,0} = 0,3 \text{ (30\%) .}$$

2.2. Compressibilidade

A porosidade das rochas sedimentares é função do grau de compactação das mesmas, e as forças de compactação são funções da máxima profundidade em que a rocha já se encontrou. O efeito da compactação natural sobre a porosidade pode ser visualizado na Figura 2.4.

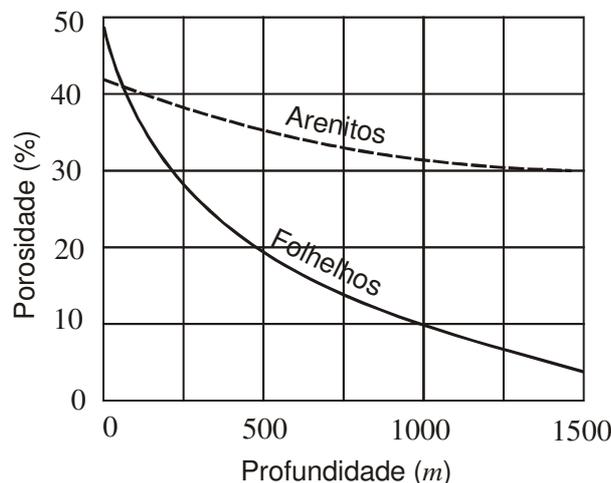


Figura 2.4 – Efeito da compactação natural sobre a porosidade (Krumbein & Sloss, 1951).

Esse efeito é devido à arrumação dos grãos, resultante da compactação. Assim, sedimentos que já estiveram a grandes profundidades apresentam menores valores de porosidade que aqueles que nunca foram tão profundamente enterrados.

Três tipos de *compressibilidade* devem ser distinguidos nas rochas:

- a) Compressibilidade da rocha matriz: é a variação fracional em volume do material sólido da rocha, com a variação unitária da pressão;
- b) Compressibilidade total da rocha: é a variação fracional do volume total da rocha, com a variação unitária da pressão;
- c) Compressibilidade dos poros: é a variação fracional do volume poroso da rocha com a variação unitária da pressão.

Quando fluidos são produzidos de uma rocha-reservatório, o esgotamento dos mesmos do espaço poroso faz com que haja uma variação da pressão interna da rocha e com isso ela fica sujeita a tensões resultantes diferentes. Essa variação de tensões provoca modificações nos grãos, nos poros e algumas vezes no volume total da rocha. De maior importância na engenharia de reservatórios é a variação do volume poroso, devida à chamada *compressibilidade efetiva* da formação ou dos poros, definida como:

$$c_f = \frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial p}, \quad (2.7)$$

onde V_p é o volume poroso da rocha e p a pressão interna.

Da definição de porosidade pode-se escrever uma expressão para o volume poroso:

$$V_p = V_t \phi. \quad (2.8)$$

Considerando que o volume total da rocha é constante e derivando a expressão do volume poroso em relação à pressão obtém-se:

$$\frac{\partial V_p}{\partial p} = V_t \frac{\partial \phi}{\partial p}. \quad (2.9)$$

Substituindo as Eqs. (2.8) e (2.9) na Eq. (2.7) resulta em:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}. \quad (2.10)$$

Conforme apresentado no Apêndice D.3 do livro de Earlougher (1977), em geral é impossível correlacionar valores de compressibilidade de rocha, de tal maneira que a compressibilidade deve sempre ser medida para o reservatório que estiver sendo estudado. As correlações fornecem, na melhor das hipóteses, apenas uma ordem de magnitude dos valores de compressibilidade. Na ausência de valores medidos, no entanto, a correlação de Hall (1953), apresentada na Figura 2.5, pode ser usada para a estimativa da compressibilidade efetiva de uma rocha-reservatório. Hall investigou o comportamento da compressibilidade efetiva c_f à pressão externa (peso das camadas) constante e, utilizando dados de diversos campos, construiu um gráfico de *porosidade* (ϕ) versus *compressibilidade efetiva da rocha* (c_f).

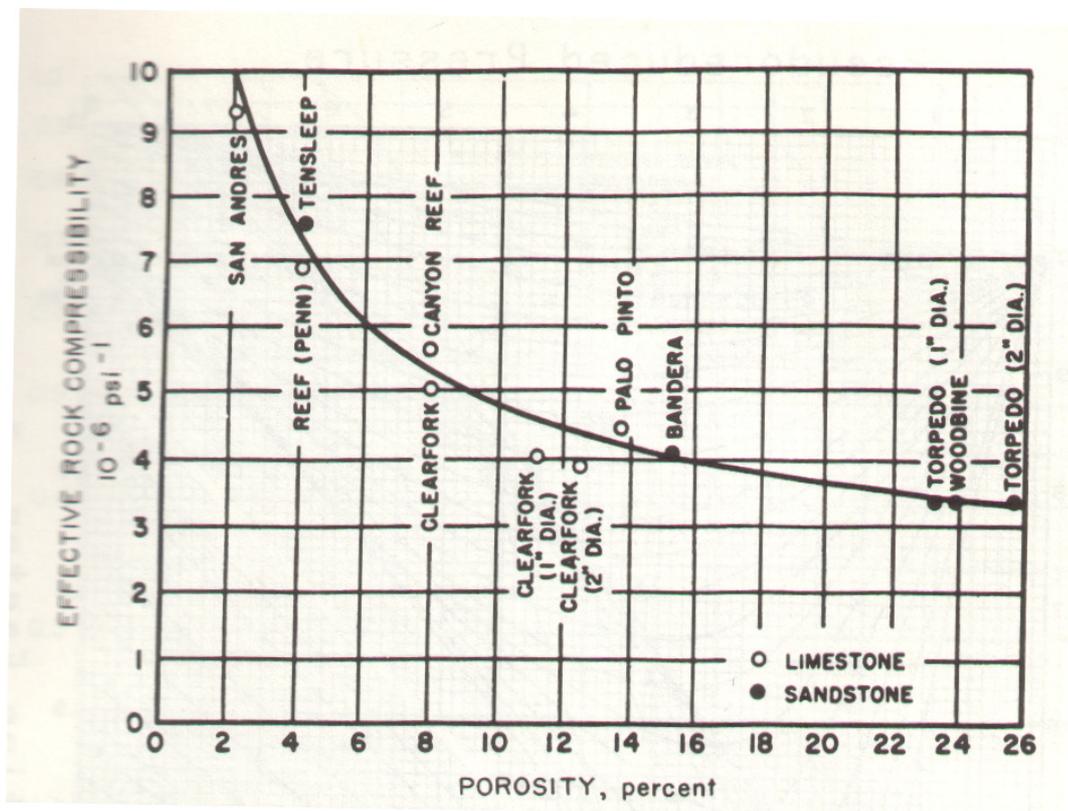


Figura 2.5 – Compressibilidade efetiva da formação, c_f (Hall, 1953). Reproduzida de Matthews, C. S. & Russel, D. G., *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*, Copyright © 1967, com permissão de SPE-AIME.

Exemplo 2.2 – Um reservatório de petróleo possui as seguintes características:

Forma	Paralelepípedica
Camadas.....	Horizontais
Área em planta.....	2 km^2
Espessura.....	$10,0 \text{ m}$
Porosidade.....	16%
Saturação de água (irredutível).....	20%
Pressão original.....	$150,0 \text{ kgf/cm}^2$
Pressão atual.....	$120,0 \text{ kgf/cm}^2$
Pressão de bolha.....	$110,0 \text{ kgf/cm}^2$
Densidade do óleo na pressão de bolha.....	0,75
Temperatura do reservatório.....	200°F
Coefficiente de compressibilidade médio da água.....	$3,0 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$

Calcular o volume de óleo produzido, medido em condições de reservatório, sabendo que a saturação de água (S_{wi}) é o quociente entre o seu volume e o volume poroso da rocha.

Solução:

$$\text{Volume poroso inicial: } V_{pi} = V_t \phi = 2 \times (1.000 \text{ m})^2 \times 10 \text{ m} \times 0,16 = 3,2 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume inicial de água: } V_{wi} = S_{wi} V_{pi} = 0,20 \times 3,2 \times 10^6 = 0,64 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume inicial de óleo: } V_{oi} = V_{pi} - V_{wi} = 3,2 \times 10^6 - 0,64 \times 10^6 = 2,56 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Densidade do óleo à pressão de bolha} = 0,75 \xrightarrow{\text{Correlação fig. 1.35 - capítulo 1}} c_o = 10 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

$$\text{Porosidade } \phi = 16\% \xrightarrow{\text{Figura 2.5}} c_f = 4 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$$

Da definição de compressibilidade da água,

$$c_w = -\frac{1}{V_{wi}} \frac{\Delta V_w}{\Delta p},$$

obtem-se:

$$\Delta V_w = -c_w V_{wi} \Delta p = -3,0 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1} \times 0,64 \times 10^6 \text{ m}^3 \times (120 - 150) \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \times 14,2 \frac{\text{psi}}{\text{kgf / cm}^2} = 818 \text{ m}^3.$$

Da definição de compressibilidade do óleo,

$$c_o = -\frac{1}{V_{oi}} \frac{\Delta V_o}{\Delta p},$$

obtem-se:

$$\Delta V_o = -c_o V_{oi} \Delta p = -10 \times 10^{-6} \times 2,56 \times 10^6 \times (120 - 150) \times 14,2 = 10.906 \text{ m}^3.$$

Da definição de compressibilidade da formação,

$$c_f = \frac{1}{V_{pi}} \frac{\Delta V_p}{\Delta p},$$

obtem-se:

$$\Delta V_p = c_f V_{pi} \Delta p = 4 \times 10^{-6} \times 3,2 \times 10^6 \times (120 - 150) \times 14,2 = -5.453 \text{ m}^3.$$

O volume de óleo produzido é igual à soma dos módulos das variações dos volumes da água, do óleo e dos poros:

$$V_{o \text{ produzido}} = \Delta V_w + \Delta V_o + |\Delta V_p| = 818 + 10.906 + 5.453 = 17.177 \text{ m}^3.$$

Em 1959, van der Knaap propôs uma outra correlação para a estimativa da compressibilidade de calcários. Posteriormente, Newman (1973) apresentou outras correlações para a estimativa da compressibilidade de calcários e de arenitos consolidados, friáveis e não consolidados, conforme podem ser vistas na Figura 2.6, Figura 2.7, Figura 2.8 e Figura 2.9. Nessas figuras a pressão litostática é definida como a pressão obtida (psi) ao se multiplicar a profundidade do reservatório (ft) por 1 psi/ft . Em algumas dessas figuras estão incluídas as correlações de Hall e de van der Knaap. Observa-se que essas correlações não são aplicáveis em muitos dos casos analisados por Newman. Nota-se também que há em todos os gráficos uma grande dispersão dos pontos, indicando que nenhuma correlação representa uma boa descrição do comportamento da compressibilidade para o grande número de amostras consideradas no estudo. Na verdade, algumas das figuras, como a

Figura 2.8, por exemplo, mostram que não há nenhuma correlação entre os valores obtidos, reforçando o comentário anteriormente feito de que as correlações fornecem, na melhor das hipóteses, apenas uma ordem de grandeza dos valores de compressibilidade. Valores mais representativos devem, preferencialmente, ser medidos em laboratório para cada caso específico.

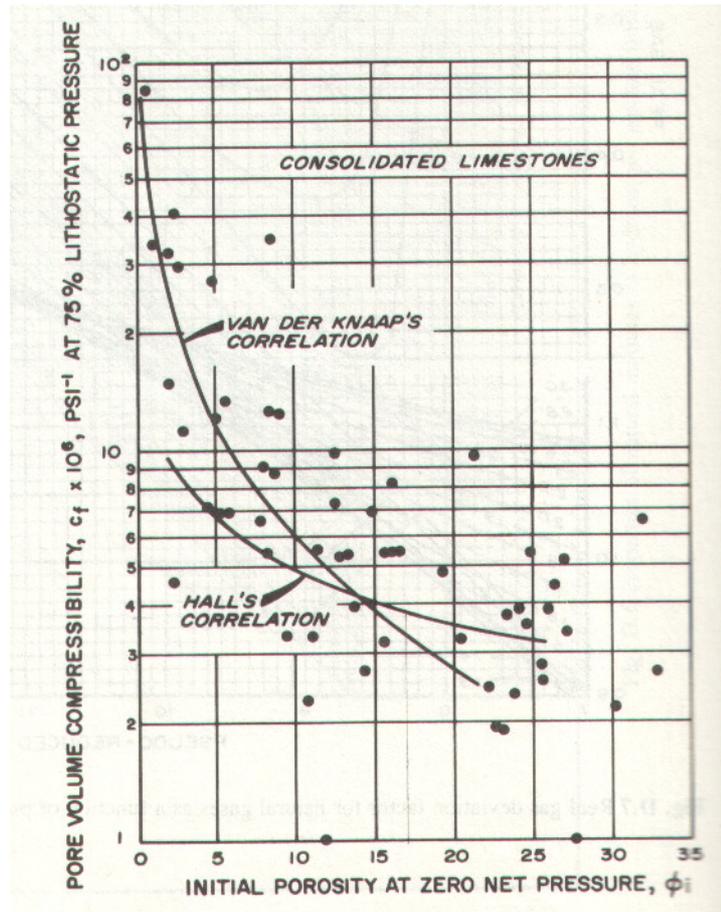


Figura 2.6 – Compressibilidade efetiva da formação, c_f , a uma pressão litostática de 75% - calcários consolidados (Newman, 1973). Reproduzida de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, Copyright © 1977, com permissão de SPE-AIME.

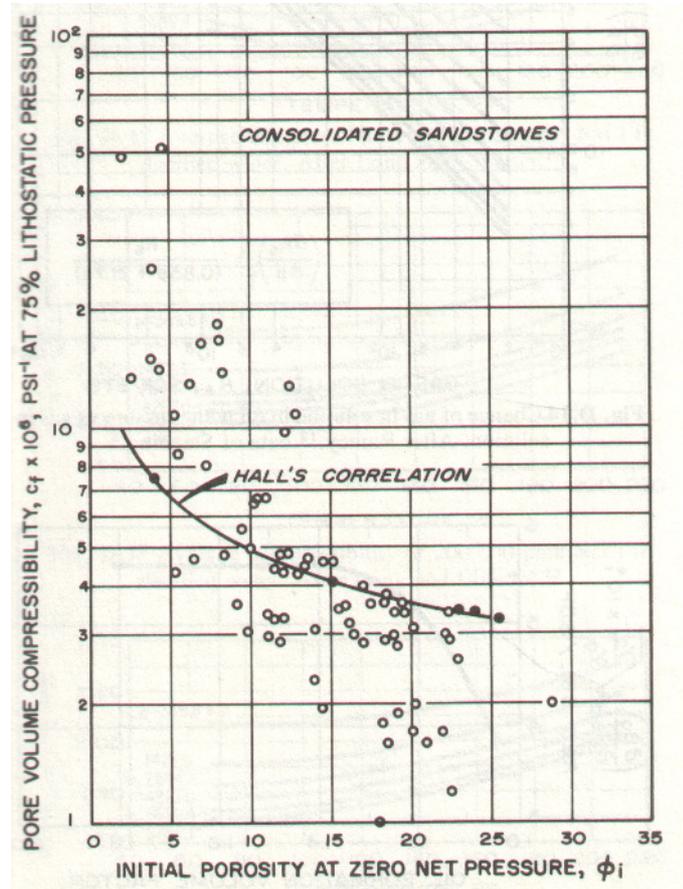


Figura 2.7 – Compressibilidade efetiva da formação, c_f , a uma pressão litostática de 75% - arenitos consolidados (Newman, 1973). Reproduzida de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, Copyright © 1977, com permissão de SPE-AIME.

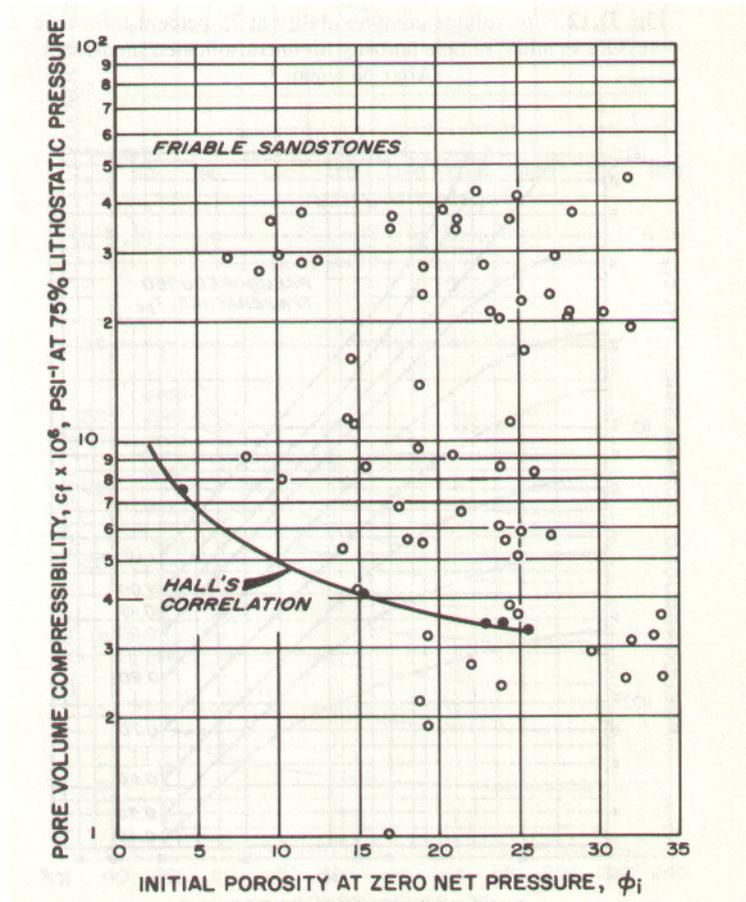


Figura 2.8 – Compressibilidade efetiva da formação, c_f , a uma pressão litostática de 75% - arenitos friáveis (Newman, 1973). Reproduzida de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, Copyright © 1977, com permissão de SPE-AIME.

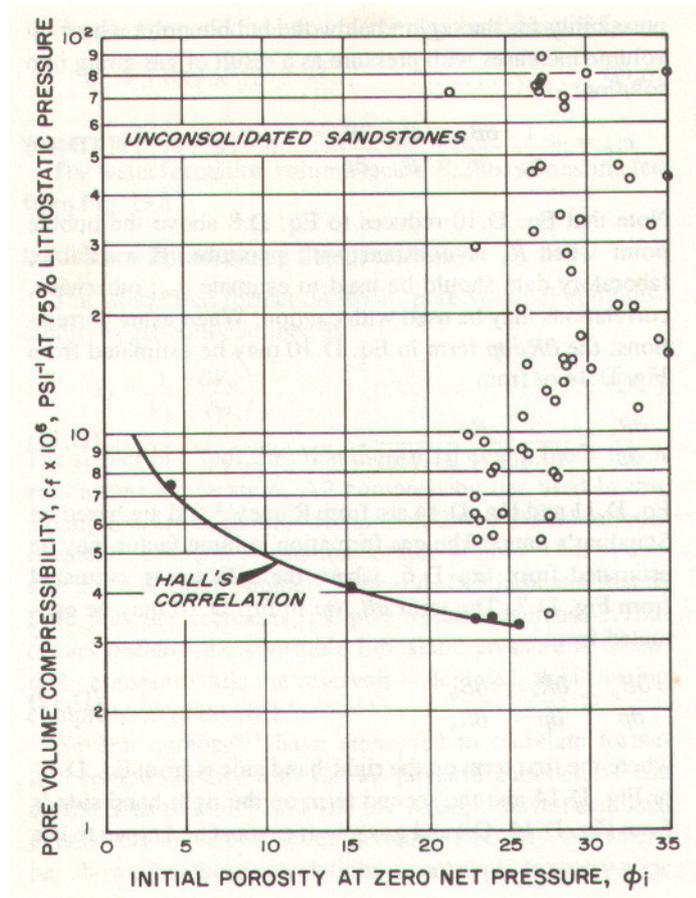


Figura 2.9 – Compressibilidade efetiva da formação, c_f , a uma pressão litostática de 75% - arenitos inconsolidados (Newman, 1973). Reproduzida de Earlougher, R. C., Jr., *Advances in Well Test Analysis*, Copyright © 1977, com permissão de SPE-AIME.

2.3. Saturação de Fluidos

Nesta seção serão apresentados o conceito de saturação de um fluido, os métodos usados para a sua determinação e os fatores que afetam os métodos de medição.

2.3.1. Definições

Os espaços vazios de um material poroso podem estar parcialmente preenchidos por um determinado líquido e os espaços remanescentes por um gás. Ou ainda, dois ou três líquidos imiscíveis podem preencher todo o espaço vazio. Nesses casos, de grande importância é o conhecimento do conteúdo de cada fluido no meio poroso, pois as quantidades dos diferentes fluidos

definem o valor econômico de um reservatório. A Figura 2.10 ilustra uma situação em que os poros da rocha-reservatório estão saturados com três fluidos: água, óleo e gás.

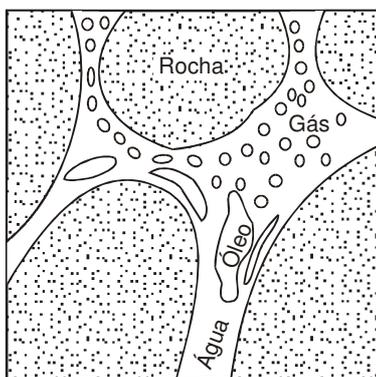


Figura 2.10 – Rocha-reservatório contendo três fluidos: água, óleo e gás.

Define-se *saturação* de um determinado fluido em um meio poroso como sendo a fração ou a porcentagem do volume de poros ocupada pelo fluido. Assim, em termos de fração:

$$S_f = \frac{V_f}{V_p}, \quad (2.11)$$

onde S_f é a saturação do fluido, V_f o volume do fluido e V_p o volume poroso. Em termos de porcentagem:

$$S_f (\%) = \frac{V_f}{V_p} \times 100\%. \quad (2.12)$$

Se o meio poroso contiver um único fluido a saturação deste será 100%. Como é aceito que a rocha-reservatório continha inicialmente água, a qual foi deslocada não totalmente pelo óleo ou pelo gás, na zona portadora de hidrocarbonetos existirão dois ou mais fluidos.

A saturação de água existente no reservatório no momento da sua descoberta é chamada de *saturação de água inicial* ou *conata*, ou ainda *inata*.

Por ocasião da descoberta do reservatório, como a pressão é igual ou maior que a pressão de bolha, na zona de óleo só existem água e óleo, cujas saturações somam 100%. Essa situação só é modificada quando, devido à produção de óleo, a pressão do reservatório cai abaixo da pressão de bolha, resultando no aparecimento de gás na zona de óleo. Nessa ocasião a saturação média de óleo pode ser obtida mediante o que se chama de *balanço de materiais*. Considere um reservatório inicialmente subsaturado (pressão maior ou igual à pressão de bolha), cuja saturação de água conata (S_{wi}) permanece constante. Seja N o volume original de óleo e N_p o volume de óleo produzido (ambos medidos em condições-padrão). Então:

$$N = \frac{V_p S_{oi}}{B_{oi}}, \quad (2.13)$$

onde S_{oi} é a saturação média inicial de óleo e B_{oi} o fator volume-formação do óleo à pressão inicial.

Após a produção de um volume de óleo N_p , o volume restante de óleo (medido em condições-padrão) é dado por:

$$N_{restante} = \frac{V_p S_o}{B_o}, \quad (2.14)$$

onde S_o é a saturação média atual de óleo e B_o o fator volume-formação do óleo à pressão atual. Por outro lado, tem-se que:

$$N_{restante} \equiv N - N_p = \frac{V_p S_o}{B_o}. \quad (2.15)$$

Dividindo-se a Eq. (2.15) pela Eq. (2.13) obtém-se:

$$\frac{N - N_p}{N} = \frac{S_o B_{oi}}{S_{oi} B_o}, \quad (2.16)$$

de onde se pode escrever que:

$$S_o = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \frac{B_o}{B_{oi}} S_{oi}. \quad (2.17)$$

Como $S_{oi} = 1 - S_{wi}$, tem-se finalmente que:

$$S_o = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \frac{B_o}{B_{oi}} (1 - S_{wi}). \quad (2.18)$$

Na capa de gás admite-se normalmente só haver dois fluidos, gás e água, de modo que $S_g + S_w = 1$.

2.3.2. Métodos de determinação da saturação

Os métodos de determinação da saturação de fluidos podem ser diretos ou indiretos. Os métodos indiretos permitem a determinação da saturação pela medida de alguma propriedade física da rocha, como, por exemplo, o que utiliza registros elétricos (perfilagem do poço) ou o que usa medidas de pressão capilar. Nos métodos diretos as saturações dos fluidos são determinadas a partir de amostras da formação.

2.3.3. Fatores que afetam a saturação

Todos os métodos de medição direta são falhos devido ao modo como é feita a amostragem da formação e ao manuseio do testemunho desde o fundo do poço até o laboratório. Como se sabe, o filtrado da lama de perfuração normalmente penetra nos poros da formação e conseqüentemente altera a distribuição dos fluidos. Também por ocasião da retirada do testemunho para a superfície, devido ao abaixamento de pressão o óleo irá liberar parte do gás que se encontra em solução, bem como haverá uma expansão do óleo, da água e do gás formado, alterando mais uma vez a distribuição original dos mesmos. Para evitar a contaminação no trajeto entre o poço e o laboratório é praxe em certos casos se revestir o testemunho com parafina. No caso em que se visa somente à medição da saturação de água, os testemunhos podem ser colocados em recipientes fechados contendo óleo diesel. Para exemplificar as alterações de saturações são apresentados os esquemas da Figura 2.11 para os casos de lama base-água e lama base-óleo.

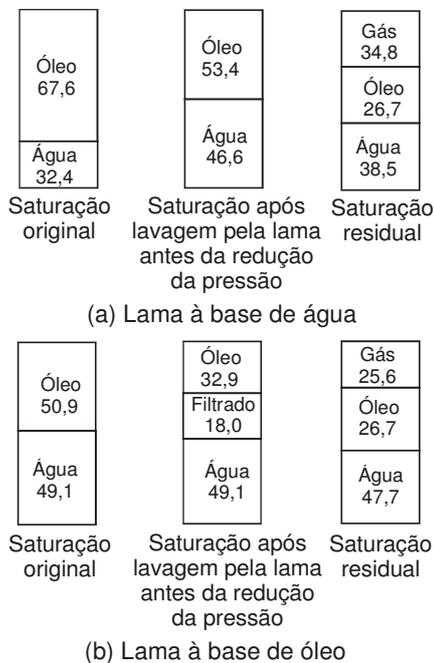


Figura 2.11 – Exemplo de alterações na distribuição da saturação de fluidos (Kennedy, Van Meter & Jones, 1954).

Exemplo 2.3 – Calcular a produção acumulada, medida em $m^3 std$, de um reservatório com as seguintes características:

Área	3,2 km^2
Espessura média.....	10,0 m
Porosidade média.....	15%
Permeabilidade média.....	200 md
Saturação de água conata média.....	30%
Pressão original.....	140,0 kgf/cm^2
Pressão atual.....	120,0 kgf/cm^2
Pressão de bolha.....	140,0 kgf/cm^2
Fator volume-formação do óleo à pressão original.....	1,3
Fator volume-formação do óleo à pressão atual.....	1,2
Saturação de óleo média atual.....	50%

Solução:

O valor da produção acumulada N_p pode ser obtido da Eq. (2.18), onde:

$$V_p = Ah\phi = 3,2 \times 10^6 \times 10 \times 0,15 = 4,8 \times 10^6 \text{ m}^3$$

e

$$N = V_p S_{oi} / B_{oi} = 4,8 \times 10^6 \times (1 - 0,30) / 1,3 = 2,585 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std.}$$

Então,

$$S_o = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \frac{B_o}{B_{oi}} (1 - S_{wi}) \Rightarrow 0,50 = \left(1 - \frac{N_p}{2,585 \times 10^6}\right) \frac{1,2}{1,3} (1 - 0,30) \Rightarrow N_p = 0,585 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

2.4. Permeabilidade

Nesta seção será discutido o conceito de permeabilidade absoluta, bem como a sua aplicação em problemas de fluxo monofásico permanente através de meios porosos.

2.4.1. Definições

A *permeabilidade* de um meio poroso é uma medida de sua capacidade de se deixar atravessar por fluidos. Em outras palavras, a permeabilidade é uma medida da condutividade de fluidos de um material. Por analogia com condutores elétricos, a permeabilidade representa o inverso da resistência que o material oferece ao fluxo de fluidos.

Para se medir a permeabilidade seria necessário encontrar uma equação que regulasse o fluxo, na qual interviessem todos os parâmetros. A primeira idéia seria a de simplificar o sistema poroso, considerando-o como um feixe de capilares. O fluxo viscoso e laminar através de um capilar é regulado pela equação de Poiseuille, que trata o fluido como um conjunto de superfícies cilíndricas concêntricas movendo-se com velocidades diferentes e, por conseguinte, exercendo forças viscosas umas sobre as outras. Essas forças viscosas são expressas por:

$$F = -\mu A \frac{dv}{dx}, \quad (2.19)$$

onde μ é a viscosidade do fluido, A é a área lateral da superfície cilíndrica e dv/dx é o gradiente de velocidade.

A força viscosa sobre um cilindro de raio r é:

$$F = -\mu(2\pi rL) \frac{dv}{dr}, \quad (2.20)$$

onde L é o comprimento do tubo capilar. Por outro lado, existe uma força correspondente à ação do diferencial de pressão $(p_1 - p_2)$ sobre a área πr^2 , isto é:

$$F' = (p_1 - p_2)\pi r^2. \quad (2.21)$$

Se o fluido tem aceleração nula, isto é, sua velocidade não varia ao longo do tubo capilar, então $F' = F$. Daí,

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -\mu(2\pi rL) \frac{dv}{dr}, \quad (2.22)$$

de onde se obtém:

$$dv = -\frac{(p_1 - p_2)rdr}{2\mu L}, \quad (2.23)$$

cujas integração produz:

$$v = -\frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\mu L} + C_1, \quad (2.24)$$

onde C_1 é uma constante a ser determinada pelas condições de contorno.

Considere a distribuição de velocidades mostrada na Figura 2.12.

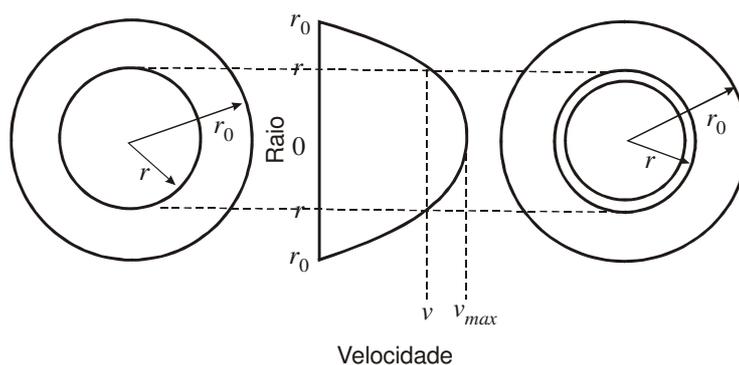


Figura 2.12 – Distribuição de velocidades em um tubo capilar - fluxo viscoso. Reproduzida de Craft, B. C. & Hawkins, M. F., *Applied Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1959, com permissão de **Prentice-Hall, Inc.**

Então:

$$r = r_0 \Rightarrow v = 0, \quad (2.25)$$

de onde se obtém, da Eq. (2.24):

$$C_1 = \frac{r_0^2 (p_1 - p_2)}{4\mu L}. \quad (2.26)$$

Assim,

$$v = \frac{(r_0^2 - r^2)(p_1 - p_2)}{4\mu L}. \quad (2.27)$$

Através do elemento de área dA a vazão é $dq = v dA$, onde $dA = 2\pi r dr$. A vazão total será:

$$q = \int_0^q dq = \int_0^{r_0} v dA = \int_0^{r_0} \frac{(p_1 - p_2)(r_0^2 - r^2)}{4\mu L} 2\pi r dr, \quad (2.28)$$

cujo resultado final é:

$$q = \frac{\pi r_0^4 (p_1 - p_2)}{8\mu L}, \quad (2.29)$$

onde, no sistema CGS de unidades, q é a vazão de fluido (cm^3/s), r_0 o raio interno do tubo capilar (cm), p a pressão ($dina/cm^2$), μ a viscosidade do fluido (*poise*) e L o comprimento do tubo capilar (cm).

Considerando que o meio poroso seja formado por n_j capilares de raio r_j e N grupos de capilares de diferentes raios, a vazão total nesse meio seria dada por:

$$q = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\mu L} \sum_{j=1}^N n_j r_j^4 . \quad (2.30)$$

Em virtude da dificuldade de medição dos vários raios dos capilares que formam o meio poroso, dificuldade esta agravada pelo fato de que os capilares não são regulares, lineares e paralelos, a Eq. (2.30) não é diretamente aplicável na maioria dos casos. Quando modificada para fluxo entre placas, no entanto, pode ser utilizada no estudo do fluxo em fraturas.

A equação de maior utilização prática para o estudo do fluxo de fluidos em meios porosos foi formulada por Henry Darcy, em 1856, ao estudar problemas de tratamento de água através de filtros de areia. Essa equação, quando adaptada para exprimir o fluxo de fluidos viscosos, pode ser assim expressa: “A vazão através de um meio poroso é proporcional à área aberta ao fluxo e ao diferencial de pressão, e inversamente proporcional ao comprimento e à viscosidade”. Em 1856, Darcy investigou o fluxo de água através de filtros de areia com a finalidade de purificá-la. O seu aparelho experimental é mostrado esquematicamente na Figura 2.13.

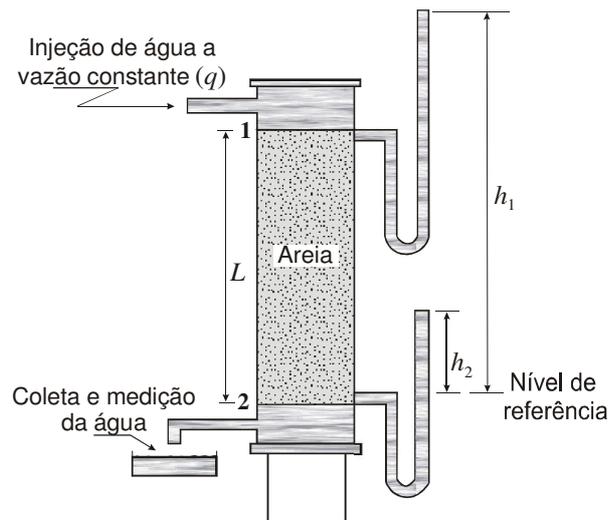


Figura 2.13 – Esquema do experimento de Henry Darcy sobre fluxo de água através de filtro de areia. Reproduzida de *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Dake, L. P., page 104, Copyright © 1978, com permissão de **Elsevier Scientific Publishing Company**.

Darcy observou que os resultados da experiência seguiam a equação:

$$q = KA \frac{h_1 - h_2}{L}, \quad (2.31)$$

onde q representa a vazão de água através do cilindro de areia cuja seção transversal é igual a A ; L é a altura do meio poroso; h_1 e h_2 são as alturas da água em manômetros colocados nas faces de entrada e de saída do filtro (medidas a partir de um mesmo nível de referência) e representam o potencial hidráulico nesses dois pontos; e K é uma constante de proporcionalidade característica do meio poroso e do fluido.

Mais tarde, outros investigadores, realizando experiências com outros fluidos descobriram que a constante K podia ser escrita como $\gamma k / \mu$, onde μ e γ são respectivamente a viscosidade e o peso específico do fluido, e k é uma propriedade da rocha somente, denominada *permeabilidade absoluta*.

Para fluxo horizontal, por exemplo, a equação da vazão pode ser escrita como:

$$q = \frac{kA\Delta p}{\mu L}, \quad (2.32)$$

onde q é a vazão de fluido (cm^3/s), A a área da seção transversal (cm^2), Δp o diferencial de pressão (atm), μ a viscosidade do fluido (cp), L o comprimento do meio poroso (cm) e k a permeabilidade do meio poroso (*Darcy*). Verifica-se a partir da Eq. (2.32) que a permeabilidade tem dimensão de área.

A equação de Darcy (2.32) foi estabelecida sob certas condições:

- Fluxo isotérmico, “laminar” e permanente.
- Fluido incompressível, homogêneo e de viscosidade invariável com a pressão.
- Meio poroso homogêneo, que não reage com o fluido.

O termo “laminar” vem da mecânica dos fluidos (hipótese de Navier), onde se admite que, quando submetidos a baixas velocidades, os fluidos escoam como se fossem compostos de lâminas se deslocando umas sobre as outras. Este por certo não é o modo como os fluidos se deslocam em um meio poroso, devido à tortuosidade, às heterogeneidades, etc., de modo que a expressão “fluxo laminar” deveria ser substituída por “fluxo Darcyano”, assim como o termo “fluxo não-Darcyano” deveria substituir o termo “fluxo turbulento”.

No chamado *sistema de unidades de Darcy* a unidade de medida da permeabilidade é o *Darcy*, conforme apresentado anteriormente. Com exceção das medições realizadas em laboratório, esse sistema de unidades não é adequado para estudos em escala de campo. Nesses casos são utilizados outros sistemas de unidades. Por exemplo, pode ser usado o *mD* (*miliDarcy*) como unidade de medida da permeabilidade. É comum na engenharia de petróleo o uso da abreviatura *md* (ao invés de *mD*) para representar o *miliDarcy*, tendo sido esta a opção escolhida neste livro.

A permeabilidade em arenitos não consolidados pode atingir valores muito altos, na faixa de 1 a 10 *Darcy*. Por outro lado, em arenitos consolidados, geralmente situados em grandes profundidades, os valores de permeabilidade podem ser tão baixos quanto 1 *md*. Reservatórios com permeabilidades tão baixas provavelmente não seriam portadores de hidrocarbonetos líquidos e, mesmo que o fossem, a sua exploração não seria economicamente viável devido à dificuldade de fluxo nesse tipo de meio poroso. No entanto, poderiam ser portadores de gás, já que este fluido possui maior facilidade de fluxo do que o óleo, devido à sua baixa viscosidade. De fato, é comum se encontrar reservatórios de gás que produzem economicamente de reservatórios de baixíssima permeabilidade.

2.4.2. Fluxo linear permanente

Considere um bloco horizontal de um meio poroso, como o esquematizado na Figura 2.14, saturado com um único fluido.

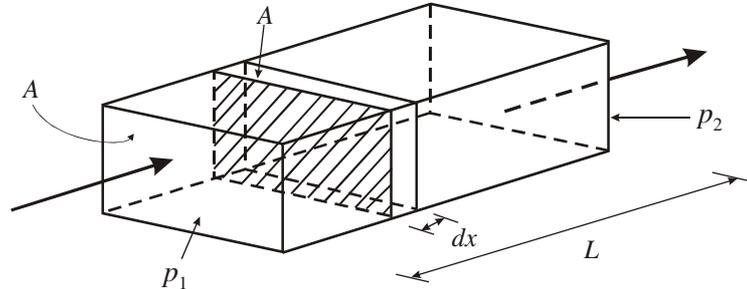


Figura 2.14 – Fluxo linear.

A equação de Darcy para um elemento de comprimento dx pode ser expressa como:

$$v_x = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dx}, \quad (2.33)$$

onde q é a vazão de fluxo através da seção reta de área A e v_x é o que se chama de *velocidade aparente* na direção x .

a) Fluido incompressível

Se o fluido que satura o meio poroso for incompressível, a vazão q será a mesma ao longo de todo o seu comprimento. Assim, separando as variáveis e integrando a Eq. (2.33) obtém-se:

$$\frac{q}{A} dx = -\frac{k}{\mu} dp \quad (2.34)$$

$$\frac{q}{A} \int_0^L dx = -\frac{k}{\mu} \int_{p_1}^{p_2} dp \quad (2.35)$$

$$q = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu L}. \quad (2.36)$$

A Eq. (2.36) pode ser escrita de forma compacta como:

$$q = \frac{kA}{\mu L} \Delta p. \quad (2.37)$$

Definindo-se a *queda de pressão adimensional* como sendo:

$$p_D = \frac{kA}{q\mu L} \Delta p, \quad (2.38)$$

a solução dada pela Eq. (2.37) pode ser expressa por:

$$p_D = 1. \quad (2.39)$$

Desse modo, a Eq. (2.36) pode ser escrita em outros sistemas de unidades com o auxílio das tabelas apresentadas no Apêndice L.

Exemplo 2.4 – Uma amostra de testemunho com 2 cm de comprimento e 1 cm de diâmetro apresentou uma vazão de água ($\mu = 1 \text{ cp}$) de $60 \text{ cm}^3/\text{minuto}$ com pressão a montante de 2,3 atm e pressão a jusante de 1,0 atm. Calcular a permeabilidade da amostra.

Solução:

Da Eq. (2.36):

$$q = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu L},$$

onde: $q = 60 \text{ cm}^3/\text{min} = 1 \text{ cm}^3/\text{s}$

$$A = \pi d^2 / 4 = [\pi(1)^2 / 4] \text{ cm}^2 = (\pi/4) \text{ cm}^2$$

$$\Delta p = 2,3 - 1,0 = 1,3 \text{ atm.}$$

Assim,

$$1 = k \frac{\pi}{4} \left(\frac{1,3}{1 \times 2} \right) \Rightarrow k = 1,96 \text{ Darcy}.$$

b) Fluido compressível

Se o fluido que satura o meio poroso for compressível, a vazão q será variável ao longo do meio poroso. Considerando o fluido como sendo um gás ideal e o fluxo permanente (não há acúmulo de massa), a lei de Boyle-Mariotte permite escrever que:

$$pq = p_1 q_1 = p_2 q_2 = \bar{p} \bar{q}, \quad (2.40)$$

onde $\bar{p} = (p_1 + p_2)/2$ e \bar{q} é a vazão medida à pressão \bar{p} . Dessa equação pode-se obter:

$$q = \frac{\bar{p} \bar{q}}{p}. \quad (2.41)$$

Substituindo-se o valor de q da Eq. (2.41) na Eq. (2.33) tem-se:

$$\frac{\bar{p} \bar{q}}{A} dx = -\frac{k}{\mu} p dp. \quad (2.42)$$

Integrando:

$$\bar{q} = \frac{kA(p_1^2 - p_2^2)}{2\mu L \bar{p}}. \quad (2.43)$$

Mas:

$$p_1^2 - p_2^2 = (p_1 + p_2)(p_1 - p_2) \quad (2.44)$$

e

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}. \quad (2.45)$$

Então,

$$\bar{q} = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu L}. \quad (2.46)$$

Observa-se que a Eq. (2.46) é idêntica à equação válida para fluidos incompressíveis, desde que a vazão seja medida à pressão média definida pela Eq. (2.45). Deve-se notar também que a Eq. (2.46) foi deduzida para fluxo de gases ideais. Entretanto, como em laboratório as pressões são baixas, resultando em um desvio pequeno do comportamento de gás ideal, ela é muito útil nas determinações experimentais.

Exemplo 2.5 – Calcular a vazão de gás, medida nas condições-padrão de $60^\circ F$ e 1 atm , relativa aos seguintes dados de laboratório:

Permeabilidade absoluta da rocha	150 <i>md</i>
Área da base da amostra (cilíndrica).....	2 <i>cm</i> ²
Comprimento da amostra.....	4 <i>cm</i>
Pressão a montante.....	1,5 <i>atm abs</i>
Pressão a jusante.....	1,0 <i>atm abs</i>
Viscosidade do gás.....	0,025 <i>cp</i>
Temperatura de fluxo.....	60 <i>°F</i>

Solução:

Aplicando-se a Eq. (2.46) pode-se calcular a vazão medida à pressão média:

$$\bar{q} = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu L} = \frac{0,150 \times 2 \times (1,5 - 1,0)}{0,025 \times 4} = 1,5 \text{ cm}^3 / \text{s}.$$

Mas, pela lei dos gases:

$$\bar{p} \bar{q} = p_0 q_0,$$

onde o índice “0” refere-se às condições-padrão. Portanto,

$$\left(\frac{1,5 + 1,0}{2} \right) \times 1,5 = 1,0 q_0 \Rightarrow q_0 = 1,875 \text{ cm}^3 \text{ std} / \text{s}.$$

2.4.3. Fluxo radial permanente

A equação de fluxo radial é usada em cálculos de engenharia para expressar aproximadamente o fluxo dos fluidos do reservatório para dentro do poço. As propriedades de um sistema de fluxo radial estão ilustradas na Figura 2.15, onde r_w e r_e representam os raios do poço e externo do sistema, respectivamente, p_w e p_e representam as pressões no poço e no raio externo, respectivamente, e h é a altura do sistema.

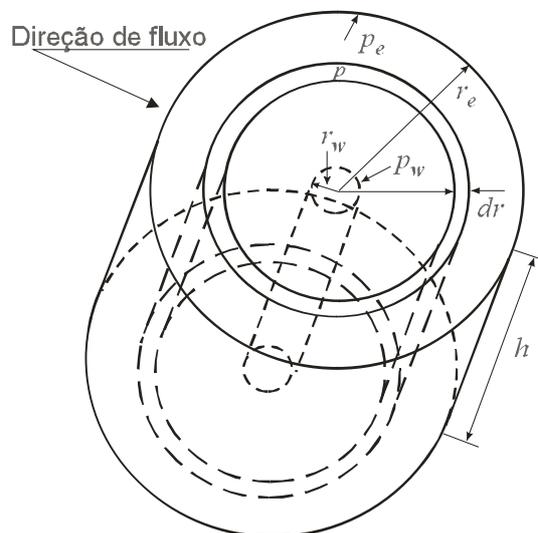


Figura 2.15 – Fluxo radial. Figura 52 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

Considere uma coroa de raio r e espessura dr . A lei de Darcy em coordenadas cilíndricas pode ser escrita como:

$$v_r = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}, \quad (2.47)$$

onde v_r é a velocidade aparente na direção radial. Mas $A = 2\pi rh$. Assim, a Eq. (2.47) torna-se:

$$\frac{q}{2\pi rh} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}. \quad (2.48)$$

a) Fluido incompressível

Para fluido incompressível a vazão é a mesma qualquer que seja o raio. Então, integrando-se entre limites:

$$\frac{q}{2\pi h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = -\frac{k}{\mu} \int_{p_w}^{p_e} dp, \quad (2.49)$$

obtém-se:

$$q = -\frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}. \quad (2.50)$$

O sinal negativo na Eq. (2.50) apenas indica que o fluxo ocorre no sentido contrário do crescimento do valor da coordenada r . Como normalmente trabalha-se com valores positivos da vazão de produção q , a Eq. (2.50) pode ser escrita sem o sinal negativo:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}. \quad (2.51)$$

Deve-se mencionar que na Eq. (2.51) a vazão q é medida nas condições reinantes no meio poroso. Nos casos práticos, em geral as vazões são medidas nas chamadas condições-standard ou padrão. Assim, se q_s é a vazão nessas condições, a Eq. (2.51) passa a ser escrita como:

$$q_s = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{B\mu \ln(r_e / r_w)}, \quad (2.52)$$

onde B é o fator volume-formação do fluido, ou seja, a relação entre os volumes ocupados por uma determinada massa do fluido nas condições de reservatório e nas condições-standard. Essa observação é válida para todas as equações de vazão doravante apresentadas neste livro.

A Eq. (2.51) pode ser escrita de forma compacta como:

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln(r_e / r_w)} \Delta p. \quad (2.53)$$

Definindo-se a queda de pressão adimensional como sendo:

$$p_D = \frac{2\pi kh}{q\mu} \Delta p, \quad (2.54)$$

a solução dada pela Eq. (2.53) pode ser expressa por:

$$p_D = \ln(r_e / r_w). \quad (2.55)$$

Definindo-se ainda o *raio adimensional* pela relação:

$$r_D = r / r_w, \quad (2.56)$$

a Eq. (2.55) passa a ser escrita como:

$$p_D = \ln r_{eD}, \quad (2.57)$$

onde:

$$r_{eD} = r_e / r_w. \quad (2.58)$$

Assim, a Eq. (2.51) pode ser escrita em outros sistemas de unidades com o auxílio das tabelas do Apêndice L.

b) Fluido compressível

Seguindo os mesmos procedimentos adotados anteriormente no caso do fluxo linear permanente compressível (Seção 2.4.2.b), pode-se demonstrar que para fluido compressível a equação da vazão média é dada por:

$$\bar{q} = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}, \quad (2.59)$$

onde a vazão média \bar{q} é medida à pressão média $\bar{p} = (p_e + p_w) / 2$.

Exemplo 2.6 – Um sistema radial tem um raio externo de 300 m e um raio de poço igual a 0,30 m. Admitindo que o fluido seja incompressível, para que valor deve o raio do poço ser aumentado para se dobrar a vazão?

Solução:

A equação da vazão no sistema original é dada por:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)} \quad (\text{I})$$

e no novo sistema, com raio de poço aumentado, é representada pela expressão:

$$q' = 2q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r'_w)} \quad (\text{II})$$

Dividindo-se a Eq. (I) pela Eq. (II):

$$\frac{q}{2q} = \frac{1}{2} = \frac{\ln(r_e / r'_w)}{\ln(r_e / r_w)} \Rightarrow r'_w = r_e \sqrt{\frac{r_w}{r_e}} = 300 \sqrt{\frac{0,30}{300}} = 9,49 \text{ m}.$$

2.4.4. Combinações de permeabilidade

As equações obtidas até o momento para representar a vazão em um meio poroso foram baseadas na hipótese de que a permeabilidade possui um valor uniforme em todo o sistema. Na maioria das rochas porosas, no entanto, há variação da permeabilidade com a posição considerada. O sistema poroso pode então, de maneira aproximada, ser considerado como se fosse formado de leitos, blocos ou anéis concêntricos de permeabilidades distintas, a depender da situação específica. Com essas hipóteses, que pelo menos se aproximam mais da realidade do que a consideração de um valor uniforme, pode ser calculado um valor médio para a permeabilidade do sistema.

a) Leitos paralelos com fluxo linear

Considere três leitos paralelos e horizontais, sujeitos ao fluxo linear de um fluido incompressível de viscosidade μ , conforme mostrado na Figura 2.16, onde k_1 , k_2 e k_3 são as permeabilidades dos leitos 1, 2 e 3, respectivamente. A queda de pressão é a mesma para as três camadas. A_1 , A_2 e A_3 são as áreas abertas ao fluxo nas camadas 1, 2 e 3, respectivamente.

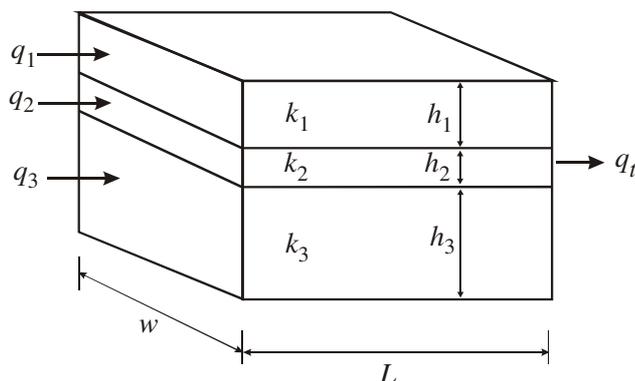


Figura 2.16 – Leitos paralelos e horizontais com fluxo linear. Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Se não ocorrer fluxo cruzado entre as camadas, tem-se que:

$$q_1 = \frac{k_1 A_1 \Delta p}{\mu L}, \quad (2.60)$$

$$q_2 = \frac{k_2 A_2 \Delta p}{\mu L}, \quad (2.61)$$

$$q_3 = \frac{k_3 A_3 \Delta p}{\mu L} \quad (2.62)$$

e

$$q_t = \frac{\bar{k} A_t \Delta p}{\mu L}, \quad (2.63)$$

onde q_t é a vazão total, A_t a área total aberta ao fluxo, \bar{k} a permeabilidade média do sistema e Δp a queda de pressão entre as faces de entrada e de saída do fluido no meio poroso. Como:

$$q_t = q_1 + q_2 + q_3, \quad (2.64)$$

tem-se que:

$$\bar{k} = \frac{k_1 A_1 + k_2 A_2 + k_3 A_3}{A_t} \quad (2.65)$$

ou, para um número qualquer de leitos n :

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i A_i}{A_t} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}. \quad (2.66)$$

Exemplo 2.7 – Uma amostra de rocha-reservatório, com 4 cm de comprimento e composta por três camadas horizontais, cujas características estão apresentadas na Tabela 2.1, foi submetida ao fluxo de água.

Tabela 2.1 – Dados das camadas da amostra do Exemplo 2.7

camada	permeabilidade (md)	largura (cm)	altura (cm)
1	100	1	1
2	200	1	2
3	300	1	3

Admitindo que não haja fluxo cruzado entre as camadas e que o fluxo ocorra em paralelo nas várias camadas, sob uma queda de pressão de 0,802 atm, calcular a vazão total através da amostra. Dado adicional: $\mu_{\text{água}} = 1 \text{ cp}$.

Solução:

A permeabilidade média é dada por:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i A_i}{A_t} = \frac{100 \times 1 + 200 \times 2 + 300 \times 3}{1 + 2 + 3} = 233,3 \text{ md} \cong 0,233 \text{ darcy}$$

e a vazão total por:

$$q_t = \frac{\bar{k} A_t \Delta p}{\mu L} = \frac{0,233 \times 6 \times 0,802}{1 \times 4} = 0,28 \text{ cm}^3 / \text{s} .$$

b) Leitos paralelos com fluxo radial

Considere o sistema apresentado na Figura 2.17, em que vários leitos em paralelo, sujeitos ao fluxo radial de um fluido incompressível, estão separados uns dos outros de modo que não haja fluxo cruzado.

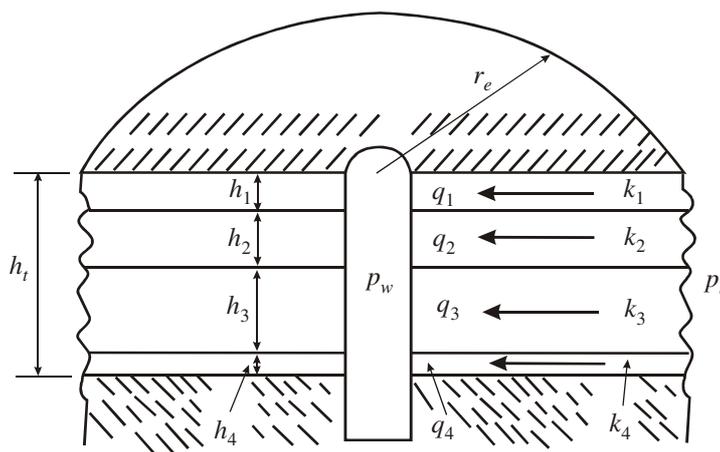


Figura 2.17 – Leitos paralelos e horizontais com fluxo radial. Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Para cada um dos leitos ou camadas a lei de Darcy fornece a equação:

$$q_i = \frac{2\pi k_i h_i (p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}, \quad i=1, n \tag{2.67}$$

onde n é o número de leitos. Como a vazão do sistema é igual à soma das vazões dos leitos individuais, tem-se:

$$q_t = \sum_{i=1}^n q_i . \tag{2.68}$$

Para o sistema total a lei de Darcy fornece a equação:

$$q_t = \frac{2\pi \bar{k} h_t (p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}, \tag{2.69}$$

onde \bar{k} é a permeabilidade média do sistema como um todo. Combinando-se as Eqs. (2.67) a (2.69) obtém-se:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{h_t} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}. \quad (2.70)$$

Em reservatórios reais, dados de permeabilidade como função da profundidade são normalmente disponíveis, e a permeabilidade média de todo o sistema pode ser calculada a partir dos dados de permeabilidade e espessura de seus intervalos, usando-se a Eq. (2.70). Esse cálculo também pode ser executado graficamente, sendo a permeabilidade média dada pela relação entre a área abaixo da curva *permeabilidade* versus espessura e a altura total da formação. Assim,

$$\bar{k} = \frac{\text{Área abaixo da curva } k \text{ versus } h}{h_t}. \quad (2.71)$$

c) Leitos em série com fluxo linear

Vários leitos em série, sujeitos ao fluxo linear de um fluido incompressível, estão mostrados na Figura 2.18. A área do meio poroso aberta ao fluxo é A .

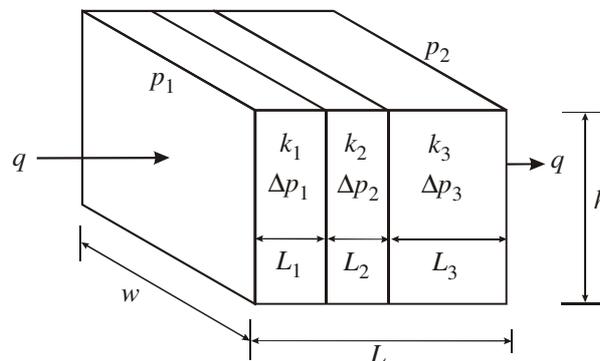


Figura 2.18 – Leitos em série com fluxo linear. Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Para um sistema em série a vazão de cada leito é igual à vazão do sistema. Logo,

$$\Delta p_1 = \frac{q\mu L_1}{k_1 A}, \quad (2.72)$$

$$\Delta p_2 = \frac{q\mu L_2}{k_2 A}, \quad (2.73)$$

$$\Delta p_3 = \frac{q\mu L_3}{k_3 A} \quad (2.74)$$

e

$$\Delta p_t = \frac{q\mu L_t}{kA}. \quad (2.75)$$

Como:

$$\Delta p_t = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3, \quad (2.76)$$

tem-se que:

$$\frac{L_t}{k} = \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3} \quad (2.77)$$

ou

$$\bar{k} = \frac{L_t}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3}}. \quad (2.78)$$

Para um número genérico n de leitos a equação geral da permeabilidade média seria:

$$\bar{k} = \frac{L_t}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n \frac{L_i}{k_i}}. \quad (2.79)$$

d) Leitos em série com fluxo radial

A Figura 2.19 mostra dois leitos em série submetidos ao fluxo radial de um fluido incompressível. O primeiro leito se estende do raio do poço r_w até R e tem uma permeabilidade k_1 , enquanto o segundo se estende de R até r_e e possui uma permeabilidade k_2 .

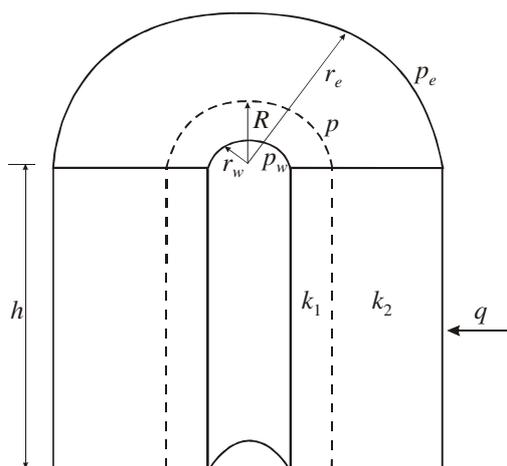


Figura 2.19 – Leitos em série com fluxo radial. Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Como a mesma vazão ocorre através de cada leito, pode-se escrever que:

$$q = \frac{2\pi k_1 h(p - p_w)}{\mu \ln(R/r_w)} = \frac{2\pi k_2 h(p_e - p)}{\mu \ln(r_e/R)} = \frac{2\pi \bar{k} h(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)} \quad (2.80)$$

e

$$p_e - p_w = (p_e - p) + (p - p_w). \quad (2.81)$$

Resolvendo o sistema formado pelas Eqs. (2.80) e (2.81) resulta em:

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\frac{1}{k_1} \ln(R/r_w) + \frac{1}{k_2} \ln(r_e/R)}. \quad (2.82)$$

A Eq. (2.82) pode ser estendida para um número qualquer n de leitos em série, bastando para isso adicionar os termos apropriados ao seu denominador:

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\frac{1}{k_1} \ln(r_1/r_w) + \frac{1}{k_2} \ln(r_2/r_1) + \dots + \frac{1}{k_n} \ln(r_e/r_{n-1})} \quad (2.83)$$

ou

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln(r_i/r_{i-1})}, \quad (2.84)$$

onde $r_n = r_e$ é o raio externo do reservatório e $r_0 = r_w$ é o raio do poço.

Exemplo 2.8 – Um poço tem um raio igual a 10 cm e um raio de drenagem de 400 m. Se a pressão externa é de 200 kgf/cm² e a pressão dinâmica de fundo de poço é de 150 kgf/cm², qual é a pressão em um raio de 2 m, admitindo fluido incompressível? Qual é o gradiente de pressão no raio de 2 m?

Solução:

Pode-se escrever que a vazão é dada pela equação:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p)}{\mu \ln(r_e/R)} = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)},$$

onde p é a pressão em $r = R$. Dessa equação obtém-se:

$$p = p_e - \frac{p_e - p_w}{\ln(r_e/r_w)} \ln(r_e/R) = 200 - \frac{200 - 150}{\ln(400/0,10)} \ln(400/2) = 168 \text{ kgf/cm}^2.$$

Da equação anterior pode-se escrever que o gradiente de pressão em um ponto genérico $r = R$ é dado por:

$$\frac{dp}{dR} = \frac{p_e - p_w}{\ln(r_e/r_w)} \frac{1}{R}.$$

Então, para $R = 200$ cm:

$$\frac{dp}{dR} = \frac{200-150}{\ln(400/0,10)} \frac{1}{200} = 0,03 \text{ kgf / cm}^2 / \text{cm} = 3 \text{ kgf / cm}^2 / \text{m}.$$

2.4.5. Analogia entre a lei de Darcy e outras leis físicas

Analisando-se a lei de Darcy, verifica-se que ela é semelhante à lei de Ohm, que descreve o fluxo de corrente elétrica em um condutor, e à equação de Fourier, que descreve o fluxo de calor em um sólido. A lei de Ohm é expressa em forma de equação como:

$$I = \frac{E}{r}, \quad (2.85)$$

onde I é a intensidade da corrente (*ampere*), E a força eletromotriz (*volt*) e r a resistência do circuito (*ohm*). Por outro lado,

$$r = R \frac{L}{A} = \frac{L}{CA}, \quad (2.86)$$

onde R é a resistividade (*ohm · cm*), $C = 1/R$ a condutividade, A a área da seção transversal do condutor (cm^2) e L o comprimento do condutor (*cm*). Então,

$$I = \frac{AE}{RL}. \quad (2.87)$$

A lei de Darcy para fluxo de fluidos pode ser expressa por:

$$q = \frac{k}{\mu} A \frac{\Delta p}{L}, \quad (2.88)$$

onde q é análogo à corrente I e Δp é análogo à força eletromotriz E . Assim,

$$\frac{k}{\mu} \approx \frac{1}{R} \quad (2.89)$$

ou

$$\frac{kA}{\mu L} \approx \frac{1}{r}. \quad (2.90)$$

Portanto, em sistemas de fluxo de fluidos a quantidade $\mu L / kA$ é chamada de *resistência ao fluxo* e pode ser tratada do mesmo modo que a resistência de um circuito elétrico. Por exemplo, para resistências elétricas em série:

$$r_t = r_1 + r_2 + r_3 + \dots, \quad (2.91)$$

onde r_t é a resistência total. Por analogia:

$$\frac{\mu L_t}{kA_t} = \frac{\mu L_1}{k_1 A_1} + \frac{\mu L_2}{k_2 A_2} + \frac{\mu L_3}{k_3 A_3} + \dots, \quad (2.92)$$

onde $L_t = L_1 + L_2 + L_3 + \dots = \sum_{i=1}^n L_i$ e $A_t = A_1 + A_2 + A_3 + \dots = \sum_{i=1}^n A_i$. No caso especial em que $A_t = A_1 = A_2 = A_3 = \dots$, a Eq. (2.92) torna-se:

$$\frac{L_t}{k} = \frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3} + \dots, \quad (2.93)$$

que é idêntica à Eq. (2.79). De maneira similar, para resistências elétricas em paralelo:

$$\frac{1}{r_t} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots \quad (2.94)$$

e, por analogia:

$$\frac{\bar{k}A_t}{\mu L_t} = \frac{k_1 A_1}{\mu L_1} + \frac{k_2 A_2}{\mu L_2} + \frac{k_3 A_3}{\mu L_3} + \dots \quad (2.95)$$

No caso especial em que $L_1 = L_2 = L_3 = \dots$, esta equação reduz-se a:

$$\bar{k}A_t = k_1 A_1 + k_2 A_2 + k_3 A_3 + \dots, \quad (2.96)$$

que é exatamente a Eq. (2.65).

A equação de Fourier para transmissão de calor pode ser escrita como:

$$q = k'A \frac{\Delta T}{L}, \quad (2.97)$$

onde q é o fluxo de calor, k' a condutividade térmica, A a área da seção transversal, ΔT a diferença de temperatura e L o comprimento do condutor.

2.4.6. Métodos de medição

A permeabilidade de um meio poroso pode ser determinada através de ensaios de laboratório com amostras extraídas da formação ou por meio de testes de pressão realizados nos poços.

2.4.7. Permeabilidade média

Muitas vezes, a partir de uma série de valores de permeabilidade absoluta, obtidos em análises de laboratório feitas em amostras de testemunhos retirados de vários poços perfurados em um reservatório, deseja-se atribuir a esse reservatório um valor único de permeabilidade que possa representar o sistema real heterogêneo. Como na prática observa-se que a permeabilidade segue uma distribuição log-normal, o valor médio de permeabilidade é calculado por:

$$\log \bar{k} = \frac{\log k_1 + \log k_2 + \dots + \log k_N}{N} \quad (2.98)$$

ou

$$\bar{k} = 10^{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \log k_j}, \quad (2.99)$$

ou ainda

$$\bar{k} = \sqrt[N]{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_N}, \quad (2.100)$$

onde N é o número de medições. A Eq. (2.100) indica que a permeabilidade média é a média geométrica das permeabilidades.

2.4.8. Fatores que afetam a permeabilidade

A permeabilidade absoluta é uma propriedade do meio poroso e, conseqüentemente, invariável com o fluido que o satura. Entretanto, certos fatores podem alterar o valor da permeabilidade medida.

a) Efeito Klinkenberg

As medições de permeabilidade realizadas em laboratório usando como fluido um gás resultam em valores maiores que os reais devido ao escorregamento do gás nas paredes do meio poroso, o que não ocorre com os líquidos. Esse fenômeno de escorregamento do gás, conhecido como *efeito Klinkenberg*, proporciona uma vazão maior e, conseqüentemente, uma maior permeabilidade calculada a partir desse tipo de teste. À medida que a pressão média do gás aumenta este tende a ter um comportamento semelhante ao de um líquido e a permeabilidade calculada diminui, até um limite em que para uma pressão média hipoteticamente infinita o gás se transformaria em líquido e a permeabilidade assim medida seria igual à absoluta.

Para corrigir o efeito do fenômeno de escorregamento, Klinkenberg (1941) propôs a relação:

$$k = k_{\infty} (1 + b/\bar{p}), \quad (2.101)$$

onde k é o valor da permeabilidade medido na experiência, b é uma constante, \bar{p} é a pressão média da experiência e k_{∞} é a permeabilidade absoluta. O parâmetro b , chamado de *fator de Klinkenberg*, é função do tipo de gás utilizado e da permeabilidade do meio poroso. A Figura 2.20 ilustra a influência do tipo de gás usado sobre o comportamento da permeabilidade observada no experimento.

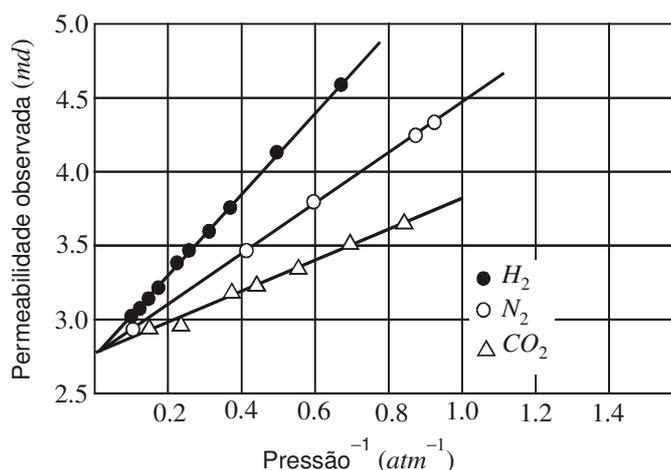


Figura 2.20 – Efeito Klinkenberg em um experimento com hidrogênio, nitrogênio e gás carbônico (Klinkenberg, 1941). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de McGraw-Hill Book Company, Inc.

Para um mesmo gás e amostras de diferentes permeabilidades o fator b decresce com o aumento da permeabilidade, como mostra a Figura 2.21.

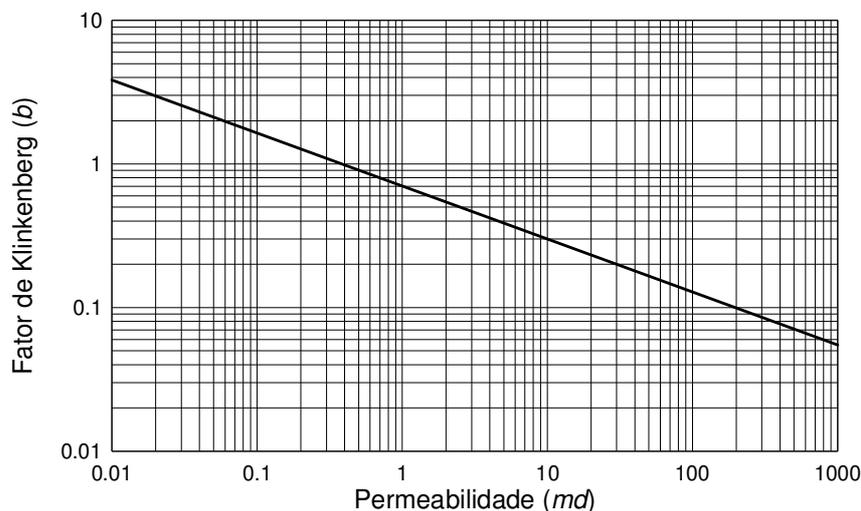


Figura 2.21 – Fator b de Klinkenberg (American Petroleum Institute, 1952). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de McGraw-Hill Book Company, Inc.

b) Efeito da reação fluido-rocha

Este fenômeno ocorre comumente quando o meio poroso contém argila hidratável e a permeabilidade é medida com água de salinidade menor que a da formação. A Tabela 2.2 exemplifica a variação da permeabilidade com a salinidade da água, onde k_{ar} é a permeabilidade ao ar, k_w a permeabilidade à água doce ($S_w = 100\%$) e k_i a permeabilidade à água salgada de salinidade i ($S_w = 100\%$). Como se observa, essa variação pode ser muito importante e um fenômeno interessante é a regeneração da permeabilidade quando se mede com água mais salgada, óleo ou ar.

Tabela 2.2 – Variação da permeabilidade medida em função do fluido utilizado (Johnston & Beeson, 1945)¹

Campo	Zona	k_{ar}	k_{1000}	k_{500}	k_{300}	k_{200}	k_{100}	k_w
S	34	4.080	1.445	1.380	1.290	1.190	885	17,2
S	34	24.800	11.800	10.600	10.000	9.000	7.400	147
S	34	40.100	23.000	18.600	15.300	13.800	8.200	270
S	34	39.700	20.400	17.600	17.300	17.100	14.300	1.680
S	34	12.000	5.450	4.550	4.600	4.510	3.280	167
S	34	4.850	1.910	1.430	925	736	326	5
S	34	22.800	13.600	6.150	4.010	3.490	1.970	19,5
S	34	34.800	23.600	7.800	5.460	5.220	3.860	9,9
S	34	27.000	21.000	15.400	13.100	12.900	10.900	1.030

¹ Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de McGraw-Hill Book Company, Inc.

S	34	12.500	4.750	2.800	1.680	973	157	2,4
S	34	13.600	5.160	4.640	4.200	4.150	2.790	197
S	34	7.640	1.788	1.840	2.010	2.540	2.020	119
S	34	11.100	4.250	2.520	1.500	866	180	6,2
S	34	6.500	2.380	2.080	1.585	1.230	794	4,1
T	36	2.630	2.180	2.140	2.080	2.150	2.010	1.960
T	36	3.340	2.820	2.730	2.700	2.690	2.490	2.460
T	36	2.640	2.040	1.920	1.860	1.860	1.860	1.550
T	36	3.360	2.500	2.400	2.340	2.340	2.280	2.060
T	36	4.020	3.180	2.900	2.860	2.820	2.650	2.460
T	36	3.090	2.080	1.900	1.750	1.630	1.490	1.040

c) Efeito da sobrecarga

Como era de se esperar, a remoção da amostra da formação, com conseqüente alívio da sobrecarga (peso das camadas superiores), acarreta alterações na rocha e na permeabilidade. A Figura 2.22 ilustra a variação da permeabilidade com a variação da sobrecarga para diferentes amostras, onde k_{sc} é a permeabilidade a uma dada pressão de sobrecarga e $k_{sc=0}$ é a permeabilidade à pressão de sobrecarga nula.

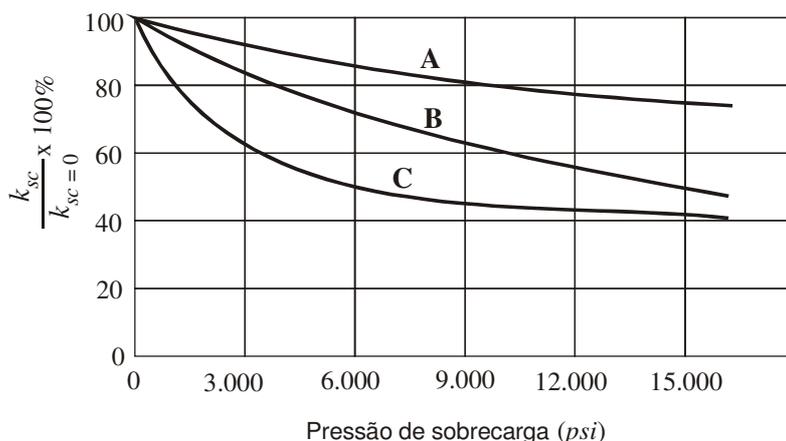


Figura 2.22 – Efeito da sobrecarga sobre a permeabilidade (Fatt & Davis, 1952).

Exemplo 2.9 – Os dados mostrados na Tabela 2.3 referem-se a um experimento para a medição da permeabilidade de uma amostra de rocha-reservatório, realizado com um permeabilímetro a gás.

Tabela 2.3 – Dados de uma experiência com permeabilímetro a gás - Exemplo 2.9

experimento	pressão a montante p_m (atm abs)	pressão a jusante p_j (atm abs)	vazão ($cm^3 std/s$)
1	3,0	1	25,132

2	2,5	1	16,965
---	-----	---	--------

Outros dados são:

Diâmetro da amostra.....	2 cm
Comprimento da amostra.....	5 cm
Porosidade	17%
Saturação de água conata.....	30%
Viscosidade do gás.....	0,025 cp
Temperatura dos experimentos.....	15,6 °C

Calcular a permeabilidade absoluta da amostra.

Solução:

Aplicando-se a lei dos gases pode-se escrever que:

$$\bar{p}_i \bar{q}_i = p_{0i} q_{0i},$$

onde o índice i refere-se ao número do experimento, o índice 0 refere-se às condições-padrão e a pressão média em cada experimento é dada por $\bar{p}_i = (p_m + p_j)_i / 2$. Então, para o primeiro experimento tem-se:

$$\bar{p}_1 \bar{q}_1 = p_{01} q_{01} \Rightarrow \left(\frac{3+1}{2} \right) \bar{q}_1 = 1 \times 25,132 \Rightarrow \bar{q}_1 = 12,566 \text{ cm}^3 / \text{s},$$

enquanto que no segundo experimento:

$$\bar{p}_2 \bar{q}_2 = p_{02} q_{02} \Rightarrow \left(\frac{2,5+1}{2} \right) \bar{q}_2 = 1 \times 16,965 \Rightarrow \bar{q}_2 = 9,694 \text{ cm}^3 / \text{s}.$$

Da lei de Darcy para fluxo linear, no experimento 1 tem-se:

$$k_1 = \frac{\bar{q}_1 \mu L}{A \Delta p_1} = \frac{12,566 \times 0,025 \times 5}{\pi \frac{(2)^2}{4} (3-1)} = 0,250 \text{ Darcy}$$

e no experimento 2:

$$k_2 = \frac{\bar{q}_2 \mu L}{A \Delta p_2} = \frac{9,694 \times 0,025 \times 5}{\pi \frac{(2)^2}{4} (2,5-1)} = 0,257 \text{ Darcy}.$$

As pressões médias absolutas nos dois experimentos são $\bar{p}_1 = (3+1)/2 = 2 \text{ atm}$ e $\bar{p}_2 = (2,5+1)/2 = 1,75 \text{ atm}$. Portanto, aplicando a equação de Klinkenberg, Eq. (2.101), obtém-se um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$k_1 = k_\infty (1 + b / \bar{p}_1) \Rightarrow 0,250 = k_\infty (1 + b / 2)$$

$$k_2 = k_\infty (1 + b / \bar{p}_2) \Rightarrow 0,257 = k_\infty (1 + b / 1,75),$$

cuja solução resulta em $k_\infty = k_{\text{absoluta}} = 0,200 \text{ Darcy} = 200 \text{ md}$.

2.5. Capilaridade

O fenômeno da capilaridade que ocorre no interior dos meios porosos que constituem os reservatórios de petróleo deve-se ao fato de que as jazidas petrolíferas, em geral, contêm dois ou mais fluidos imiscíveis. Por exemplo, nos reservatórios de óleo encontram-se em contato pelo menos dois fluidos imiscíveis, água e óleo. Nos reservatórios de gás estão em contato a água e o gás natural.

2.5.1. Definições

Dois ou mais fluidos são considerados miscíveis entre si quando, misturados em quaisquer proporções, formam uma mistura homogênea. A miscibilidade entre dois ou mais fluidos depende das suas composições e das condições de pressão e temperatura às quais encontra-se o sistema submetido.

Quando dois ou mais fluidos imiscíveis são colocados em um recipiente, o(s) mais denso(s) fica(m) na(s) parte(s) mais baixa(s) e existe(m) superfície(s) de separação entre os fluidos. Isso não ocorre em um meio poroso formado por capilares de diferentes diâmetros, pois a superfície de separação neste caso não é brusca, existindo uma zona de transição devida aos *fenômenos capilares*.

Os fenômenos capilares são resultantes das atrações entre as moléculas da massa fluida. No caso de um líquido colocado em um recipiente, por exemplo, como na Figura 2.23, uma molécula situada no interior do líquido será atraída igualmente em todas as direções pelas moléculas que a cercam. O mesmo não ocorre com uma molécula situada na superfície do líquido, que não será atraída igualmente por estar cercada por moléculas de diferentes tipos, conforme ilustra a Figura 2.23.

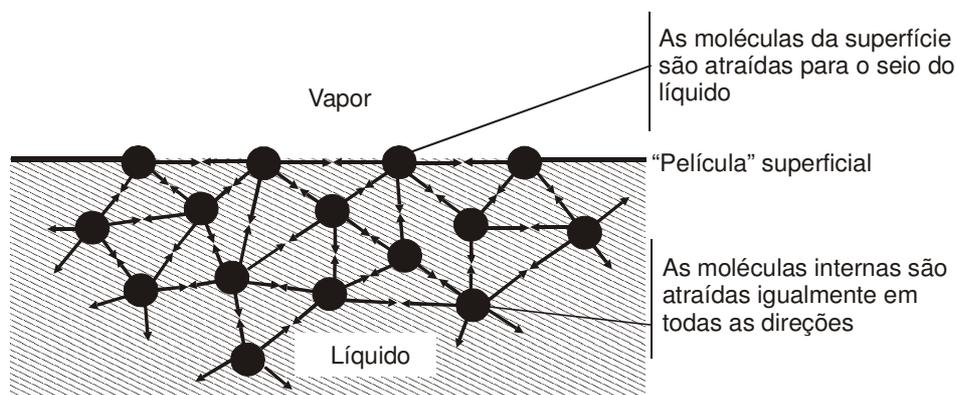


Figura 2.23 – Película superficial criada pelas forças intermoleculares.

Quando a superfície de contato se dá entre um líquido e um gás, o fenômeno e as propriedades que aí aparecem chamam-se *superficiais*. Quando o contato é entre dois líquidos o fenômeno é denominado *interfacial*. Para efeitos práticos, no entanto, não existe diferença entre os dois fenômenos.

Uma gota de líquido isolada, por exemplo, apresenta uma superfície esférica devido à tendência das moléculas de se dirigirem para o centro, e conseqüentemente, apresentarem uma superfí-

cie mínima. A superfície se comporta como uma membrana elástica que oferece resistência à separação das moléculas.

A energia necessária para se formar uma determinada superfície chama-se *energia total livre de superfície* (E), enquanto a energia de superfície por unidade de superfície é chamada de *energia livre de superfície unitária* (E_s). A força que impede o rompimento da superfície, por unidade de comprimento, chama-se *tensão superficial* ou *interfacial*, sendo normalmente representada pelo símbolo σ . A força que tende a puxar uma superfície para o centro chama-se *força capilar* (F_c) e esta, dividida pela área da superfície, é denominada *pressão capilar* (p_c).

Conforme mencionados anteriormente, os fenômenos superficiais e os interfaciais são semelhantes, variando somente o tipo de fluido envolvido, ou seja, são denominados superficiais quando se referem ao contato entre um líquido e um gás, e interfaciais quando se referem ao contato entre dois líquidos imiscíveis. Assim, os conceitos a serem doravante apresentados nesta seção aplicam-se tanto aos fenômenos superficiais como aos interfaciais.

a) Relação entre tensão superficial e energia livre de superfície unitária

Considere um elemento de uma superfície de contato entre um líquido e um gás, com comprimentos da e db , conforme ilustrado na Figura 2.24. As forças dF_1 e dF_2 são as forças existentes no líquido na superfície de contato, nas duas direções principais consideradas. A força capilar dF_c seria a força resultante na direção vertical, ou seja, a força que faria com que a superfície de contato apresentasse a forma ilustrada na Figura 2.24.

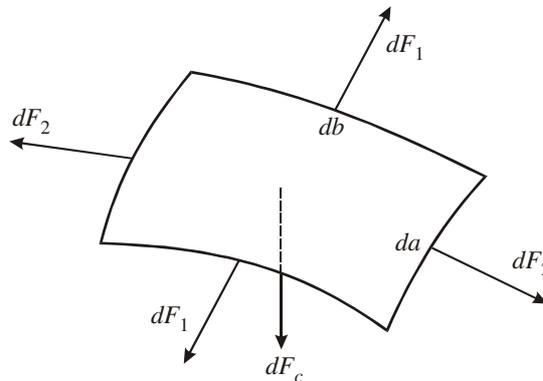


Figura 2.24 – Força capilar (Bonet & Gabrielli).

A tensão superficial na superfície de contato entre o líquido e o gás é dada por:

$$\sigma = \frac{dF_1}{db} = \frac{dF_2}{da} \quad (2.102)$$

e a energia livre de superfície unitária pode ser calculada pela expressão:

$$E_s = \frac{\tau}{A} = \frac{d\tau}{dA} = \frac{dF_1 \cdot da}{da \cdot db} = \frac{dF_2 \cdot db}{da \cdot db}, \quad (2.103)$$

onde τ é o trabalho realizado pela força F . No sistema CGS a unidade de E_s ou de σ é $\text{erg/cm}^2 = \text{dinal/cm}$.

b) Relação entre pressão capilar e tensão superficial

A pressão capilar pode ser calculada como sendo o quociente entre a força capilar e a área sobre a qual está aplicada essa força. Assim, a partir da Figura 2.24 a pressão capilar pode ser definida como:

$$p_c = \frac{F_c}{A} = \frac{dF_c}{dA} \tag{2.104}$$

Uma expressão para o cálculo da pressão capilar pode ser obtida tomando-se, na Figura 2.24, seções verticais ao longo das duas direções principais consideradas. A Figura 2.25 ilustra a geometria do sistema e as forças existentes em uma dessas direções. Uma figura semelhante poderia ser desenhada na outra direção, onde da , $d\theta_1$, R_1 e dF_1 seriam substituídos, respectivamente, por db , $d\theta_2$, R_2 e dF_2 .

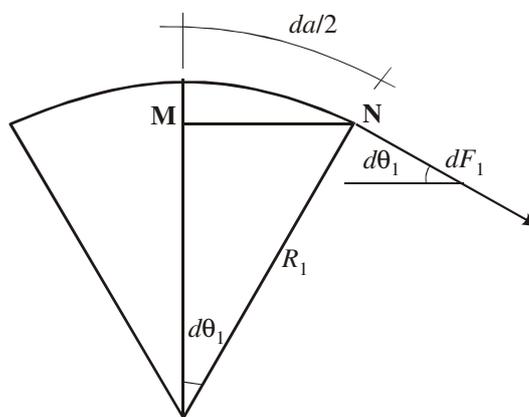


Figura 2.25 – Pressão capilar (Bonet & Gabrielli).

Como a força capilar é a resultante da soma das componentes das forças dF_1 e dF_2 na direção vertical, da Figura 2.25 pode-se escrever que:

$$dF_c = 2 \times \text{projecção de } dF_1 + 2 \times \text{projecção de } dF_2 \tag{2.105}$$

ou

$$dF_c = 2 \cdot dF_1 \cdot \text{sen}(d\theta_1) + 2 \cdot dF_2 \cdot \text{sen}(d\theta_2) \tag{2.106}$$

Mas:

$$\text{sen}(d\theta_1) = \frac{\overline{MN}}{R_1} \cong \frac{da/2}{R_1} \tag{2.107}$$

$$\text{sen}(d\theta_2) \cong \frac{db/2}{R_2} \tag{2.108}$$

e

$$dA = da \cdot db \tag{2.109}$$

onde R_1 e R_2 são os raios de curvatura da superfície nas duas direções consideradas. Assim, substituindo as Eqs. (2.107), (2.108) e (2.109) na Eq. (2.106) obtém-se uma expressão para a força capilar que atua no elemento de superfície de comprimentos da e db :

$$dF_c = \frac{dF_1 \cdot da}{R_1} + \frac{dF_2 \cdot db}{R_2}. \quad (2.110)$$

A substituição das Eqs. (2.109) e (2.110) na Eq. (2.104) produz:

$$p_c = \frac{dF_1}{db} \frac{1}{R_1} + \frac{dF_2}{da} \frac{1}{R_2}. \quad (2.111)$$

Finalmente, a substituição da Eq. (2.102) na Eq. (2.111) resulta em uma expressão para o cálculo da pressão capilar:

$$p_c = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2.112)$$

A Eq. (2.112) é conhecida como *equação de Plateau*. Os raios R_1 e R_2 são denominados *raios principais de curvatura* da superfície. No caso de uma superfície esférica, por exemplo, os raios de curvatura da superfície são iguais ao raio da esfera, isto é, $R_1 = R_2 = R$, onde R é o raio da esfera. Conseqüentemente, a pressão capilar é dada por:

$$p_c = \frac{2\sigma}{R}. \quad (2.113)$$

A pressão capilar é a diferença de pressão existente entre dois fluidos imiscíveis em contato entre si, ou seja, a diferença de pressão existente na interface de dois fluidos imiscíveis. Como indica a equação de Plateau, a pressão capilar é inversamente proporcional ao raio de curvatura ou diretamente proporcional à curvatura da superfície ou da interface.

O conceito de pressão capilar, bem como o fato de que a pressão capilar é inversamente proporcional ao raio de curvatura da superfície ou da interface entre dois fluidos imiscíveis, pode ser demonstrado na prática através do experimento ilustrado na Figura 2.26.

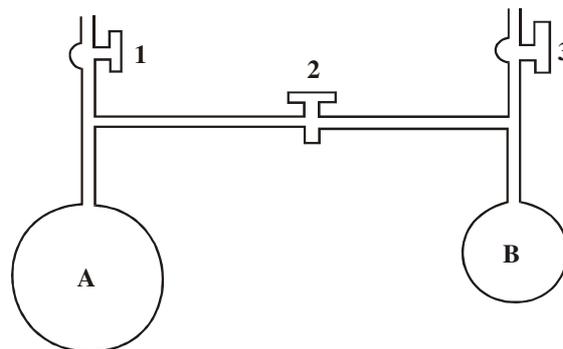


Figura 2.26 – Experimento para demonstrar a relação entre pressão capilar e raio de curvatura (Bonet & Gabrielli).

Inicialmente, com a válvula **2** fechada, formam-se duas bolhas perfeitamente esféricas (**A** e **B**) de um determinado fluido, circundadas por ar atmosférico. As bolhas **A** e **B** possuem, respectivamente, raios R_A e R_B , sendo $R_A > R_B$.

Como a pressão capilar é a diferença de pressão entre os dois fluidos, no caso o ar atmosférico e o fluido do qual são constituídas as bolhas **A** e **B**, pode-se calcular as pressões internas em cada uma das bolhas através das expressões:

$$p_A = p_{ar} + p_{cA} \quad (2.114)$$

e

$$p_B = p_{ar} + p_{cB}, \quad (2.115)$$

onde p_A e p_B são as pressões internas na bolhas **A** e **B**, respectivamente, e p_{cA} e p_{cB} são as pressões capilares nas superfícies da bolhas **A** e **B**, respectivamente. Mas, as pressões capilares podem ser calculadas pela lei de Plateau, ou seja,

$$p_{cA} = \frac{2\sigma}{R_A} \quad (2.116)$$

e

$$p_{cB} = \frac{2\sigma}{R_B}, \quad (2.117)$$

onde σ é a tensão superficial (ou interfacial) entre o ar e o fluido utilizado no experimento. Como $R_A > R_B$, então $p_{cA} < p_{cB}$, isto é, a pressão capilar na superfície da bolha **A** é menor que na superfície da bolha **B**. Desse modo, a partir das Eqs. (2.114) e (2.115) pode-se concluir que $p_A < p_B$.

De fato, interligando-se as bolhas através da abertura da válvula **2**, com as válvulas **1** e **3** fechadas, a bolha **B** (menor) irá diminuir, enquanto a bolha **A** aumentará, mostrando que a pressão interna (pressão externa mais pressão capilar) em **B** é maior que em **A**, porque a pressão capilar em **B** é maior que em **A**.

Como nos meios porosos que constituem os reservatórios de petróleo são comuns as presenças de dois ou mais fluidos imiscíveis em contato com o material do qual é formada a rocha, um conceito bastante importante para o entendimento dos fenômenos que ocorrem nas jazidas petrolíferas é o de molhabilidade.

2.5.2. Molhabilidade

Imagine uma gota de água depositada sobre uma superfície sólida, no interior de um recipiente que contém um determinado tipo de óleo, como mostrado na Figura 2.27. Nessa figura está apresentado um esquema do equilíbrio de forças na interface óleo-água-sólido, onde σ_{wo} é a tensão interfacial entre a água e o óleo, σ_{sw} a tensão interfacial entre o sólido e a água, e σ_{so} a tensão interfacial entre o sólido e o óleo.

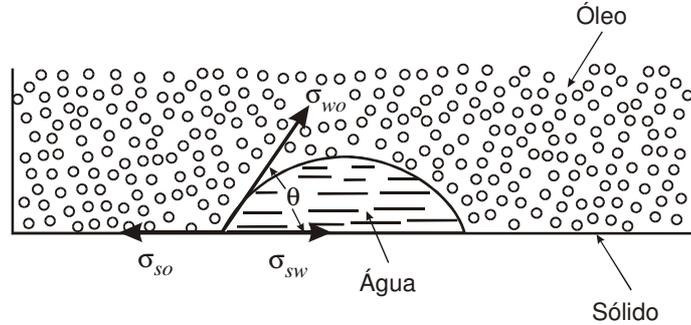


Figura 2.27 – Ângulo de contato (Benner & Bartell, 1941). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Por definição, *ângulo de contato* θ é o ângulo (variando entre 0° e 180°) medido no líquido mais denso (ou, num caso mais geral, no fluido mais denso). Quando esse ângulo de contato é menor que 90° diz-se que o líquido mais denso molha preferencialmente o sólido e quando é maior que 90° diz-se que o líquido menos denso molha preferencialmente o sólido. Utilizando-se essa convenção, define-se *tensão de adesão* (σ_A) como sendo a diferença de tensões ao longo do sólido. Assim,

$$\sigma_A = \sigma_{so} - \sigma_{sw} = \sigma_{wo} \cos \theta_{wo} \quad (2.118)$$

de onde se obtém que:

$$\cos \theta_{wo} = \frac{\sigma_{so} - \sigma_{sw}}{\sigma_{wo}} \quad (2.119)$$

A tensão de adesão é a responsável pela ascensão ou depressão de fluidos em capilares, ou seja, determina qual fluido molha preferencialmente o sólido. A propriedade da *molhabilidade* e a tensão de adesão variam de acordo com os fluidos e os sólidos envolvidos, conforme mostra a Figura 2.28. Nessa figura, uma gota de água, depositada sobre uma superfície sólida, encontra-se no interior de diversos tipos de líquido. Como se observa, a molhabilidade varia em função do líquido utilizado. Por exemplo, quando o sólido é a sílica, a água molha preferencialmente o sólido na presença da isoctana. Porém, quando o líquido é a isoquinolina, este molha preferencialmente o sólido. Por outro lado, quando isoquinolina e água são os fluidos considerados, mas o sólido é a calcita ao invés da sílica, a água é o fluido que molha preferencialmente o sólido.

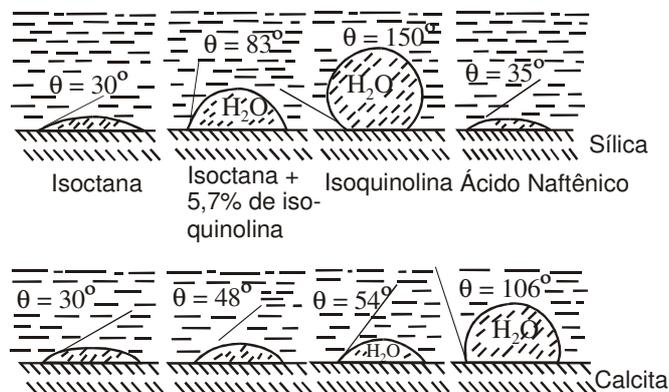


Figura 2.28 – Molhabilidade (Benner & Bartell, 1941). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Exemplo 2.10 – Um sistema com dois fluidos apresenta uma gota de água, imersa em óleo, depositada sobre uma superfície de rocha, como ilustra a Figura 2.27. São dadas:

Tensão interfacial entre a água e o óleo.....	$\sigma_{wo} = 30 \text{ dina/cm}$
Tensão interfacial entre a rocha e o óleo.....	$\sigma_{so} = 80 \text{ dina/cm}$
Tensão interfacial entre a rocha e a água.....	$\sigma_{sw} = 65 \text{ dina/cm}$

Pede-se que sejam determinados:

- O fluido que molha preferencialmente a rocha.
- A tensão de adesão.
- O ângulo de contato.

Solução:

Parte (a):

Utilizando a Eq. (2.118) pode-se escrever que:

$$\sigma_{so} - \sigma_{sw} = \sigma_{wo} \cos \theta_{wo} \Rightarrow 80 - 65 = 30 \cos \theta_{wo} \Rightarrow \cos \theta_{wo} = 0,5 \Rightarrow \theta_{wo} = 60^\circ .$$

Como $\theta_{wo} = 60^\circ < 90^\circ$, conclui-se que a água molha preferencialmente a rocha.

Parte (b):

$$\text{Ainda da Eq. (2.118): } \sigma_A = \sigma_{so} - \sigma_{sw} = 80 - 65 = 15 \text{ dina/cm} .$$

Parte (c):

$$\text{Da solução da parte (a) obtém-se: } \theta_{wo} = 60^\circ .$$

2.5.3. Ascensão capilar

Um dos modelos utilizados para facilitar o entendimento da distribuição de fluidos encontrada nos reservatórios de petróleo é o chamado *modelo de tubos capilares*. O modelo de tubos capilares é representado por um meio poroso constituído de uma série de capilares (tubos de pequeno diâmetro) retilíneos e paralelos. Para se entender o comportamento dos fluidos no interior do reservatório, onde normalmente dois ou mais fluidos imiscíveis estão em contato, pode-se, por exemplo, observar o comportamento dos fluidos quando o meio poroso constituído de tubos capilares é mergulhado em um recipiente que contém um ou mais dos fluidos existentes no reservatório.

Antes de se discutir a analogia existente entre um meio poroso real (reservatório de petróleo formado por uma rocha porosa) e o modelo de tubos capilares, é importante estudar o comportamento dos fluidos, bem como determinar variáveis de interesse como a pressão capilar, no caso de um único tubo capilar. Esta é uma situação simples que ilustra bem os conceitos envolvidos e facilita a compreensão de modelos mais complexos.

Ao se mergulhar um capilar em um líquido, devido ao fenômeno de adesão o líquido subirá ou descerá dentro do capilar, conforme molhe ou não, preferencialmente ao ar, o material de que é

feito o capilar. No esquema mostrado na Figura 2.29, por exemplo, em que está representado um capilar de vidro imerso em um recipiente contendo água, este fluido subiu até uma altura h dentro daquele tubo devido à tensão de adesão na circunferência da superfície livre da água em contato com o vidro.

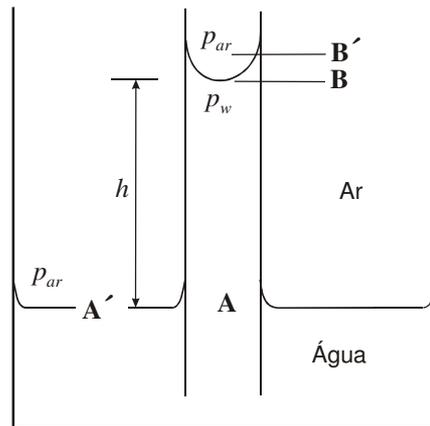


Figura 2.29 – Ascensão capilar.

A Figura 2.30 mostra o ângulo de contato entre o ar e a água (θ_{ar-w}), a tensão superficial entre a parede do capilar e o ar (σ_{s-ar}), a tensão interfacial entre a parede do capilar e a água (σ_{sw}) e a tensão superficial entre o ar e a água (σ_{ar-w}). A água subiu no interior do capilar porque ela molha preferencialmente ao ar, o material de que é constituído o capilar. De fato, observa-se que o ângulo de contato é menor que 90° , indicando que o fluido mais denso (água) é o que molha preferencialmente o sólido.

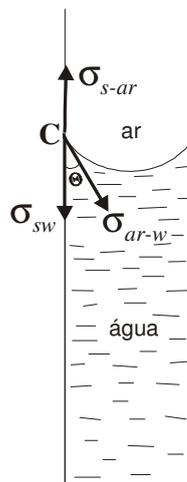


Figura 2.30 – Ângulo de contato e tensões superficial e interfacial no interior do capilar da Figura 2.29.

A partir do equilíbrio de tensões no ponto C da Figura 2.30 pode-se escrever que:

$$\sigma_{s-ar} = \sigma_{sw} + \sigma_{ar-w} \cos \theta_{ar-w} . \quad (2.120)$$

Assim, a tensão vertical resultante, definida como sendo a tensão de adesão (σ_A) ao longo da parede do capilar, é dada por:

$$\sigma_A \equiv \sigma_{s-ar} - \sigma_{sw} = \sigma_{ar-w} \cos \theta_{ar-w} , \quad (2.121)$$

e encontra-se ilustrada na Figura 2.31.

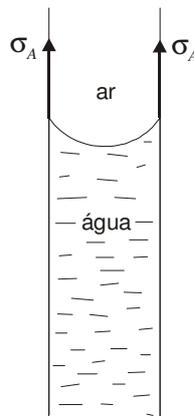


Figura 2.31 – Tensão de adesão ao longo da parede do capilar da Figura 2.30.

O sistema mostrado na Figura 2.29 (e também na Figura 2.30 e na Figura 2.31) encontra-se em equilíbrio porque a força devida à tensão de adesão equilibra a coluna de água de altura h , isto é:

$$\text{Força de adesão} = \text{Peso da coluna de água} . \quad (2.122)$$

Como a tensão de adesão atua em todo o perímetro do capilar na superfície da água, pode-se escrever que:

$$\text{Força de adesão} = \text{Tensão de adesão} \times \text{Perímetro} . \quad (2.123)$$

Assim,

$$\text{Tensão de adesão} \times \text{Perímetro} = \text{Peso da coluna de água} , \quad (2.124)$$

ou ainda,

$$\sigma_A \times \text{Perímetro} = \gamma_w V_w , \quad (2.125)$$

onde γ_w é o peso específico da água e V_w o volume de água no interior do capilar, acima da superfície da água no interior do recipiente, ou seja, V_w é o volume de água no interior do capilar correspondente à altura h .

Se o capilar é um cilindro de raio r , pode-se então escrever que:

$$2\pi r \sigma_A = \pi r^2 h \gamma_w , \quad (2.126)$$

de onde se conclui que a altura de elevação da água no interior do capilar será dada por:

$$h = \frac{2\sigma_A}{\gamma_w r}. \quad (2.127)$$

Mas, de acordo com a Eq. (2.121), a tensão de adesão é, neste exemplo, expressa por:

$$\sigma_A = \sigma_{ar-w} \cos \theta_{ar-w}. \quad (2.128)$$

Assim, a altura de ascensão da água no interior do capilar pode ser calculada por:

$$h = \frac{2\sigma_{ar-w} \cos \theta_{ar-w}}{\gamma_w r}. \quad (2.129)$$

O equilíbrio mostrado na Figura 2.29 também pode ser estudado considerando-se o conceito de pressão capilar. Conforme definida anteriormente, a pressão capilar é a diferença de pressão que ocorre na superfície ou interface de contato entre dois fluidos imiscíveis, ou seja, é a diferença de pressão existente entre as duas fases em contato. Portanto, deve existir uma diferença de pressão entre os pontos **B'** (imediatamente acima da superfície de contato entre a água e o ar) e **B** (imediatamente abaixo da superfície de contato). De fato, desprezando-se a densidade do ar, por ser muito pequena quando comparada à da água, pode-se afirmar que as pressões nos pontos **B'** e **A'** são iguais (pressão no ar = p_{ar}). Mas **A** e **A'** são pontos situados no mesmo nível no interior de um líquido, de onde se conclui que as pressões em **A** e em **A'** são iguais (à pressão p_{ar}). Logo, as pressões em **B'** e em **A** são iguais. Como entre **B'** e **A** existe uma coluna de água no interior do capilar, para que as pressões sejam iguais nesses dois pontos é necessário que haja uma variação de pressão através da superfície de contato entre os dois fluidos, isto é, entre os pontos **B** e **B'**.

Da discussão anterior conclui-se ainda que a pressão no ponto **B'** deve ser maior que no ponto **B**, ou seja, há uma redução de pressão quando se passa do fluido que não molha para o fluido que molha. Assim, a pressão capilar é definida como sendo a diferença entre as pressões no fluido que não molha e no fluido que molha preferencialmente o sólido, isto é:

$$\text{pressão capilar} = \text{pressão no fluido que não molha} - \text{pressão no fluido que molha}. \quad (2.130)$$

Logo, no exemplo da Figura 2.29 a pressão capilar entre a água e o ar é dada por:

$$P_{car-w} = P_{B'} - P_B, \quad (2.131)$$

onde $p_{B'}$ e p_B são, respectivamente, as pressões nos pontos **B'** e **B**. Em outras palavras, a pressão capilar é dada por:

$$P_{car-w} = p_{ar} - p_w, \quad (2.132)$$

sendo p_{ar} e p_w as pressões nas fases ar e água, respectivamente, nas imediações da superfície de contato entre os dois fluidos.

Aplicando conceitos de hidrostática pode-se escrever que:

$$P_{B'} - P_{car-w} + \rho_w g h = P_A, \quad (2.133)$$

onde g é a aceleração da gravidade. Como $p_{B'} = p_A = p_{ar}$, da Eq. (2.133) resulta que:

$$p_{ar} - P_{car-w} + \rho_w g h = p_{ar}, \quad (2.134)$$

ou seja,

$$P_{car-w} = \rho_w g h \quad (2.135)$$

ou ainda,

$$p_{c\ ar-w} = \gamma_w h, \quad (2.136)$$

onde ρ_w e γ_w são a massa e o peso específicos da água, respectivamente.

Substituindo a Eq. (2.129) na Eq. (2.136) pode-se obter uma outra expressão para o cálculo da pressão capilar entre o ar e a água:

$$p_{c\ ar-w} = \frac{2\sigma_{ar-w} \cos\theta_{ar-w}}{r}. \quad (2.137)$$

Um caso mais geral pode ser estudado ao se considerar dois líquidos com densidades não desprezíveis (água e óleo, por exemplo) em um recipiente onde é mergulhado um tubo capilar cilíndrico, como ilustrado na Figura 2.32.

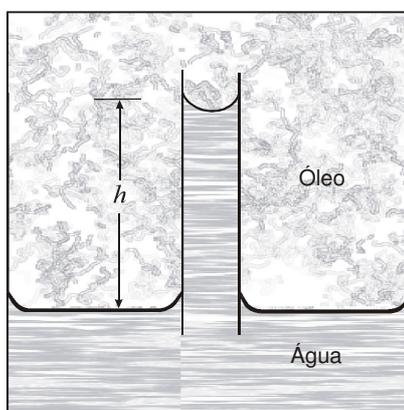


Figura 2.32 – Ascensão capilar em um sistema com dois líquidos.

Se a água for o fluido que molha preferencialmente o material do capilar, também nesse caso haverá ascensão desse fluido no seu interior. Pode-se demonstrar que a ascensão capilar será dada pela expressão:

$$h = \frac{2\sigma_{wo} \cos\theta_{wo}}{g\Delta\rho r} \quad (2.138)$$

ou

$$h = \frac{2\sigma_{wo} \cos\theta_{wo}}{\Delta\gamma r}, \quad (2.139)$$

onde $\Delta\rho = \rho_w - \rho_o$ é a diferença entre as massas específicas da água e do óleo, e $\Delta\gamma = \gamma_w - \gamma_o$ a diferença entre os pesos específicos da água e do óleo. Por outro lado, a pressão capilar entre a água e o óleo poderá ser calculada através de uma das equações seguintes:

$$p_{c\ w-o} = \Delta\rho g h \quad (2.140)$$

ou

$$p_{c\ w-o} = \Delta\gamma h \quad (2.141)$$

ou ainda:

$$p_{c_{w-o}} = \frac{2\sigma_{wo} \cos\theta_{wo}}{r} . \quad (2.142)$$

Nota-se através da Eq. (2.139) que a altura de elevação do fluido que molha preferencialmente o sólido, no interior de um tubo capilar, é diretamente proporcional à tensão superficial (ou interfacial) entre os dois fluidos envolvidos, diretamente proporcional ao cosseno do ângulo de contato entre os fluidos, inversamente proporcional à diferença de densidades e inversamente proporcional ao raio (ou ao diâmetro) do capilar. Por seu turno, a pressão capilar é diretamente proporcional à altura de elevação do fluido, como indica a Eq. (2.141), ou inversamente proporcional ao raio do capilar, como mostra a Eq. (2.142).

Nos reservatórios de petróleo observa-se que a rocha, na maioria dos casos, é molhada preferencialmente pela água em presença do óleo, e nunca pelo gás. Com isso, se num mesmo poro ou espaço poroso de um reservatório de petróleo estivessem presentes água, óleo e gás natural, a distribuição normal desses fluidos no interior do meio poroso seria a que se encontra esquematizada na Figura 2.33. A água estaria nas paredes dos poros, isto é, junto aos grãos de sólidos que compõem a rocha. O gás estaria nas porções centrais dos poros, já que é ele o fluido que apresenta a menor tendência de molhar preferencialmente a rocha. O óleo, sendo um fluido intermediário em termos de molhabilidade, estaria localizado entre a água e o gás. Caso fosse utilizado o modelo de tubos capilares para representar o meio poroso de um reservatório de petróleo, poder-se-ia imaginar que a água estaria ocupando os capilares de menor diâmetro, o gás os capilares de maior diâmetro e o óleo os capilares intermediários.

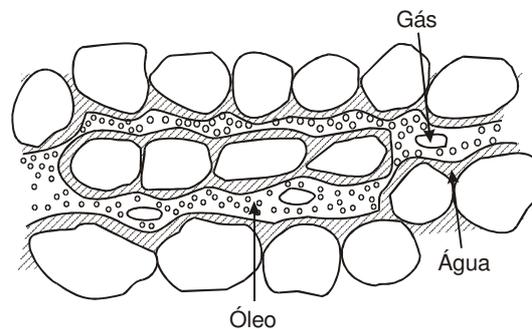


Figura 2.33 – Distribuição mais comum dos fluidos no interior dos poros da rocha-reservatório.

Apesar de se admitir que a maior parte dos reservatórios de petróleo seja molhada preferencialmente pela água, conhecem-se, entretanto, casos em que o reservatório é molhado preferencialmente pelo óleo. Em tais situações, a distribuição dos fluidos nos poros seria a esquematizada na Figura 2.34. Alguns autores, porém, sugerem que sejam tomadas precauções com amostras de rocha que se mostrarem ser preferencialmente molhadas pelo óleo, porque as mesmas podem ter tido essa característica modificada durante a fase de retirada do testemunho do interior do poço.

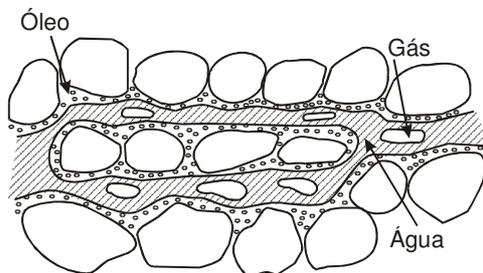


Figura 2.34 – Distribuição de fluidos em um reservatório molhado pelo óleo.

Exemplo 2.11 – A separação entre duas placas planas de vidro imersas em um recipiente contendo água é de 0,01 cm. Admitindo que o vidro seja molhado preferencialmente pela água em relação ao ar, qual será a altura, medida a partir da superfície da água no recipiente, que a água atingirá entre as placas? São dados:

Tensão interfacial entre o ar e a água $\sigma_{ar-w} = 72 \text{ dina/cm}$
 Ângulo de contato entre o ar e a água $\theta_{ar-w} = 0^\circ$

Solução:

A Figura 2.35 ilustra a situação apresentada no Exemplo 2.11.

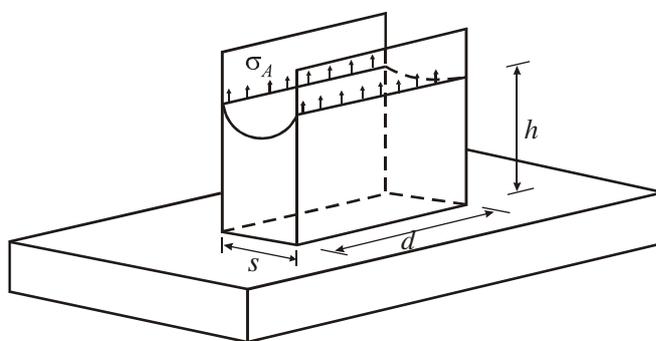


Figura 2.35 – Esquema de duas placas planas imersas em água - Exemplo 2.11.

Como a força devida à tensão de adesão equilibra o peso da coluna de água que ascendeu entre as placas, pode-se escrever que:

$$\text{força} = \text{pressão} \times \text{área}$$

ou

$$\sigma_A \cdot 2d = \rho_w g h \cdot s \cdot d .$$

Mas,

$$\sigma_A = \sigma_{ar-w} \cos \theta_{ar-w} = \sigma_{ar-w} \cos 0^\circ = \sigma_{ar-w} .$$

Então,

$$\sigma_{ar-w} \cdot 2d = \rho_w g h \cdot s \cdot d \Rightarrow 2\sigma_{ar-w} = \rho_w g h s \Rightarrow 2 \times 72 = 1 \times 981 \times h \times 0,01 \Rightarrow h = 14,7 \text{ cm}.$$

2.5.4. Processos de embebição e de drenagem

Diz-se que um capilar sofreu um processo de *embebição* quando houve aumento da saturação do fluido que o molha preferencialmente a um outro fluido. Por outro lado, o capilar sofreu um processo de *drenagem* quando houve redução da saturação do fluido que o molha. Por exemplo, o processo ocorrido no experimento da Figura 2.29 foi um processo de embebição, já que o capilar, molhado preferencialmente pela água em relação ao ar, teve a sua saturação de água aumentada, ou seja, inicialmente estava saturado com ar e a água ascendeu no seu interior até uma determinada altura. Se, por outro lado, o mesmo capilar estivesse no início do processo totalmente saturado com água e tivesse sido mergulhado no recipiente contendo esse fluido, o nível da água no seu interior desceria até alcançar a altura de equilíbrio h mostrada da Figura 2.29. Neste último experimento teria então ocorrido um processo de drenagem, já que teria havido redução da saturação do fluido que molha preferencialmente o sólido.

As alturas de embebição e de drenagem são as mesmas quando o capilar possui diâmetro uniforme, como na ilustração da Figura 2.29, onde a altura de equilíbrio seria sempre h , tanto para o processo de embebição como para o de drenagem. Isto ocorre porque, sendo o capilar de diâmetro (ou raio) uniforme, a altura de elevação final e, conseqüentemente, a pressão capilar de equilíbrio, estão determinadas, como indicam as Eqs. (2.129) e (2.137), independentemente do fato de o capilar estar sofrendo um processo de embebição (ascensão da água no seu interior) ou de drenagem (descida da água no seu interior). A altura final da água é determinada, conforme discutido anteriormente, pelo equilíbrio entre a força capilar e o peso da coluna de água.

Se o capilar utilizado no experimento da Figura 2.29 não tivesse um diâmetro uniforme ao longo do seu comprimento, isto é, se houvesse um estrangulamento ou um alargamento do seu diâmetro em um ou mais pontos, as alturas de embebição e de drenagem poderiam ser diferentes. Como ilustração, considere o caso em que há um alargamento do diâmetro do capilar, conforme representado na Figura 2.36. Nessa figura, os capilares da direita e da esquerda são iguais. O capilar da esquerda encontrava-se inicialmente com a extremidade inferior fechada e cheio de um líquido que o molha preferencialmente ao ar. Ao se abrir a extremidade inferior do capilar o nível do líquido baixou até uma posição em que a força capilar equilibrou o peso da coluna de líquido, ou, em outras palavras, até uma posição em que a pressão capilar equilibrou a pressão exercida pela coluna de líquido, tendo ocorrido então um processo de drenagem. Como foi visto anteriormente, essa pressão capilar de equilíbrio é inversamente proporcional ao raio (ou ao diâmetro) do capilar na altura da superfície de contato entre o líquido e o ar.

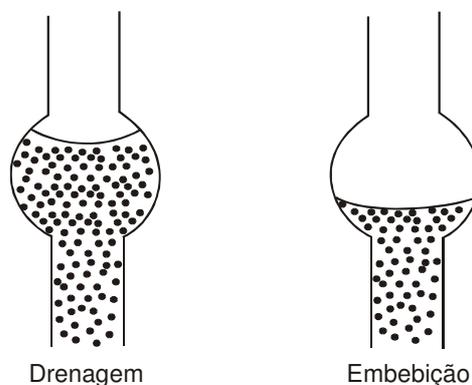


Figura 2.36 – Processos de drenagem e de embebição em um capilar com diâmetro variável (Bonet & Gabrielli).

No capilar da direita na Figura 2.36 verificou-se um processo de embebição. O capilar, inicialmente cheio de ar, foi colocado em contato com o mesmo líquido do experimento da esquerda. Como esse líquido molha preferencialmente o material do capilar, em relação ao ar, houve uma ascensão do líquido no seu interior. Novamente, a altura de equilíbrio foi definida pelo equilíbrio entre a força capilar e o peso da coluna de líquido, ou, pelo equilíbrio entre a pressão capilar e a pressão da coluna de líquido.

Devido ao alargamento do capilar da Figura 2.36, o seu raio aumenta e o raio de curvatura da superfície do líquido no seu interior também aumenta quando o líquido penetra na região de maior diâmetro. Conseqüentemente, a pressão capilar diminui. Ocorre que, no caso do processo de embebição, quando o nível de líquido aumenta no interior do capilar o peso dessa coluna aumenta, enquanto a pressão capilar diminui se o líquido está ascendendo no trecho de diâmetro variável. Com isso, o nível de equilíbrio é atingido quando a pressão capilar não pode suportar uma coluna de líquido maior. Por outro lado, no processo de drenagem, à medida que o líquido penetra no trecho de diâmetro variável, a pressão capilar diminui, mas o peso da coluna também diminui, podendo o equilíbrio ser alcançado com uma altura de líquido maior que no caso de embebição. De fato, para que o fluido atingisse no processo de embebição a mesma altura de equilíbrio verificada no processo de drenagem seria necessário que o fluido passasse por um ponto de mínimo da pressão capilar, correspondente à posição intermediária do alargamento, onde o diâmetro é máximo. Nesse ponto a pressão capilar poderia ser insuficiente para sustentar a coluna de líquido correspondente.

Os conceitos de embebição e de drenagem aplicam-se também a um meio poroso real que constitui uma rocha-reservatório e, portanto, são aplicáveis aos reservatórios de petróleo. Admite-se, por exemplo, que durante o processo de formação dos reservatórios de petróleo o hidrocarboneto (óleo ou gás), oriundo de uma fonte geradora, deslocou parte da água que saturava completamente a rocha nos locais onde posteriormente foram descobertas essas jazidas através da perfuração de poços. Se a água é o fluido que molha preferencialmente a rocha, em relação ao óleo e ao gás, então durante a formação dos reservatórios de hidrocarbonetos teria ocorrido um processo de drenagem.

Durante as vidas produtivas dos reservatórios de óleo costuma-se, na grande maioria dos casos, injetar água nesses reservatórios com o objetivo de aumentar a sua recuperação final de óleo. Nesses casos, se a água é o fluido que molha preferencialmente a rocha em relação ao óleo, o processo de injeção de água no reservatório representa um processo de embebição.

Como as rochas que compõem os reservatórios de petróleo possuem poros com variados diâmetros e configurações geométricas, é de se esperar que o fenômeno descrito no experimento da Figura 2.36 ocorra nessas rochas, indicando portanto que a distribuição dos fluidos quando da descoberta de um reservatório de hidrocarbonetos, ou o comportamento deles durante a vida produtiva do reservatório, depende do processo de saturação, isto é, se o processo de saturação é de embebição ou de drenagem.

2.5.5. Curvas de pressão capilar

Uma rocha-reservatório é um meio poroso formado por uma infinidade de poros de diferentes configurações geométricas e diferentes tamanhos. Para facilitar o entendimento dos conceitos de pressão capilar em um sistema tão complexo como uma rocha porosa, no entanto, pode-se utilizar um modelo de tubos capilares retilíneos com diâmetros uniformes, conforme mencionado anteriormente.

Empregando um modelo bastante simples, mas que provavelmente não representaria bem uma situação real, pode-se imaginar inicialmente o meio poroso como sendo composto por capilares retilíneos, paralelos e de diâmetros iguais. Se esse conjunto de capilares for imerso em um recipiente contendo água, sendo a água o fluido que molha preferencialmente os capilares em relação ao ar, haverá ascensão da água nos capilares. Como os capilares possuem o mesmo diâmetro, a altura de elevação da água será a mesma em todos os capilares, conforme mostra a porção esquerda da Figura 2.37. Uma curva da altura de elevação da água no interior dos capilares em função da saturação de água do meio poroso terá a feição apresentada no gráfico da parte direita da Figura 2.37. Ocorre então uma descontinuidade nos valores de saturação de água, ou seja, a saturação de água no meio poroso passa bruscamente de 0 (zero), imediatamente acima da superfície da água no interior dos capilares, para 100%, imediatamente abaixo dessa superfície. Além disso, conforme foi discutido em seções anteriores para o caso de um único capilar retilíneo com diâmetro uniforme, a altura de elevação da água no meio poroso, ou seja, no conjunto de capilares, será a mesma tanto para um processo de embebição como para um processo de drenagem.

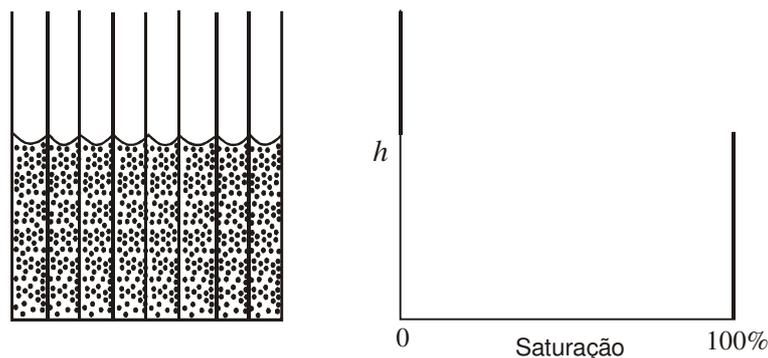


Figura 2.37 – Curva de elevação de água versus saturação de água para capilares de diâmetros iguais.

Suponha agora que a rocha-reservatório seja representada, ainda de maneira simplificada mas provavelmente mais próxima da realidade do que aquela mostrada na Figura 2.37, por um conjunto de capilares retilíneos com diâmetros uniformes mas diferentes entre si, como exemplificado na parte esquerda da Figura 2.38. Ao se mergulhar esse meio poroso em um recipiente contendo água, a elevação desta no interior dos capilares não será uniforme, sendo maior nos capilares de

menor diâmetro. Conseqüentemente, a saturação de água no meio poroso não mais sofrerá uma variação brusca de 0% a 100%, como mostrado no experimento anterior (Figura 2.37). Se o número de capilares de cada diâmetro fosse muito grande (teoricamente infinito), a curva de elevação da água em função da sua saturação no meio poroso seria uma curva contínua, como nos exemplos **A**, **B** e **C** do gráfico da Figura 2.38. De outro modo, pode-se dizer que a saturação de água no meio poroso variaria de 0% (correspondente ao nível de elevação da água no capilar de menor diâmetro) a 100% (correspondente ao nível de elevação da água no capilar de maior diâmetro).

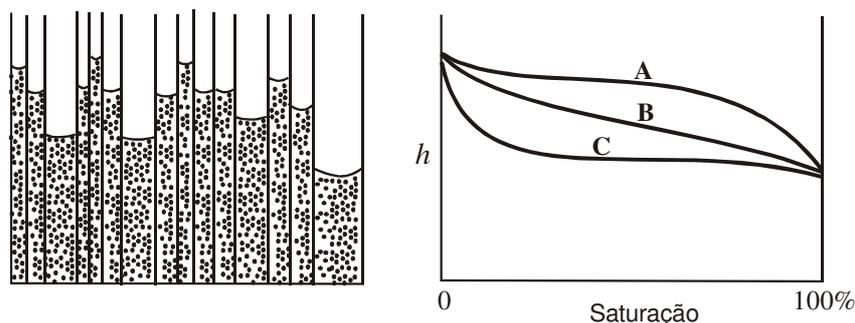


Figura 2.38 – Curvas de elevação de água versus saturação de água para capilares de diferentes diâmetros (Bonet & Gabrielli).

As curvas **A**, **B** e **C** do gráfico da Figura 2.38 representam três meios porosos constituídos de uma infinidade de capilares com diferentes diâmetros. Os capilares de menor e de maior diâmetro, porém, são os mesmos nos três casos, variando somente a distribuição de diâmetros de capilares, ou seja, a freqüência com que um determinado diâmetro está presente em cada um dos três meios porosos. Observa-se que as três curvas apresentam formatos diferentes. A curva **A** refere-se a um caso em que há um grande número de capilares de pequeno diâmetro e, portanto, um pequeno número de capilares de grande diâmetro. Por outro lado, a curva **C** representa um caso em que há no meio poroso uma grande quantidade de capilares de grande diâmetro e, como decorrência, uma pequena quantidade de capilares de pequeno diâmetro. Finalmente, a curva **B** exemplifica uma situação em que há uma variação uniforme de diâmetros de capilares, isto é, um caso em que cada diâmetro de capilar, desde o menor até o maior, está presente no meio poroso com uma freqüência aproximadamente igual.

Nota-se na Figura 2.38 que a curva **A** é mais alta que as demais, já que, devido à presença de muitos capilares de pequeno diâmetro, numa dada altura h (ou, no caso de um reservatório de petróleo, numa dada profundidade) a saturação de água é maior que nos demais casos (**B** e **C**). Isso se deve ao fato de que, sendo a rocha **A** formada predominantemente por capilares de pequeno diâmetro, a água atingirá alturas de elevação relativamente grandes em muitos capilares, redundando assim em uma saturação de água maior do que as que seriam obtidas nos outros dois casos, a uma dada profundidade. Por seu turno, a curva **C** é a mais baixa, pois nesse caso a rocha é composta, predominantemente, por capilares de grande diâmetro, o que significa que a água alcançará alturas de elevação relativamente pequenas na maioria dos capilares, resultando que, numa determinada altura, a saturação de água será mais baixa que nos outros casos.

Da análise das curvas da Figura 2.38 conclui-se ainda que o formato da curva de elevação da água fornece uma idéia qualitativa da heterogeneidade dos capilares. Assim é que, num caso em que os capilares são praticamente homogêneos (como no modelo simplificado da Figura 2.37) a curva de elevação da água em função da sua saturação é praticamente horizontal. Se os capilares são

heterogêneos, a curva de elevação da água apresenta um formato similar aos mostrados na Figura 2.38, onde os pontos de mínimo e de máximo da elevação h são bastante distintos.

Foi visto em seções anteriores que, no modelo de tubos capilares, a pressão capilar é proporcional à altura de elevação da água. Usando esse modelo para representar o caso de uma rocha porosa, pode-se concluir que toda a discussão referente à Figura 2.37 e à Figura 2.38 aplica-se a um reservatório de petróleo, bastando para isso substituir o termo *altura de elevação da água* pelo termo *pressão capilar*. Então, em um reservatório de petróleo, quanto menor a sua permeabilidade absoluta, maior será a saturação de água que se espera encontrar em uma determinada profundidade. Além disso, definindo-se *zona de transição* como a região em que há uma variação significativa da saturação de água com a profundidade, pode-se dizer que, quanto mais heterogêneos forem os capilares, isto é, os tamanhos dos poros, mais espessa será a zona de transição.

A Figura 2.39 mostra exemplos de curvas de pressão capilar em um reservatório *estratificado*, formado por 5 zonas com diferentes permeabilidades e porosidades, conforme apresentados na Tabela 2.4. Observa-se que quanto menor a permeabilidade, maior a saturação de água para uma dada pressão capilar, ou seja, para uma dada altura em relação ao *nível de água livre*, a exemplo do que ocorre no modelo simplificado de tubos capilares retilíneos (Figura 2.38). O nível de água livre corresponde ao nível em que a pressão capilar é nula, ou seja, ao nível a partir do qual são referidas as elevações de água no modelo de tubos capilares (Figura 2.38) ou as pressões capilares em um meio poroso real. No modelo de tubos capilares a existência de um nível de água livre ou de pressão capilar nula equivaleria à presença de um capilar com diâmetro muito grande (teoricamente infinito), onde a altura de elevação da água seria nula.

Tabela 2.4 – Propriedades petrofísicas do reservatório da Figura 2.39²

Zona	Profundidade (ft)	Permeabilidade média (md)	Porosidade média (fração)
I	3.998–4.007	564	0,272
II	4.007–4.019	166	0,208
III	4.019–4.031	591	0,273
folhelho	4.031–4.037		
IV	4.037–4.046	10	0,142
V	4.046–4.055	72	0,191

² Reproduzida de Slider, H. C., *Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*, Copyright © 1983, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

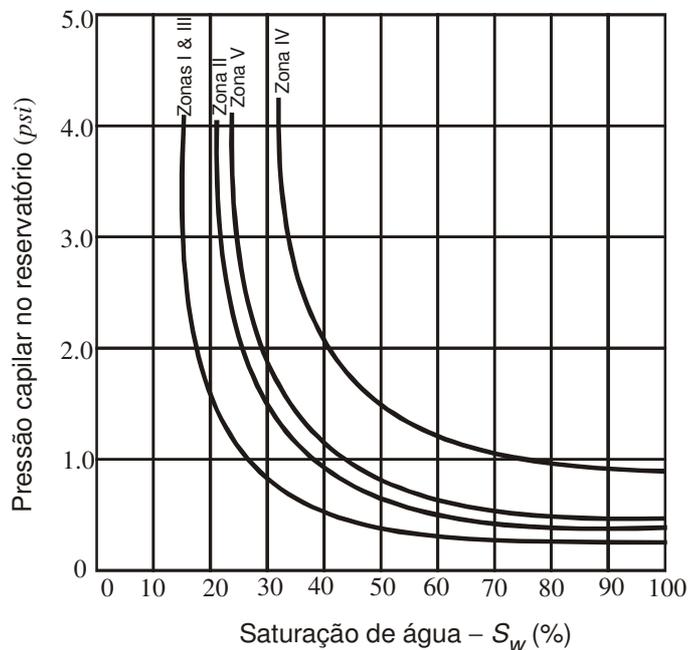


Figura 2.39 – Exemplos de curvas de pressão capilar em um reservatório estratificado. Reproduzida de Slider, H. C., *Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*, Copyright © 1983, com permissão de PennWell Publishing Company.

Em um meio poroso real, como os capilares não têm diâmetros iguais, o processo de saturação influirá no comportamento da curva de elevação do fluido, ou seja, na curva de pressão capilar. Embora não seja aceito pela totalidade dos autores, o processo de drenagem é normalmente considerado o mais representativo do que de fato ocorreu na época da formação de um reservatório de petróleo. Inicialmente o mesmo encontrava-se totalmente saturado com água que foi, em parte, expulsa por ocasião da entrada do óleo, se o reservatório é de óleo, ou do gás, se o reservatório é de gás natural. A água foi então sendo deslocada, não tendo sido retiradas as porções situadas nas paredes dos grãos e nos menores poros, como ilustra a Figura 2.40 para o caso de um reservatório de óleo. A saturação de água mostrada na Figura 2.40 é chamada de *saturação de água inicial, inata ou conata*.

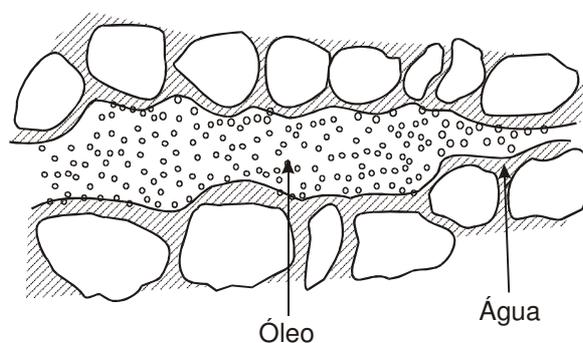


Figura 2.40 – Distribuição inicial de fluidos em um reservatório de óleo molhado pela água.

Conforme foi demonstrado anteriormente, a pressão capilar é proporcional à altura de elevação de um fluido em um capilar. As curvas apresentadas na Figura 2.41 exemplificam a variação da altura de elevação da água ou da pressão capilar com a saturação de água. Como era de se esperar, de acordo com a discussão apresentada na Seção 2.5.4, para uma mesma altura ou pressão capilar, a curva de drenagem apresenta maior saturação que a curva de embebição.

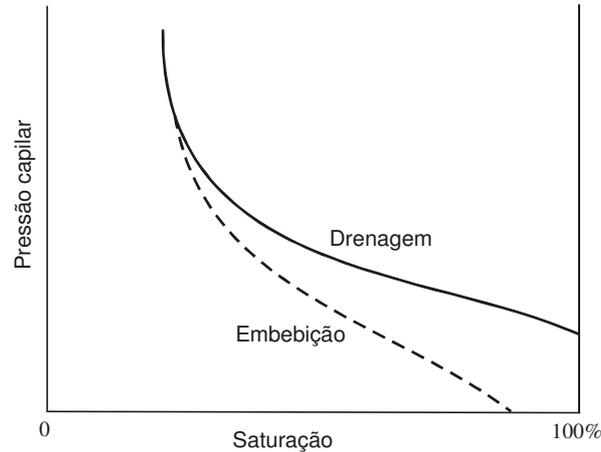


Figura 2.41 – Curvas de pressão capilar para os processos de embebição e de drenagem.

A Figura 2.42 apresenta uma analogia entre as situações que ocorrem em um modelo de tubos capilares e em um meio poroso real de um reservatório de óleo. O *contato óleo/água* corresponderia ao nível abaixo do qual a saturação de água é 100% e o nível de água livre equivaleria ao nível do reservatório onde a pressão capilar é nula. Nessa figura, p_D é a chamada *pressão de deslocamento* e corresponde à variação brusca de pressão capilar que ocorre no ponto $S_w = 100\%$. No modelo de tubos capilares a pressão de deslocamento é equivalente à altura de ascensão da água no capilar de maior diâmetro, enquanto no meio poroso real ela é a pressão mínima necessária para se iniciar um processo de drenagem (redução da saturação de água, ou seja, do fluido que molha preferencialmente a rocha).

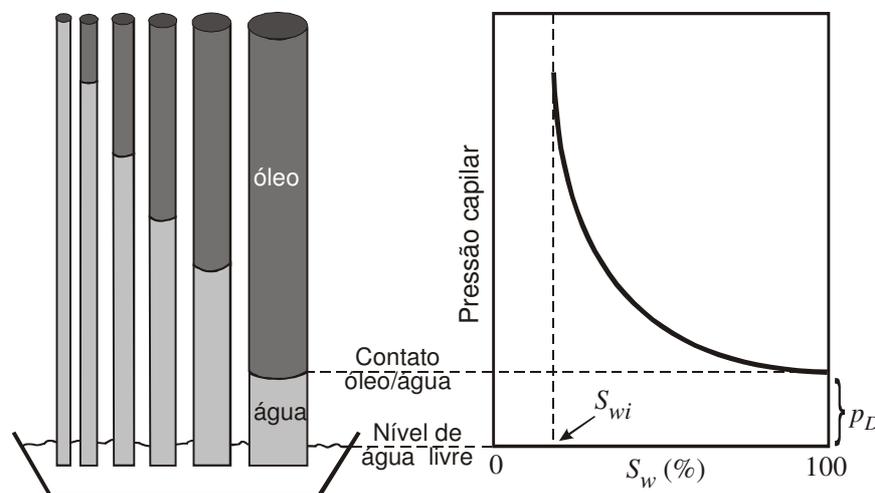


Figura 2.42 – Analogia entre o modelo de tubos capilares e a curva de pressão capilar de um reservatório.

2.5.6. Medição da pressão capilar

As curvas de pressão capilar normalmente são obtidas em laboratório, a partir de experimentos realizados com pequenas amostras de testemunhos da rocha-reservatório. Dois métodos são os mais comumente empregados: o da *membrana* e o da *centrífuga*. Usando-se dados de pressão e de saturação medidos no campo, ou seja, nos poços, também é possível se traçar curvas de pressão capilar para um dado reservatório³.

2.5.7. Conversão dos dados de laboratório para o campo

A conversão dos dados de laboratório para o campo é necessária porque os fluidos utilizados nas experiências de laboratório diferem em suas propriedades físicas dos fluidos encontrados nos reservatórios.

A relação entre a pressão capilar medida no laboratório e a pressão capilar correspondente no reservatório é dada por:

$$\frac{p_{cl}}{p_{cc}} = \frac{\sigma_l \cos \theta_l}{\sigma_c \cos \theta_c}, \quad (2.143)$$

uma vez que o raio do capilar é o mesmo nas duas situações. Na Eq. (2.143), p_{cl} é a pressão capilar medida em laboratório, p_{cc} a pressão capilar em condições de campo e os subscritos l e c nas demais variáveis representam, respectivamente, as condições de laboratório e de campo.

Uma outra maneira de se correlacionar os dados de laboratório e de campo pode ser obtida através do uso da lei de Plateau. Como foi visto anteriormente, segundo essa lei a pressão capilar é uma função da tensão superficial ou interfacial e do raio de curvatura da superfície ou da interface entre os fluidos envolvidos. Ainda segundo a lei de Plateau, quando o raio de curvatura aumenta, a

³ Vide, por exemplo, o Problema 2.26.

pressão capilar diminui. Por outro lado, quando a pressão capilar diminui, a saturação do fluido que molha aumenta. Então, pode-se dizer que o raio de curvatura é uma função da saturação e que, portanto, a pressão capilar é uma função, tanto da tensão superficial (ou interfacial), como da saturação do fluido que molha. Assim, pode-se escrever que as pressões capilares medidas no laboratório e no campo são dadas por:

$$p_{cl} = \sigma_l f(S_l) \quad (2.144)$$

e

$$p_{cc} = \sigma_c f(S_c), \quad (2.145)$$

onde S_l e S_c são as saturações do fluido que molha preferencialmente a rocha em condições de laboratório e de campo, respectivamente. Para as mesmas condições de saturação, tanto no laboratório como no campo, tem-se que:

$$p_{cc} = \frac{\sigma_c}{\sigma_l} p_{cl}. \quad (2.146)$$

A Eq. (2.146) fornece portanto uma outra fórmula para se transformar os dados de laboratório em dados de campo. Embora as Eqs. (2.143) e (2.146) conduzam a resultados um pouco diferentes, para efeitos práticos ambas podem ser utilizadas.

2.5.8. O efeito Jamin

O *efeito Jamin* é o fenômeno que impede ou dificulta, em certos casos, o fluxo de fluidos em um canal do meio poroso quando mais de uma interface estão presentes. Considere por exemplo um canal de fluxo com raio uniforme contendo duas fases, óleo e água, em condições estáticas, conforme ilustrado na Figura 2.43, onde uma gota de óleo encontra-se aprisionada no seio da água.



Figura 2.43 – Canal de fluxo contendo duas fases - água e óleo - situação estática. Figura 79 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

Empregando-se o conceito de pressão capilar, ou seja, de que na interface entre dois fluidos imiscíveis existe uma diferença de pressão que é exatamente a pressão capilar, e de que a pressão é sempre maior no fluido que não molha preferencialmente a rocha, pode-se escrever que:

$$p_A + p_{cA} - p_{cB} = p_B, \quad (2.147)$$

onde p_A e p_B são as pressões na água nos pontos **A** e **B**, e p_{cA} e p_{cB} as pressões capilares na interfaces **A** e **B**, respectivamente. Logo, a diferença entre as pressões na água nos pontos **A** e **B** é:

$$p_A - p_B = p_{cB} - p_{cA}. \quad (2.148)$$

As pressões capilares em **A** e em **B** são dadas, respectivamente, pelas expressões:

$$p_{cA} = \frac{2\sigma_A \cos\theta_A}{r_A} \quad (2.149)$$

e

$$p_{cB} = \frac{2\sigma_B \cos\theta_B}{r_B} \quad (2.150)$$

Como as tensões interfaciais, os ângulos de contato e os raios do canal (capilar) são os mesmos nos dois pontos **A** e **B**, as pressões capilares também são iguais, dadas por:

$$p_{cA} = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} \quad (2.151)$$

e

$$p_{cB} = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} \quad (2.152)$$

onde σ é a tensão interfacial, θ o ângulo de contato e r o raio do capilar. Substituindo na Eq. (2.148) conclui-se que:

$$p_A - p_B = 0, \quad (2.153)$$

ou seja, a diferença de pressão é nula. Então, a gota de óleo ficará imóvel, submetida a pressões iguais nos pontos **A** e **B**.

O caso descrito na Figura 2.43 não se verifica quando há fluxo, conforme apresentado na Figura 2.44.



Figura 2.44 – Canal de fluxo contendo duas fases - água e óleo - situação dinâmica. Figura 80 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

Neste caso, o gradiente de pressão externo, causador do fluxo, modifica o raio de curvatura e conseqüentemente o ângulo de contato, de modo a imprimir à gota de óleo uma forma aerodinâmica. O ângulo de contato em **A** é maior que em **B** (maior raio de curvatura), a pressão capilar é menor que em **B**, e conseqüentemente maior é a resistência ao fluxo. Isso pode ser mais facilmente visualizado considerando-se que a diferença de pressão necessária para se vencer as forças capilares novamente é dada pela Eq. (2.148), enquanto as pressões capilares nas duas interfaces são dadas agora pelas equações:

$$p_{cA} = \frac{2\sigma \cos\theta_A}{r} \quad (2.154)$$

e

$$p_{cB} = \frac{2\sigma \cos\theta_B}{r} \quad (2.155)$$

Como $\theta_A > \theta_B$, então $p_{cA} < p_{cB}$ e, portanto, $p_A - p_B > 0$. Assim, para que haja fluxo é necessária a aplicação de um diferencial de pressão entre os pontos **A** e **B**, dado pela expressão:

$$p_A - p_B \equiv p_{cB} - p_{cA} = \frac{2\sigma \cos \theta_B}{r} - \frac{2\sigma \cos \theta_A}{r}. \quad (2.156)$$

Ocorre que, quanto maior é o gradiente aplicado entre os pontos **A** e **B**, na tentativa de se vencer as pressões capilares e provocar o fluxo, mais a gota se deforma. Com isso, o ângulo de contato em **A** aumenta, enquanto em **B** diminui ainda mais, crescendo então a resistência ao fluxo.

Na Figura 2.45 está representado um capilar com um estreitamento. Neste caso há uma redução do raio do capilar (e do raio de curvatura) em **B**. Como decorrência, a pressão capilar em **B** é maior que em **A**, e somente para se vencer as forças capilares já é necessária a aplicação de um diferencial de pressão igual a:

$$p_A - p_B \equiv p_{cB} - p_{cA} > 0. \quad (2.157)$$

A depender do estreitamento existente no poro, isto é, da relação entre os raios do capilar nos pontos **A** e **B**, a diferença de pressão necessária para provocar o fluxo pode se tornar impraticável, sendo esse estreitamento, portanto, uma causa de bloqueio, ou seja, de ausência de fluxo no capilar.

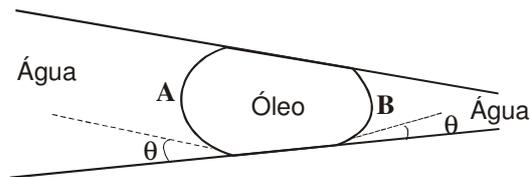


Figura 2.45 – Capilar com estreitamento e duas fases - água e óleo. Figura 80 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

No caso de três fases, como dispostas na Figura 2.46, em que a tensão interfacial em **B** é maior que em **A**, por exemplo, o fluxo também é prejudicado, uma vez que a pressão capilar em **B** é maior que em **A**.



Figura 2.46 – Canal de fluxo com três fases - água, óleo e gás. Figura 80 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

Os exemplos ilustrados na Figura 2.43 à Figura 2.46 representam situações reais que comumente ocorrem em um reservatório de petróleo, mostrando que o efeito Jamin, causado pelo fenômeno da capilaridade, isto é, pela tensão superficial ou interfacial, é o responsável pela saturação residual de hidrocarbonetos deixada no reservatório quando óleo ou gás é deslocado por um fluido imiscível (como a água, por exemplo).

Exemplo 2.12 – São dados de um reservatório:

Topo do intervalo.....	1.500 m
Base do intervalo.....	1.600 m
Saturação de óleo a 1.520 m.....	70%
Curva de pressão capilar média, obtida em laboratório utilizando-se água e ar como fluido deslocante.....	Figura 2.47
Condição do reservatório.....	Subsaturado
Tensão superficial ar-água.....	72 <i>dinal/cm</i>
Tensão interfacial óleo-água.....	20 <i>dinal/cm</i>
Massa específica do óleo.....	0,75 <i>g/cm³</i>
Massa específica da água.....	1,00 <i>g/cm³</i>
Aceleração da gravidade.....	981 <i>cm/s²</i>

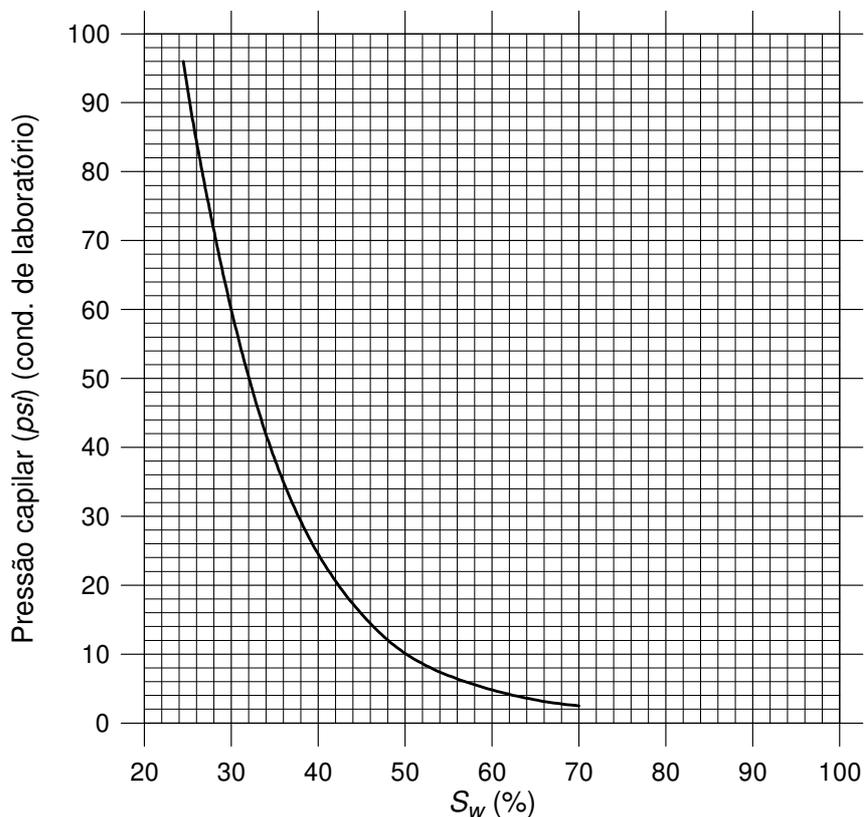


Figura 2.47 – Curva de pressão capilar obtida em laboratório - Exemplo 2.12.

Calcular a saturação de água a 1.557,8 m.

Solução:

A Figura 2.48 mostra a situação do reservatório e as informações conhecidas.

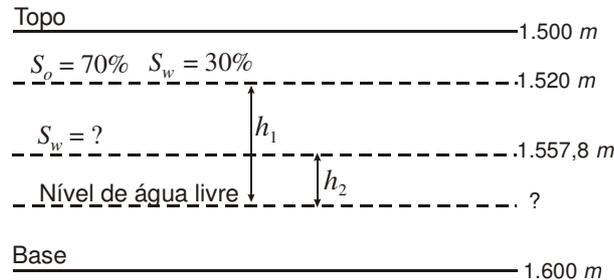


Figura 2.48 – Reservatório do Exemplo 2.12.

Nessa figura, o nível de água livre é entendido como o nível a partir do qual são referidas as alturas de ascensão da água, ou seja, a partir do qual são medidas as pressões capilares. Em outras palavras, o nível de água livre é a profundidade onde a pressão capilar é nula.

Sabe-se que a 1.520 m a saturação de água é de 30%. Portanto:

$$S_w = 30\% \xrightarrow{\text{Figura 2.47}} p_{cl} = 60 \text{ psi} .$$

Mas:

$$(p_{cc})_{1.520m} = p_{cl} \frac{\sigma_c}{\sigma_l} = p_{cl} \frac{\sigma_{ow}}{\sigma_{ar-w}} = 60 \times \frac{20}{72} = 16,67 \text{ psi}$$

ou

$$(p_{cc})_{1.520m} = \frac{1,0132 \times 10^6 \text{ dina/cm}^2}{\text{atm}} \times \frac{1 \text{ atm}}{14,7 \text{ psi}} \times 16,67 \text{ psi} = 11,49 \times 10^5 \text{ dina/cm}^2 .$$

Como:

$$(p_{cc})_{1.520m} = \Delta \rho g h_1 = (\rho_w - \rho_o) g h_1 ,$$

então:

$$1,149 \times 10^6 = (1,00 - 0,75) \times 981 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 4.685 \text{ cm} = 46,85 \text{ m} .$$

Portanto, a profundidade do nível de água livre (D_{nal}) é dada por:

$$D_{nal} = 1.520 + h_1 = 1.520 + 46,85 = 1.566,85 \text{ m}$$

e a distância h_2 pode ser obtida:

$$h_2 = D_{nal} - 1.557,8 = 1.566,85 - 1.557,8 = 9,05 \text{ m} .$$

A pressão capilar no reservatório na profundidade de 1.557,8 m pode ser calculada por:

$$(p_{cc})_{1.557,8m} = \Delta \rho g h_2 = (1,00 - 0,75) \times 981 \times 905 = 221.950 \text{ dina/cm}^2 = 3,22 \text{ psi} ,$$

o que corresponde a uma pressão no laboratório de:

$$(p_{cl})_{1.557,8m} = (p_{cc})_{1.557,8m} \frac{\sigma_l}{\sigma_c} = 3,22 \times \frac{72}{20} = 11,59 \text{ psi} .$$

Assim,

$$(p_{cl})_{1.557,8m} = 11,59 \text{ psi} \xrightarrow{\text{Figura 2.47}} S_w = 49\% @ 1.557,8 \text{ m} .$$

2.5.9. A função J de Leverett

Conforme foi discutido anteriormente, a curva de pressão capilar de um reservatório depende da permeabilidade desse reservatório. Assim, medições de pressão capilar realizadas com amostras de diferentes permeabilidades oriundas de um mesmo reservatório resultam em diferentes curvas de pressão capilar, como ilustrado na Figura 2.49.

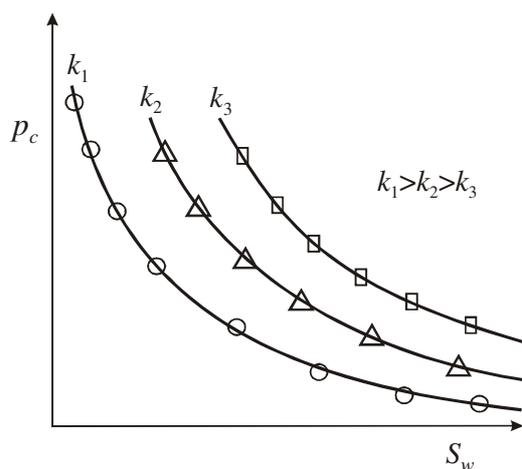


Figura 2.49 – Curvas de pressão capilar para diferentes valores de permeabilidade absoluta.

A função J de Leverett (Leverett & Lewis, 1941), definida por:

$$J = \frac{p_c \sqrt{k/\phi}}{\sigma \cos \theta}, \tag{2.158}$$

fornece uma maneira de se correlacionar as várias curvas de pressão capilar mostradas na Figura 2.49, possibilitando a transformação dessas curvas em uma única, conforme mostrado na Figura 2.50.

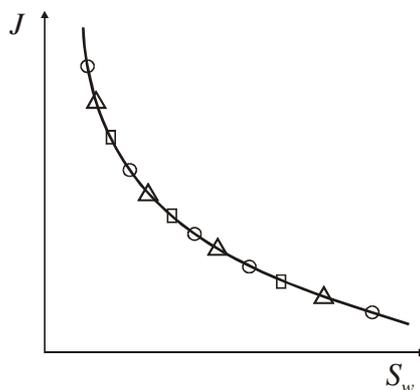


Figura 2.50 – Função J de Leverett versus saturação de água.

Deve-se observar que a Figura 2.50 é apenas ilustrativa, já que num caso real o ajuste da curva J aos dados não será tão perfeito como indica essa figura. Haverá ainda uma dispersão dos pontos em torno da curva ajustada, mas essa dispersão será muito menor que no gráfico original (Figura 2.49).

Convertendo-se a pressão capilar em unidades de altura e peso específico, a Eq. (2.158), para um sistema compatível de unidades e para um sistema formado por água e óleo, também pode ser expressa por:

$$J = \frac{h(\gamma_w - \gamma_o)\sqrt{k/\phi}}{\sigma \cos \theta}. \quad (2.159)$$

Como os valores de γ_w , γ_o , σ e θ podem ser considerados como sendo os mesmos para qualquer ponto de um determinado reservatório, a Eq. (2.159) pode ainda ser simplificada para:

$$J = Ch\sqrt{k/\phi}, \quad (2.160)$$

onde C é uma constante, dada por:

$$C = \frac{\gamma_w - \gamma_o}{\sigma \cos \theta}. \quad (2.161)$$

Uma aplicação prática da função J de Leverett é o cálculo da saturação inicial média de água (\bar{S}_{wi}) de um reservatório. Três casos serão considerados:

a) Cálculo da \bar{S}_{wi} de uma seção vertical quando são conhecidos os valores de k , ϕ e h de várias amostras da rocha-reservatório

A Figura 2.51 mostra quatro amostras retiradas de um mesmo reservatório, cada uma delas possuindo valores de k , ϕ e h (altura acima do nível de água livre) diferentes.

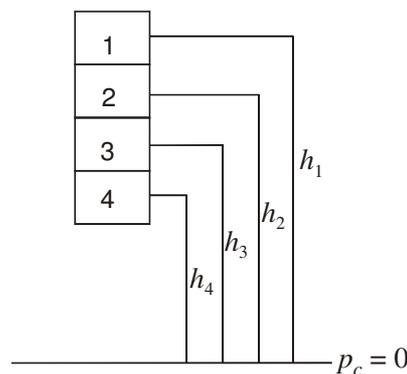


Figura 2.51 – Várias amostras retiradas de um mesmo reservatório.

Admite-se que esteja disponível para esse reservatório a curva J de Leverett. Para se obter a saturação média de água das quatro amostras, são calculados inicialmente os valores de J de cada amostra, utilizando a Eq. (2.159). Em seguida, com esses valores de J são lidos os valores de S_{wi} de cada amostra, usando a curva J do reservatório em questão. Finalmente, o valor de \bar{S}_{wi} para as quatro amostras é determinado pela média aritmética dos valores individuais:

$$\bar{S}_{wi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (S_{wi})_j, \quad (2.162)$$

onde N é o número de amostras ($N = 4$ no exemplo citado).

Um método menos correto porém mais rápido para se determinar \bar{S}_{wi} consiste em se determinar inicialmente valores médios de k , ϕ e h . Posteriormente, por meio da Eq. (2.160) determina-se um valor médio de J . Finalmente, usando-se esse valor médio de J e a curva J versus S_w determina-se o valor de \bar{S}_{wi} . Então, neste método a Eq. (2.160) passa a ser escrita como:

$$\bar{J} = C\bar{h}\sqrt{\bar{k}/\bar{\phi}}, \quad (2.163)$$

onde o valor médio de h é calculado por:

$$\bar{h} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N h_j. \quad (2.164)$$

Conforme mencionado na Seção 2.1.4, verifica-se na prática que a porosidade apresenta em geral uma distribuição normal. Assim, o valor médio da porosidade é obtido através de uma média aritmética:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \phi_j, \quad (2.165)$$

onde N é o número de medições. Por outro lado, em geral a permeabilidade segue uma distribuição log-normal, sendo então o valor médio calculado através de uma média geométrica das permeabilidades individuais:

$$\bar{k} = \sqrt[N]{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdots k_N}, \quad (2.166)$$

ou ainda,

$$\bar{k} = 10^{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \log k_j}. \quad (2.167)$$

b) Cálculo da \bar{S}_{wi} de uma seção vertical quando a permeabilidade e a porosidade como uma função da elevação (h) são desconhecidas

Neste caso é necessário conhecer a permeabilidade e a porosidade médias na região do poço, bem como as alturas, em relação ao nível de água livre ($p_c = 0$), do topo (h_t) e da base (h_b) da formação, como ilustra a Figura 2.52.

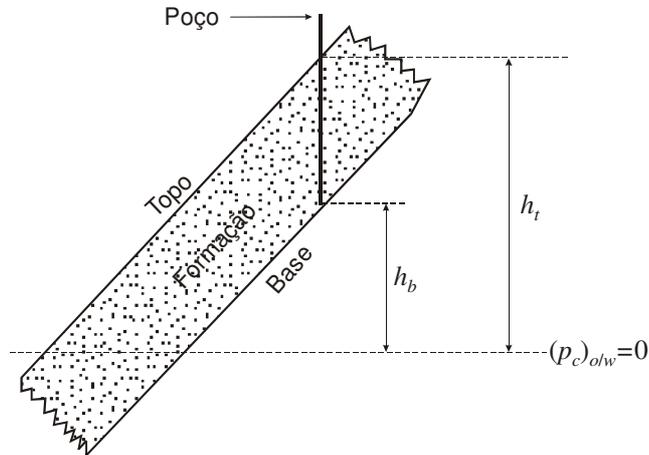


Figura 2.52 – Poço em uma formação contendo água e óleo.

Conhecendo-se os valores de $\bar{\phi}$ e de \bar{k} , bem como os valores de γ_w , γ_o , σ e θ , a Eq. (2.160) pode ser reduzida a:

$$J = Ch\sqrt{\bar{k} / \bar{\phi}} = C_1 h, \quad (2.168)$$

onde C_1 é também uma constante, dada por:

$$C_1 = \frac{(\gamma_w - \gamma_o)\sqrt{\bar{k} / \bar{\phi}}}{\sigma \cos \theta}. \quad (2.169)$$

Os valores de S_{wi} podem ser obtidos como funções de h , através do cálculo de J pela Eq. (2.168) e da leitura do valor correspondente de S_{wi} na curva J versus S_w . A saturação média \bar{S}_{wi} , no intervalo considerado, isto é, entre h_t e h_b , pode ser calculada pela integral:

$$\bar{S}_{wi} = \frac{\int_{h_b}^{h_t} S_{wi} dh}{h_t - h_b}. \quad (2.170)$$

A maneira mais simples para se efetuar o cálculo da Eq. (2.170) é por meio de uma integração gráfica, como mostra a Figura 2.53, onde:

$$\text{Área} = \int_{h_b}^{h_t} S_{wi} dh. \quad (2.171)$$

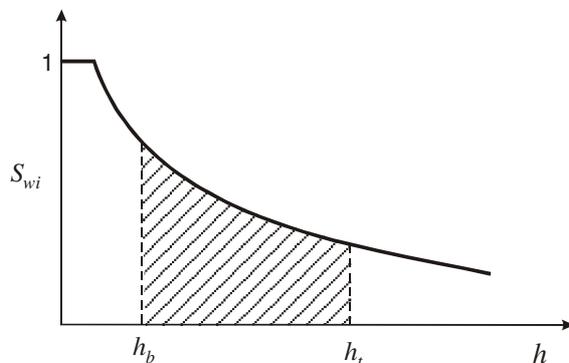


Figura 2.53 – Integração gráfica para obtenção de \bar{S}_{wi} .

A determinação de \bar{S}_{wi} pode ser bastante simplificada devido à relação linear entre J e h , como indica a Eq. (2.168). Com isso, a Eq. (2.170) pode ser escrita em termos de J :

$$\bar{S}_{wi} = \frac{\int_{J_b}^{J_t} S_{wi} dJ}{J_t - J_b}, \tag{2.172}$$

onde J_b e J_t são os valores de J correspondentes à base e ao topo da formação, respectivamente. Para este caso a integração gráfica é ilustrada na Figura 2.54, onde:

$$\text{Área} = \int_{J_b}^{J_t} S_{wi} dJ. \tag{2.173}$$

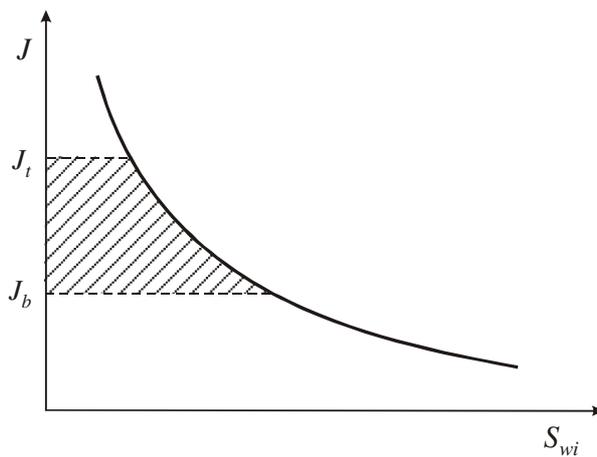


Figura 2.54 – Integração gráfica para obtenção de \bar{S}_{wi} .

c) Cálculo da saturação inicial média de água do reservatório

O método de obtenção de \bar{S}_{wi} em uma seção vertical pode ser estendido para fornecer a saturação inicial média de todo o reservatório. Para isso é necessário conhecer, como dado adicional, o mapa estrutural do reservatório, como exemplificado na Figura 2.55, onde $A_j, j = 0,3$ são as áreas planas no interior de cada uma das curvas.

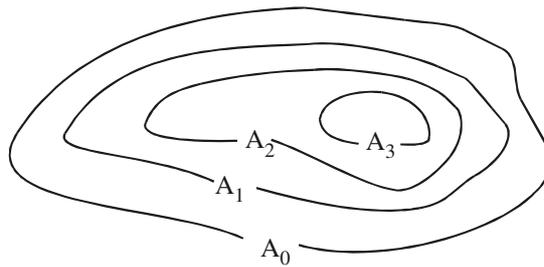


Figura 2.55 – Mapa estrutural de um reservatório.

Para este cálculo admite-se que as propriedades dos fluidos são uniformes ao longo do reservatório. Uma seção vertical do reservatório pode ser vista na Figura 2.56.

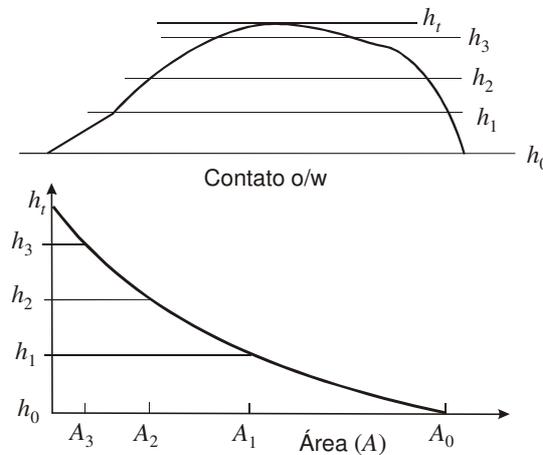


Figura 2.56 – Seção vertical do reservatório da Figura 2.55.

O volume poroso do reservatório entre h_0 (posição do contato óleo/água) e h_t (topo da estrutura) pode ser obtido pela determinação da área abaixo da curva h versus A mostrada na Figura 2.56:

$$V_p = \int_{h_0}^{h_t} \phi A dh. \quad (2.174)$$

O volume de água no reservatório depende da distribuição vertical de volume poroso (indicada pelas áreas) e da distribuição vertical da saturação de água (S_{wi}). Esse volume pode ser calculado como:

$$V_w = \int_{h_0}^{h_t} \phi A S_{wi} dh, \tag{2.175}$$

onde S_{wi} é obtida através da curva J , conforme discutido anteriormente. Para isso pode-se admitir que a permeabilidade e a porosidade sejam uniformes ao longo do reservatório ou utilizar valores médios dessas propriedades, conforme também discutido anteriormente.

A Figura 2.57 mostra a relação entre as curvas ϕA versus h e $\phi A S_{wi}$ versus h .

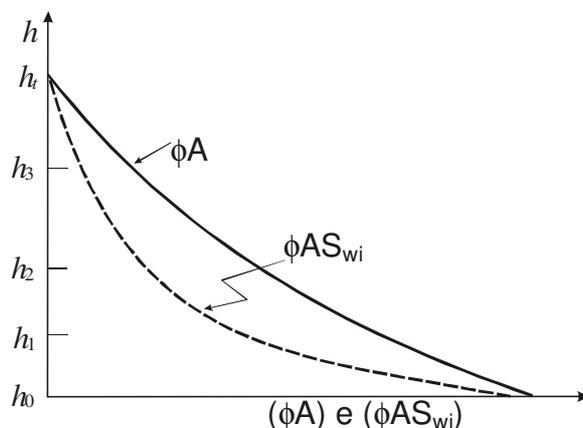


Figura 2.57 – Curvas ϕA versus h e $\phi A S_{wi}$ versus h .

A saturação média de água no reservatório é igual ao quociente entre as áreas abaixo das curvas:

$$\bar{S}_{wi} = \frac{V_w}{V_p} = \frac{\int_{h_0}^{h_t} \phi A S_{wi} dh}{\int_{h_0}^{h_t} \phi A dh}. \tag{2.176}$$

Exemplo 2.13 – Os dados apresentados a seguir referem-se à determinação em laboratório da *pressão capilar* versus *saturação de água*, para querosene deslocando água da formação em três amostras de testemunhos.

Tabela 2.5 – Propriedades petrofísicas das amostras do Exemplo 2.13

Amostra n ^o	k_{ar} (md)	ϕ (%)
5	115	19,0
28	581	20,0
18	1.640	27,0

Tabela 2.6 – Dados de pressão capilar das amostras do Exemplo 2.13

p_c (psi)	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
Amostra	Saturação de água (%)									
5	89,5	60,0	47,8	43,1	38,1	35,1	33,1	31,8	30,9	30,0
28	68,0	45,0	37,5	34,4	31,3	29,4	28,2	27,6	27,4	27,4
18	65,0	36,4	33,2	31,0	28,3	26,9	25,7	24,9	24,2	23,8

A tensão interfacial entre o querosene e a água da formação foi medida à temperatura do laboratório, tendo-se obtido o valor de 42 *dinal/cm*. O ângulo de contato será admitido como sendo de 60°.

Calcule o valor da função J de Leverett para cada medição efetuada em laboratório e construa um gráfico $\log J$ versus S_w , traçando pelos pontos uma curva suave que melhor se ajuste a eles.

Solução:

A função J é dada pela expressão:

$$J(S_w) = \frac{p_c \sqrt{k/\phi}}{\sigma \cos \theta} = \frac{p_c \sqrt{k/\phi}}{42 \times \cos 60^\circ} = \frac{p_c \sqrt{k/\phi}}{42 \times 0,5} = \frac{p_c \sqrt{k/\phi}}{21}$$

Tabela 2.7 – Expressões para o cálculo da função J - Exemplo 2.13

Amostra nº	k_{ar} (md)	ϕ (%)	$\sqrt{k/\phi}$	$J(S_w)$
5	115	19	2,46	0,117 p_c
28	581	20	5,39	0,257 p_c
18	1.640	27	7,79	0,371 p_c

Tabela 2.8 – Cálculo dos valores da função J - Exemplo 2.13

Amostra nº 5		Amostra nº 28		Amostra nº 18	
S_w (%)	$J(S_w)$	S_w (%)	$J(S_w)$	S_w (%)	$J(S_w)$
89,5	0,059	68,0	0,128	65,0	0,186
60,0	0,117	45,0	0,257	36,4	0,371
47,8	0,176	37,5	0,385	33,2	0,557
43,1	0,234	34,4	0,513	31,0	0,742
38,1	0,351	31,3	0,770	28,3	1,113
35,1	0,469	29,4	1,027	26,9	1,485
33,1	0,586	28,2	1,283	25,7	1,856
31,8	0,703	27,6	1,540	24,9	2,227
30,9	0,820	27,4	1,797	24,2	2,598
30,0	0,937	27,4	2,053	23,8	2,969

Os dados da Tabela 2.8 foram colocados em um gráfico semilog e pelos pontos foi ajustada uma curva suave, resultando na Figura 2.58.

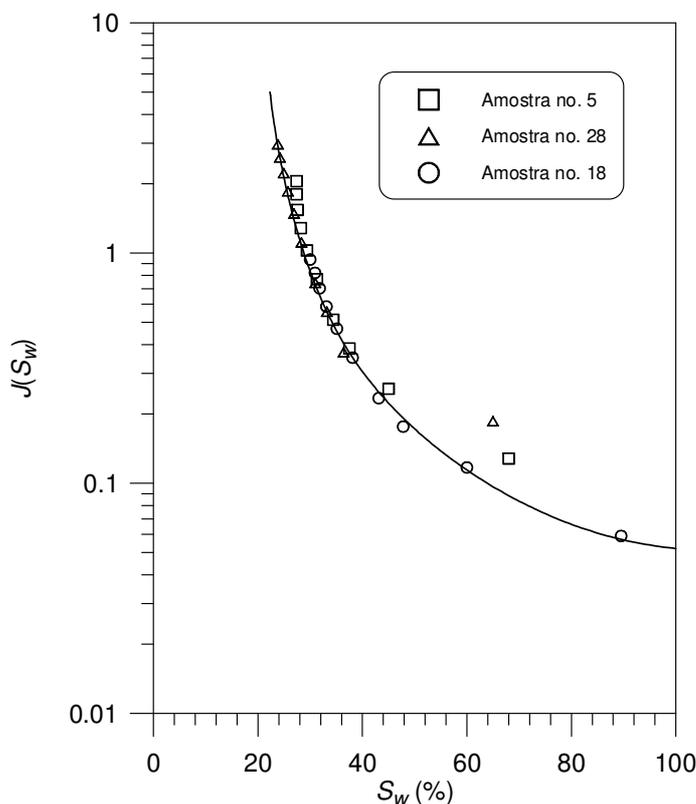


Figura 2.58 – Curva $J(S_w)$ versus S_w - Exemplo 2.13.

2.6. Permeabilidades Efetiva e Relativa

O conceito de permeabilidade absoluta de uma rocha foi introduzido a partir das experiências realizadas por Darcy (1856). Nas suas experiências somente um fluido saturava o meio poroso. Para se estudar o comportamento do sistema quando dois ou mais fluidos estão presentes, no entanto, é necessária a introdução dos conceitos de permeabilidade efetiva e de permeabilidade relativa.

2.6.1. Definições

A vazão de uma fase em um meio poroso saturado com dois ou mais fluidos é sempre menor que a vazão de uma fase quando somente ela satura o meio poroso. A capacidade de transmissão de um fluido que satura 100% de um meio poroso foi definida anteriormente como sendo a permeabilidade absoluta ou simplesmente a permeabilidade do meio. No caso em que dois ou mais fluidos

saturam o meio poroso, a capacidade de transmissão de um desses fluidos chama-se *permeabilidade efetiva* do meio poroso ao fluido considerado. O quociente entre a permeabilidade efetiva e a permeabilidade absoluta (k) do meio é denominada *permeabilidade relativa* ao fluido. Por exemplo, em um meio poroso saturado com gás, óleo e água, as suas permeabilidades efetivas são denominadas, respectivamente, k_g , k_o e k_w , enquanto as suas permeabilidades relativas são representadas pelos símbolos k_{rg} , k_{ro} e k_{rw} .

A lei de Darcy também pode ser usada quando se estuda o fluxo de duas ou mais fases, sendo válidas as seguintes expressões para um sistema linear e horizontal, sujeito a um regime de fluxo permanente incompressível:

$$q_w = \frac{k_w A \Delta p}{\mu_w L}, \quad (2.177)$$

$$q_o = \frac{k_o A \Delta p}{\mu_o L} \quad (2.178)$$

e

$$q_g = \frac{k_g A \Delta p}{\mu_g L}, \quad (2.179)$$

onde q_w , q_o e q_g são, respectivamente, as vazões de água, óleo e gás.

Da própria definição conclui-se que a permeabilidade efetiva a um determinado fluido varia de zero (inexistência de fluxo) a k (meio poroso 100% saturado com o fluido). A permeabilidade relativa a um determinado fluido, $k_r = k_e/k$, onde k_e é a permeabilidade efetiva, varia de zero (inexistência de fluxo) a 1 (meio poroso 100% saturado com esse fluido). A permeabilidade relativa pode também ser representada em termos percentuais, variando então entre zero (inexistência de fluxo) a 100% (meio poroso 100% saturado com um único fluido).

Nota-se que a introdução do conceito de permeabilidade relativa permite tornar adimensional a escala de permeabilidade em um reservatório, já que os valores de permeabilidade relativa estarão sempre no intervalo de 0 a 1 (ou 0 a 100%), independentemente do valor da sua permeabilidade absoluta.

2.6.2. Curvas de permeabilidade relativa – Fluxo de duas fases

Considere um meio poroso, molhado preferencialmente pela água, no qual fluirão água e óleo. A distribuição dos fluidos, conforme já apresentada anteriormente, pode ser visualizada na Figura 2.59.

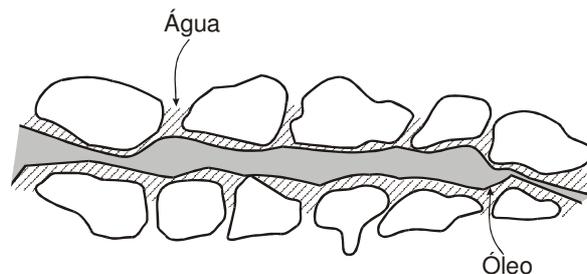


Figura 2.59 – Distribuição de fluidos em um sistema molhado preferencialmente pela água.

Imagine que o meio poroso esteja inicialmente 100% saturado com água (fluido que molha), quando então a permeabilidade efetiva à água é igual à absoluta e, conseqüentemente, a permeabilidade relativa à água é igual a 1 ou 100%. Nesse instante a permeabilidade efetiva ao óleo, assim como sua permeabilidade relativa, é nula. Admita que o experimento consista em aumentar gradativamente a saturação de óleo (fluido que não molha). Enquanto a saturação de óleo é suficientemente pequena, de modo a não constituir uma fase contínua, o óleo não consegue ainda fluir e sua permeabilidade efetiva é nula.

À medida que a saturação de água diminui, a sua permeabilidade efetiva cai sensivelmente no início. Isso se deve ao fato de que o óleo (fluido que não molha) passa a ocupar inicialmente o centro dos capilares de maior diâmetro. Essa saturação de óleo que não forma ainda uma fase contínua chama-se *saturação insular*, enquanto a água possui uma saturação chamada *funicular*. Ao continuar a aumentar a saturação insular de óleo, esta passa a formar uma fase contínua. Nesse ponto o óleo começa a fluir e sua saturação é chamada de *saturação crítica* (S_{oc}). A partir desse ponto tem-se a saturação funicular de óleo e suas permeabilidades efetiva e relativa são diferentes de zero, enquanto a água continua a ter a sua saturação e as suas permeabilidades efetiva e relativa decrescendo, mas não tão sensivelmente como no início do processo.

À medida que a saturação de óleo cresce, suas permeabilidades efetiva e relativa crescem rapidamente devido ao fato de o óleo estar ocupando inicialmente os capilares de maior diâmetro. Esta ocupação perdura até a saturação de água diminuir a um valor tal, chamado de *saturação irreduzível de água* (S_{wi}), em que ela pára de fluir e, conseqüentemente, suas permeabilidades efetiva e relativa são nulas.

Imagine agora o processo inverso do descrito anteriormente. Inicialmente o meio está 100% saturado com óleo, quando então a permeabilidade relativa ao óleo é igual a 1 ou 100%, e a saturação de água é aumentada gradativamente. Até a água atingir um valor de saturação tal que possa fluir sua saturação é chamada de *saturação pendular*. A máxima saturação pendular é a saturação irreduzível de água (S_{wi}). Quanto à saturação de óleo, esta vai decrescendo até atingir a chamada *saturação de óleo residual* (S_{or}) e o óleo deixar de fluir.

O gráfico da Figura 2.60 mostra um exemplo de curvas de permeabilidades relativas que seriam obtidas no experimento descrito.

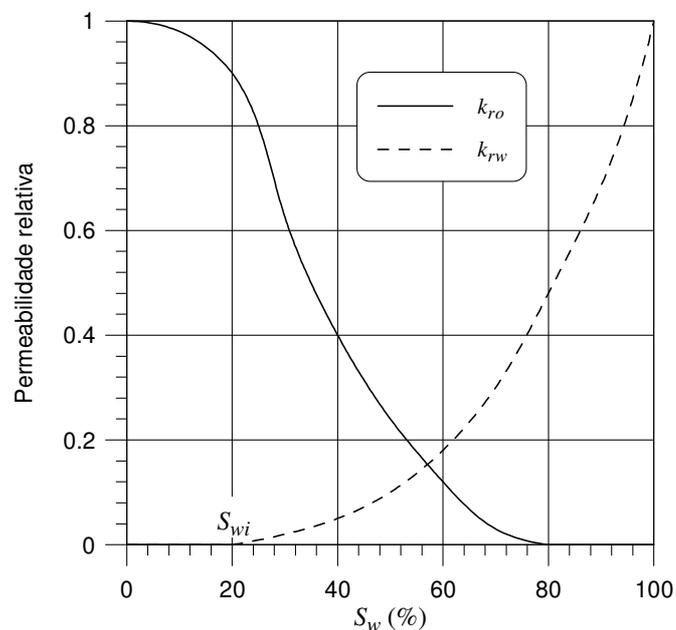


Figura 2.60 – Curvas de permeabilidade relativa versus saturação de água.

Embora a Figura 2.60 mostre valores de permeabilidade relativa para todo o intervalo de valores de saturação de água ($0 \leq S_w \leq 1$), na prática normalmente as curvas de permeabilidade relativa apresentadas cobrem apenas o intervalo $S_{wi} \leq S_w \leq (1 - S_{or})$ ou $S_{wi} \leq S_w \leq (1 - S_{oc})$, conforme ilustra a Figura 2.61 a ser apresentada e discutida na próxima seção. Nessa figura, S_{or} é a chamada saturação de óleo residual e S_{oc} a saturação de óleo crítica, conceitos que também serão discutidos na próxima seção. A apresentação das curvas de permeabilidade relativa no formato ilustrado na Figura 2.61 decorre do fato de que o intervalo de saturação de interesse para estudos de reservatórios situa-se entre S_{wi} e $(1 - S_{or})$ ou $(1 - S_{oc})$. Além disso, em experimentos de laboratório em geral são obtidas curvas que cobrem apenas parte do intervalo $S_{wi} \leq S_w \leq (1 - S_{or})$ ou $S_{wi} \leq S_w \leq (1 - S_{oc})$, devido ao método utilizado para a medição dos valores de permeabilidade relativa como uma função da saturação. Nesse caso, as partes complementares das curvas devem ser obtidas por outros meios, como por exemplo, através do emprego de expressões analíticas, do tipo modelo de potência (a ser discutido posteriormente), para interpolar valores de permeabilidade relativa entre S_{wi} e o valor mínimo de S_w para o qual foi possível determinar valores experimentais.

2.6.3. Fatores que afetam a permeabilidade relativa

Entre os fatores que afetam o comportamento das curvas de permeabilidade relativa podem ser citados:

a) Processo de saturação

Como já foi visto anteriormente, se o meio poroso está saturado inicialmente com a fase que molha e se esta vai sendo diminuída com a introdução da fase que não molha, diz-se que há um processo de drenagem. Por outro lado, quando o meio está inicialmente saturado com a fase que não molha e a saturação da fase que molha é aumentada, diz-se que o processo é de embebição. A

diferença fundamental entre as curvas obtidas pelos dois processos reside na saturação mínima que produz fluxo do fluido que não molha. Em um processo de embebição a água (ou o fluido que molha) penetra no meio poroso alojando-se junto às paredes dos poros e nos capilares de menor diâmetro, deslocando o óleo (ou o fluido que não molha) para os capilares de maior diâmetro, nos quais existe uma corrente contínua deste fluido. Esse processo continua até que a saturação de óleo seja reduzida a um valor tal (S_{or}) que o óleo fica “ilhado”, deixando de fluir, devido ao efeito Jamin.

Em um processo de drenagem o óleo penetra inicialmente no meio poroso através dos capilares de maior diâmetro, ocupando preferencialmente as partes centrais dos canais de fluxo. Verifica-se na prática que a saturação mínima de óleo necessária para que ele forme uma fase contínua e flua através do meio poroso (S_{oc}) é menor que a saturação de óleo residual (S_{or}). Portanto, a saturação de óleo residual (S_{or}) tem sempre um valor maior que a saturação crítica (S_{oc}). Quanto à permeabilidade relativa ao fluido que molha, não se verifica grande diferença entre os processos de embebição e de drenagem, embora existam raras situações anômalas em que isso não é válido.

A influência do processo de saturação sobre as curvas de permeabilidade relativa pode ser melhor visualizada na Figura 2.61, considerando um sistema água-óleo em que a água molha preferencialmente a rocha.

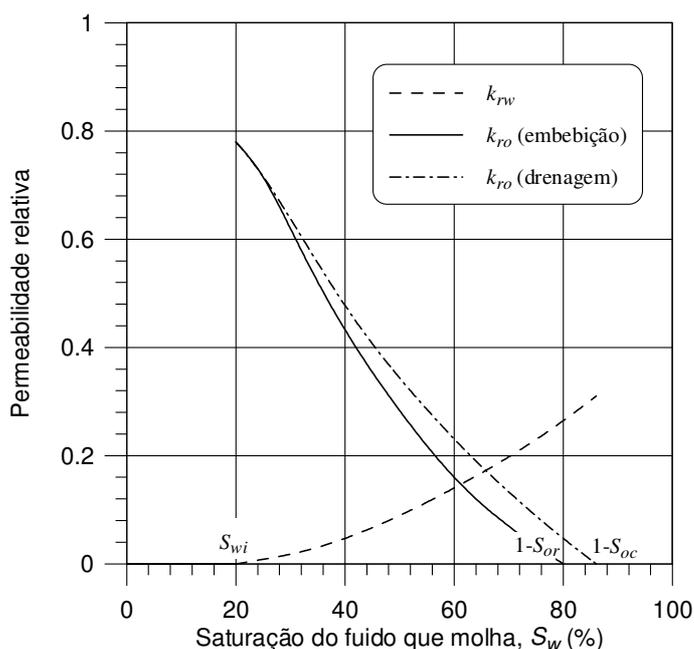


Figura 2.61 – Influência do processo de saturação nas curvas de permeabilidade relativa.

Devido à influência do processo de saturação nas curvas de permeabilidade relativa, em um projeto de injeção de água em um reservatório de óleo molhado preferencialmente pela água a saturação de óleo residual (S_{or}) pode apresentar um valor bastante apreciável, e portanto, as curvas de permeabilidade relativa obtidas pelo processo de embebição devem ser as curvas utilizadas para a previsão do comportamento desse tipo de reservatório. O mesmo se verifica em um reservatório de gás, onde a água, normalmente proveniente de influxo natural, desloca o gás.

b) Molhabilidade

A Figura 2.62 ilustra o efeito da molhabilidade sobre as curvas de permeabilidade relativa em um sistema água-óleo.

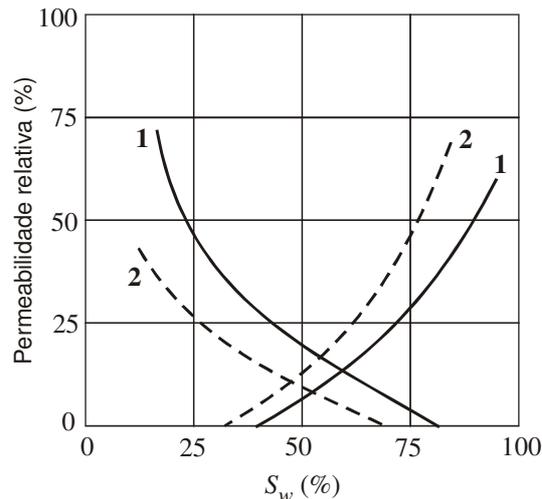


Figura 2.62 – Efeito da molhabilidade sobre as curvas de permeabilidade relativa - Curva 1: água molha preferencialmente; Curva 2: óleo molha preferencialmente (Bonet & Gabrielli).

Tudo indica que se fossem feitas determinações com fluidos de mesma molhabilidade, embora com propriedades diferentes, as mesmas curvas de permeabilidade relativa seriam obtidas, uma vez que estas independem da viscosidade dos fluidos. Na prática isso não ocorre, já que a rocha é molhada em diversos graus pelos diferentes fluidos. Conforme pode ser observado na Figura 2.62, a curva de permeabilidade relativa à água é mais baixa quando ela é o fluido que molha preferencialmente a rocha. Isso se deve ao fato de que, neste caso, a água tende a ocupar os espaços porosos localizados junto às paredes dos poros, bem como os poros de menor diâmetro, enquanto o óleo flui pelo centro dos capilares. Por outro lado, com o óleo ocorre uma situação oposta, ou seja, quando a água molha preferencialmente a rocha, o óleo possui maior facilidade para fluir do que quando a rocha é molhada por ele.

Uma dificuldade, já comentada anteriormente, na quantificação dos efeitos da molhabilidade sobre as curvas de permeabilidade relativa é a possibilidade de modificação da molhabilidade durante o processo de amostragem. Com isso os experimentos de laboratório podem não representar exatamente o processo de saturação que ocorre no reservatório, se drenagem ou embebição.

c) Consolidação do meio poroso

Experimentalmente verificou-se que a permeabilidade relativa à fase que molha diminui à medida que o meio poroso se consolida, enquanto a permeabilidade relativa à fase que não molha aumenta com a consolidação do meio poroso. As curvas se deslocam para a direita, como exemplificada a Figura 2.63 para um sistema gás-óleo. Isso se deve ao fato de que, num meio poroso consolidado, há uma dificuldade relativamente maior para o fluxo da fase que molha do que para o fluxo da fase que não molha, já que esta última tende a fluir pelos locais de mais fácil acesso (centros dos capilares e capilares de maior diâmetro).

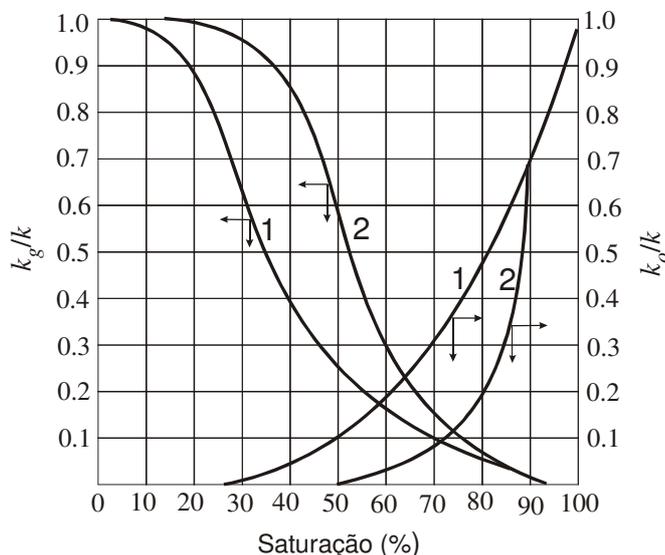


Figura 2.63 – Efeito da consolidação do meio poroso sobre as curvas de permeabilidade relativa - Curva 1: meio poroso não consolidado; Curva 2: meio poroso consolidado (Botset, 1940).

2.6.4. Razão de permeabilidades relativas

Considere um meio poroso onde ocorram presenças simultâneas de óleo e de gás. Defina-se *razão de permeabilidades relativas* entre o gás e o óleo como sendo o quociente:

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = \frac{k_g/k}{k_o/k} = \frac{k_g}{k_o} \tag{2.180}$$

Similarmente, outras razões de permeabilidades relativas podem ser definidas, como por exemplo, entre o óleo e a água:

$$\frac{k_{ro}}{k_{rw}} = \frac{k_o/k}{k_w/k} = \frac{k_o}{k_w} \tag{2.181}$$

O conceito de razão de permeabilidades relativas (ou efetivas) é muito útil na previsão do comportamento da razão gás/óleo ou da razão água/óleo de um poço, bloco ou campo de petróleo. A relação que define a razão de permeabilidades relativas entre a fase que não molha e a que molha preferencialmente a rocha é facilmente obtida de um gráfico de permeabilidades relativas, e varia desde zero (saturação crítica ou saturação residual da fase que não molha) até infinito (saturação irreduzível da fase que molha), conforme exemplificado na Figura 2.64 para um sistema gás-óleo. Nesse exemplo a saturação irreduzível do fluido que molha preferencialmente a rocha (óleo) em relação ao outro (gás) é de 22%.

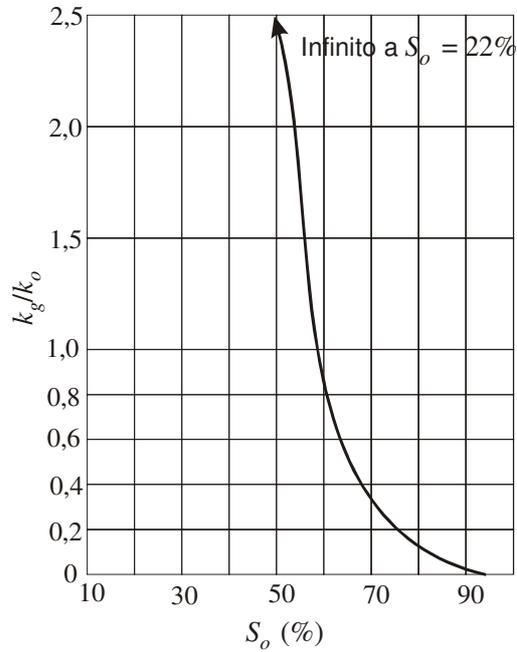


Figura 2.64 – Exemplo de curva de razão de permeabilidades relativas gás-óleo. Figura 63 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

O gráfico da Figura 2.64, quando construído com uma escala semilog, normalmente produz um trecho intermediário retilíneo, como ilustrado na Figura 2.65. Esse tipo de gráfico é muito útil para a interpolação e a previsão de saturações.

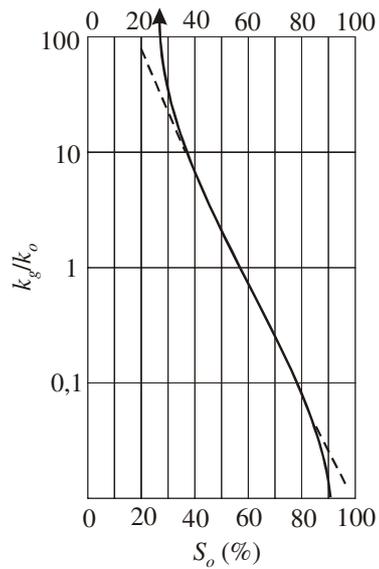


Figura 2.65 – Curva de razão de permeabilidades relativas gás-óleo em gráfico semilog. Figura 64 de Calhoun, J. C., Jr., *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Copyright © 1953 por **University of Oklahoma Press**. Reproduzida com permissão.

O trecho retilíneo da Figura 2.65 pode ser representado analiticamente pela equação:

$$\frac{k_g}{k_o} = a \exp(-bS_o), \quad (2.182)$$

onde a e b são parâmetros dependentes do reservatório e dos fluidos.

2.6.5. Fluxo de três fases

Em um reservatório de hidrocarbonetos existem sempre no mínimo dois fluidos. Em um reservatório de óleo subsaturado, por exemplo, inicialmente encontram-se água e óleo. Por outro lado, em um reservatório de óleo o gás pode estar presente devido à injeção dispersa de gás ou mais comumente devido à liberação do gás do óleo, à medida que a pressão do sistema reduz-se com a produção de fluidos.

Quando o reservatório é operado mantendo-se constante e irredutível a saturação de água, ele é considerado como se possuísse somente dois fluidos, óleo e gás, sendo a água inata considerada como se fosse parte integrante da rocha. Nesse caso as determinações experimentais podem ser feitas em testemunhos inicialmente saturados com água, que é deslocada pelos hidrocarbonetos (óleo e/ou gás) até que se alcance a sua saturação irredutível. Após esse estágio as determinações das permeabilidades relativas ao óleo e ao gás já podem ser feitas, variando-se as proporções de óleo e de gás no meio poroso de modo a se obter diferentes combinações de saturações desses dois fluidos.

No caso do estudo do fluxo de três fases, como as saturações são definidas por três valores, é necessário o uso de um *diagrama triangular*, onde cada vértice representa um ponto cuja saturação do fluido correspondente é de 100%. Por exemplo, na Figura 2.66 o vértice superior do triângulo representa uma saturação de gás igual a 100%. Conseqüentemente, no lado oposto a esse vértice a saturação de gás é zero. Nesse tipo de gráfico define-se *isoperma* como sendo a curva de permeabilidade relativa constante.

Determinações experimentais feitas por Leverett & Lewis (1941), para uma rocha molhada preferencialmente pela água, mostraram que a permeabilidade relativa à água só dependia da sua saturação e não das diferentes saturações que podem assumir o óleo e o gás. Isso representado em um diagrama triangular fornece isopermas paralelas à linha base da água, conforme ilustrado na Figura 2.66. Nessa figura as permeabilidades relativas à água estão representadas em termos de porcentagem. As isopermas mostradas correspondem às permeabilidades relativas à água (k_{rw}) de 1, 10, 20, 30, 40, 50 e 60%.

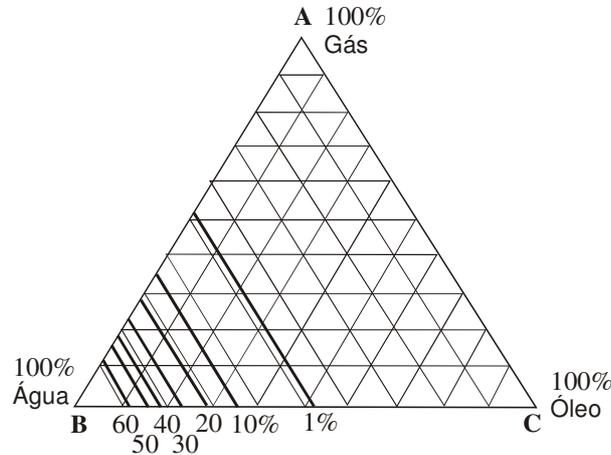


Figura 2.66 – Curvas de permeabilidade relativa à água em um sistema trifásico (Leverett & Lewis, 1941).

Devido à independência da permeabilidade relativa à água em relação às saturações dos outros dois fluidos, o gráfico triangular da Figura 2.66 poderia ser resumido no gráfico da Figura 2.67.

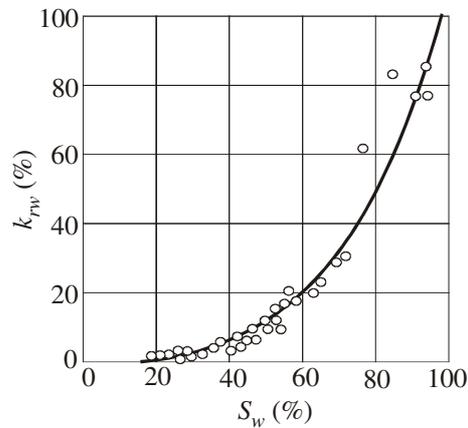


Figura 2.67 – Curva de permeabilidade relativa à água para um sistema trifásico (Leverett & Lewis, 1941).
Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Bonet & Gabrielli mencionam, embora sem citar a fonte original, que estudos posteriores mostraram uma pequena variação na permeabilidade relativa à água com a distribuição de saturação dos outros fluidos. Ela era maior quando os demais fluidos possuíam saturações iguais e decrescia à medida que as saturações desses fluidos eram discrepantes, conforme ilustra a Figura 2.68.

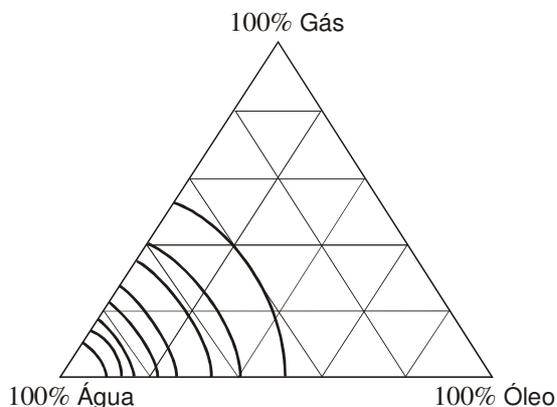


Figura 2.68 – Curvas de permeabilidade relativa à água em um sistema trifásico.

Para uma mesma saturação de óleo, a permeabilidade relativa ao óleo diminui com o aumento da saturação de gás, em detrimento à da água, uma vez que o gás, ocupando as porções centrais dos capilares, faz com que o óleo tenha que seguir um caminho mais tortuoso, junto às paredes dos poros e nos capilares de menor diâmetro. Esse fato pode ser visualizado no gráfico triangular da Figura 2.69.

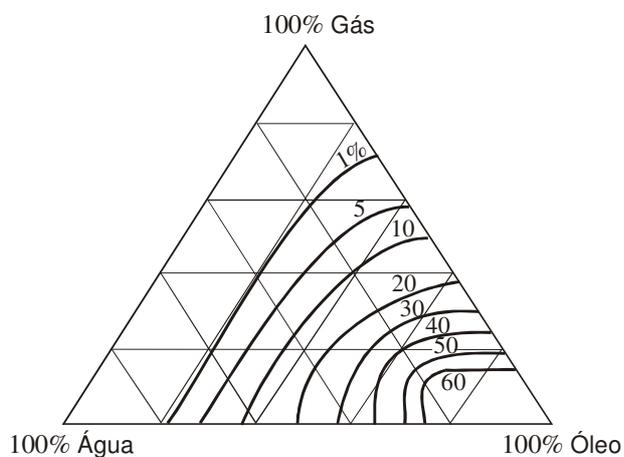


Figura 2.69 – Permeabilidade relativa ao óleo em um sistema trifásico (Leverett & Lewis, 1941). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Os primeiros resultados de análises de permeabilidade relativa ao gás em presença de outras duas fases mostraram que ela não era função somente da saturação de gás, mas aumentava à medida que se tornavam discrepantes as saturações das outras duas. O gráfico da Figura 2.70, obtido por Leverett & Lewis (1941), ilustra esse fato, apresentando as isopermas do gás.

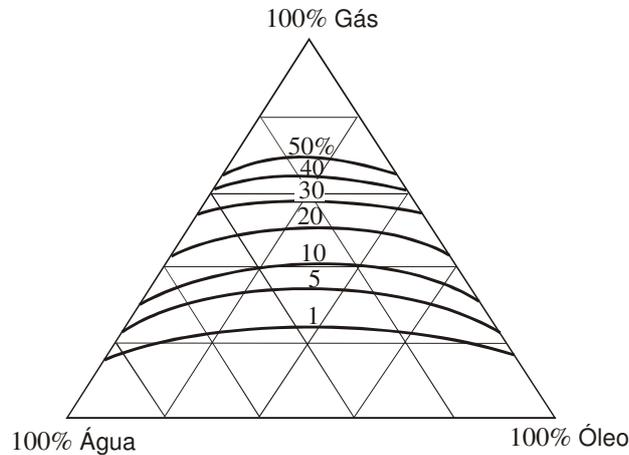


Figura 2.70 – Permeabilidade relativa ao gás em um sistema trifásico (Leverett & Lewis, 1941). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

Novamente Bonet & Gabrielli comentam, mas sem citar a fonte original, que trabalhos mais recentes mostraram que a permeabilidade relativa ao gás é função somente da saturação desse fluido, obtendo-se então um gráfico similar ao apresentado na Figura 2.71.

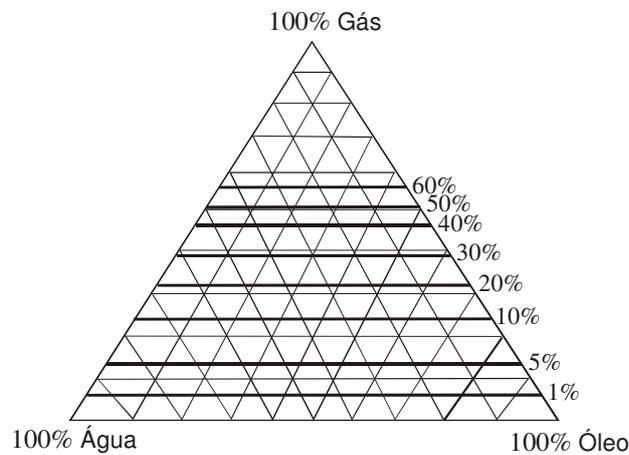


Figura 2.71 – Permeabilidade relativa ao gás em um sistema trifásico.

O estudo de permeabilidade relativa em sistemas trifásicos não tem sido realizado com tanta intensidade quanto em sistemas bifásicos, devido à pequena região em que o fluxo simultâneo das três fases ocorre. O gráfico triangular da Figura 2.72, obtido com fluidos de laboratório por Leverett & Lewis (1941), mostra as regiões em que o fluxo é de uma, duas ou três fases.

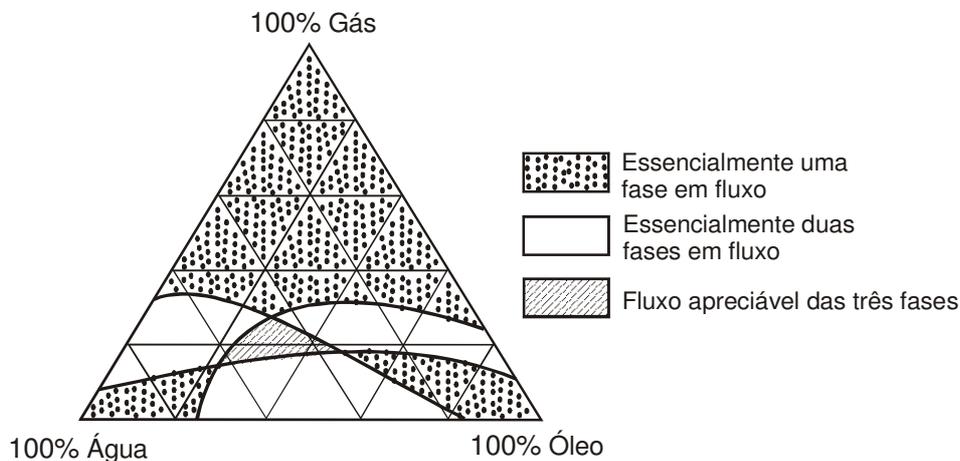


Figura 2.72 – Fluxos mono, bi e trifásico em um sistema trifásico com óleo, gás e água (Leverett & Lewis, 1941). Reproduzida de Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L., *Petroleum Reservoir Engineering*, Copyright © 1960, com permissão de **McGraw-Hill Book Company, Inc.**

2.6.6. Obtenção das curvas de permeabilidade relativa

Os dados de permeabilidade relativa podem ser obtidos através de métodos experimentais, analíticos ou através de medições de campo. Os métodos experimentais consistem em medições de laboratório, utilizando-se pequenas amostras de testemunhos da rocha-reservatório, enquanto os métodos analíticos baseiam-se em correlações empíricas disponíveis na literatura. Os métodos que usam medições de campo (dados de testes de pressão em poços), cuja grande maioria foi desenvolvida na última década, apresentam ainda pequena utilização, principalmente devido à dificuldade de se obter valores de permeabilidade efetiva (ou relativa) para um razoável intervalo de saturações.

Exemplo 2.14 – Um poço está localizado em um reservatório com as características seguintes:

Porosidade.....	15%
Permeabilidade absoluta.....	200 md
Espessura da formação	20 m
Raio de drenagem.....	200 m
Raio do poço	5 cm
Pressão estática original.....	120 kgf/cm ²
Pressão estática atual.....	100 kgf/cm ²
Pressão de surgência atual no fundo do poço.....	50 kgf/cm ²
Fator volume-formação à pressão inicial.....	1,4 m ³ /m ³ std
Fator volume-formação à pressão atual.....	1,3 m ³ /m ³ std
Viscosidade do óleo.....	10 cp
Vazão diária média desde o início da produção.....	48,75 m ³ std/d
Tempo de produção.....	1.168 d
Saturação de água conata.....	25%

Admitindo que os fluidos sejam incompressíveis, calcule:

- (a) A permeabilidade relativa ao óleo atual na área de drenagem do poço.
 (b) A saturação de óleo atual na área de drenagem do poço.

Solução:

Parte (a):

Utilizando o sistema de unidades de Darcy, a equação da vazão de óleo (medida em condições-padrão) pode ser escrita como:

$$q_o = \frac{2\pi k_o h \Delta p}{\mu_o B_o \ln(r_e / r_w)},$$

de onde se obtém que a permeabilidade efetiva ao óleo é dada por:

$$k_o = \frac{\mu_o B_o \ln(r_e / r_w) q_o}{2\pi h \Delta p}.$$

Assim:

$$k_o = \frac{10 \times 1,3 \times \ln(20.000/5) \times 48,75 \times 10^6 / 86.400}{2\pi \times 2.000 \times (100 - 50) / 1,033} = 0,1 \text{ Darcy} \Rightarrow k_{ro} = \frac{k_o}{k} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5.$$

Parte (b):

A saturação de óleo pode ser obtida pela equação de balanço de materiais:

$$S_o = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \frac{B_o}{B_{oi}} (1 - S_{wi}).$$

Mas:

$$N_p = q_{ot} = 48,75 \times 1.168 = 56.940 \text{ m}^3 \text{ std}$$

$$N = \frac{V_p S_{oi}}{B_{oi}} = \frac{Ah\phi(1 - S_{wi})}{B_{oi}} = \frac{\pi(r_e^2 - r_w^2)h\phi(1 - S_{wi})}{B_{oi}}$$

$$N = \frac{\pi(200^2 - 0,05^2) \times 20 \times 0,15 \times (1 - 0,25)}{1,4} = 201.960 \text{ m}^3 \text{ std}.$$

Portanto,

$$S_o = \left(1 - \frac{56.940}{201.960}\right) \frac{1,3}{1,4} (1 - 0,25) = 0,50 (50%).$$

Exemplo 2.15 – Uma amostra de rocha cilíndrica tem as seguintes dimensões:

Área da base.....	3,14 cm ²
Comprimento.....	5,4 cm

Essa amostra, seca e limpa, pesa 32,30 g, e quando 100% saturada com água pesa 35,53 g. Em uma experiência de laboratório, um óleo de 0,84 g/cm³ de massa específica e de 4 cp de viscosidade escoou através da amostra juntamente com água, fornecendo as seguintes informações:

Vazão de óleo.....	0,037 cm ³ /s
Diferencial de pressão.....	1,36 atm
Peso da amostra nas condições de fluxo.....	35,3 gf

Calcular:

- (a) A saturação de água da amostra.

(b) A permeabilidade efetiva ao óleo.

Solução:

Parte (a):

A saturação de água da amostra nas condições de fluxo é dada pela relação: $S_w = V_w/V_p$.

O volume de poros V_p pode ser calculado a partir das informações sobre os pesos da amostra totalmente saturada e seca. O peso de água é dado por:

$$P_w = P_{total} - P_{seca} = 35,53 - 32,30 = 3,23 \text{ gf de água.}$$

Assim, o volume de água, que é igual ao volume de poros quando a amostra está totalmente saturada, é:

$$V_w = P_w/\gamma_w = 3,23/1 = 3,23 \text{ cm}^3 = V_p.$$

Nas condições de fluxo:

$$P_{total} - P_{seca} = V_w\gamma_w + V_o\gamma_o \Rightarrow 35,3 - 32,3 = V_w \times 1 + V_o \times 0,84 \Rightarrow V_w = 1,7925 \text{ cm}^3.$$

Então,

$$S_w = V_w/V_p = 1,7925/3,23 = 0,55 \text{ (55\%) .}$$

Parte (b):

Utilizando o sistema Darcy de unidades, a lei de Darcy para fluxo linear é:

$$q_o = \frac{k_o A \Delta p}{\mu_o L}.$$

Assim, a permeabilidade efetiva ao óleo é dada por:

$$k_o = \frac{q_o \mu_o L}{A \Delta p} = \frac{0,037 \times 4 \times 5,4}{3,14 \times 1,36} = 0,187 \text{ Darcy} = 187 \text{ md}.$$

2.6.7. Representação analítica das curvas de permeabilidade relativa e de pressão capilar

Muitas vezes é conveniente, ou até mesmo necessário, representar as curvas de permeabilidade relativa e de pressão capilar através de expressões analíticas. Isso ocorre, por exemplo, em estudos de reservatórios em que são utilizados simuladores numéricos para modelar o fluxo no meio poroso. Nesses casos, o emprego de expressões analíticas para representar essas propriedades do meio poroso facilita muito o processo de ajuste de histórico (a ser discutido nos Capítulos 9 e 12). Uma das maneiras de se obter essas representações analíticas é através do uso dos chamados *modelos de potência* ou *leis de potência*. Por exemplo, para um sistema água-óleo a curva de permeabilidade relativa à água pode ser representada pela expressão:

$$k_{rw}(S_w) = \frac{k_{rw|S_w=1-S_{orw}} (S_w - S_{wi})^{ew}}{(1 - S_{orw} - S_{wi})^{ew}}, \quad (2.183)$$

a curva de permeabilidade relativa ao óleo por:

$$k_{ro}(S_w) = \frac{k_{ro|S_w=S_{wi}} (1 - S_{orw} - S_w)^{eow}}{(1 - S_{orw} - S_{wi})^{eow}} \quad (2.184)$$

e a curva de pressão capilar óleo-água pela equação:

$$P_{cow}(S_w) = \frac{P_{cow|S_w=S_{wi}}(1-S_{orw}-S_w)^{epcow}}{(1-S_{orw}-S_{wi})^{epcow}}, \quad (2.185)$$

onde S_{orw} é a saturação de óleo residual para um sistema água-óleo.

Os pontos terminais das curvas ($k_{rw|S_w=1-S_{or}}$, $k_{ro|S_w=S_{wi}}$ e $P_{cow|S_w=S_{wi}}$) podem ser determinados a partir de medições feitas em laboratório, dados de perfis corridos nos poços e correlações, por exemplo. Os expoentes ew , eow e $epcow$ podem ser obtidos ajustando-se aos dados de laboratório expressões analíticas com os formatos das Eqs. (2.183), (2.184) e (2.185), ou através do ajuste de histórico de um modelo numérico aos dados de produção do reservatório (Vide Capítulos 9 – Ajuste de Histórico e 12 – Simulação Numérica).

No caso das propriedades gás-óleo, é comum a apresentação das curvas de permeabilidade relativa, e até mesmo de pressão capilar, em função da saturação de líquidos, ou seja, em função de $S_l = S_w + S_o$, conforme exemplifica a Figura 2.73.

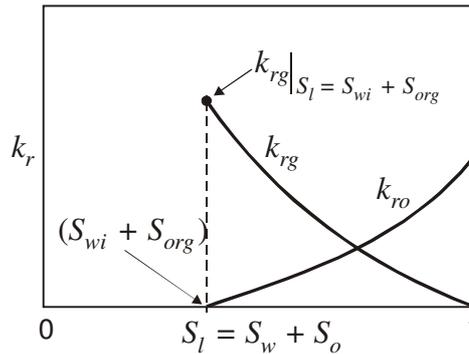


Figura 2.73 – Curvas de permeabilidade relativa para um sistema gás-óleo.

Neste caso a permeabilidade relativa ao gás é representada pela equação:

$$k_{rg}(S_l) = \frac{k_{rg|S_l=S_{wi}+S_{org}}(1-S_l)^{eg}}{(1-S_{org}-S_{wi})^{eg}}, \quad (2.186)$$

a permeabilidade relativa ao óleo é dada por:

$$k_{ro}(S_l) = \frac{k_{ro|S_l=1}(S_l-S_{org}-S_{wi})^{eog}}{(1-S_{org}-S_{wi})^{eog}} \quad (2.187)$$

e a pressão capilar gás-óleo pela expressão:

$$P_{cgo}(S_l) = \frac{P_{cgo|S_l=S_{wi}+S_{org}}(1-S_l)^{epcgo}}{(1-S_{org}-S_{wi})^{epcgo}}, \quad (2.188)$$

onde S_{org} é a saturação de óleo residual para um sistema gás-óleo.

Conforme mencionado na Seção 2.6.5, a determinação experimental de permeabilidades relativas para um sistema trifásico (gás, óleo e água, por exemplo) é um processo bastante complexo. Por isso, quando são estudados reservatórios em que ocorre fluxo trifásico, as permeabilidades relativas para esse tipo de sistema normalmente são obtidas através do método de Stone (1970), que

permite estimar as permeabilidades relativas em um sistema trifásico a partir dos dados de permeabilidade relativa em sistemas bifásicos.

2.7. Problemas

Problema 2.1 – No Exemplo 2.1, se a segunda câmara não tivesse sido completamente evacuada, mas tivesse permanecido com uma pressão de 10,2 mm de mercúrio, qual seria a porosidade efetiva da amostra de rocha-reservatório?

Resposta: $\phi = 0,038$ (3,8%)

Problema 2.2 – Um aquífero possui as seguintes características:

Volume total.....	$5 \times 10^9 \text{ m}^3$
Porosidade média.....	22%
Compressibilidade média da água.....	$3,5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$
Pressão estática atual	1.000 psi

Deseja-se injetar nesse reservatório a água produzida de um campo de petróleo com a finalidade de descartá-la. Sabe-se que essa formação resiste até uma pressão de 3.500 psi sem que se frature. Determinar, sem que haja fraturamento dessa rocha-reservatório:

- A máxima variação do volume de poros após a injeção de água.
- A máxima variação do volume de água contido inicialmente no aquífero.
- O máximo volume de água possível de ser injetado.

Obs.: Desprezar o efeito de compressibilidade da água injetada.

Respostas:

- (a) $9,625 \times 10^6 \text{ m}^3$ (b) $-9,625 \times 10^6 \text{ m}^3$ (c) $19,250 \times 10^6 \text{ m}^3$

Problema 2.3 – Calcular o raio da zona afetada pela injeção de certa solução em um poço de petróleo localizado em um reservatório com as características apresentadas a seguir. Sabe-se que a referida solução desloca metade do óleo existente na zona afetada para fora da mesma, não alterando, todavia, a saturação de água existente.

Volume de solução injetado (desprezando o que ficou no interior do poço).....	1.641 l
Espessura média da formação.....	10 m
Raio do poço.....	7 cm
Porosidade da formação.....	15%
Saturação de água conata.....	30%
Pressão estática da formação	120 kgf/cm ²
Pressão de bolha	100 kgf/cm ²

Resposta: 1,0 m

Problema 2.4 – Calcular o volume de óleo, medido em condições-padrão, originalmente existente em um reservatório com as características seguintes:

Volume total do reservatório.....	10^9 m^3
Porosidade da formação.....	15%
Saturação de água conata.....	30%

Fator volume-formação do óleo..... 1,3

Resposta: $N = 0,081 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 2.5 – Calcular a produção acumulada de óleo, em $\text{m}^3 \text{ std}$, de um reservatório com as características seguintes:

Área do reservatório.....	5 km^2
Espessura média.....	15 m
Porosidade média.....	16%
Saturação de água conata média.....	25%
Pressão estática original.....	200 kgf/cm^2
Pressão estática atual.....	150 kgf/cm^2
Pressão de bolha.....	200 kgf/cm^2
Fator volume-formação original do óleo.....	$1,4 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação atual do óleo.....	$1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Saturação de gás média atual.....	25%
Permeabilidade absoluta média.....	150 md
Temperatura média do reservatório.....	$220 \text{ }^\circ\text{F}$

Resposta: $N_p = 1,429 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 2.6 – Mostre que a permeabilidade tem dimensão de área.

Problema 2.7 – Calcular, utilizando a lei de Poiseuille, a permeabilidade equivalente em *Darcy* para um canal circular de diâmetro d em *in* (*polegada*).

Resposta: $20 \times 10^6 d^2$ (d em *in*)

Problema 2.8 – Durante um teste para determinação da permeabilidade de uma amostra foram obtidas as informações apresentadas na Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Dados do teste do Problema 2.8

Comprimento da amostra (<i>cm</i>)	5	5	5	5	5
Diâmetro da amostra (<i>cm</i>)	2	2	2	2	2
Viscosidade da água (<i>cp</i>)	1	1	1	1	1
Volume de água escoada (cm^3)	529	472	754	502	628
Tempo de escoamento (<i>s</i>)	100	100	200	200	500
Pressão de entrada (<i>atm abs</i>)	11	9	7	5	3
Pressão de saída (<i>atm abs</i>)	1	1	1	1	1

Pede-se que sejam determinados:

(a) O regime de escoamento durante o ensaio.

(b) A permeabilidade verdadeira da rocha.

Respostas:

(a) Regime turbulento nos dois primeiros ensaios

(b) $k = 1 \text{ Darcy}$

Problema 2.9 – Resolva o Exemplo 2.7 admitindo fluxo em série.

Resposta: $0,107 \text{ cm}^3/\text{s}$

Problema 2.10 – Três testemunhos ligados em paralelo possuem as seguintes características:

Comprimento (<i>cm</i>)	6	8	4
Diâmetro (<i>cm</i>)	2	3	1
Permeabilidade (<i>md</i>)	100	200	300

- (a) Com que fração da capacidade total de vazão cada um contribui?
 (b) Se água flui através dos três testemunhos, sob um diferencial de pressão de 15 psi , qual é a sua vazão? Considere que a viscosidade da água seja de $0,01 \text{ poise}$.
 (c) Sob as mesmas condições do item (b), qual seria a vazão de ar medida em condições-standard ($\mu_{ar} = 0,00018 \text{ poise}$) se a pressão a jusante fosse de $14,7 \text{ psia}$? Despreze o efeito de escorregamento.

Respostas:

- (a) $f_1 = 0,18$ (18%) $f_2 = 0,61$ (61%) $f_3 = 0,21$ (21%)
 (b) $q_w = 0,294 \text{ cm}^3/\text{s}$ (c) $q_{ar} = 25 \text{ cm}^3 \text{ std}/\text{s}$

Problema 2.11 – Uma tubulação horizontal de 200 cm de comprimento e 10 cm de diâmetro interno está completamente cheia com uma areia de porosidade igual a 25% . A areia possui uma saturação de água irreduzível de 25% e, para essas condições, a permeabilidade efetiva ao óleo é de 400 md . Sabendo-se que a viscosidade do óleo é de $0,65 \text{ cp}$, pede-se determinar:

- (a) A velocidade aparente do óleo quando sujeito à ação de um diferencial de pressão de $10 \text{ kgf}/\text{cm}^2$.
 (b) A vazão de óleo.
 (c) O volume de óleo contido na tubulação.
 (d) O tempo que seria necessário para produzir todo o óleo se não restasse no meio poroso uma saturação residual desse fluido.
 (e) A velocidade real de escoamento, usando para este cálculo o comprimento da tubulação e o tempo calculado no item (d).
 (f) A velocidade real de escoamento, usando para este cálculo a velocidade aparente, a porosidade e a saturação de água irreduzível.
 (g) As velocidades aparente e real no caso em que o óleo é deslocado da tubulação por meio de injeção de água a uma vazão de $2,356 \text{ cm}^3/\text{s}$, de tal modo que uma saturação de 25% de óleo é deixada na tubulação como óleo residual.
 (h) O volume de óleo que será recuperado nas condições do item (g).
 (i) O tempo necessário para produzir todo o óleo recuperável nas condições estabelecidas pelo item (g).

Respostas:

- (a) $v_a = 0,03 \text{ cm}/\text{s}$ (b) $q_o = 2,356 \text{ cm}^3/\text{s}$ (c) $V_o = 2,945 \text{ cm}^3$
 (d) $t = 1,250 \text{ s}$ (e) $v_r = 0,16 \text{ cm}/\text{s}$ (f) $v_r = 0,16 \text{ cm}/\text{s}$
 (g) $v_a = 0,03 \text{ cm}/\text{s}$ $v_r = 0,24 \text{ cm}/\text{s}$ (h) $V_{rec} = 1,963 \text{ cm}^3$ (i) $t = 833 \text{ s}$

Problema 2.12 – Em um arenito com um comprimento de 1.500 *ft*, largura de 300 *ft* e espessura de 12 *ft*, permeabilidade ao óleo de 345 *md*, porosidade de 32% e saturação de água irreduzível de 17%, flui óleo com uma viscosidade de 3,2 *cp* e fator volume-formação de 1,25 *bbl/STB*.

- Se o fluxo ocorre acima da pressão de bolha, qual a queda de pressão necessária para que se escoem 100 *bbl/d*, medidos em condições de reservatório, admitindo que o óleo seja incompressível?
- Qual a velocidade aparente do óleo (*ft/d*) para uma vazão de 100 *bbl/d*?
- Qual a velocidade real média?
- Qual o tempo necessário para o completo deslocamento do óleo do arenito, admitindo que não haja saturação residual de óleo?
- Qual o gradiente de pressão existente no arenito durante o fluxo?
- Qual o efeito sobre o gradiente de pressão do aumento das pressões a montante e a jusante em 1.000 *psi*?
- Considerando que o óleo seja compressível, com um coeficiente de compressibilidade de $6,5 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$, quanto será a vazão na extremidade de jusante se a montante ela é de 100 *bbl/d*?

Respostas:

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| (a) $\Delta p = 343 \text{ psi}$ | (b) $v_a = 0,156 \text{ ft/d}$ | (c) $v_r = 0,587 \text{ ft/d}$ |
| (d) $t = 2.554 \text{ d}$ | (e) $dp/dx = 0,229 \text{ psi/ft}$ | (f) nenhum |
| (g) $q_2 = 102,2 \text{ bbl/d}$ | | |

Problema 2.13 – A vazão de um poço de petróleo é de 50 $\text{m}^3 \text{ std/d}$, proveniente de um arenito de 10 *m* de espessura e permeabilidade efetiva ao óleo de 200 *md*. A viscosidade do óleo é de 0,65 *cp*, o fator volume-formação de 1,62 $\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$, a pressão no limite externo do reservatório de 200 kgf/cm^2 , a porosidade média de 16%, a saturação de água de 24% e o raio do poço de 10 *cm*. Admitindo fluxo permanente, com um raio de drenagem de 150 *m*, determinar:

- A pressão em um raio de 3 *m*.
- O diferencial de pressão.
- A diferença entre as quedas de pressão verificadas nos intervalos de 150 *m* – 15 *m* e 15 *m* – 1,5 *m*.
- O gradiente de pressão em um raio de 3 *m*.
- Quanto tempo será necessário para que o óleo situado em um raio de 150 *m* chegue até o poço.

Respostas:

- | | | | | |
|---------------------------|----------------------------|----------|---|--------------|
| (a) 198 kgf/cm^2 | (b) 3,66 kgf/cm^2 | (c) zero | (d) 0,00167 $\text{kgf/cm}^2/\text{cm}$ | (e) 2,91 ano |
|---------------------------|----------------------------|----------|---|--------------|

Problema 2.14 – Um poço de 6 *in* é perfurado em uma formação de 500 *md* com um espaçamento tal que o raio externo do reservatório seja de 750 *ft*. A lama de perfuração penetra 1 *ft* no interior da formação, reduzindo a sua permeabilidade a um valor de 10% do original. Admitindo que o fluxo seja permanente, calcular a permeabilidade média do sistema.

Resposta: $\bar{k} = 178 \text{ md}$

Problema 2.15 – Análises de amostras de testemunhos forneceram o perfil de permeabilidade em um poço de petróleo, mostrado na Tabela 2.10. Outras informações do sistema são:

Pressão no limite externo do reservatório..... $p_e = 1.800 \text{ psi}$

Pressão no poço.....	$p_w = 1.400 \text{ psi}$
Raio externo do reservatório	$r_e = 527 \text{ ft}$
Raio do poço.....	$r_w = 4,5 \text{ in}$
Viscosidade do óleo.....	$\mu_o = 1,67 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,23 \text{ bbl/STB}$
Regime de fluxo.....	permanente

Tabela 2.10 – Perfil de permeabilidade do poço do Problema 2.15

Profundidade (ft)	k (md)	Profundidade (ft)	k (md)
4.720–22	49	4.740–42	280
22–24	98	42–44	235
24–26	160	44–46	210
26–28	237	46–48	140
28–30	160	48–50	170
30–32	108	50–52	90
32–34	23	52–54	127
34–36	47	54–56	75
36–38	125	56–58	46
38–40	215	58–60	27

Calcular a vazão de óleo.

Resposta: $q_o = 997,5 \text{ STB/d}$

Problema 2.16 – Um poço produtor de óleo, cujo fator volume-formação é de $1,5 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$ e cuja viscosidade é de 20 cp , foi perfurado com broca de 20 cm em um campo onde a distância média entre os poços é de 500 m . Os perfis indicaram ser o horizonte produtor homogêneo, com topo e base a 1.200 m e 1.250 m , respectivamente. Um teste de formação mostrou que a permeabilidade original do arenito era de 100 md e correlações deram evidência da invasão de filtrado de lama até uma distância igual a 3 m . Em um teste de produção realizado logo após a completação do poço obteve-se uma vazão de $6 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ sob um diferencial de pressão de 35 kgf/cm^2 . Admitindo que os fluidos no reservatório possam ser considerados incompressíveis, pede-se que sejam determinadas:

- (a) A permeabilidade média da formação produtora.
- (b) A permeabilidade da zona alterada ao redor do poço.
- (c) A produção esperada ao se colocar no fundo do poço uma resistência elétrica que aquece o óleo até 100°C , reduzindo a sua viscosidade a 1 cp em um raio de 3 m , quando se operar o poço com um diferencial de pressão de 35 kgf/cm^2 .

Respostas:

- (a) 15 md
- (b) $7,1 \text{ md}$
- (c) $45 \text{ m}^3 \text{ std/d}$

Problema 2.17 – Os dados apresentados na Tabela 2.11 foram obtidos de experimentos realizados para se medir a permeabilidade de uma amostra de testemunho de rocha-reservatório.

Tabela 2.11 – Dados experimentais do Problema 2.17

	experimento 1	experimento 2	experimento 3
Pressão a montante (<i>cm Hg</i> relativos)	146,8	110,1	56,1
Diferencial de pressão (<i>cm Hg</i>)	27,9	24,4	28,0
Vazão de ar à pressão barométrica (cm^3/s)	2,47	1,90	1,56

Outros dados são:

Área da amostra de testemunho aberta ao fluxo.....	2,048 cm^2
Comprimento da amostra.....	2,56 cm
Pressão barométrica	73,6 $cm Hg$
Viscosidade do ar.....	0,0183 cp

Calcular a permeabilidade ao líquido em md .

Resposta: 48 md

Problema 2.18 – Para a determinação da permeabilidade com fluxo linear utilizou-se uma amostra de testemunho com 5 cm de comprimento e 2 cm de diâmetro. Quando a pressão a montante era de 20 $psig$ (pressão manométrica), o fluxo de ar era de 0,111 ft^3 em 5 minutos, e quando a pressão a montante era de 69 $psig$ o fluxo era de 0,140 ft^3 em 1 minuto. Se a pressão a jusante era de 0 $psig$, a pressão atmosférica no local do experimento era de 14,5 $psia$ e a viscosidade do ar era de 0,018 cp , calcule a permeabilidade absoluta do testemunho. Considere que as vazões de gás tenham sido medidas nas condições-padrão de 14,7 $psia$ e 60 °F, e que a viscosidade do gás tenha variado pouco na faixa de pressões do experimento.

Resposta: $k = 111 md$

Problema 2.19 – Calcular a vazão de gás ($cm^3 std/s$) através de uma amostra de testemunho, com base nas seguintes informações:

Área aberta ao fluxo.....	5 cm^2
Comprimento da amostra.....	5 cm
Permeabilidade absoluta da amostra.....	200 md
Permeabilidade ao gás com uma pressão média de 2 kgf/cm^2	250 md
Pressão a montante.....	4 kgf/cm^2
Pressão a jusante.....	1 kgf/cm^2
Viscosidade do gás.....	0,020 cp
Temperatura da experiência.....	60 °F

A amostra é cilíndrica e o fluxo ocorre na direção do seu comprimento.

Resposta: $q_g = 84,34 cm^3 std/s$

Problema 2.20 – Calcule a pressão estática (p_e) de um poço de gás com as seguintes características:

Raio do poço.....	10 cm
Raio de drenagem do poço.....	200 m
Espessura da formação.....	12 m
Permeabilidade ao gás.....	272 md
Pressão dinâmica de fundo.....	50 atm
Produção diária de gás.....	432.000 $m^3 std/d$
Viscosidade do gás.....	0,018 cp
Temperatura do reservatório.....	60 °F

Admita fluxo permanente e despreze o efeito Klinkenberg.

Resposta: $p_e = 56,28 \text{ atm}$

Problema 2.21 – Um óleo de 43 °API e água são colocados em um “becker” contendo um tubo capilar suspenso, com uma extremidade na água e outra no óleo. O diâmetro do tubo capilar é de 0,5 mm, a tensão interfacial entre o óleo e a água é de 40 dina/cm e o ângulo de contato medido na água é de 15°. Admitindo que a água molhe preferencialmente, em relação ao óleo, o material do qual é feito o capilar, pedem-se:

- (a) Calcular que altura subirá a interface no tubo capilar.
- (b) Deduzir uma expressão para calcular a pressão capilar em função da altura h da interface no interior do capilar, da aceleração g da gravidade e da diferença $\Delta\rho$ entre as massas específicas da água e do óleo.
- (c) Calcular a pressão capilar.

Respostas:

- (a) $h = 16,7 \text{ cm}$
- (b) $p_c = \Delta\rho gh$
- (c) $p_c = 3.096 \text{ dina/cm}^2$

Problema 2.22 – Duas placas planas de vidro, formando entre si um ângulo α , são imersas em um recipiente contendo água, conforme ilustra a Figura 2.74. Determine a elevação da água entre as placas (h) a uma distância x medida a partir do vértice e sobre uma das placas, admitindo que a água molhe o vidro, preferencialmente ao ar, e que:

x	5 cm
α	0,5°
$\sigma_{\text{ar-água}}$	72 dina/cm
$\theta_{\text{ar-água}}$	0°
g	981 cm/s ²
$\rho_{\text{água}}$	1 g/cm ³

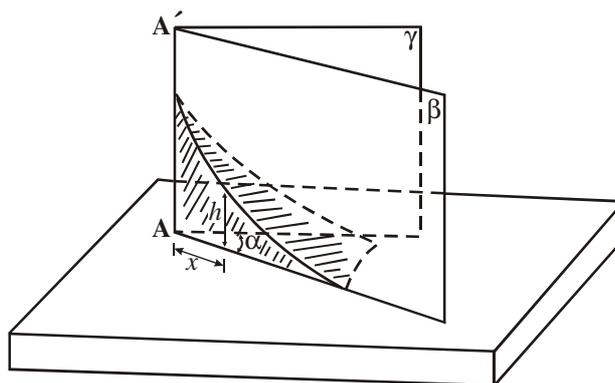


Figura 2.74 – Duas placas em ângulo imersas em água - Problema 2.22.

Resposta: $h = 3,36 \text{ cm}$

Problema 2.23 – Considere que em uma determinada profundidade de um reservatório de gás existem 4 (quatro) tipos de poro, caracterizados por:

- a) forma cilíndrica com diâmetro $d = 0,00025 \text{ cm}$

- b) forma elíptica com diâmetros $d_1 = 0,00025 \text{ cm}$ e $d_2 = 0,00075 \text{ cm}$
 c) forma retangular com lados $l_1 = 0,00025 \text{ cm}$ e $l_2 = 0,00075 \text{ cm}$
 d) forma fissurada com largura $w = 0,00025 \text{ cm}$.

Os fluidos do reservatório são água da formação com salinidade de 150.000 ppm de NaCl e gás natural. Outras informações são:

Pressão do gás.....	280,05 atm
Pressão da água.....	279,60 atm
Temperatura do reservatório.....	93,3 °C
Tensão superficial gás-água.....	34,7 dina/cm
Ângulo de contato gás/água.....	0°

Admitindo que os poros estavam inicialmente saturados com água da formação, em qual (quais) poro(s) o gás deslocará a água?

Resposta: O gás deslocará a água nos casos dos poros de formas elíptica, retangular e fissurada.

Problema 2.24 – Considere um sistema composto por um feixe de capilares cilíndricos retilíneos e paralelos. Admita que os capilares estavam inicialmente preenchidos com água (fase que molha), que está sendo deslocada por óleo. Desenvolva uma curva de pressão capilar [p_c (atm) versus S_w] para um processo de drenagem, utilizando a distribuição de tamanhos de poros mostrada na Tabela 2.12:

Tabela 2.12 – Distribuição de tamanhos de poros do sistema de feixe de capilares do Problema 2.24

Raio do capilar (cm)	Frequência de ocorrência (%)
$11,4 \times 10^{-4}$	2
$9,0 \times 10^{-4}$	3
$6,4 \times 10^{-4}$	5
$3,8 \times 10^{-4}$	20
$1,3 \times 10^{-4}$	70

Outras informações são:

Tensão interfacial água-óleo.....	50 dina/cm
Ângulo de contato água-óleo.....	45°

Problema 2.25 – Determinar o intervalo que deve ser canhoneado (aberto à produção) para que um poço, atravessando uma formação com as características seguintes, não produza água.

Profundidade do topo da formação.....	980 m
Profundidade da base da formação.....	1.010 m
Saturação de óleo à profundidade de 1.000 m.....	40%
Tensão superficial da água.....	70 dina/cm
Tensão interfacial água-óleo.....	20 dina/cm
Massa específica do óleo.....	0,8 g/cm ³
Massa específica da água.....	1 g/cm ³

Os dados de permeabilidade relativa e de pressão capilar, obtidos em uma célula capilar, sendo a água o fluido que satura a amostra e o ar o fluido que desloca a água, estão apresentados na Tabela 2.13.

Tabela 2.13 – Dados de pressão capilar e de permeabilidade relativa - Problema 2.25

S_w (%)	15	30	50	60	70
p_{cl} (atm)	0,380	0,091	0,032	0,021	0,014
k_{rw}	0	7	30	47,6	74

Resposta: Canhonear o intervalo 980,00 – 994,70 m

Problema 2.26 – Os dados de análise de testemunhos retirados do arenito do Exemplo 2.13 mostraram a existência de duas zonas de transição: a primeira entre 6.816 e 6.820 ft (gás para óleo) e a segunda abaixo de 6.850 ft (óleo para água). Outros dados do sistema são:

Profundidade do nível de pressão capilar gás-óleo nula $[(p_c)_{g-o} = 0]$	6.820 ft
Profundidade do nível de pressão capilar água-óleo nula $[(p_c)_{w-o} = 0]$	6.862 ft
Pressão média do reservatório.....	3.100 psig
Temperatura do reservatório.....	200 °F
Massa específica da água nas condições de reservatório.....	65,0 lb/ft ³
Massa específica do óleo nas condições de reservatório.....	41,0 lb/ft ³
Massa específica do gás nas condições de reservatório.....	12,0 lb/ft ³

- (a) Construa um gráfico mostrando as pressões (psig) nas fases gás, óleo e água em função da profundidade, admitindo que a pressão na água a 6.850 ft seja de 3.100 psig.
 (b) Calcule a pressão capilar a 6.806,5 ft.

Resposta: (b) 12 psi

Problema 2.27 – Os dados de análise de testemunhos retirados da capa de gás do arenito do Exemplo 2.13 apresentaram os resultados mostrados na Tabela 2.14. Outras informações, além das fornecidas no Problema 2.26, são:

Profundidade do nível de pressão capilar gás-água nula $[(p_c)_{g-w} = 0]$	6.839 ft
Tensão superficial gás-água no reservatório.....	36,2 dina/cm
Ângulo de contato gás/água no reservatório.....	0°

Utilizando a curva J versus S_w desenvolvida no Exemplo 2.13, calcule a saturação de água inicial média \bar{S}_{wi} do intervalo com capa de gás nesse poço.

Tabela 2.14 – Dados de análise de testemunhos - Problema 2.27

Amostra	Profundidade (ft)	k (md)	ϕ (%)
1	6.803,5	201	20,3
2	04,5	354	23,6

3	05,5	106	22,1
4	06,5	25	22,2
5	07,5	498	23,1
6	08,5	906	22,0
7	09,5	146	23,3
8	6.810,5	747	23,9
9	11,5	410	21,9
10	12,5	536	23,7
11	6816,5	693	23,8
12	17,5	560	23,2
13	18,5	448	22,0
14	19,5	612	23,1

Resposta: $\bar{S}_{wi} = 29\%$

Problema 2.28 – A Figura 2.75 mostra um mapa de contorno e a seção transversal de um reservatório de óleo conectado a um aquífero de fundo. As áreas interiores a cada uma das linhas de contorno são dadas na Tabela 2.15.

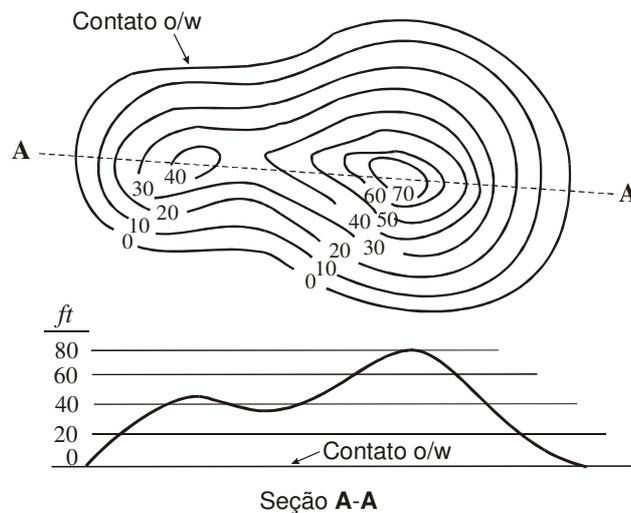


Figura 2.75 – Mapa de contorno e seção transversal de um reservatório de óleo - Problema 2.28.

Tabela 2.15 – Áreas interiores às linhas do mapa de contorno - Problema 2.28

Contorno	Área interior (m^2)
0	6.313.095
10	4.572.947
20	3.290.094
30	2.161.021

40	1.153.354
50	586.794
60	287.327
70	105.218
80	0

Outras propriedades do reservatório são:

Massa específica da água nas condições de reservatório.....	1,04 g/cm ³
Massa específica do óleo nas condições de reservatório.....	0,72 g/cm ³
Tensão interfacial água-óleo no reservatório.....	35 dina/cm
Ângulo de contato água-óleo no reservatório.....	30°
Permeabilidade absoluta média do reservatório.....	100 md
Porosidade média do reservatório.....	20%

Utilizando a curva J versus S_w desenvolvida no Exemplo 2.13, calcule a saturação de água intersticial média na zona de óleo, admitindo que o contato óleo/água ocorra a uma altura acima do nível de pressão capilar nula [$(p_c)_{w-o} = 0$] equivalente à pressão de deslocamento do sistema. A pressão de deslocamento é definida como sendo a pressão capilar correspondente a $S_w = 100\%$.

Resposta: $\bar{S}_{wi} = 0,52$ (52%)

Problema 2.29 – Um poço com diâmetro de 23 cm e com raio de influência de 229 m produz 19 m³std/d (220 cm³std/s) de uma formação que possui uma permeabilidade média de 200 md e uma pressão de reservatório de 109 atm. A pressão nas paredes no poço é de 75 atm. Se a formação tem 9 m de espessura e a viscosidade do óleo é de 3 cp, calcule a permeabilidade relativa ao óleo, admitindo que o mesmo seja incompressível.

Resposta: $k_{ro} = 0,13$

Problema 2.30 – Uma amostra cilíndrica de uma rocha-reservatório tem as seguintes dimensões:

Diâmetro.....	¾ in
Comprimento.....	2 1/8 in

Essa amostra seca e limpa pesa 32,30 g. Quando 100% saturada com água, a amostra pesa 35,53 g. Em um experimento de laboratório, um óleo com densidade de 37 °API e viscosidade de 4 cp escoou juntamente com água através da amostra, fornecendo os resultados apresentados na Tabela 2.16.

Tabela 2.16 – Dados do experimento do Problema 2.30

Peso da amostra (g)	Tempo (s)	Volume de água (cm ³)	Volume de óleo (cm ³)	Diferencial de pressão (psi)
35,53	200	20,7	0,00	12
35,49	250	24,1	0,00	14
35,47	250	30,2	0,01	20
35,43	250	22,2	0,20	20
35,34	250	12,1	1,08	20
35,30	300	11,0	2,74	25
35,26	300	6,45	3,71	25

35,22	300	2,26	5,32	25
35,16	300	0,64	7,93	25
35,11	300	0,05	11,4	25
35,09	300	0,00	13,6	25

- (a) Calcular a porosidade (ϕ) e a permeabilidade absoluta (k) da amostra.
 (b) Calcular as permeabilidades efetivas ao óleo e à água, bem como as relações k_o/k_w .
 (c) Construir um gráfico de k_o/k , k_w/k e k_o/k_w em função da saturação de água (S_w).

Respostas:

(a)

$$\phi = 0,21 \text{ (21\%)}$$

$$k = 0,241 \text{ Darcy} = 241 \text{ md}$$

(b)

S_w	100	92,3	88,4	80,7	63,2	55,5	47,8	40,0	28,4	18,8	14,9
k_w	0,241	0,192	0,169	0,124	0,068	0,041	0,024	0,008	0,002	2×10^{-4}	0
k_o	0	0	2×10^{-4}	0,004	0,024	0,041	0,055	0,079	0,118	0,170	0,203
k_o/k_w	0	0	0,0013	0,032	0,353	1,000	2,292	9,875	59	914	∞

onde a saturação de água é dada em % e as permeabilidades em Darcy.

Problema 2.31 – Um poço pioneiro encontrou um arenito saturado com óleo no intervalo 2.000 m – 2.010 m. A saturação de óleo média, obtida através de perfis elétricos corridos no poço, é de 30%. O reservatório, que se encontra subsaturado, apresenta ainda as seguintes características:

Viscosidade do óleo no reservatório.....	4 cp
Viscosidade da água no reservatório.....	1 cp
Fator volume-formação do óleo.....	$1,3 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação da água.....	$1,0 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Curvas de permeabilidade relativa.....	Figura 2.76

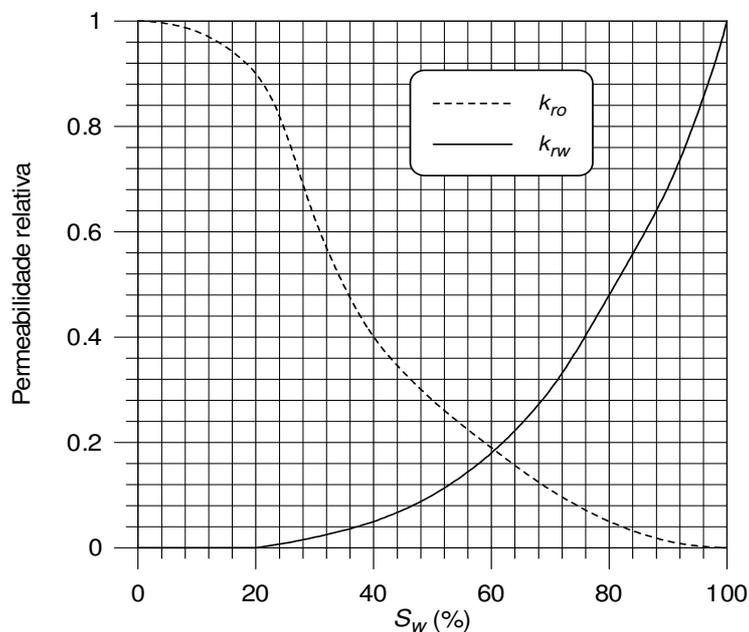


Figura 2.76 – Curvas de permeabilidade relativa - Problema 2.31.

Admitindo fluxo permanente no reservatório e sabendo que valores de RAO (Razão água/óleo, ou seja, relação entre as vazões de água e de óleo medidas em condições-padrão) maiores que 5 são anti-econômicas, pergunta-se: esse poço deve ser completado ou não?

Resposta: Como $RAO = 15,6 > 5$, o poço não deve ser completado.

Bibliografia

- Abib, O.: Medição da Permeabilidade das Rochas. *Bol. Técnico da Petrobras*, Jul./Set. 1960.
- Abib, O. & Farias, L. C. C.: Métodos Indiretos da Obtenção da Permeabilidade Relativa (Considerações). *Bol. Técnico da Petrobras*, Dez. 1959.
- Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: *Petroleum Reservoir Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.
- API.: *Recommended Practice for Determining Permeability of Porous Media*. American Petroleum Institute, Division of Production, Sept. 1952.
- Atwood, D. K.: Restoration of Permeability of Water-Damage Cores. *J. Pet. Tech.*, Dec. 1964.
- Benner, F. C. & Bartell, F. E.: The Effect of Polar Impurities upon Capillary and Surface Phenomena in Petroleum Production. *Drilling and Production Practices*, American Petroleum Institute, 1941.

- Bonet, E. J. & Gabrielli, M. L.: *Propriedades das Rochas*. PETROBRAS/SEN-BA. (Apostila.)
- Botset, H. G.: Flow of Gas Liquid Mixtures Through Consolidated Sand. *Trans. AIME*, 136, 1940.
- Calhoun, J. C., Jr.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Norman, University of Oklahoma Press, 1957. (Third printing, June 1957.)
- Caudle, B. H.; Slobod, R. L. & Brownscomb, E. R.: Further Developments in the Laboratory Determinations of Relative Permeability. *Trans. AIME*, 192, 1951.
- Chicourel, V.: Diversos Métodos de Determinação da Porosidade em Laboratório (Estudo Comparativo). *Bol. Técnico da Petrobras*, Dez. 1959.
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Daniels, F. & Alberty, R. A.: *Physical Chemistry*. John Wiley & Sons, Inc., 1958.
- Darcy, H.: *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Paris, Victor Dalmont, 1856.
- Davies, I. T. & Rideal, E. K.: *Interfacial Phenomena*. Academic Press, Inc., 1961.
- Earlougher, R. C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)
- Fatt, I.: Pore Volume Compressibilities of Sandstone Reservoir Rocks. *J. Pet. Tech.*, March 1958.
- Fatt, I. & Davis, D. H.: Reduction in Permeability with Overburden Pressure. *Trans. AIME*, pg. 329, 1952.
- Frick, T. C.: *Petroleum Production Handbook*. McGraw-Hill Book Co., Inc., 1962. (Vol. II.)
- Hall, H. N.: Compressibility of Reservoir Rocks. *Trans. AIME*, 198: 309-311, 1953.
- Houpeurt, A.: *Cours de Production – Etude des Roches Magasins*. I. F. P. et Société des Editions Technip, 1961. (Tome I.)
- Iacquin, C.: Correlations entre la Perméabilité et les Caractéristiques du Grés de Fontainebleau. I. F. P., Juil/Août 1964.
- Johnston, N. & Beeson, C. M.: Water Permeability of Reservoir Sands. *Trans. AIME*, pg. 292, 1945.
- Kennedy, H. T., Van Meter, O. E. & Jones, R. G.: Saturation Determination of Rotary Cores. *Petrol. Engr.*, Jan. 1954.

- Klinkenberg, L. I.: The Permeability of Porous Media to Liquid and Gases. *Drilling and Production Practices*, API, 1941.
- Krumbein, W. C & Sloss, L. L.: *Stratigraphy and Sedimentation*. W. H. Freeman Publishing Company, 1951. (1st ed.)
- Landes, K. K.: *Petroleum Geology*. John Wiley & Sons, Inc., 1956.
- Leverett, M. C. & Lewis, W. B.: Study of Flow of Gas-Oil-Water Mixtures Through Unconsolidated Sands. *Trans. AIME*, 142, 1941.
- Levorsen, A. I.: *Geology of Petroleum*. San Francisco, CA, USA, W. H. Freeman and Company, 1966.
- Matthews, C. S. & Russel, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, Henry L. Doherty Series, 1967. (Monograph Volume 1.)
- Muskat, M.: *Physical Principles of Oil Production*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1949.
- Newman, G. H.: Pore-Volume Compressibility of Consolidated, Friable, and Unconsolidated Reservoir Rocks under Hydrostatic Loading. *J. Pet. Tech.*, 129-134, Feb. 1973.
- Pirson, S. I.: *Oil Reservoir Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1958.
- Ramey, H. J., Jr.: Rapid Methods for Estimating Reservoir Compressibilities. *J. Pet. Tech.*, April 1964.
- Slider, H. C.: *Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*. Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1983.
- Stone, H. L.: Probability Model for Estimating Three-Phase Relative Permeability. *JPT*, Volume 22, 214-218, Feb. 1970.
- van der Knaap, W.: Nonlinear Behavior of Elastic Porous Media. *Trans. AIME*, 216: 179-187, 1959.

LISTA DE FIGURAS A SEREM COPIADAS DE LIVROS

Fonte			
Figura deste livro	Livro	Figura	Página
Figura 2.5	Matthews, C. S. & Russel, D. G. <i>Pressure Buildup and Flow Tests in Wells</i> . Dallas, TX, USA, SPE of AIME, Henry L. Doherty Series, 1967. (Monograph volume 1).	G.5	159
Figura 2.6	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.9	228
Figura 2.7	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.10	229
Figura 2.8	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.11	229
Figura 2.9	Earlougher, R. C., Jr. <i>Advances in Well Test Analysis</i> . Dallas, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)	D.12	230

TABELA DE FIGURAS QUE JÁ FORAM PREPARADAS EM COREL DRAW, MAS QUE NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO PARA SEREM REPRODUZIDAS

Fonte			
Figura deste livro	Artigo técnico	Figura	Página
Figura 2.12	Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: <i>Applied Petroleum Reservoir Engineering</i> . Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.	6.15	281
Figura 2.13	Dake, L. P. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.	4.1	104
Figura	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of	52	78

2.15	Oklahoma Press, 1957.		
Figura 2.16	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-36	81
Figura 2.17	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-35	80
Figura 2.18	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-34	80
Figura 2.19	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-37	82
Figura 2.20	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-42	92
Figura 2.21	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-43	93
Figura 2.27	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	3-1	134
Figura 2.28	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	3-2	135
Figura 2.39	Slider, H. C. <i>Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering methods</i> . Tulsa, Oklahoma, USA, PennWell Publishing Company, 1983.	6-5	392
Figura 2.43	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of Oklahoma Press, 1953.	79	125
Figura 2.44	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of Oklahoma Press, 1953.	80	125
Figura 2.45	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of Oklahoma Press, 1953.	80	125
Figura 2.46	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of Oklahoma Press, 1953.	80	125
Figura 2.64	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of Oklahoma Press, 1953.	63	100
Figura 2.65	Calhoun, J. C., Jr.: <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Norman, University of Oklahoma Press, 1957.	64	101
Figura 2.67	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	3-39	182
Figura 2.69	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	3-40	182
Figura 2.70	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	3-41	183
Figura 2.72	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	3-42	184

LISTA DE TABELAS COPIADAS DE LIVROS QUE NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO

Fonte			
Tabela deste livro	Livro	Tabela	Página
Tabela 2.2	Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: <i>Petroleum Reservoir Engineering</i> . McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.	2-6	94
Tabela 2.4	Slider, H. C. <i>Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering methods</i> . Tulsa, Oklahoma, USA, PennWell Publishing Company, 1983.	Figura 6-5	392

3.

FLUXO DE LÍQUIDOS EM MEIOS POROSOS

Dentre as diversas informações a serem obtidas a respeito de uma acumulação de petróleo após a sua descoberta, a quantidade de hidrocarbonetos que se pode retirar dessa jazida e o tempo em que essa produção se efetuará são, sem qualquer dúvida, das mais importantes. O conhecimento das leis que regem o movimento dos fluidos nos meios porosos é fundamental para a obtenção dessas informações. O ramo da engenharia de reservatórios que trata da maneira como os fluidos se movimentam em um meio poroso recebe o nome de *fluxo de fluidos em meios porosos*.

A partir de equações básicas do estudo do fluxo em meios porosos podem ser desenvolvidos modelos matemáticos com os quais se procura obter informações relacionadas com o aspecto físico do reservatório, como por exemplo, dimensões, formas, variações de propriedades, etc. Podem ser obtidos também dados sobre o comportamento atual e futuro em termos de pressões, vazões de produção, etc. A complexidade desses modelos depende dos diversos aspectos que se deseja considerar no estudo do fluxo através do meio poroso e do grau de simplificação que se deseja imprimir ao trabalho.

O estudo do fluxo dos fluidos nos meios porosos tem como ponto central uma equação, chamada *equação da difusividade hidráulica* ou simplesmente *equação da difusividade*, a partir da qual são desenvolvidas soluções para as diversas situações em que os reservatórios podem se encontrar. A equação da difusividade hidráulica, como é utilizada na engenharia de reservatórios, é obtida a partir da associação de três equações básicas: a *equação da continuidade*, que é uma equação de conservação de massa, a *lei de Darcy*, que é uma equação de transporte de massa, e uma equação de estado que tanto pode ser uma *lei dos gases* como a *equação da compressibilidade* para o caso de líquidos.

Neste texto é apresentada, inicialmente, a teoria sobre o escoamento de fluidos incompressíveis, onde é introduzido o conceito de *potencial de fluxo*. Posteriormente, sem maiores sofisticções matemáticas, são mostradas a obtenção da equação da difusividade e as suas soluções para os problemas clássicos da engenharia de reservatórios, considerando o caso de fluxo de líquidos. O fluxo de gás é tratado separadamente no Capítulo 4.

Neste capítulo, bem como no Capítulo 4, são abordadas as soluções matemáticas para os casos em que os reservatórios são produzidos através de poços verticais e/ou horizontais. Apesar do crescente uso dos poços horizontais no desenvolvimento de campos de petróleo, os poços verticais ainda são maioria, especialmente porque muitos dos campos de petróleo atualmente em produção foram desenvolvidos antes do advento dos poços horizontais. Assim, a menos que seja expressamente mencionado, como ocorre principalmente em algumas das seções deste capítulo e do Capítulo 4,

onde são considerados os poços horizontais, admite-se na apresentação da teoria, nos exemplos e nos problemas, que os poços sejam verticais.

3.1. Fluxo de Fluidos Incompressíveis¹

Nesta seção será considerado o caso particular em que se admite que o fluido seja incompressível. Essa simplificação em geral se aplica somente quando o fluido é um líquido, embora em situações especiais possa ser utilizada como uma primeira aproximação para representar o fluxo de um gás.

3.1.1. Lei de Darcy

Em 1856, observando resultados de experiências que objetivavam a purificação de água através da utilização de filtros de areia, Henry Darcy concluiu que existia uma relação direta entre a vazão que atravessava o leito de areia e a diferença de carga associada a essa vazão. Um esquema do aparelho usado por Darcy já foi mostrado no Capítulo 2 (Figura 2.13).

Em suas experiências, Darcy também concluiu que as dimensões do leito poroso afetavam os resultados obtidos e apresentou a relação matemática que se tornaria posteriormente a base para a compreensão do fenômeno do escoamento de fluidos através de meios porosos:

$$q = KA \frac{h_1 - h_2}{L}, \quad (3.1)$$

onde q é a vazão volumétrica através do leito poroso, K é uma constante de proporcionalidade que depende do meio poroso, A é a área transversal do meio poroso, L é o comprimento do leito poroso e $(h_1 - h_2)$ é a diferença de carga d'água associada à vazão obtida. Deve-se observar que h_1 e h_2 são medidos a partir de um nível de referência comum e representam, respectivamente, as cargas hidráulicas na entrada e na saída do filtro de areia. Portanto, o fluxo através de um meio poroso ocorre associado a uma perda de carga, que no caso é representada pela diferença de alturas $(h_1 - h_2)$.

A experiência de Darcy foi posteriormente estendida a outros fluidos, quando então se verificou que a constante de proporcionalidade K era uma função também da viscosidade μ e do peso específico γ do fluido utilizado, ou seja:

$$K = \frac{k}{\mu} \gamma. \quad (3.2)$$

Para um mesmo leito poroso, a nova constante de proporcionalidade k independe do tipo de fluido em escoamento, desde que o meio poroso esteja totalmente saturado com esse fluido. Assim, k é uma característica exclusiva do meio poroso, sendo denominada *permeabilidade absoluta* ou simplesmente *permeabilidade* do meio. Com isso a lei de Darcy se torna:

$$q = \frac{k}{\mu} A \gamma \frac{h_1 - h_2}{L}. \quad (3.3)$$

Na engenharia de petróleo a carga hidráulica é substituída pela pressão atuante no nível de referência, ou seja:

¹ O material contido nesta seção foi gentilmente cedido pelo engenheiro de petróleo e consultor sênior da Petrobras, Dr. Antonio Cláudio de França Corrêa.

$$p_1 = \gamma h_1 \quad (3.4)$$

e

$$p_2 = \gamma h_2, \quad (3.5)$$

de onde se conclui que:

$$h_1 - h_2 = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}, \quad (3.6)$$

sendo que $(p_1 - p_2)$ representa o diferencial de pressão associado ao escoamento através do meio poroso. Deve-se observar que, caso deixasse de existir o fluxo, as alturas h_1 e h_2 seriam exatamente iguais, resultando em um diferencial de pressão nulo.

É importante notar que a pressão na entrada do leito poroso é:

$$p_3 = \gamma(h_1 - L) \quad (3.7)$$

e que a pressão na saída é:

$$p_2 = \gamma h_2. \quad (3.8)$$

Portanto, para o caso de fluxo vertical descendente, a diferença entre as pressões na entrada e na saída do meio poroso é dada por:

$$\Delta p = p_3 - p_2 = \gamma(h_1 - h_2 - L). \quad (3.9)$$

Para eliminar o fato de se trabalhar com pressões referidas a cotas diferentes, desenvolveu-se o conceito de potencial de fluxo de um fluido.

3.1.2. Potencial de fluxo de um fluido

O *potencial de fluxo de um fluido*, também chamado de *potencial de fluxo*, *potencial de um fluido* ou simplesmente *potencial*, é definido pela expressão:

$$\Phi = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\gamma} + (z - z_0), \quad (3.10)$$

onde z e z_0 são alturas em relação a um nível de referência arbitrário, e p e p_0 são pressões atuantes nos níveis z e z_0 , respectivamente, conforme ilustra a Figura 3.1.

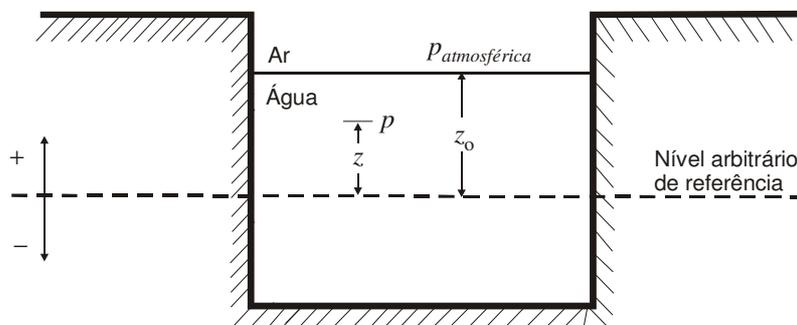


Figura 3.1 – Potencial de um fluido estático (Corrêa, A. C. F.).

Portanto, o potencial é definido em relação a um nível z_0 e a uma pressão p_0 . Normalmente, para facilidade de cálculo, escolhe-se o nível de referência arbitrário de modo que $z_0 = 0$, resultando:

$$\Phi = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\gamma} + z, \quad (3.11)$$

devendo-se ter em mente que p_0 é a pressão atuante no nível $z = 0$.

Quando o fluido é incompressível, não existe variação do peso específico com a pressão, e a definição de potencial se torna:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}(p - p_0) + (z - z_0) \quad (3.12)$$

ou, quando se escolhe o nível de referência tal que $z_0 = 0$:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}(p - p_0) + z. \quad (3.13)$$

A ilustração da Figura 3.1 refere-se a um fluido estático, por exemplo uma piscina. O potencial definido em relação ao nível arbitrário indicado poderá ser calculado para qualquer ponto no interior da piscina. Assim, o potencial no nível z qualquer é:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}(p - p_{atm}) + (z - z_0), \quad (3.14)$$

onde p_{atm} é a pressão atmosférica. Mas, de acordo com os princípios da hidrostática:

$$p = p_{atm} + \gamma(z_0 - z), \quad (3.15)$$

ou seja,

$$\frac{1}{\gamma}(p - p_{atm}) = (z_0 - z). \quad (3.16)$$

A substituição da Eq. (3.16) na Eq. (3.14) resulta em:

$$\Phi = 0. \quad (3.17)$$

Deste modo, qualquer que fosse o ponto escolhido no interior da piscina, seu potencial seria nulo.

Caso o nível de referência arbitrário escolhido tivesse sido a superfície do líquido, o potencial em um ponto qualquer do líquido seria:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}(p - p_{atm}) + z. \quad (3.18)$$

Mas,

$$p = p_{atm} - \gamma z. \quad (3.19)$$

Então, novamente:

$$\Phi = 0. \quad (3.20)$$

Portanto, para um fluido estático o valor do potencial em qualquer ponto desse fluido independe do nível de referência escolhido. A observação mais importante é que, para um fluido estático, não existe diferença de potencial entre os vários pontos desse fluido.

3.1.3. Aplicação do conceito de potencial

A lei de Darcy, representada pela Eq. (3.3), pode ser escrita em termos de potencial. Tomando-se como nível de referência a parte inferior do leito poroso da Figura 2.13, Capítulo 2, os potenciais nos pontos 1 e 2 serão, respectivamente:

$$\Phi_1 = \frac{1}{\gamma}(p_1 - p_2) + L \quad (3.21)$$

e

$$\Phi_2 = \frac{1}{\gamma}(p_2 - p_2) + 0 = 0. \quad (3.22)$$

Mas:

$$p_1 = \gamma(h_1 - L) \quad (3.23)$$

e

$$p_2 = \gamma h_2. \quad (3.24)$$

Assim,

$$\Phi_1 = \frac{1}{\gamma}[\gamma(h_1 - L) - \gamma h_2] + L \quad (3.25)$$

ou

$$\Phi_1 = h_1 - h_2. \quad (3.26)$$

Portanto, a diferença de potencial existente entre os pontos 1 e 2 será:

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = h_1 - h_2. \quad (3.27)$$

Finalmente, a lei de Darcy pode ser escrita como:

$$q = \frac{kA\gamma}{\mu} \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{L} \quad (3.28)$$

ou simplesmente:

$$q = \frac{kA\gamma}{\mu} \frac{\Delta\Phi}{L}, \quad (3.29)$$

onde:

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 \quad (3.30)$$

e os pontos 1 e 2 representam a entrada e a saída do meio poroso, respectivamente.

É importante notar que o potencial na entrada do meio poroso é maior que o potencial na saída do mesmo, o que nos permite concluir que o fluxo se processa no sentido de potenciais decrescentes.

3.1.4. Fluxo inclinado

O caso mais geral do fluxo linear de fluido através de um meio poroso seria o estudo do fluxo inclinado, onde o meio poroso formasse um ângulo qualquer com a horizontal. A Figura 3.2

mostra um esquema para fluxo inclinado, cujos casos particulares seriam o fluxo vertical (estudado na Seção 3.1.3) e o fluxo horizontal, a ser visto na Seção 3.1.5.

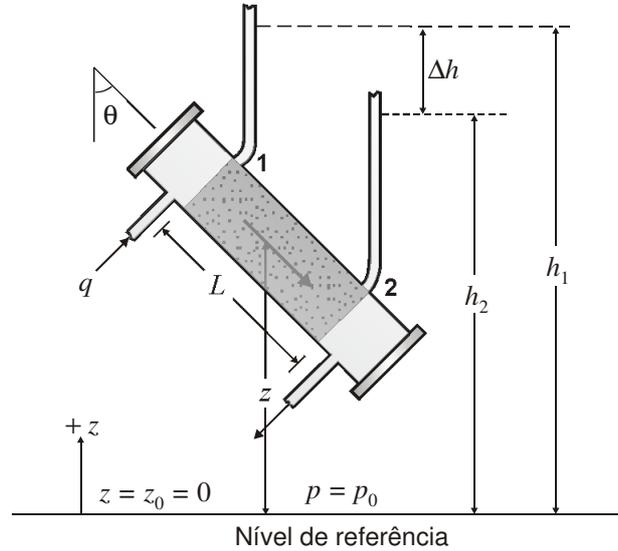


Figura 3.2 – Esquema de fluxo inclinado. Reproduzida de *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Dake, L. P., page 105, Copyright © 1978, com permissão de **Elsevier Scientific Publishing Company**.

A observação experimental importante obtida por outros pesquisadores após Darcy foi a de que, para o mesmo meio poroso e a mesma vazão, a diferença entre as alturas manométricas (Δh) era constante, independentemente da inclinação do fluxo em relação à horizontal.

Considerando-se a

Figura 3.2 os potenciais de um fluido incompressível nos pontos 1 e 2 são dados por:

$$\Phi_1 = \frac{1}{\gamma}(p_1 - p_0) + z_1 \quad (3.31)$$

e

$$\Phi_2 = \frac{1}{\gamma}(p_2 - p_0) + z_2, \quad (3.32)$$

e a diferença de potencial entre os dois pontos é:

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{1}{\gamma}(p_1 - p_2) + (z_1 - z_2). \quad (3.33)$$

Em termos de alturas manométricas valem as relações:

$$p_1 = \gamma(h_1 - z_1) \quad (3.34)$$

e

$$p_2 = \gamma(h_2 - z_2), \quad (3.35)$$

e a diferença de potencial se torna:

$$\Delta\Phi = h_1 - h_2, \quad (3.36)$$

que é exatamente igual ao valor calculado para o fluxo vertical. Como a diferença de carga hidráulica independe da inclinação do meio poroso, pode-se escrever a lei de Darcy como:

$$q = \frac{kA\gamma}{\mu} \frac{\Delta\Phi}{L}, \quad (3.37)$$

qualquer que seja a inclinação do meio poroso.

3.1.5. Fluxo horizontal

Para o caso específico de fluxo horizontal tem-se que:

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \int_{p_0}^{p_1} \frac{dp}{\gamma} + (z_1 - z_0) - \left[\int_{p_0}^{p_2} \frac{dp}{\gamma} + (z_2 - z_0) \right], \quad (3.38)$$

ou simplesmente:

$$\Delta\Phi = \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{\gamma}, \quad (3.39)$$

uma vez que para uma linha de fluxo horizontal não existe diferença de cotas, ou seja,

$$z_1 = z_2. \quad (3.40)$$

Para fluidos incompressíveis, ou seja, quando o peso específico é constante, a lei de Darcy pode ser expressa em termos de diferença de pressões:

$$q = \frac{kA}{\mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad (3.41)$$

onde:

$$\Delta p = p_1 - p_2. \quad (3.42)$$

Os pontos 1 e 2 representam, respectivamente, os locais de entrada e de saída do fluido no meio poroso. Deve-se notar que neste caso o fluxo se processa no sentido de pressões decrescentes.

3.1.6. Lei de Darcy generalizada

Apesar da característica essencialmente macroscópica da lei de Darcy, sua generalização tem sido largamente utilizada na engenharia de petróleo, com resultados bastante satisfatórios. De modo geral pode-se escrever que:

$$v = -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{d\Phi}{dl}, \quad (3.43)$$

onde:

$$v = q / A \quad (3.44)$$

é a velocidade aparente do fluido através do meio poroso, visto que A é a área total da seção transversal e não a área real aberta ao fluxo, e l é a trajetória de fluxo.

O sinal negativo da equação generalizada de Darcy se deve ao fato de que o fluxo se processa no sentido de potenciais decrescentes, o que faz com que a velocidade aparente e o gradiente de potencial ($d\Phi/dl$) tenham sinais opostos.

Genericamente tem-se:

$$\Phi = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\gamma} + (z - z_0), \quad (3.45)$$

cuja derivada em relação à direção do fluxo é:

$$\frac{d\Phi}{dl} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{dl} + \frac{dz}{dl}, \quad (3.46)$$

que substituída na Eq. (3.43) produz:

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dl} + \gamma \frac{dz}{dl} \right). \quad (3.47)$$

Observe que a trajetória do fluxo deve ser orientada. Quando se deseja que a vazão seja positiva, deve-se orientar a trajetória do escoamento no mesmo sentido da velocidade aparente do fluido.

Para o caso de fluxo inclinado descendente, como indica a Figura 3.2, tem-se que:

$$\frac{dz}{dl} = -\cos \theta, \quad (3.48)$$

onde θ é o menor ângulo que o meio poroso forma com a vertical. Nesse caso a Eq. (3.47) produz:

$$q = -\frac{kA}{\mu} \left[\frac{p_2 - p_1}{L} + \gamma(-\cos \theta) \right], \quad (3.49)$$

porque:

$$\frac{dp}{dl} = \frac{p_2 - p_1}{L}, \quad (3.50)$$

já que a orientação da trajetória do fluxo foi escolhida no mesmo sentido da velocidade aparente do fluido. Então, para fluxo descendente tem-se:

$$q = \frac{kA}{\mu} \left(\frac{p_1 - p_2}{L} + \gamma \cos \theta \right). \quad (3.51)$$

A interpretação da Eq. (3.51) mostra que a gravidade auxilia o escoamento, pois para um dado diferencial de pressão, quanto maior for a inclinação do meio poroso em relação à horizontal (menor θ) maior será a vazão alcançada.

3.1.7. Sistema de unidades de Darcy

Conforme foi visto no Capítulo 2, o sistema de unidades de Darcy é utilizado principalmente em medições de laboratório. Além das unidades desse sistema apresentadas no Apêndice L, deve-se mencionar que a massa específica de um fluido (ρ) é usada em g/cm^3 e o peso específico em atm/cm . Como $1 atm = 1,0133 \times 10^6 \text{ dina/cm}^2$, para a utilização do sistema de unidades de Darcy deve-se escrever a sua equação como:

$$v = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dl} + \frac{\rho g}{1,0133 \times 10^6} \frac{dz}{dl} \right) \quad (3.52)$$

ou simplesmente:

$$v = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{dl} + \gamma \frac{dz}{dl} \right). \quad (3.53)$$

3.1.8. Fluxo radial

A lei de Darcy, estabelecida inicialmente para o escoamento linear incompressível, pode ser adequada ao estudo do fluxo radial. Nessa geometria de fluxo a velocidade aparente do fluido em um ponto qualquer do meio poroso é representada por:

$$v = -\frac{k}{\mu} \gamma \frac{d\Phi}{dr}. \quad (3.54)$$

Convencionando-se adotar a vazão de produção como sendo um número positivo, a Eq. (3.54) fornece:

$$\frac{q}{A} = \frac{k}{\mu} \gamma \frac{d\Phi}{dr}. \quad (3.55)$$

Quando se trata de fluxo radial, a área transversal A aberta ao fluxo varia com a posição no meio poroso. Entretanto, para um sistema radial homogêneo e isotrópico, considera-se que as linhas de fluxo convergem para o eixo central do poço, gerando superfícies equipotenciais concêntricas, como é mostrado na Figura 3.3.

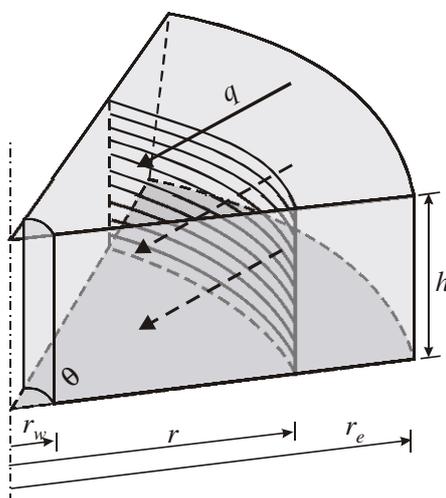


Figura 3.3 – Superfícies equipotenciais no fluxo radial (Corrêa, A. C. F.).

Para uma dada superfície equipotencial, a área transversal aberta ao fluxo é:

$$A = \theta r h, \quad (3.56)$$

onde θ é o ângulo (*radiano*) formado pelos limites laterais do meio poroso, r a distância da superfície ao centro do poço e h a espessura (uniforme) do meio. Assim, a equação genérica para fluxo radial incompressível se torna:

$$q = \frac{\theta kh}{\mu} \gamma r \frac{d\Phi}{dr}. \quad (3.57)$$

Mas a definição de potencial fornece:

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{dr} + \frac{dz}{dr}. \quad (3.58)$$

Então:

$$q = \frac{\theta kh}{\mu} r \left(\frac{dp}{dr} + \gamma \frac{dz}{dr} \right). \quad (3.59)$$

Considerando-se um reservatório radial ($\theta = 2\pi$) de raio interno r_w e raio externo r_e , a equação para fluido incompressível pode ser integrada,

$$\frac{q\mu}{2\pi kh} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = \int_{p_w}^{p_e} dp + \gamma \int_{z_w}^{z_e} dz, \quad (3.60)$$

resultando:

$$\frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) = p_e - p_w + \gamma(z_e - z_w), \quad (3.61)$$

de onde se obtém:

$$q = \frac{2\pi kh}{\mu \ln(r_e / r_w)} [p_e - p_w + \gamma(z_e - z_w)]. \quad (3.62)$$

Quando o fluxo é horizontal a expressão da vazão se reduz a:

$$q = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}. \quad (3.63)$$

Os conceitos apresentados anteriormente podem ser aplicados ao estudo de outras geometrias de fluxo, como, por exemplo, o fluxo esférico.

Exemplo 3.1 – O esquema mostrado na Figura 3.4 representa um tubo cilíndrico de área transversal A , que contém na sua parte inferior um corpo poroso de comprimento L e permeabilidade absoluta k . O tubo é preenchido com água de peso específico γ e viscosidade μ . A água, cuja altura inicial é h_0 , é deixada escoar através do leito poroso.

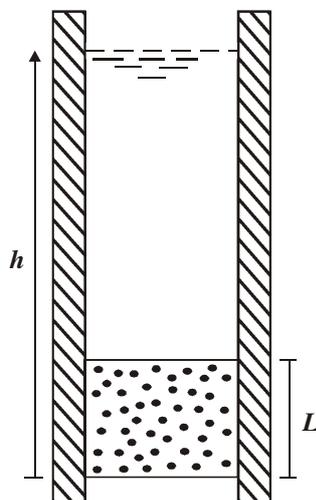


Figura 3.4 – Aparato de fluxo - Exemplo 3.1.

Usando o conceito de potencial de fluxo, pede-se que sejam determinados:

- A equação da altura de água no interior do tubo (h) como uma função do tempo.
- Um método para se calcular a permeabilidade absoluta do meio poroso a partir de medições da altura de água como uma função do tempo.

Solução:

Parte (a):

A equação da vazão de água através do meio poroso, usando um sistema compatível de unidades, é dada por:

$$q = \frac{kA\gamma}{\mu} \frac{\Delta\Phi}{L},$$

onde $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ é a diferença de potencial entre os pontos de entrada e de saída da água no meio poroso, sendo Φ_1 o potencial na entrada e Φ_2 o potencial na saída. A vazão de água pode também ser calculada em função da variação do volume de água no interior do tubo, ou seja, da variação da altura de água no interior do tubo, através da expressão:

$$q = -\frac{dV}{dt} = -A \frac{dh}{dt}.$$

Igualando as duas equações anteriores pode-se escrever que:

$$-A \frac{dh}{dt} = \frac{kA\gamma}{\mu} \frac{\Delta\Phi}{L}.$$

Observa-se que a equação diferencial obtida relaciona a altura h com o tempo e com a diferença de potencial através do meio poroso. No entanto, essa diferença de potencial também pode ser escrita como uma função da altura h .

O potencial de fluxo é definido pela expressão:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}(p - p_0) + (z - z_0),$$

onde p_0 é a pressão atuante no nível z_0 . Definindo como nível de referência a base do meio poroso e escolhendo $z_0 = 0$ tem-se que $p_0 = p_{atm}$, onde p_{atm} é a pressão atmosférica. Com isso a expressão do potencial pode ser simplificada para:

$$\Phi = \frac{1}{\gamma}(p - p_{atm}) + z,$$

e os potenciais de fluxo nos pontos de entrada e de saída do meio poroso são dados por:

$$\Phi_1 = \frac{1}{\gamma}(p_1 - p_{atm}) + z_1$$

e

$$\Phi_2 = \frac{1}{\gamma}(p_2 - p_{atm}) + z_2,$$

onde $p_1 = p_{atm} + \gamma(h-L)$ é a pressão na entrada do meio poroso, $z_1 = L$ é a altura, em relação ao nível de referência, da entrada do meio poroso, $p_2 = p_{atm}$ é a pressão na saída do meio poroso e $z_2 = 0$ é a altura, em relação ao nível de referência, da saída do meio poroso. Portanto,

$$\Phi_1 = \frac{1}{\gamma}[p_{atm} + \gamma(h-L) - p_{atm}] + L = h,$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{\gamma}(p_{atm} - p_{atm}) + 0 = 0$$

e a diferença de potencial é dada por:

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = h.$$

Substituindo o valor da diferença de potencial na equação diferencial obtém-se:

$$-A \frac{dh}{dt} = \frac{kA\gamma}{\mu} \frac{h}{L}$$

ou ainda:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{h}{L}.$$

Separando as variáveis pode-se escrever que:

$$\frac{dh}{h} = -\frac{k\gamma}{\mu L} dt.$$

Integrando esta equação diferencial entre os instantes $t = 0$ e $t = t$ produz:

$$\int_{h_0}^h \frac{dh}{h} = \int_{t=0}^t -\frac{k\gamma}{\mu L} dt$$

ou ainda:

$$\int_{h_0}^h \frac{dh}{h} = -\frac{k\gamma}{\mu L} \int_{t=0}^t dt,$$

cujos resultados são:

$$\ln\left(\frac{h}{h_0}\right) = -\frac{k\gamma}{\mu L} t,$$

de onde se obtém finalmente:

$$h = h_0 \exp\left(-\frac{k\gamma}{\mu L} t\right).$$

Parte (b):

Tomando o logaritmo neperiano da equação da altura de água deduzida na parte (a) pode-se escrever que:

$$\ln h = \ln(h_0) - \frac{k\gamma}{\mu L} t$$

ou, usando o logaritmo decimal e lembrando que $\ln y = 2,303 \log y$, onde \log representa o logaritmo decimal:

$$\log h = \log(h_0) - \frac{k\gamma}{2,303\mu L} t.$$

Esta equação pode ser escrita de maneira compacta como:

$$\log h = \log(h_0) + mt,$$

onde:

$$m = -\frac{k\gamma}{2,303\mu L}.$$

Portanto, um gráfico de $\log h$ versus t resultará em uma linha reta com coeficiente angular m , a partir do qual pode-se calcular a permeabilidade absoluta do meio poroso:

$$k = -2,303 \frac{\mu L m}{\gamma}.$$

3.2. Equação da Difusividade Hidráulica

Na formulação da equação da difusividade hidráulica serão admitidas as seguintes hipóteses:

- Meio poroso homogêneo e isotrópico;
- Fluxo estritamente horizontal e isotérmico;
- Poço penetrando totalmente a formação;
- Permeabilidade constante;
- Pequenos gradientes de pressão;
- Fluido com compressibilidade pequena e constante, e viscosidade constante;
- Rocha com compressibilidade pequena e constante;
- Forças gravitacionais desprezíveis;
- Fluidos e rochas não reagentes entre si.

Para o desenvolvimento das equações será utilizado um elemento de meio poroso através do qual está ocorrendo o fluxo de um fluido, cuja saturação é igual a 100%, ou seja, é o único fluido presente no meio. O elemento em questão, tal como esquematizado na Figura 3.5, tem a forma de

um paralelepípedo com dimensões Δx , Δy e Δz , e o fluxo através do mesmo será estudado durante um intervalo de tempo Δt .

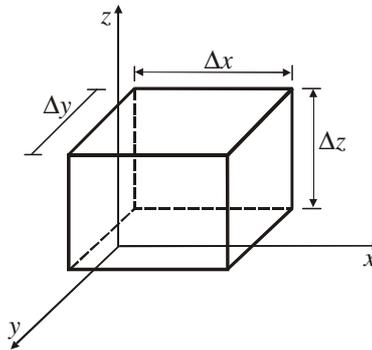


Figura 3.5 – Elemento de meio poroso.

Inicialmente será deduzida a equação da continuidade, na qual será introduzida a equação de Darcy. Em seguida serão introduzidas as equações de estado apropriadas.

3.2.1. Equação da continuidade

Durante o intervalo de tempo considerado, houve movimentação de fluido através do meio poroso, o que significa que houve entrada e saída de fluido através das suas faces. A equação da continuidade descreve a variação de massa dentro do meio poroso devida a esse fluxo.

O caso mais geral é aquele em que ocorre a movimentação do fluido nas três direções, x , y e z . O fluido penetra no meio poroso através de uma face perpendicular a cada uma das direções e sai pela face oposta. A Figura 3.6 ilustra a movimentação do fluido na direção x . O fluido que se desloca nessa direção, ao entrar no meio poroso o faz através da face **A**, normal à direção x , e ao sair, o faz através da face oposta **A'**. O mesmo raciocínio pode ser utilizado para os fluxos nas direções y e z .

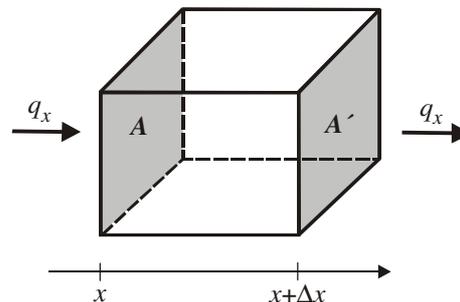


Figura 3.6 – Fluxo de fluido através de um elemento de meio poroso.

Tanto a face **A** como a face **A'** são retângulos que têm lados Δy e Δz , ou seja, têm uma área igual a $(\Delta y \cdot \Delta z)$. Da mesma forma, as faces normais às direções y e z têm respectivamente as áreas $(\Delta x \cdot \Delta z)$ e $(\Delta x \cdot \Delta y)$.

As vazões de entrada e de saída na direção x são representadas por q_x , acompanhada dos subscritos x e $(x + \Delta x)$, que indicam, respectivamente, as posições de entrada e de saída do fluido. O primeiro subscrito indica a direção considerada. Portanto:

$$\text{Vazão de fluido que entra} = (q_x)_x \quad (3.64)$$

e

$$\text{Vazão de fluido que sai} = (q_x)_{x+\Delta x} \cdot \quad (3.65)$$

Como q representa a vazão volumétrica, isto é, volume por unidade de tempo, deve ser multiplicada pela massa específica, ρ , para se obter a vazão expressa em termos de massa, uma vez que se deseja trabalhar com “conservação de massa”. Assim:

$$\text{Vazão de massa que entra} = (q_x \rho)_x \quad (3.66)$$

e

$$\text{Vazão de massa que sai} = (q_x \rho)_{x+\Delta x} \cdot \quad (3.67)$$

A massa total que penetrou no meio poroso através da face **A** e a massa que saiu através da face **A'** durante o intervalo de tempo Δt são, respectivamente:

$$\text{Massa que entrou} = \Delta t (q_x \rho)_x \quad (3.68)$$

e

$$\text{Massa que saiu} = \Delta t (q_x \rho)_{x+\Delta x} \cdot \quad (3.69)$$

Se por acaso o fluxo do fluido houvesse ocorrido apenas na direção x , a massa acumulada dentro do meio poroso durante o espaço de tempo considerado seria exatamente a diferença entre a massa que entrou e a massa que saiu nessa direção. Dessa maneira:

$$\text{Massa acumulada} = \Delta t \left[(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x} \right] \cdot \quad (3.70)$$

O mesmo estudo pode ser feito para o movimento do fluido nas direções y e z , obtendo-se as parcelas:

$$\text{Massa acumulada} = \Delta t \left[(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y} \right] \cdot \quad (3.71)$$

para a direção y , e:

$$\text{Massa acumulada} = \Delta t \left[(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z} \right] \cdot \quad (3.72)$$

para a direção z . Como o fluxo está ocorrendo nas três direções, a massa total acumulada é igual à soma das três parcelas. Assim:

$$\begin{aligned} \text{Massa total acumulada} = & \Delta t \left[(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x} \right] + \Delta t \left[(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y} \right] \\ & + \Delta t \left[(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z} \right] \cdot \end{aligned} \quad (3.73)$$

A variação de massa dentro do elemento de meio poroso pode ser obtida também por meio de um balanço de materiais. A massa acumulada durante o intervalo de tempo Δt é a diferença entre a massa existente no meio poroso no final do intervalo de tempo e a massa existente no começo do intervalo. Considerando-se que o início do intervalo de tempo seja um instante t qualquer, o final do

intervalo será $(t+\Delta t)$. As massas dentro do meio poroso nos instantes t e $(t+\Delta t)$ são dadas, respectivamente, por:

$$\text{Massa no início} = (\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho)_t \quad (3.74)$$

e

$$\text{Massa no final} = (\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho)_{t+\Delta t} \quad (3.75)$$

A diferença entre essas duas parcelas é a massa acumulada durante o intervalo de tempo. Dessa maneira:

$$\text{Massa total acumulada} = \Delta x \Delta y \Delta z \left[(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t \right] \quad (3.76)$$

Quaisquer que sejam os caminhos escolhidos para o cálculo da massa acumulada, os resultados obtidos devem ser iguais. Portanto, as Eqs. (3.73) e (3.76) devem ser iguais, fornecendo:

$$\begin{aligned} & \Delta t \left[(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x} \right] + \Delta t \left[(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y} \right] + \\ & + \Delta t \left[(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z} \right] = \Delta x \Delta y \Delta z \left[(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t \right] \end{aligned} \quad (3.77)$$

Dividindo-se essa expressão por $(\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta t)$ resulta em:

$$\frac{(q_x \rho)_x - (q_x \rho)_{x+\Delta x}}{\Delta x \Delta y \Delta z} + \frac{(q_y \rho)_y - (q_y \rho)_{y+\Delta y}}{\Delta x \Delta y \Delta z} + \frac{(q_z \rho)_z - (q_z \rho)_{z+\Delta z}}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \quad (3.78)$$

O quociente entre a vazão q e a área através da qual o fluxo está ocorrendo, por definição, é chamada de *velocidade aparente do fluido*. Assim, o quociente entre a vazão q_x e a área A é a velocidade aparente do fluido na direção x , que normalmente é representada por v_x . Como a área A é igual ao produto $(\Delta y \cdot \Delta z)$, a velocidade aparente na direção x é dada pela expressão:

$$v_x = \frac{q_x}{\Delta y \Delta z} \quad (3.79)$$

Da mesma forma as expressões das velocidades aparentes nas direções y e z são dadas, respectivamente, por:

$$v_y = \frac{q_y}{\Delta x \Delta z} \quad (3.80)$$

e

$$v_z = \frac{q_z}{\Delta x \Delta y} \quad (3.81)$$

Substituindo-se as Eqs. (3.79), (3.80) e (3.81) na Eq. (3.78) obtém-se:

$$\frac{(v_x \rho)_x - (v_x \rho)_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{(v_y \rho)_y - (v_y \rho)_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{(v_z \rho)_z - (v_z \rho)_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \quad (3.82)$$

Fazendo-se Δx , Δy , Δz e Δt muito pequenos e aplicando-se a definição de limite à Eq. (3.82) resulta em:

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(v_x \rho)_x - (v_x \rho)_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(v_y \rho)_y - (v_y \rho)_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \\ & + \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{(v_z \rho)_z - (v_z \rho)_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\phi \rho)_{t+\Delta t} - (\phi \rho)_t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.83)$$

Utilizando a definição de derivada obtém-se finalmente a chamada *equação da continuidade*:

$$\frac{\partial}{\partial x}(v_x \rho) + \frac{\partial}{\partial y}(v_y \rho) + \frac{\partial}{\partial z}(v_z \rho) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho). \quad (3.84)$$

A Eq. (3.84), apesar da sua aparente sofisticação, é apenas um balanço de massa que pode ser expresso em palavras do seguinte modo: “A diferença entre a massa que entra e a massa que sai nas três direções de fluxo é igual à variação de massa dentro do meio poroso”.

3.2.2. Equação de Darcy

A etapa seguinte na dedução da equação da difusividade é a associação da equação da continuidade com uma lei que rege o transporte de fluido no meio poroso, ou seja, com a lei de Darcy. Esta lei relaciona a velocidade aparente do fluido com os gradientes de pressão, ou mais genericamente com os gradientes de potencial, através da equação:

$$v_s = -\frac{k_s \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad (3.85)$$

onde s é uma trajetória de fluxo qualquer, k_s a permeabilidade do meio poroso na direção do fluxo, γ o peso específico do fluido, μ a viscosidade do fluido e Φ o potencial de fluxo. Conforme se observa, a velocidade aparente do fluido numa direção s qualquer, num determinado ponto do meio poroso, é inversamente proporcional à viscosidade do fluido e diretamente proporcional à permeabilidade e ao gradiente de potencial no ponto considerado, na direção s . O potencial Φ é o agente responsável e propulsor do deslocamento do fluido no meio poroso. Os fluidos se deslocam sempre de pontos de maior potencial para pontos de menor potencial. Se entre dois pontos de um meio poroso estiver ocorrendo fluxo de um fluido é porque esses dois pontos têm potenciais diferentes. Se os pontos tiverem a mesma altura em relação a um plano horizontal de referência, o potencial se reduzirá ao efeito da pressão.

Usando a lei de Darcy, as velocidades aparentes nas três direções de fluxo são dadas pelas seguintes expressões:

$$v_x = -\frac{k_x \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (3.86)$$

$$v_y = -\frac{k_y \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (3.87)$$

e

$$v_z = -\frac{k_z \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (3.88)$$

Ao se introduzir as expressões das velocidades na equação da continuidade, Eq. (3.84), obtém-se uma nova forma para a equação diferencial do escoamento:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho). \quad (3.89)$$

A Eq. (3.89) apresenta-se ainda em uma forma bastante geral, sendo necessária a introdução de simplificações e condições de contorno para reproduzir as diferentes situações em que um reservatório pode se apresentar. Nos casos em que os efeitos gravitacionais sobre o fluxo são desprezíveis (fluxo horizontal, por exemplo), o potencial pode ser substituído pelo quociente entre a

pressão e o peso específico do fluido (ρ/γ), resultando na seguinte equação diferencial para o escoamento do fluido:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (3.90)$$

3.2.3. Equação de estado

Neste ponto são introduzidas na equação diferencial do escoamento as equações de estado, isto é, as equações que representam as compressibilidades dos fluidos e da rocha. Pode-se optar por desenvolver a equação da difusividade para líquido ou para gás, escolhendo-se para isso a equação de estado conveniente. Para o caso de fluxo de líquidos pode-se usar a equação geral da compressibilidade dos fluidos, definida no Capítulo 1, escrita na forma:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}. \quad (3.91)$$

A Eq. (3.91) pode ser desdobrada em função de x , y , z e t para ser incorporada à Eq. (3.90), obtendo-se as igualdades:

$$\rho \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (3.92)$$

$$\rho \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (3.93)$$

e

$$\rho \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial z}. \quad (3.94)$$

A utilização das expressões dadas nas Eqs. (3.92), (3.93) e (3.94) na Eq. (3.90) resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho), \quad (3.95)$$

onde c é a compressibilidade do líquido.

O desenvolvimento do lado direito da Eq. (3.95) produz:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (3.96)$$

A partir da Eq. (3.91) e da definição de compressibilidade efetiva da formação, dada no Capítulo 2 por:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \quad (3.97)$$

podem ser obtidas as expressões:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{c \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.98)$$

e

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = c_f \phi \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.99)$$

cuja combinação resulta em:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = c_f \phi \frac{1}{c\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.100)$$

Assim, a substituição da Eq. (3.100) na Eq. (3.96) produz:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) = \frac{\phi}{c}(c+c_f) \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.101)$$

A soma da compressibilidade do fluido c com a compressibilidade efetiva da formação c_f é chamada de *compressibilidade total* e é representada por c_t , isto é, $c_t = c + c_f$. Desse modo a Eq. (3.101) pode finalmente ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho) = \frac{\phi c_t}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (3.102)$$

e a substituição da Eq. (3.102) na Eq. (3.95) resulta na equação diferencial:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z}{\mu} \frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = \frac{\phi c_t}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.103)$$

Considerando-se a compressibilidade e a viscosidade do fluido constantes, a Eq. (3.103) simplifica-se para:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = \phi \mu c_t \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.104)$$

Para um meio poroso homogêneo e isotrópico as permeabilidades nas três direções são iguais, ou seja, $k_x = k_y = k_z = k$. Neste caso a Eq. (3.104) reduz-se a:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.105)$$

Como é comum se medir as pressões dos fluidos no reservatório ao invés da sua massa específica, é conveniente escrever a Eq. (3.105) em termos da pressão. Partindo-se da propriedade das derivadas (a derivada segunda é a derivada da derivada primeira) e utilizando a Eq. (3.92), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(c\rho \frac{\partial p}{\partial x} \right) = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2. \quad (3.106)$$

Similarmente, os termos em y e z resultam em:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial y^2} = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \quad (3.107)$$

e

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)^2. \quad (3.108)$$

Também o lado direito da Eq. (3.105) pode ser desenvolvido, resultando em:

$$\frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\phi \mu c_t}{k} c\rho \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.109)$$

Substituindo as Eqs. (3.106), (3.107), (3.108) e (3.109) na Eq. (3.105) produz:

$$c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2 + c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 = \frac{\phi\mu c_t}{k} c\rho \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.110)$$

Tanto a compressibilidade do líquido como os gradientes de pressão são em geral valores muito pequenos, de modo que quando elevados ao quadrado resultam em termos muito menores ainda e, portanto, desprezíveis quando comparados com os outros termos da equação. Assim, considera-se que:

$$c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 \rightarrow 0, \quad c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2 \rightarrow 0, \quad c^2\rho \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 \rightarrow 0. \quad (3.111)$$

Após essa simplificação, a equação diferencial do escoamento, em termos de pressão, apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.112)$$

A Eq. (3.112) é conhecida como *equação da difusividade hidráulica*. O termo $k/(\phi\mu c_t)$ é chamado de *constante de difusividade hidráulica* e é normalmente representado pelo símbolo η , ou seja:

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu c_t}. \quad (3.113)$$

Assim, a equação da difusividade hidráulica pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.114)$$

As equações diferenciais deduzidas nesta seção admitem que somente um fluido satura o meio poroso. Na prática sabe-se que há sempre a presença de pelo menos mais um fluido (água) no meio poroso. No caso de um meio poroso saturado com água e óleo, por exemplo, em que somente o óleo esteja fluindo (fluxo monofásico), a teoria apresentada, bem como as soluções da equação da difusividade a serem discutidas nas próximas seções, continuam válidas desde que a compressibilidade total seja calculada por:

$$c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_f \quad (3.115)$$

e que a permeabilidade absoluta seja substituída pela permeabilidade efetiva ao óleo (k_o).

3.2.4. Soluções da equação da difusividade

Nesta seção serão apresentadas soluções da equação da difusividade para os sistemas lineares e radiais, em meios porosos horizontais, sujeitos aos regimes de fluxo *permanente*, *pseudopermanente* e *transiente*. Deve ser salientado que as soluções a serem apresentadas foram todas obtidas considerando-se que a vazão no ponto de coordenada $x = 0$ para o caso de fluxo linear, ou $r = r_w$ (raio do poço) no fluxo radial, é constante.

a) Fluxo linear

Para um sistema de fluxo linear, ou seja, quando há apenas uma direção de fluxo, a direção x , por exemplo, os termos referentes às direções y e z são iguais a zero e a equação da difusividade se reduz a:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.116)$$

Regime permanente

As equações para regime de fluxo *permanente*, apresentadas neste item, descrevem o movimento de um fluido em um meio poroso linear limitado, de comprimento L e área aberta ao fluxo A , conforme o esquema mostrado na Figura 3.7.

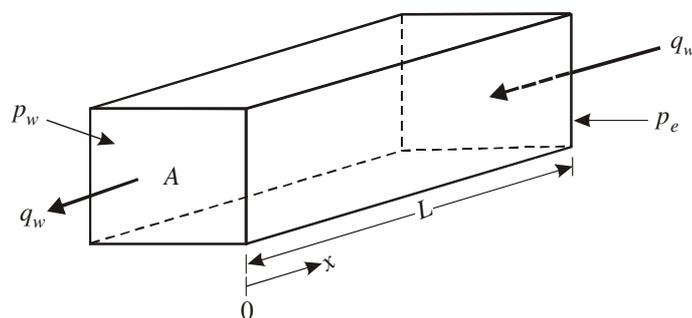


Figura 3.7 – Fluxo linear em um reservatório com alimentação no limite externo.

Está havendo uma alimentação externa com vazão q_w constante, e uma produção também com vazão q_w constante no ponto $x = 0$. A vazão é constante tanto no tempo como no espaço. Nesse regime de fluxo, assim como a vazão, a pressão não varia com o tempo. Dessa forma, a equação da difusividade tem o seu lado direito igual a zero, ou seja:

$$\frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (3.117)$$

tomando então o seguinte aspecto:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0. \quad (3.118)$$

As condições de contorno são dadas por:

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow p(x) = p_w \\ x = L \Rightarrow p(x) = p_e \end{cases} \quad (3.119)$$

De acordo com o Apêndice E, a resolução da equação da difusividade dada pela Eq. (3.118) e a aplicação das condições de contorno definidas pela Eq. (3.119) resultam na seguinte expressão para o fluxo linear, regime permanente:

$$p(x) = p_w + \frac{p_e - p_w}{L} x. \quad (3.120)$$

Como era de se esperar, a solução apresentada é do tipo $p = f(x)$, ou seja, a pressão varia de ponto a ponto dentro do meio poroso, porém, em cada ponto não varia com o tempo.

A solução dada pela Eq. (3.120) pode ser expressa também em termos de vazão. Sabe-se que a vazão é igual ao produto da velocidade aparente v_x pela área aberta ao fluxo A , isto é:

$$q(x) = -v_x A, \quad (3.121)$$

onde a velocidade aparente v_x é dada pela equação de Darcy:

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (3.122)$$

Derivando-se a Eq. (3.120), que é uma expressão da pressão em função da posição, obtém-se a variação da pressão com a distância:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{L}. \quad (3.123)$$

Substituindo as Eqs. (3.122) e (3.123) na Eq. (3.121) obtém-se:

$$q(x) = \frac{k}{\mu} \frac{p_e - p_w}{L} A. \quad (3.124)$$

Como já foi dito anteriormente e pode ser observado na Eq. (3.124), a vazão independe da posição x . Desse modo pode-se dizer que:

$$q_w = q_L = q = \frac{kA(p_e - p_w)}{\mu L}, \quad (3.125)$$

onde q_L é a vazão no limite externo, ou seja, no ponto $x = L$. Desta equação conclui-se que:

$$\frac{p_e - p_w}{L} = \frac{q_w \mu}{kA}. \quad (3.126)$$

A substituição, na Eq. (3.120), do gradiente de pressão pelo seu equivalente obtido na Eq. (3.126), resulta na seguinte expressão:

$$p(x) = p_w + \frac{q_w \mu}{kA} x. \quad (3.127)$$

A Eq. (3.125) pode ser escrita de forma compacta como:

$$q = \frac{kA}{\mu L} \Delta p. \quad (3.128)$$

Definindo-se a queda de pressão adimensional como sendo:

$$p_D = \frac{kA}{q\mu L} \Delta p, \quad (3.129)$$

a solução dada pela Eq. (3.128) pode ser expressa por:

$$p_D = 1. \quad (3.130)$$

Assim, a Eq. (3.125) pode ser escrita em outros sistemas de unidades com o auxílio das tabelas do Apêndice L. Por seu turno, a Eq. (3.127) pode ser escrita como:

$$p(x) = p_w + \frac{q_w \mu L}{kA} \left(\frac{x}{L} \right). \quad (3.131)$$

Com o auxílio das tabelas do Apêndice L a Eq. (3.131) pode ser escrita em outros sistemas de unidades.

Regime pseudopermanente

O comportamento de fluxo em um meio poroso limitado, sem alimentação externa, como esquematizado na Figura 3.8, é descrito pelas equações do regime *pseudopermanente*, também conhecido como regime *semipermanente*, ou ainda, segundo alguns autores, como regime *depletivo* ou *estado de depleção* (“*depletion state*”). O termo depleção deve-se ao fato de que no regime

pseudopermanente a pressão em todos os pontos do reservatório cai continuamente, devido à retirada de massa de um reservatório finito.

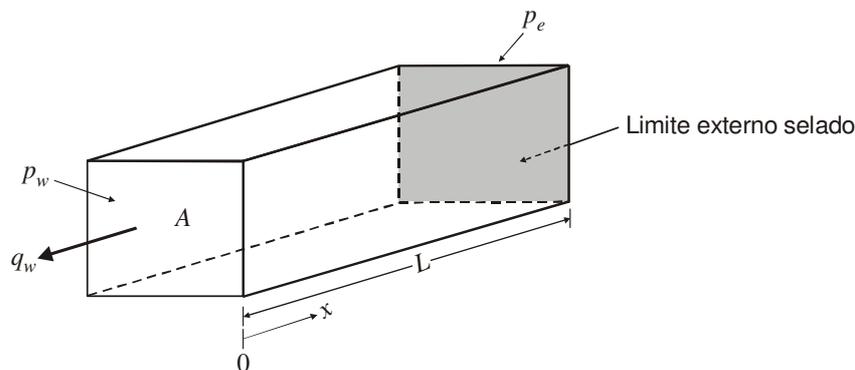


Figura 3.8 – Fluxo linear em um reservatório selado no limite externo.

Nesse tipo de sistema a produção é o resultado da expansão do fluido e da redução do volume poroso da rocha, decorrentes da diminuição da pressão. A solução da equação da difusividade para esse tipo de regime é encontrada utilizando-se, entre outros conceitos, a compressibilidade total do sistema, que é o resultado da combinação das compressibilidades da rocha e do fluido, e é dada pela seguinte expressão:

$$c_t = \frac{1}{V_p} \frac{\Delta V}{\Delta p}, \quad (3.132)$$

onde o volume poroso é dado por $V_p = LA\phi$, Δp é a variação de pressão e ΔV é a produção de fluido decorrente dessa variação de pressão. Em termos diferenciais essa equação pode ser expressa por:

$$c_t = -\frac{1}{V_p} \frac{\partial V}{\partial p}. \quad (3.133)$$

Introduzindo-se a expressão do volume poroso na Eq. (3.133) e em seguida derivando-se o resultado em relação ao tempo obtém-se:

$$c_t LA\phi \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial t}. \quad (3.134)$$

A variação do volume V em relação ao tempo é igual à vazão medida no ponto $x = 0$, ou seja:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = q(x=0) = q_w = \text{constante}. \quad (3.135)$$

Substituindo-se a Eq. (3.135) na Eq. (3.134):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{q_w}{c_t LA\phi} = \text{constante}. \quad (3.136)$$

A substituição da Eq.(3.136) na equação da difusividade para fluxo linear, Eq. (3.116), resulta em:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \left(-\frac{q_w}{c_t LA\phi} \right), \quad (3.137)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{q_w \mu}{kLA}. \quad (3.138)$$

As condições de contorno neste caso são:

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow p(x) = p_w \\ x = L \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (3.139)$$

A segunda condição de contorno da Eq. (3.139) estabelece que a face externa é selada, isto é, o gradiente de pressão através dessa face é igual a zero. Desse modo, ao contrário do regime permanente, não existe uma alimentação externa repondo o fluido que vai sendo produzido. Assim sendo, haverá uma redução na quantidade de fluido no meio poroso, com uma conseqüente queda de pressão ao longo do tempo.

Resolvendo-se a equação da difusividade, Eq. (3.138), e substituindo-se as condições de contorno, conforme está mostrado no Apêndice E, obtém-se:

$$p(x) = p_w + \frac{q_w \mu}{kA} x - \frac{q_w \mu}{kLA} \frac{x^2}{2} \quad (3.140)$$

ou ainda:

$$p(x) = p_w + \frac{q_w \mu L}{kA} \left[\left(\frac{x}{L} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]. \quad (3.141)$$

Conforme apresentado no caso do regime permanente, a Eq. (3.141) pode ser escrita em outros sistemas de unidades com o auxílio das tabelas do Apêndice L.

Com a Eq. (3.141) pode-se calcular a pressão em qualquer ponto do meio poroso em qualquer instante, a partir da pressão existente no limite de produção, p_w . Como se pode ver, essa solução é uma equação também do tipo $p = f(x)$, ou seja, função apenas da posição e bastante parecida com a solução do regime permanente. Apesar disso, sabe-se que existe uma dependência do tempo, de tal modo que esse regime não poderia ser chamado de permanente. Na verdade, tanto a pressão p_w na face $x = 0$, como a pressão p_e no limite externo do reservatório, variam uniformemente com o tempo. Dessa maneira, a Eq. (3.141) representa a distribuição das pressões no meio poroso em um determinado instante. Em um instante seguinte, a pressão na face $x = 0$ terá outro valor, resultando em outros valores para as pressões no interior do meio poroso.

A partir da Eq. (3.141) pode-se obter uma expressão para a vazão no ponto de coordenada $x = 0$, isto é, uma expressão para q_w . Usando uma nomenclatura semelhante à do caso de fluxo permanente, pode-se estabelecer que, quando $x = L$, ou seja, no limite externo do meio poroso, $p(x) = p_e$. Substituindo esses valores na Eq. (3.141) produz-se:

$$p(L) = p_e = p_w + \frac{q_w \mu L}{2kA}, \quad (3.142)$$

de onde se escreve que:

$$q_w = \frac{2kA(p_e - p_w)}{\mu L}. \quad (3.143)$$

Exemplo 3.2 – Deduzir uma equação para o cálculo da pressão média no interior de um meio poroso limitado, que produz com vazão constante q_w na face $x = 0$, sujeito a um regime de fluxo pseudopermanente. Expressar a solução como uma função da pressão p_w no ponto $x = 0$.

Solução:

A pressão média no meio poroso pode ser calculada pela equação:

$$\bar{p} = \frac{\int p dV}{\int dV} = \frac{\int_0^L p(A\phi dx)}{\int_0^L A\phi dx} = \frac{\int_0^L p dx}{\int_0^L dx} = \frac{1}{L} \int_0^L p dx. \quad (3.144)$$

A expressão da pressão em função da posição é dada pela Eq. (3.141). Então,

$$\int_0^L p dx = \int_0^L \left\{ p_w + \frac{q_w \mu L}{kA} \left[\left(\frac{x}{L} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \right\} dx = L \left[p_w + \frac{q_w \mu}{kA} \left(\frac{L}{3} \right) \right]. \quad (3.145)$$

Substituindo a Eq. (3.145) na Eq.(3.144) obtém-se a expressão para a pressão média em função da pressão p_w no ponto $x = 0$:

$$\bar{p} = p_w + \frac{q_w \mu L}{3kA}. \quad (3.146)$$

Regime transiente

Para a dedução da equação para regime *transiente* supõe-se um meio poroso de comprimento teoricamente infinito, de seção reta constante A , produzindo com uma vazão constante q_w através da face localizada no ponto $x = 0$, conforme está esquematizado na Figura 3.9.

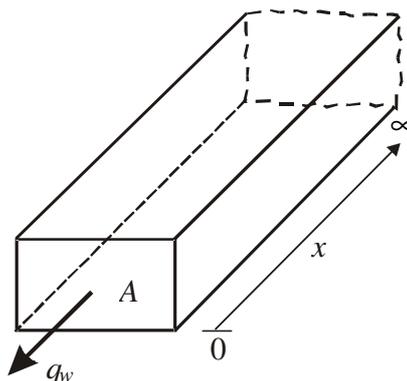


Figura 3.9 – Fluxo linear em um reservatório infinito.

Nessas condições não existem simplificações para a equação da difusividade. Ela permanece na sua forma inicial, Eq. (3.116), e a sua solução é do tipo $p = f(x,t)$. Então:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.147)$$

A condição inicial é que todo o sistema encontrava-se à mesma pressão p_i para $t = 0$:

$$p(x,0) = p_i, x > 0. \quad (3.148)$$

A condição de contorno interna representa matematicamente o fato de que se deseja obter a solução para vazão constante no ponto $x = 0$. Então,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{q_w \mu}{kA}, t > 0. \quad (3.149)$$

Como o reservatório é infinito, no limite externo a pressão permanece igual à inicial, gerando a condição de contorno externa:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} p(x,t) = p_i. \quad (3.150)$$

A resolução da Eq. (3.147), submetida às condições estabelecidas nas Eqs. (3.148), (3.149) e (3.150), encontra-se no Apêndice E e é dada por:

$$p(x,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{kA} \left[\sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp(-x^2 / 4\eta t) - x \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}} \right) \right] \quad (3.151)$$

ou

$$p(x,t) = p_i - \frac{q_w \mu L}{kA} \left[\sqrt{\frac{4\eta t}{\pi L^2}} \exp(-x^2 / 4\eta t) - \left(\frac{x}{L} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}} \right) \right], \quad (3.152)$$

onde erfc é a função *erro complementar*, definida por:

$$\operatorname{erfc}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-z^2} dz, \quad (3.153)$$

e L é um comprimento arbitrário. Valores da função erro complementar podem ser encontrados na Tabela K.1 do Apêndice K.

Definindo-se a *distância adimensional* como:

$$x_D = x / L, \quad (3.154)$$

o *tempo adimensional* como:

$$t_D = \frac{\eta t}{L^2} = \frac{kt}{\phi \mu c_l L^2} \quad (3.155)$$

e a queda de pressão adimensional como sendo:

$$p_D(x_D, t_D) = \frac{kA}{q_w \mu L} [p_i - p(x,t)] = \frac{kA}{q_w \mu L} \Delta p, \quad (3.156)$$

a Eq. (3.152) pode ser expressa de maneira compacta por:

$$p_D(x_D, t_D) = \sqrt{\frac{4t_D}{\pi}} \exp(-x_D^2 / 4t_D) - x_D \operatorname{erfc} \left(\frac{x_D}{\sqrt{4t_D}} \right). \quad (3.157)$$

Conforme pode ser observado, a introdução das chamadas *variáveis adimensionais* (neste caso, x_D , t_D e p_D) permite a obtenção de uma solução geral para o comportamento da pressão, ou seja, independente das dimensões e das demais propriedades do meio poroso. Uma das tabelas do Apêndice L apresenta as definições das variáveis adimensionais em diversos sistemas de unidades.

Para $x = 0$ a Eq. (3.152) torna-se dependente apenas do tempo, ou seja,

$$x = 0 \Rightarrow p(0, t) = p_w(t), \quad (3.158)$$

resultando na expressão:

$$p_w(t) = p_i - \frac{q_w \mu L}{kA} \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi L^2}}, \quad (3.159)$$

ou, na forma adimensional:

$$p_D(x_D = 0, t_D) \equiv p_{wD}(t_D) = \sqrt{\frac{4t_D}{\pi}}, \quad (3.160)$$

onde:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{kA}{q_w \mu L} [p_i - p_w(t)]. \quad (3.161)$$

Exemplo 3.3 – Um reservatório está sendo produzido com vazão constante através de um poço verticalmente fraturado. Outros dados são:

Permeabilidade da formação.....	$k = 20 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu = 0,8 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Comprimento total da fratura.....	$W = 200 \text{ m}$
Espessura da formação.....	$h = 20 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,18$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 150 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Vazão de óleo.....	$q_o = 400 \text{ m}^3 \text{ std/d}$

Calcular:

- A queda de pressão no poço nos instantes 0,1; 1 e 10 horas após o início da produção.
- A queda de pressão a 100 m do poço, medidos perpendicularmente ao plano de fratura, nos instantes mencionados em (a).

Solução:

O sistema em questão pode ser representado por um meio poroso linear infinito que produz através de uma face. Nesse caso a queda de pressão em qualquer ponto do reservatório é dada pela Eq. (3.152), onde a vazão q_w , medida em condições de reservatório, é igual a $q_o B_o$, ou seja, $q_w = q_o B_o$. Assim, no sistema de unidades do exemplo (Sistema Petrobras de unidades), a Eq. (3.152) passa a ser expressa por:

$$\Delta p(x, t) = \frac{119,6 q_o B_o \mu}{kA} \left[\sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp(-x^2 / 4\eta t) - x \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}} \right) \right],$$

onde utilizou-se, por simplicidade, $L = 1$, e:

$$\frac{119,6 q_o B_o \mu}{kA} = \frac{119,6 \times 200 \times 1,2 \times 0,8}{20 \times 200 \times 20} = 0,287 \text{ kgf/cm}^2 / \text{m}$$

$$\eta = \frac{0,0003484k}{\phi \mu c_t} = \frac{0,0003484 \times 20}{0,18 \times 0,8 \times 150 \times 10^{-6}} = 322,6 \text{ m}^2 / \text{h}.$$

Parte (a):

No poço ($x = 0$) a queda de pressão é dada pela expressão:

$$\Delta p_w(t) = \Delta p(x = 0, t) = \frac{119,6 q_o B_o \mu}{kA} \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}}$$

$$\Delta p_w(t) = 0,287 \times \sqrt{\frac{4 \times 322,6 t}{\pi}} = 5,82 \sqrt{t(h)}$$

$t(h)$	$\Delta p_w(t)$ (kgf/cm ²)
0,1	1,8
1	5,8
10	18,4

Parte (b):

$$\frac{x^2}{4\eta} = \frac{100^2}{4 \times 322,6} = 7,75 h$$

$$\frac{x}{\sqrt{4\eta}} = 2,78 h^{1/2}$$

$$\sqrt{\frac{4\eta}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 322,6}{\pi}} = 20,3$$

$$\Delta p(x = 100, t) = 0,287 \left[20,3 \sqrt{t} \exp(-7,75/t) - 100 \operatorname{erfc}(2,78/\sqrt{t}) \right]$$

$t(h)$	$2,78/\sqrt{t}$	$\operatorname{erfc}(2,78/\sqrt{t})$	$\Delta p(100, t)$ (kgf/cm ²)
0,1	8,80	$1,5 \times 10^{-35}$	0
1	2,78	$7,8 \times 10^{-5}$	10^{-4}
10	0,88	0,2133	2,4

b) Fluxo radial

Considerando-se que o fluxo ocorre apenas no plano xy , ou seja, que não há fluxo no sentido vertical, a Eq. (3.105) passa a ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.162)$$

Quando expressa em coordenadas cilíndricas, Figura 3.10, a Eq. (3.162) apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.163)$$

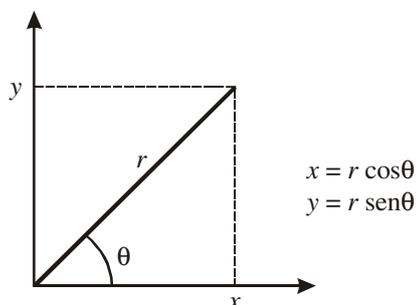


Figura 3.10 – Coordenadas cilíndricas - sistema radial de fluxo.

Como o fluxo ocorre radialmente, o termo que expressa a variação da massa específica em relação a θ , ou seja, $(\partial^2 \rho / \partial \theta^2)$, é igual a zero. Assim, a Eq. (3.163) reduz-se a:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (3.164)$$

Com o auxílio da equação da compressibilidade esta equação pode ser alterada, resultando uma expressão em termos de pressão:

$$c\rho \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + c^2 \rho \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} c\rho \frac{\partial p}{\partial r} = c\rho \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.165)$$

ou ainda:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.166)$$

Na Eq. (3.166), tanto o quadrado do gradiente de pressão como a compressibilidade são normalmente valores muito pequenos, e portanto o seu produto é menor ainda, tendendo para zero. Então:

$$c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \rightarrow 0. \quad (3.167)$$

Dessa simplificação resulta:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.168)$$

ou:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.169)$$

Regime permanente

As equações para regime permanente, apresentadas neste item, descrevem o movimento do fluido em um meio poroso cilíndrico, de raio da base igual a r_e e altura h , com um poço de raio r_w situado no seu centro, conforme ilustra a Figura 3.11.

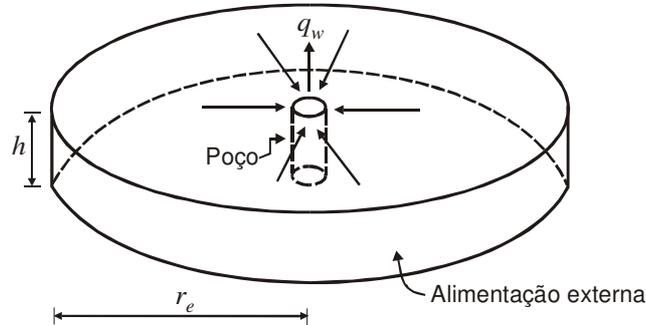


Figura 3.11 – Fluxo radial permanente.

Esse meio poroso recebe uma alimentação externa contínua e constante, de tal maneira que o fluido produzido através do poço é repostado simultaneamente através da fronteira externa. Devido a essa alimentação a vazão permanece constante no espaço e no tempo.

Devido à alimentação externa a pressão em cada ponto não varia com o tempo. Assim, o lado direito da equação da difusividade hidráulica é igual a zero, ou seja:

$$\frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (3.170)$$

Desaparece assim a dependência do tempo, ficando a equação apenas com termos dependentes de r , e a sua solução é, portanto, uma expressão do tipo $p(r)$. Então,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0, \quad (3.171)$$

com as condições de contorno:

$$\begin{cases} r = r_w \Rightarrow p(r_w) = p_w \\ r = r_e \Rightarrow p(r_e) = p_e. \end{cases} \quad (3.172)$$

De acordo com o Apêndice F, a resolução da equação da difusividade nessa sua forma simplificada, Eq. (3.171), e a aplicação das condições de contorno, Eq. (3.172), resultam na seguinte expressão para fluxo radial, regime permanente:

$$p(r) = p_w + \frac{p_e - p_w}{\ln(r_e / r_w)} \ln(r / r_w). \quad (3.173)$$

A Eq. (3.173) é uma expressão que permite o cálculo da pressão em qualquer ponto dentro do meio poroso. Em cada ponto a pressão é constante com o tempo de produção. A Figura 3.12 apresenta um diagrama de *pressão versus distância* para o fluxo radial, regime permanente. Pode-se observar que a perda de carga maior ocorre nas proximidades do poço, onde a área aberta ao fluxo é menor e a velocidade é maior.

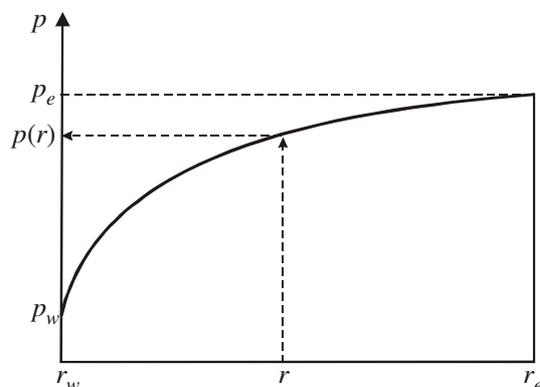


Figura 3.12 – Comportamento da pressão em um sistema radial com fluxo permanente.

A Eq. (3.173) pode ser expressa também em termos de vazão. Lembrando que a velocidade aparente a uma distância qualquer do centro do poço, isto é, em um raio qualquer, é dada pelo quociente entre a vazão e a área aberta ao fluxo correspondente ao raio considerado, pode-se escrever:

$$v_r = -\frac{q}{2\pi r h}, \quad (3.174)$$

onde o sinal negativo é introduzido para tornar a vazão de produção positiva. Como o fluxo é permanente, a vazão é a mesma em qualquer ponto, isto é, $q = q_w$. Assim,

$$v_r = -\frac{q_w}{2\pi r h}. \quad (3.175)$$

A velocidade pode ser dada também pela equação de Darcy:

$$v_r = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}. \quad (3.176)$$

Igualando-se as duas equações anteriores:

$$\frac{q_w}{2\pi r h} = \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}. \quad (3.177)$$

A variação da pressão com a distância, (dp/dr) , pode ser obtida derivando-se a Eq. (3.173):

$$\frac{dp}{dr} = \frac{p_e - p_w}{\ln(r_e / r_w)} \frac{1}{r}. \quad (3.178)$$

Substituindo a Eq. (3.178) na Eq. (3.177) chega-se à seguinte expressão:

$$\frac{p_e - p_w}{\ln(r_e / r_w)} = \frac{q_w \mu}{2\pi k h}. \quad (3.179)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (3.179) na Eq. (3.173) obtém-se uma expressão para $p(r)$ em termos da vazão do poço e das propriedades da rocha e do fluido:

$$p(r) = p_w + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right). \quad (3.180)$$

Fazendo $r = r_e$ e $p(r = r_e) = p_e$ na Eq. (3.180) pode-se ainda obter a seguinte expressão para a vazão:

$$q_w = \frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}. \quad (3.181)$$

A Eq. (3.181) pode ser escrita de forma compacta como:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{\mu \ln(r_e / r_w)} \Delta p. \quad (3.182)$$

Definindo-se a queda de pressão adimensional na face $r = r_w$ como sendo:

$$p_{wD} = \frac{2\pi kh}{q_w \mu} \Delta p, \quad (3.183)$$

a solução dada pela Eq. (3.182) pode ser expressa por:

$$p_{wD} = \ln(r_e / r_w). \quad (3.184)$$

Definindo-se ainda o *raio adimensional* pela relação:

$$r_D = r / r_w, \quad (3.185)$$

a Eq. (3.184) passa a ser escrita como:

$$p_{wD} = \ln r_{eD}, \quad (3.186)$$

onde:

$$r_{eD} = r_e / r_w. \quad (3.187)$$

Assim, a Eq. (3.181) pode ser escrita em outros sistemas de unidades com o auxílio das tabelas do Apêndice L.

Empregando-se o mesmo procedimento utilizado no Exemplo 3.2 para fluxo linear pseudopermanente pode-se obter uma equação da vazão em função da pressão média no reservatório. A pressão média pode ser calculada por uma média ponderada em relação ao volume drenado, conforme apresentado no Exemplo 3.2:

$$\bar{p} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} p dV}{\int_{r_w}^{r_e} dV} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} p[2\pi r(dr)h\phi]}{\int_{r_w}^{r_e} 2\pi r(dr)h\phi} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} p r dr}{\int_{r_w}^{r_e} r dr}. \quad (3.188)$$

Substituindo-se a expressão da pressão, Eq. (3.180), na Eq. (3.188) e efetuando-se as integrais obtém-se:

$$q_w = \frac{2\pi kh(\bar{p} - p_w)}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]}. \quad (3.189)$$

Regime pseudopermanente

Para a dedução das equações para fluxo radial, regime pseudopermanente, tomou-se um meio poroso cilíndrico de altura h e com a lateral externa selada, conforme o esquema mostrado na Figura 3.13.

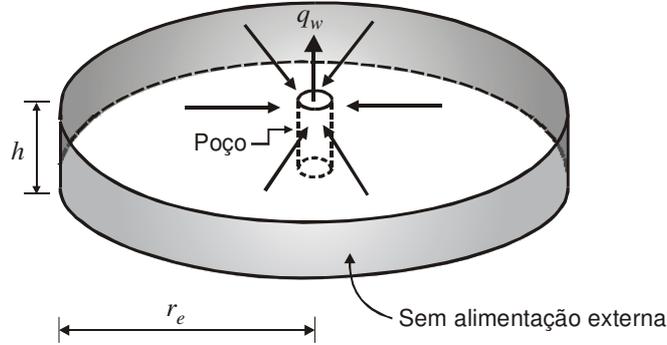


Figura 3.13 – Sistema radial com limite externo selado.

Como não existe alimentação externa, a produção vai acontecer em decorrência da expansão do fluido e da redução do volume poroso. Assim como no caso do fluxo linear, o ponto de partida é a equação da compressibilidade:

$$c_t = -\frac{1}{V_p} \frac{\partial V}{\partial p}, \quad (3.190)$$

onde o volume poroso agora, desprezando-se o raio do poço, é dado pela expressão:

$$V_p = \pi r_e^2 h \phi. \quad (3.191)$$

Substituindo a Eq. (3.191) na Eq. (3.190) e derivando em relação ao tempo obtém-se:

$$c_t \pi r_e^2 h \phi \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial t}. \quad (3.192)$$

Fazendo $(\partial V/\partial t)$ igual a q_w , vazão constante no poço, e explicitando a derivada da pressão em relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{q_w}{c_t \pi r_e^2 h \phi} = \text{constante}. \quad (3.193)$$

A substituição da expressão anterior na Eq. (3.169) resulta em:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{q_w \mu}{k \pi r_e^2 h}. \quad (3.194)$$

As condições de contorno para o regime de fluxo radial pseudopermanente são:

$$\begin{cases} r = r_w \Rightarrow p(r) = p_w \\ r = r_e \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \end{cases} \quad (3.195)$$

Resolvendo a Eq. (3.194) utilizando as condições de contorno dadas na Eq. (3.195), conforme mostrado no Apêndice F, chega-se à seguinte equação para o fluxo radial pseudopermanente:

$$p(r) = p_w + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{r^2}{2r_e^2} \right]. \quad (3.196)$$

Como no caso do sistema de fluxo linear, a Eq. (3.196) fornece a pressão como uma função apenas da posição, isto é, não aparece a dependência do tempo. Entretanto, é possível encontrar uma

equação, também deduzida no Apêndice F, com a qual se pode calcular a pressão no poço em qualquer tempo:

$$p_w(t) = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{2kt}{\phi \mu c_t r_e^2} + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right], \quad (3.197)$$

onde p_i é a pressão inicial do reservatório.

Combinando-se as Eqs. (3.196) e (3.197) pode-se escrever uma equação para o cálculo da distribuição de pressão no meio poroso como uma função do tempo:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{2kt}{\phi \mu c_t r_e^2} - \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) + \frac{r^2}{2r_e^2} + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (3.198)$$

Definindo-se a distância radial adimensional como:

$$r_D = r / r_w, \quad (3.199)$$

o tempo adimensional como:

$$t_D = \frac{\eta t}{r_w^2} = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2} \quad (3.200)$$

e a queda de pressão adimensional como sendo:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2\pi k h}{q_w \mu} [p_i - p(r,t)] = \frac{2\pi k h}{q_w \mu} \Delta p, \quad (3.201)$$

a Eq. (3.198) pode ser expressa de maneira compacta por:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} - \ln r_D + \frac{1}{2} \left(\frac{r_D}{r_{eD}} \right)^2 + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}. \quad (3.202)$$

De maneira similar a Eq. (3.197) pode ser escrita em variáveis adimensionais como:

$$p_D(r_D = 1, t_D) \equiv p_{wD}(t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}. \quad (3.203)$$

Usando as tabelas do Apêndice L as Eqs. (3.202) e (3.203) podem ser expressas em diversos sistemas de unidades.

A Figura 3.14 apresenta diagramas de *pressão* versus *distância* em um sistema sujeito ao fluxo radial, regime pseudopermanente. Cada curva é a representação da Eq. (3.198) para um tempo diferente. Uma das características dessas curvas é que elas são horizontais no ponto $r = r_e$, ou seja, as suas inclinações são nulas no limite externo do reservatório, conforme preconiza a condição de contorno externa apresentada na Eq. (3.195). Essa condição de contorno externa representa o fato de que, como o reservatório é selado (limitado e sem alimentação externa), não há fluxo no limite externo, o que requer, de acordo com a lei de Darcy, que o gradiente de pressão seja nulo.

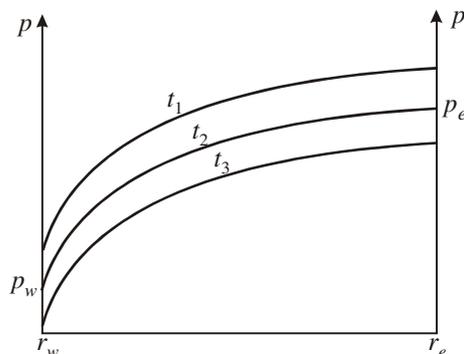


Figura 3.14 – Distribuição de pressão em um sistema radial com fluxo pseudopermanente.

Da Eq. (3.196) pode-se ainda obter uma expressão para o cálculo da vazão q_w , no poço. Fazendo-se $r = r_e$, p será igual a p_e . Assim:

$$p_e = p_w + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right], \quad (3.204)$$

de onde obtém-se:

$$q_w = \frac{2\pi k h (p_e - p_w)}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]}. \quad (3.205)$$

Empregando-se o mesmo procedimento utilizado no Exemplo 3.32 para fluxo linear pseudopermanente e também no caso de fluxo radial permanente, pode-se obter uma equação da vazão em função da pressão média do reservatório²:

$$q_w = \frac{2\pi k h (\bar{p} - p_w)}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]}. \quad (3.206)$$

A pressão média em um reservatório de óleo limitado de geometria qualquer, ou seja, não necessariamente linear ou radial, pode ser obtida através de um balanço de materiais, que, neste caso, nada mais é do que a equação da compressibilidade:

$$c_t = \frac{1}{V_p} \frac{\Delta V}{\Delta p}, \quad (3.207)$$

onde c_t é a compressibilidade total do sistema e V_p o volume poroso do reservatório, dado por $V_p = Ah\phi$, sendo A neste caso a área do reservatório (vista em planta), e não a área aberta ao fluxo como na geometria de fluxo linear. No caso da produção do reservatório, ΔV corresponde ao volume produzido, ou seja, $\Delta V = N_p B_o$, sendo N_p a produção acumulada de óleo medida em condições-padrão, e a queda da pressão média do reservatório é $\Delta p = p_i - \bar{p}$, onde \bar{p} é a pressão média após a produção do volume N_p . Portanto:

$$c_t = \frac{1}{Ah\phi} \frac{N_p B_o}{p_i - \bar{p}}, \quad (3.208)$$

² Vide apêndice F.

de onde resulta que a pressão média é dada por:

$$\bar{p} = p_i - \frac{N_p B_o}{Ah\phi c_t} \quad (3.209)$$

Se o poço produz com vazão de óleo constante q_o , então $N_p = q_o t$ e, assim:

$$\bar{p} = p_i - \frac{q_o B_o}{Ah\phi c_t} t \quad (3.210)$$

Conforme foi discutido anteriormente, a Eq. (3.136), para fluxo linear, e a Eq. (3.193), para fluxo radial, mostram que a taxa de queda da pressão em qualquer ponto do meio poroso é constante durante o período de fluxo pseudopermanente, ou seja, $dp/dt = \text{constante}$, o que indica que a taxa de queda da pressão média também é igual a essa constante. O valor dessa taxa pode ser obtido derivando-se a Eq. (3.210) em relação ao tempo:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = -\frac{q_o B_o}{Ah\phi c_t} \quad (3.211)$$

Então, durante o fluxo pseudopermanente a queda de pressão é dada por:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt} = -\frac{q_o B_o}{Ah\phi c_t}, \quad (3.212)$$

onde, conforme foi mencionado, A é a área horizontal do reservatório e h a sua espessura, qualquer que seja a geometria de fluxo.

Regime transiente

As equações para o regime transiente são obtidas supondo que o meio poroso seja plano, horizontal e infinito lateralmente, tenha uma espessura h uniforme, e produza através de um único poço, com uma vazão constante q_w . A solução apresentada aqui para este tipo de reservatório é chamada de *solução da linha fonte*, também conhecida como *solução da fonte linear*, pois supõe que o poço seja uma linha ($r_w \rightarrow 0$) para onde o fluido se desloca e através da qual ocorre a produção. Nessa situação deve-se partir da equação da difusividade para fluxo radial na sua forma inicial,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.213)$$

com o objetivo de se obter uma solução do tipo $p = f(r,t)$.

São as seguintes as condições inicial e de contorno utilizadas para a solução da equação da difusividade:

Condição inicial:

$$p(r,0) = p_i, \quad r > 0. \quad (3.214)$$

Esta é a condição de pressão inicial uniforme e igual a p_i em todo o meio poroso, a menos do ponto de coordenada $r = 0$. Para que tenha início o fluxo é necessária uma alteração na pressão nesse ponto no instante $t = 0$.

Condição de contorno externa:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r,t) = p_i. \quad (3.215)$$

Esta condição estabelece que o reservatório é infinito, ou seja, qualquer que seja o tempo de produção (ou de injeção), sempre haverá um ponto do reservatório em que a pressão é a original.

Condição de contorno interna:

A condição de contorno interna estabelece a imposição de que a solução seja desenvolvida considerando a vazão no poço constante. A expressão que define essa condição é obtida a partir da equação de Darcy:

$$v_r = -\frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (3.216)$$

onde:

$$A = 2\pi r h. \quad (3.217)$$

Substituindo a Eq. (3.217) na Eq. (3.216) tem-se:

$$\frac{q}{2\pi r h} = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (3.218)$$

de onde se pode tirar que:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{q\mu}{2\pi k h}. \quad (3.219)$$

Para a vazão no poço q_w constante, a condição de contorno interna torna-se então:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{q_w \mu}{2\pi k h}, \quad t > 0. \quad (3.220)$$

A solução da Eq. (3.213), submetida às condições dadas pelas Eqs. (3.214), (3.215) e (3.220) é, conforme demonstrado no Apêndice F:

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{4\pi k h} E_i(-X), \quad t > 0 \quad (3.221)$$

ou

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i(-X) \right], \quad t > 0, \quad (3.222)$$

onde:

$$X = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt} \quad (3.223)$$

e E_i é a função *integral exponencial*, definida por:

$$E_i(X) = -E_i(-X) = \int_X^{\infty} \frac{e^{-\xi}}{\xi} d\xi. \quad (3.224)$$

Então,

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{4\pi k h} E_i\left(-\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt}\right) = p_i + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i\left(-\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt}\right) \right]. \quad (3.225)$$

Como $-E_i(-X) = E_i(X)$, a solução pode ainda ser escrita como:

$$p(r,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i(X) \right] = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i\left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt}\right) \right]. \quad (3.226)$$

Usando as variáveis adimensionais definidas para o caso do regime pseudopermanente resulta na expressão:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_D^2}{4t_D} \right). \quad (3.227)$$

A Tabela K.2 do Apêndice K apresenta valores da função integral exponencial.

A Figura 3.15 apresenta o comportamento da pressão em um meio poroso com fluxo radial, produzindo em regime transiente. Como se pode observar, a pressão varia de ponto a ponto e em cada ponto varia com o tempo.

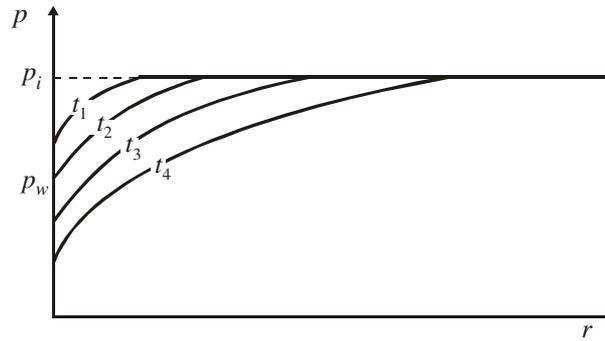


Figura 3.15 – Comportamento da pressão durante fluxo transiente em um sistema radial.

Para pequenos valores do argumento, a função integral exponencial pode ser aproximada por (Abramowitz & Stegun, 1964):

$$E_i(-X) \cong \ln(\gamma X), \quad (3.228)$$

onde $\gamma = e^{0,57722} = 1,78108$ e o número 0,57722 é conhecido como constante de Euler. Essa aproximação apresenta erro menor do que 1% para $X < 0,025$. Nesse caso, a equação da pressão pode ser escrita do seguinte modo:

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{4\pi k h} \ln \left(\frac{\gamma \phi \mu c_t r^2}{4kt} \right) = p_i - \frac{q_w \mu}{4\pi k h} \ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r^2} \right) \quad (3.229)$$

ou:

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\gamma \phi \mu c_t r^2}{4kt} \right) \right] = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r^2} \right) \right] \quad (3.230)$$

ou ainda, em variáveis adimensionais:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{\gamma r_D^2} \right). \quad (3.231)$$

De uma maneira geral, as aproximações dadas pelas Eqs. (3.229) e (3.230) podem ser utilizadas para o cálculo da pressão no poço, já que nesse ponto normalmente é satisfeita a condição:

$$X = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt} < 0,025 \quad (3.232)$$

para pequenos valores de tempo. Então:

$$p_w(t) = p_i + \frac{q_w \mu}{4\pi k h} \ln \left(\frac{\gamma \phi \mu c_t r_w^2}{4kt} \right) = p_i - \frac{q_w \mu}{4\pi k h} \ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) \quad (3.233)$$

ou

$$p_w(t) = p_i + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\gamma \phi \mu c_t r_w^2}{4kt} \right) \right] = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) \right] \quad (3.234)$$

ou ainda, em termos adimensionais:

$$p_{wD}(t_D) \equiv p_D(r_D = 1, t_D) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4t_D}{\gamma} \right). \quad (3.235)$$

Substituindo o valor de γ na Eq. (3.235) essa expressão ainda pode ser escrita como:

$$p_{wD}(t_D) = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907). \quad (3.236)$$

As soluções da equação da difusividade apresentadas até este ponto neste texto foram desenvolvidas admitindo-se que o reservatório esteja produzindo com vazão constante. Na prática, no entanto, muitas vezes essa condição não é satisfeita. Neste caso, a solução do problema pode ser encontrada aplicando-se o chamado *princípio da superposição de efeitos*, a ser discutido na próxima seção.

Exemplo 3.4 – Considere um sistema infinito que esteja produzindo através de um único poço, com as seguintes características:

Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 100 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 3,0 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,25 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação.....	$h = 4 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,20$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 130 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Vazão de óleo.....	$q_o = 35 \text{ m}^3 \text{ std/d}$
Raio do poço.....	$r_w = 0,10 \text{ m}$

Calcular:

- A queda de pressão no poço nos instantes 0,1; 1; 10 e 30 *dias* após o início da produção.
- A queda de pressão em um ponto afastado 300 *m* do centro do poço, para os mesmos tempos de produção do item (a).

Solução:

Parte (a):

Para o cálculo da pressão no poço pode ser usada a Eq. (3.234), que no sistema de unidades deste exemplo é escrita como:

$$p_w(t) = p_i - \frac{19,03 q_o B_o \mu_o}{k_o h} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4 \times 0,0003484 \times 24 \times k_o t(d)}{\gamma \phi \mu_o c_t r_w^2} \right] \right\}.$$

Então,

$$\Delta p_w(t) \equiv p_i - p_w(t) = \frac{1}{2} \times \frac{19,03 q_o B_o \mu_o}{k_o h} \ln \left[\frac{4 \times 0,0003484 \times 24 \times k_o t(d)}{\gamma \phi \mu_o c_t r_w^2} \right]$$

$$\Delta p_w(t) = \frac{1}{2} \times \frac{19,03 \times 35 \times 1,25 \times 3,0}{100 \times 4} \ln \left[\frac{4 \times 0,0003484 \times 24 \times 100 t(d)}{1,781 \times 0,20 \times 3,0 \times 130 \times 10^{-6} \times (0,10)^2} \right]$$

$$\Delta p_w(t) = 3,122 \ln [2.407.636 t(d)].$$

t (d)	$\Delta p_w(t)$ (kgf/cm ²)
0,1	38,7
1	45,9
10	53,1
30	56,5

Parte (b):

Para o cálculo da pressão a uma distância qualquer do poço deve ser usada a Eq. (3.226), que no sistema de unidades deste exemplo é escrita como:

$$p(r,t) = p_i - \frac{1}{2} \times \frac{19,03 q_o B_o \mu_o}{k_o h} E_i(X)$$

ou

$$p(r=300,t) = p_i - \frac{1}{2} \times \frac{19,03 \times 35 \times 1,25 \times 3,0}{100 \times 4} E_i(X) = p_i - 3,122 E_i(X),$$

de onde se obtém:

$$\Delta p(r=300,t) \equiv p_i - p(r=300,t) = 3,122 E_i(X),$$

onde:

$$X = \frac{\phi \mu_o c_t r^2}{4 \times 0,0003484 \times 24 \times k_o t(d)} = \frac{0,20 \times 3,0 \times 130 \times 10^{-6} \times (300)^2}{4 \times 0,0003484 \times 24 \times 100 t(d)} = \frac{2,1}{t(d)}.$$

Então,

$$\Delta p(r=300,t) = 3,122 E_i(X).$$

t (d)	X	$E_i(X)$	$\Delta p(r=300, t)$ (kgf/cm ²)
0,1	21,00	0	0,0
1	2,10	0,043	0,1
10	0,21	1,183	3,7
30	0,07	2,151	6,7

Embora os diversos regimes de fluxo tenham sido estudados separadamente nesta seção, em um reservatório real geralmente ocorrem três regimes de fluxo. Inicialmente o reservatório se comporta como se fosse infinito, e o comportamento da pressão pode ser previsto utilizando-se as equações do regime transiente. Após esse regime tem-se um período de transição, normalmente

denominado *regime transiente tardio*, e finalmente é alcançado um regime estabilizado de fluxo: permanente (se o reservatório é realimentado nas suas fronteiras externas, ou seja, se a pressão é mantida constante no limite externo) ou pseudopermanente (se o reservatório é selado externamente). Portanto, pode-se dizer que o regime de fluxo permanente ou pseudopermanente ocorre quando o comportamento da pressão na área de drenagem do poço passa a ser influenciado pelos seus limites externos. Pode-se dizer também que o início do fluxo permanente ou pseudopermanente ocorre quando a massa de fluido localizada na fronteira externa do reservatório ou nos limites da área de drenagem começa a se movimentar em direção ao poço produtor.

Imagine um campo desenvolvido, onde o reservatório seja produzido através de vários poços, como ilustrado na Figura 3.16.

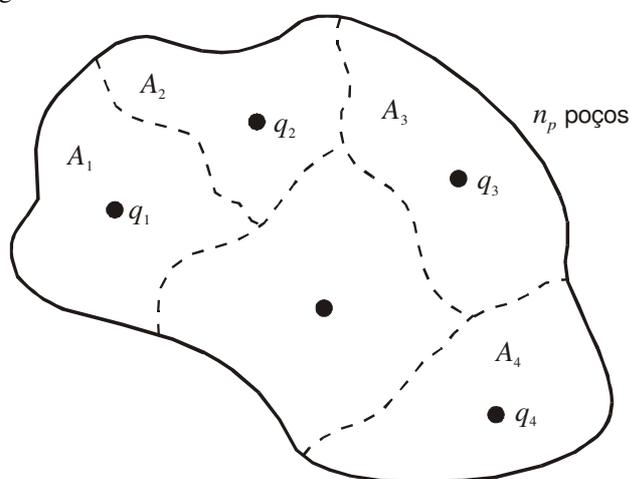


Figura 3.16 – Reservatório produzindo através de vários poços.

Se os poços forem produzidos com vazões constantes q_1, q_2, \dots, q_{n_p} , onde n_p é o número de poços, no longo tempo esses poços atingirão o regime de fluxo pseudopermanente, sendo que cada poço drenará um volume proporcional à sua vazão, como discutido por Matthews & Russel (1967). As áreas de drenagem de cada poço, dadas por A_1, A_2, \dots, A_{n_p} , serão delimitadas pelas linhas tracejadas da Figura 3.16. Esses limites de drenagem (linhas tracejadas) são linhas através das quais não há fluxo. Assim, o comportamento da pressão nas áreas de influência de cada um desses poços é equivalente ao que seria obtido em um reservatório selado externamente, com a mesma forma geométrica de cada uma dessas áreas de drenagem.

O comportamento da pressão em um reservatório como o da Figura 3.16 pode ser determinado, por exemplo, através do uso do chamado método da imagens, a ser apresentado na Seção 3.4. Na Seção 3.6 também serão discutidas as equações de fluxo para regimes estabilizados em reservatórios com diversas geometrias.

O tempo necessário para se alcançar o regime pseudopermanente em um reservatório com uma geometria qualquer pode ser obtido utilizando-se o conceito de tempo adimensional. Nesse caso é comum o emprego de um novo tempo adimensional, definido agora usando-se como referência a área do reservatório (ou a área de drenagem do poço em um campo ou reservatório já desenvolvido, como aquele mostrado na Figura 3.16), ao invés do raio do poço. Define-se então:

$$t_{DA} = t_D \left(\frac{r_w^2}{A} \right) = \frac{\eta t}{r_w^2} \left(\frac{r_w^2}{A} \right) = \frac{\eta t}{A} = \frac{kt}{\phi \mu c_t A}. \quad (3.237)$$

A Tabela K.3 do Apêndice K apresenta os tempos adimensionais t_{DA} para os quais o reservatório se comporta ainda como infinito (regime transiente) e para os quais é atingido o regime pseudopermanente, considerando diversas geometrias de reservatório e localizações do poço produtor. Nessa tabela, C_A é o chamado *fator de forma* ou *fator de geometria* de Dietz (1965), utilizado para se generalizar a equação de fluxo pseudopermanente para outras geometrias além da radial, conforme será discutido na Seção 3.6.

Como se observa na Tabela K.3, os tempos requeridos para se atingir o regime estabilizado de fluxo (pseudopermanente) crescem à medida que as geometrias dos reservatórios mais diferem de um círculo e à medida que aumenta a excentricidade do poço. Isto se deve ao fato de que, nesses casos, os efeitos dos vários limites externos do reservatório são sentidos em diferentes tempos, a depender da posição do poço, ou seja, limites que estejam mais próximos influenciam o comportamento da pressão no poço antes de limites mais distantes. Com isso, o tempo é maior para que os efeitos de todos os limites estejam presentes no comportamento da pressão, em relação ao que ocorreria em uma geometria perfeitamente circular (fluxo radial).

De acordo com a Eq. (3.237), além da geometria do sistema, também influenciam no tempo necessário para se obter um regime estabilizado de fluxo a porosidade (ϕ), a compressibilidade total (c_t), a área do reservatório (A) e a transmissibilidade, representada neste caso pelo quociente k/μ . Quanto maior a área, isto é, quanto maior o tamanho do reservatório, maior o tempo requerido. Por outro lado, quanto maior a transmissibilidade, menor o tempo requerido. Isto significa que reservatórios mais permeáveis, ou que contenham fluidos de menor viscosidade, atingirão um regime estabilizado mais rapidamente que reservatórios menos permeáveis ou portadores de fluidos mais viscosos. Reservatórios portadores de fluidos muito compressíveis (por exemplo: reservatórios de gás) demorarão muito mais tempo para alcançarem um regime estabilizado de fluxo que aqueles que contenham fluidos pouco compressíveis (por exemplo: reservatórios de óleo).

Se ao invés de somente poços produtores, houver no reservatório também poços injetores, é possível que se alcance o regime permanente de fluxo, ao menos em algumas regiões desse reservatório, se as vazões de injeção e de produção, medidas em condições de reservatório, forem iguais.

Da discussão anterior pode-se concluir que em um reservatório isolado, com um único poço, a área de drenagem é definida pelos limites externos do reservatório, enquanto em um reservatório com vários poços as posições dos limites externos das áreas de drenagem dos poços dependem das suas vazões. Esses limites são linhas imaginárias através das quais não há fluxo.

Exemplo 3.5 – Um reservatório retangular, cujos lados são de 400 m e 200 m, produz com vazão constante através de um único poço, localizado no seu centro. Quanto tempo será necessário para que se observe o regime pseudopermanente de fluxo? Compare o valor encontrado com o que seria necessário se o reservatório fosse circular e possuísse a mesma área. Outras informações do reservatório são:

Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 300 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 4,0 \text{ cp}$
Espessura da formação.....	$h = 7 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,16$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 8 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$

Solução:

De acordo com a Tabela K.3 do Apêndice K, o tempo adimensional para se atingir o regime pseudopermanente em um reservatório retangular, com poço no centro e relação entre os lados de 2:1, é dado por $t_{DA} = 0,3$. Substituindo-se esse valor na definição de tempo adimensional dada pela Eq. (3.237), que no sistema de unidades usado neste exemplo é dada por:

$$t_{DA} = \frac{0,0003484kt}{\phi\mu c_t A},$$

obtém-se:

$$0,3 = \frac{0,0003484 \times 300t}{0,16 \times 4 \times 8 \times 10^{-5} \times 400 \times 200} \Rightarrow t = 11,8 \text{ h} = 0,49 \text{ d.}$$

Caso o reservatório fosse circular, o tempo adimensional requerido para se alcançar o regime pseudopermanente seria de $t_{DA} = 0,1$. Assim, o tempo real necessário seria equivalente a um terço do caso anterior, isto é, seria de 3,9 horas ou 0,16 dias.

3.3. Princípio da Superposição de Efeitos

O *princípio da superposição* de efeitos constitui uma particularidade matemática aplicável às equações diferenciais lineares. Segundo esse princípio, qualquer combinação linear de soluções desse tipo de equação é também uma solução da equação. Sendo a equação da difusividade hidráulica uma diferencial parcial, a superposição de efeitos poderá ser aplicada tanto em relação ao tempo quanto ao espaço.

Um exemplo de superposição no tempo é conseguido quando se altera a vazão de um poço, conforme ilustra o esquema apresentado na Figura 3.17.

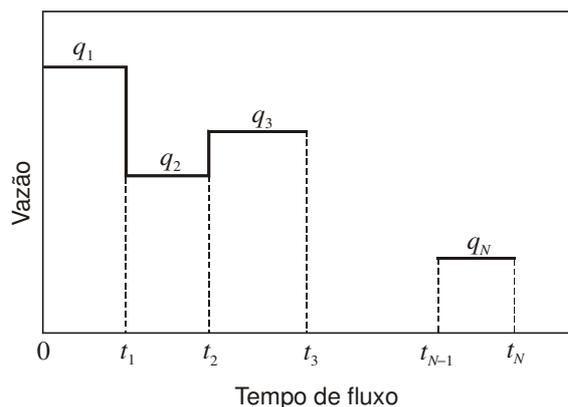


Figura 3.17 – Esquema de vazão variável.

Para se determinar a queda de pressão em qualquer ponto do reservatório no instante t_N deve-se superpor os efeitos das diversas variações de vazão $(q_1 - q_0)$, $(q_2 - q_1)$, $(q_3 - q_2)$, ..., $(q_N - q_{N-1})$, onde $q_0 = 0$. Isto pode ser imaginado como sendo vários poços produzindo de um mesmo ponto, com vazões

$(q_1 - q_0)$, $(q_2 - q_1)$, $(q_3 - q_2)$, ..., $(q_N - q_{N-1})$, durante os tempos t_N , $t_N - t_1$, $t_N - t_2$, ..., $t_N - t_{N-1}$, respectivamente.

Admitindo que o reservatório se comporte como se fosse infinito e utilizando a solução da linha fonte, a pressão em qualquer ponto do sistema, para o caso de vazão constante q_w , é dada pela Eq. (3.226):

$$p(r,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt} \right) \right]. \quad (3.238)$$

Então, a queda de pressão em relação à inicial, $\Delta p = p_i - p$, para o caso de vazão constante é:

$$\Delta p(r,t) \equiv p_i - p(r,t) = \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt} \right) \right]. \quad (3.239)$$

No caso do esquema da Figura 3.17 a superposição de efeitos fornece para a queda de pressão no instante t_N :

$$\begin{aligned} \Delta p(r,t_N) = & \frac{\mu}{2\pi k h} \left\{ q_1 \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt_N} \right] + (q_2 - q_1) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4k(t_N - t_1)} \right] + \right. \\ & \left. + (q_3 - q_2) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4k(t_N - t_2)} \right] + \dots + (q_N - q_{N-1}) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r^2}{4k(t_N - t_{N-1})} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.240)$$

Para se exemplificar a superposição de efeitos no espaço pode-se considerar a situação em que dois poços distintos, **A** e **B**, estejam produzindo com vazões constantes q_A e q_B de um reservatório infinito. Admitindo-se que ambos os poços iniciem a produção simultaneamente, o cálculo da queda de pressão em um ponto **C** do reservatório é obtido pela soma dos efeitos das produções dos poços **A** e **B**, isto é,

$$\Delta p_C = \Delta p_{A,C} + \Delta p_{B,C}, \quad (3.241)$$

onde $\Delta p_{A,C}$ e $\Delta p_{B,C}$ representam as quedas de pressão no ponto **C**, referentes às produções dos poços **A** e **B**, respectivamente:

$$\Delta p_{A,C} \equiv p_i - p(r_{AC},t) = \frac{q_A \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{AC}^2}{4kt} \right) \right] \quad (3.242)$$

e

$$\Delta p_{B,C} \equiv p_i - p(r_{BC},t) = \frac{q_B \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{BC}^2}{4kt} \right) \right], \quad (3.243)$$

onde r_{AC} e r_{BC} são as distâncias do ponto **C** aos pontos **A** e **B**, respectivamente. Então, a queda de pressão no ponto **C** é:

$$\Delta p_C = \frac{q_A \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{AC}^2}{4kt} \right) \right] + \frac{q_B \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{BC}^2}{4kt} \right) \right] \quad (3.244)$$

ou

$$\Delta p_C = \frac{\mu}{2\pi k h} \left[q_A \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{AC}^2}{4kt} \right) + q_B \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_{BC}^2}{4kt} \right) \right]. \quad (3.245)$$

Exemplo 3.6 – Um poço fechado está localizado a 150 m de um poço produtor e a 300 m de um segundo poço produtor. O primeiro produziu $40 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ durante 3 dias, ao fim dos quais o segundo poço começou a produzir $60 \text{ m}^3 \text{ std/d}$. Qual é a queda de pressão observada no poço fechado 8 dias após o início da produção do primeiro poço? Outras informações do reservatório são:

Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 200 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 2,0 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,4 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação.....	$h = 3 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,30$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 8 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$

Solução:

Aplicando o princípio da superposição de efeitos (tanto no espaço como no tempo), a queda de pressão no poço fechado é calculada através da expressão:

$$\Delta p = \frac{\mu_o B_o}{2\pi k_o h} \left[q_1 \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu_o c_t r_1^2}{4k_o t_1} \right) + q_2 \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu_o c_t r_2^2}{4k_o t_2} \right) \right]$$

ou

$$\Delta p = \frac{\mu_o B_o}{2\pi k_o h} \left[q_1 \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_1^2}{4\eta t_1} \right) + q_2 \frac{1}{2} E_i \left(\frac{r_2^2}{4\eta t_2} \right) \right],$$

onde t_1 e t_2 são os tempos de produção dos poços 1 e 2, respectivamente, e $\eta = k_o / (\phi \mu_o c_t)$. Nas unidades empregadas no exemplo essa equação passa a ser escrita como:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \times \frac{19,03 B_o \mu_o}{k_o h} \left[q_1 E_i \left(\frac{r_1^2}{4\eta t_1} \right) + q_2 E_i \left(\frac{r_2^2}{4\eta t_2} \right) \right],$$

onde:

$$\frac{\eta t}{r^2} = \frac{0,0003484 \times 24 k_o t(d)}{\phi \mu_o c_t r^2} = \frac{0,0003484 \times 24 \times 200 t(d)}{0,30 \times 2,0 \times 8 \times 10^{-5} r^2} = \frac{34,840 t(d)}{r^2}.$$

Então,

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{1}{2} \times \frac{19,03 \times 1,4 \times 2,0}{200 \times 3} \left[40 E_i \left(\frac{150^2}{4 \times 34,840 \times 8} \right) + 60 E_i \left(\frac{300^2}{4 \times 34,840 \times 5} \right) \right] \\ \Delta p &= 0,0444 [40 E_i(0,020) + 60 E_i(0,129)] = 0,0444 [40 \times 3,355 + 60 \times 1,589] \\ \Delta p &= 10,2 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

3.4. Descontinuidades Lineares (Falhas e Barreiras) e Método das Imagens

As descontinuidades provocadas por falhas ou barreiras de permeabilidade são muito comuns em reservatórios de petróleo. Particularmente as falhas planas verticais selantes, que impedem

totalmente o fluxo de fluidos e como o próprio nome indica apresentam-se em uma forma geométrica simples (um plano vertical), possibilitam um tratamento analítico do problema.

Imagine o caso de um poço produtor **A** situado a uma distância d de uma falha plana vertical selante, conforme ilustra a Figura 3.18.

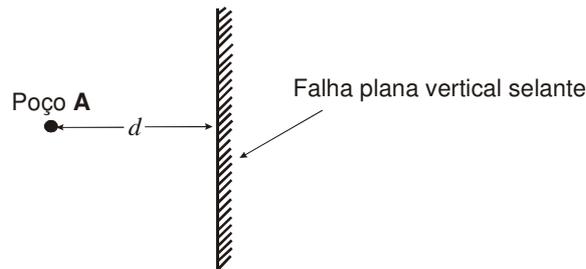


Figura 3.18 – Falha plana vertical selante próxima a um poço produtor.

A falha possui comprimento infinito e o reservatório é infinitamente extenso nas demais direções, ou seja, nenhum outro limite do reservatório (exceto a falha) será observado durante a produção do poço **A**.

O sistema mostrado na Figura 3.18 não é infinitamente extenso em todos os sentidos, não permitindo portanto a aplicação direta da solução da fonte linear para reservatório infinito. Porém, é fácil verificar que as linhas de fluxo no reservatório da Figura 3.18 deverão apresentar a conformação da Figura 3.19 caso o poço seja colocado em produção com vazão constante q .

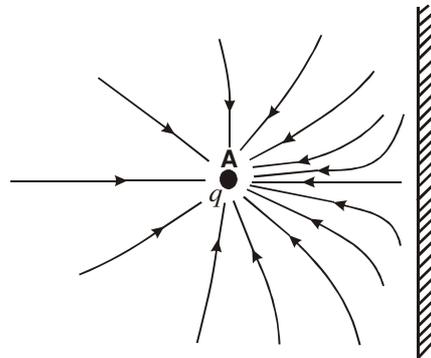


Figura 3.19 – Linhas de fluxo em um sistema com falha plana vertical selante.

O sistema “semi-infinito” da Figura 3.19 pode ser substituído por um sistema infinito, utilizando-se o *método das imagens*. Esta técnica consiste em se colocar tantos poços quanto forem necessários, em um sistema infinito, de tal modo que a configuração das linhas de fluxo seja idêntica à real. No caso considerado, basta a colocação de um poço imagem (**A**'), a uma distância d da falha plana selante, o qual também estará produzindo com vazão q . Isso gera o sistema de linhas de fluxo ilustrado na Figura 3.20.

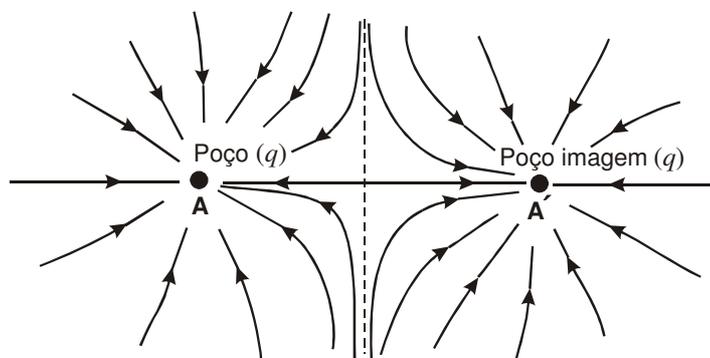


Figura 3.20 – Aplicação do método das imagens ao caso de uma falha plana vertical selante.

O sistema da Figura 3.20 representa exatamente o reservatório real e o comportamento da pressão em qualquer ponto poderá ser agora previsto aplicando-se o princípio da superposição de efeitos, considerando-se dois poços produzindo de um sistema infinito.

3.5. Efeito de Película e Dano (ou Estímulo) de Formação

O efeito de película, idealizado por van Everdingen (1953) e Hurst (1953), é um modelo puramente matemático cuja finalidade é simular uma situação física causada por um fenômeno real: o dano (ou estímulo) de formação. Basicamente, o dano de formação ocorre devido a um dos seguintes fatores:

- redução da permeabilidade absoluta da formação, causada pelo tamponamento dos canais de fluxo por sólidos em suspensão ou inchamento de argilas.
- redução da permeabilidade relativa ao óleo, devida ao aumento da saturação de água ou gás.
- aumento da viscosidade do óleo por parafinação, formação de emulsões, etc.

Fatores mecânicos ou mesmo geológicos, tais como penetração parcial da zona produtora, canhoneio inefetivo, fluxo turbulento, redução da espessura permeável ou quaisquer outras anomalias que impliquem em redução da produtividade, são também normalmente classificados como dano de formação. Muitas vezes as causas do dano de formação não se tornam conhecidas, mas seus efeitos são evidenciados através de testes realizados nos poços.

Para exemplificar, imagine uma situação de poço danificado onde uma região ao seu redor se apresente com uma permeabilidade alterada, conforme é mostrado na Figura 3.21.

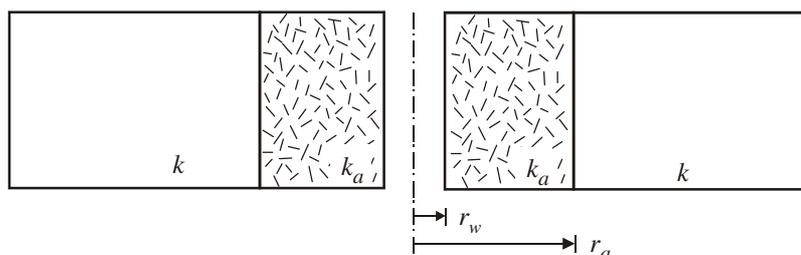
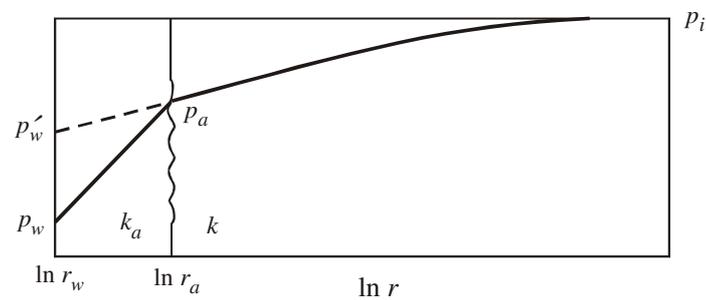


Figura 3.21 – Representação de dano de formação.

Caso a permeabilidade da região alterada (k_a) seja menor que a permeabilidade da formação (k), o fluido deverá despendar uma quantidade de energia adicional ao atravessar a região alterada, ocorrendo portanto uma maior queda de pressão nas imediações do poço.

Quando a região alterada se restringe às imediações do poço, normalmente se alcança uma situação tal que o gradiente de pressão varia bruscamente na interface das duas regiões, e o perfil de pressão em um determinado instante após o início da produção poderia ser representado pela Figura 3.22.

**Figura 3.22** – Perfil de pressão em um poço danificado.

Caso não houvesse alteração da permeabilidade do reservatório a queda de pressão devida à produção do poço com vazão q_w , do ponto r_a até o poço, seria dada por:

$$\frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p_a - p'_w) = \ln \left(\frac{r_a}{r_w} \right). \quad (3.246)$$

Entretanto, a queda de pressão na região alterada é:

$$\frac{2\pi k_a h}{q_w \mu} (p_a - p_w) = \ln \left(\frac{r_a}{r_w} \right). \quad (3.247)$$

Essas duas equações podem ser usadas para a determinação da queda de pressão adicional devida à alteração da permeabilidade nas imediações do poço:

$$\frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p'_w - p_w) = \left(\frac{k}{k_a} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_a}{r_w} \right). \quad (3.248)$$

Nota-se que essa queda de pressão independe do tempo e varia com a magnitude e profundidade da alteração das características do reservatório.

O modelo de efeito de película foi criado para se representar matematicamente a situação física descrita anteriormente. Nesse modelo admite-se que toda a queda de pressão adicional devida ao dano de formação ocorra em uma película de espessura infinitesimal junto à parede do poço, conforme ilustra a Figura 3.23.

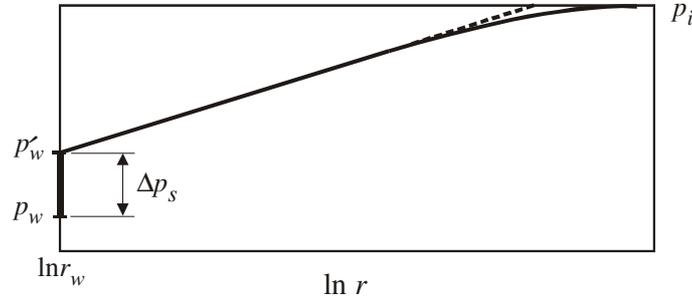


Figura 3.23 – Representação do efeito de película.

Neste ponto da discussão pode ser definido um fator adimensional s , denominado *fator de película* (“*skin factor*”), que representa a queda de pressão devida à alteração das características do reservatório. Assim, a Eq. (3.248) pode ser escrita na forma:

$$\frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p'_w - p_w) = s \quad (3.249)$$

ou, simplesmente:

$$\frac{2\pi kh}{q_w \mu} \Delta p_s = s, \quad (3.250)$$

onde o termo Δp_s representa a queda de pressão devida ao efeito de película.

Em um dado instante de tempo pode-se escrever que:

$$\frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p_i - p_w) = \frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p_i - p'_w) + \frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p'_w - p_w). \quad (3.251)$$

Conforme discutido anteriormente, para cálculo da pressão no poço, durante o regime transiente de fluxo, normalmente pode ser empregada a aproximação logarítmica em substituição à solução da função integral exponencial. Assim, usando-se as Eqs. (3.234) e (3.249) para representar, respectivamente, o primeiro e o segundo termos do lado direito da Eq. (3.251), esta última equação pode ser escrita como:

$$\frac{2\pi kh}{q_w \mu} (p_i - p_w) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) + s. \quad (3.252)$$

A Eq. (3.252) representa a queda de pressão no poço em um determinado instante após o início da produção. A introdução do fator de película tornou a equação geral, válida para qualquer caso em que haja uma queda adicional de pressão ao redor do poço.

Para o caso específico de alteração de permeabilidade, a relação entre o fator s , as permeabilidades e o raio da região alterada pode ser obtida comparando-se as Eqs. (3.248) e (3.249):

$$s = \left(\frac{k}{k_a} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_a}{r_w} \right). \quad (3.253)$$

Quando $k_a < k$, o valor de s é positivo e a indicação é de dano da formação. Para $k_a > k$, o valor de s é negativo, indicando estímulo do poço. Quando $s = 0$ a produtividade do poço é a original.

O conceito de fator de película expresso pela Eq. (3.252) foi introduzido por Hawkins, em 1956, e tem sido usado para representar poços verticais fraturados ou estimulados, isto é, poços com fatores de película negativos. O conceito de fator de película introduzido por van Everdingen (1953) e Hurst (1953), dado pela Eq. (3.250), funciona bem para poços danificados, mas apresenta algumas

dificuldades matemáticas e físicas quando $s < 0$. Na Eq. (3.250), um fator de película negativo representa fluxo do poço para a formação.

Uma outra maneira de se verificar a produtividade de um poço é através da *razão de dano*, definida como a relação entre os índices de produtividade teórico e real do poço. O *índice de produtividade* de um poço é a relação entre a vazão de produção e o diferencial de pressão necessário para se obter essa vazão:

$$IP = \frac{q_w}{p_i - p_w} . \quad (3.254)$$

Então, a razão de dano é dada por:

$$RD = \frac{(IP)_{teórico}}{(IP)_{real}} = \frac{q_w / (p_i - p_w - \Delta p_s)}{q_w / (p_i - p_w)} \quad (3.255)$$

ou

$$RD = \frac{p_i - p_w}{p_i - p_w - \Delta p_s} . \quad (3.256)$$

Razões de dano maiores que 1 indicam poço danificado.

A Eq. (3.256) também pode ser escrita como:

$$\frac{1}{RD} = 1 - \frac{\Delta p_s}{p_i - p_w} . \quad (3.257)$$

Para um poço produzindo com vazão constante de um reservatório infinito (regime transiente) o valor de p_w é uma função do tempo e a utilização das Eqs. (3.250) e (3.252) na Eq. (3.257) produz:

$$\frac{1}{RD} = 1 - \frac{s}{\frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) + 2s \right]} \quad (3.258)$$

ou

$$RD = 1 + \frac{2s}{\ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right)} . \quad (3.259)$$

Deve-se observar que a Eq. (3.259) é válida para o regime transiente. Para um regime de fluxo estabilizado, permanente ou pseudopermanente, o índice de produtividade é definido em função da pressão estática do reservatório, ao invés da pressão inicial, conforme será discutido na próxima seção. Nesse caso, a diferença entre a pressão estática e a pressão de fluxo é uma constante, qualquer que seja o tempo de produção de um poço produtor de líquido. Isso indica que o valor da razão de dano deverá atingir um valor estabilizado depois que os limites do reservatório tiverem sido atingidos. Outra observação interessante é que, para o caso de um poço sem dano, o valor da razão de dano será unitário, para qualquer tempo de produção.

Pode-se definir também a chamada *razão de produtividade* de um poço, como sendo o inverso da razão de dano:

$$RP = \frac{1}{RD} = \frac{(IP)_{real}}{(IP)_{teórico}} = \frac{p_i - p_w - \Delta p_s}{p_i - p_w} = 1 - \frac{\Delta p_s}{p_i - p_w} , \quad (3.260)$$

ou ainda o que se denomina *fator de dano*:

$$FD = 1 - \frac{1}{RD}. \quad (3.261)$$

Razões de produtividade menores que 1 indicam poço com dano de formação.

3.5.1. Superposição de efeitos

Se for utilizada a solução do modelo da linha fonte para representar a queda de pressão no poço quando há a presença de efeito de película, a expressão a ser empregada é:

$$\Delta p(r = r_w, t) \equiv \Delta p_w(t) = \frac{q_w \mu}{2\pi kh} \left[\frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4kt} \right) + s \right]. \quad (3.262)$$

No caso de ser utilizada a aproximação logarítmica a Eq. (3.262) é substituída por:

$$\Delta p_w(t) = \frac{q_w \mu}{2\pi kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4kt}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right) + s \right]. \quad (3.263)$$

Aplicando-se o princípio da superposição de efeitos ao esquema de vazão variável da Figura 3.17 e empregando-se a Eq. (3.262) obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta p_w(t_N) = & \frac{\mu}{2\pi kh} \left\{ q_1 \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4kt_N} \right) + q_1 s + (q_2 - q_1) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4k(t_N - t_1)} \right] + \right. \\ & \left. + (q_2 - q_1) s + \dots + (q_N - q_{N-1}) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4k(t_N - t_{N-1})} \right] + (q_N - q_{N-1}) s \right\}. \end{aligned} \quad (3.264)$$

Como se pode observar, dos termos $q_j s$, $j = 1, N$, todos se cancelam, com exceção do último ($q_N s$), resultando na expressão:

$$\begin{aligned} \Delta p_w(t_N) = & \frac{\mu}{2\pi kh} \left\{ q_1 \frac{1}{2} E_i \left(\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4kt_N} \right) + (q_2 - q_1) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4k(t_N - t_1)} \right] + \dots \right. \\ & \left. \dots + (q_N - q_{N-1}) \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4k(t_N - t_{N-1})} \right] + q_N s \right\} \end{aligned} \quad (3.265)$$

ou

$$\Delta p_w(t_N) = \frac{\mu}{2\pi kh} \left\{ \sum_{j=1}^N (\Delta q)_j \frac{1}{2} E_i \left[\frac{\phi \mu c_t r_w^2}{4k(t_N - t_{j-1})} \right] + q_N s \right\}, \quad (3.266)$$

onde $(\Delta q)_j = q_j - q_{j-1}$, $q_0 = 0$ e $t_0 = 0$.

Similarmente, no caso de se usar a Eq. (3.263) obtém-se a expressão:

$$\Delta p_w(t_N) = \frac{\mu}{2\pi kh} \left\{ \sum_{j=1}^N (\Delta q)_j \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4k(t_N - t_{j-1})}{\gamma \phi \mu c_t r_w^2} \right] + q_N s \right\}. \quad (3.267)$$

3.6. Produtividade de Poços em Regimes Estabilizados de Fluxo

Quando são estudados regimes estabilizados de fluxo, tais como o permanente e o pseudo-permanente, em geral é conveniente encontrar-se uma equação para o cálculo da vazão, em função das pressões estática e de fluxo em um determinado momento da vida produtiva do poço. Essa equação permite a estimativa da produtividade do poço em um regime estabilizado de fluxo.

3.6.1. Fluxo pseudopermanente

No regime pseudopermanente o índice de produtividade é definido pela relação:

$$IP = \frac{q_w}{\bar{p} - p_w}, \quad (3.268)$$

onde \bar{p} é a *pressão estática* do reservatório, isto é, a pressão de equilíbrio que seria alcançada se o poço fosse fechado por um tempo infinito, p_w é a pressão de fluxo no poço e q_w a vazão do poço.

No caso de fluxo radial pseudopermanente de líquido, a pressão estática \bar{p} é igual à pressão média na região de drenagem do poço, e pode ser encontrada através de uma média ponderada em função do volume drenado:

$$\bar{p} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} p dV}{\int_{r_w}^{r_e} dV}, \quad (3.269)$$

conforme apresentado no Apêndice F e na Seção 3.2.4.b), onde se obteve a expressão:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} \right]}. \quad (3.270)$$

Normalmente calcula-se o índice de produtividade de um poço usando-se a sua vazão nas condições-padrão, isto é, a vazão q_w é a vazão medida na superfície. Nesse caso deve-se incluir na Eq. (3.270) o fator volume-formação (B) do fluido considerado:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} \right]}. \quad (3.271)$$

Assim, o índice de produtividade, conforme definido na Eq. (3.268), é dado por:

$$IP = \frac{2\pi kh}{B\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} \right]}. \quad (3.272)$$

Para uma geometria qualquer a Eq. (3.270) pode ser generalizada introduzindo-se o *fator de forma* ou de *geometria* C_A (Dietz, 1965), o qual pode ser encontrado na Tabela K.3 do Apêndice K. Incluindo-se o fator de película essa expressão passa a ser (Dake, 1978):

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}, \quad (3.273)$$

ou ainda,

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{2,2458A}{C_A r_w^2} \right) + s \right]}, \quad (3.274)$$

onde A é a área horizontal do reservatório. Deve-se observar que, substituindo na Eq. (3.274) o valor de $C_A = 31,62$ para o caso de um poço localizado no centro de uma área de drenagem circular (vide Tabela K.3), obtém-se a Eq. (3.270), que havia sido deduzida considerando justamente essa configuração geométrica.

Aplicando a definição da Eq. (3.268) à Eq. (3.274), o índice de produtividade de um poço em regime pseudopermanente, incluindo o efeito de película, será:

$$IP = \frac{2\pi kh}{B\mu \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}. \quad (3.275)$$

A razão de dano é definida por:

$$RD = \frac{(IP)_{teórico}}{(IP)_{real}} = \frac{q_w / (\bar{p} - p_w - \Delta p_s)}{q_w / (\bar{p} - p_w)}, \quad (3.276)$$

onde Δp_s é a queda de pressão adicional devida ao efeito de película. Conforme foi discutido anteriormente, o IP teórico refere-se à situação original, isto é, quando o poço não está estimulado, nem danificado, enquanto o IP real considera o efeito de película. Assim, a razão de dano pode ser obtida da expressão:

$$RD = \frac{\frac{2\pi kh}{B\mu \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) \right]}}{\frac{2\pi kh}{B\mu \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}} = \frac{\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s}{\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right)}, \quad (3.277)$$

ou ainda:

$$RD = 1 + \frac{2s}{\ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right)}. \quad (3.278)$$

A Tabela K.3 do Apêndice K, além dos valores de C_A , contém os tempos aproximados em que ocorrem os regimes de fluxo transiente e pseudopermanente, para várias geometrias. Nessa tabela, a variável t_{DA} (tempo adimensional em relação à área) é definida como:

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi \mu c_f A}. \quad (3.279)$$

Exemplo 3.7 – O reservatório de óleo cuja geometria encontra-se apresentada na Figura 3.24 está produzindo sob regime de fluxo pseudopermanente.

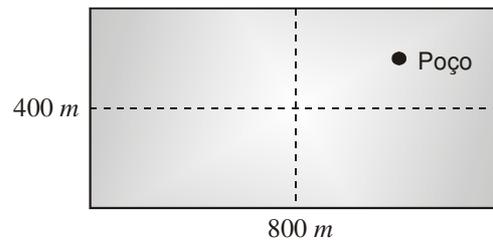


Figura 3.24 – Reservatório do Exemplo 3.7.

Outros dados desse reservatório são:

Pressão original.....	$p_i = 300 \text{ kgf/cm}^2$
Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 50 \text{ md}$
Espessura da formação.....	$h = 20 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,20$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 2 \text{ cp}$
Compressibilidade do óleo.....	$c_o = 150 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da água.....	$c_w = 50 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da formação.....	$c_f = 60 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Saturação de óleo.....	$S_o = 0,70$
Saturação de água (irredutível).....	$S_{wi} = 0,30$
Produção acumulada de óleo.....	$N_p = 9.216 \text{ m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,25 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Fator de película no poço.....	$s = 5$
Pressão de fluxo no fundo do poço.....	$p_w = 150 \text{ kgf/cm}^2$
Raio do poço.....	$r_w = 0,10 \text{ m}$

Determinar:

- A vazão atual do poço.
- O índice de produtividade do poço.
- A razão de produtividade do poço.

Solução:

Parte (a):

No regime pseudopermanente a vazão do poço é dada pela Eq. (3.273), que nas unidades usadas no exemplo é:

$$q_o = \frac{k_o h}{19,03 B_o \mu_o} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}$$

Mas:

$$\bar{p} = p_i - \Delta p$$

$$c_t = -\frac{1}{V_p} \frac{\Delta V}{\Delta p} = -\frac{1}{V_p} \frac{(-N_p B_o)}{\Delta p} \Rightarrow \Delta p = \frac{N_p B_o}{c_t V_p}$$

$$c_t = c_o S_o + c_w S_{wi} + c_f = (150 \times 0,70 + 50 \times 0,3 + 60) \times 10^{-6} = 180 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$$

$$V_p = 800 \times 400 \times 20 \times 0,20 = 1,28 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\Delta p = \frac{9.216 \times 1,25}{180 \times 10^{-6} \times 1,28 \times 10^6} = 50 \text{ kgf/cm}^2 \Rightarrow \bar{p} = 300 - 50 = 250 \text{ kgf/cm}^2.$$

Então:

$$q_o = \frac{50 \times 20}{19,03 \times 1,25 \times 2} \frac{(250 - 150)}{\left\{ \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4 \times 400 \times 800}{1,871 \times 2,07 \times (0,10)^2} \right] + 5 \right\}} = 153,6 \text{ m}^3 \text{ std/d}.$$

Parte (b):

O índice de produtividade é dado por:

$$IP = \frac{q_o}{\bar{p} - p_w} = \frac{153,6}{250 - 150} = 1,54 \frac{\text{m}^3 \text{ std/d}}{\text{kgf/cm}^2}.$$

Parte (c):

A razão de produtividade é definida como:

$$RP = \frac{1}{RD} = \frac{(IP)_{real}}{(IP)_{teórico}} = \frac{\bar{p} - p_w - \Delta p_s}{\bar{p} - p_w}.$$

Mas:

$$\Delta p_s = \frac{19,03 q_o B_o \mu_o}{k_o h} s = \frac{19,03 \times 153,6 \times 1,25 \times 2}{50 \times 20} \times 5 = 36,55 \text{ kgf/cm}^2.$$

Assim,

$$RP = \frac{250 - 150 - 36,55}{250 - 150} = 0,635.$$

Uma outra forma ainda mais geral do que a Eq. (3.273) para a expressão da vazão no regime pseudopermanente é dada por (Dake, 1978):

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s + s_m + Dq_w \right]}. \quad (3.280)$$

Nessa equação, s é o fator de película devido à penetração parcial, à restrição ao fluxo imposta pelos canhoneios e a eventuais estimulações, tais como acidificação e/ou fraturamento hidráulico; s_m é o chamado fator de película mecânico, devido aos danos eventualmente causados ao poço, ou seja, à formação nas imediações do poço, durante as operações de perfuração e de completação; e Dq_w é o fator de dano causado pela turbulência que ocorre no fluxo ao redor do poço, onde as velocidades de fluxo são mais altas do que no interior do reservatório. O fator de turbulência geralmente é desprezado quando se trata de fluxo de líquido, sendo mais importante nos poços produtores ou injetores

de gás, onde a velocidade de fluxo nas imediações do poço geralmente é muito alta, devido à baixa viscosidade do gás.

Uma outra maneira de se escrever a equação do fluxo pseudopermanente é expressar o fator de forma ou de geometria C_A em termos de um fator de película equivalente (Fetkovich & Vienot, 1985). Usando como referência o fator de forma de uma geometria circular com poço no centro, $C_A = 31,62$, pode-se definir o chamado *fator de forma-película*, s_{C_A} , através da expressão (Fetkovich & Vienot, 1985):

$$s_{C_A} = \frac{1}{2} \ln(C_{A,ref} / C_A) = \frac{1}{2} \ln(31,62 / C_A), \quad (3.281)$$

onde $C_{A,ref}$ é um fator de forma de referência. Multiplicando e dividindo por $C_{A,ref}$ o argumento do logaritmo na equação da vazão, pode-se escrever que:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_{A,ref} r_w^2} \frac{C_{A,ref}}{C_{A,ref}} \right) + s + s_m + Dq_w \right]}, \quad (3.282)$$

ou ainda, usando a definição de s_{C_A} :

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_{A,ref} r_w^2} \right) + s_{C_A} + s + s_m + Dq_w \right]}. \quad (3.283)$$

Finalmente, essa equação pode ser reescrita para a área de drenagem de referência circular, onde $C_A = 31,62$ e $A = \pi r_e^2$, como:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s_{C_A} + s + s_m + Dq_w \right]}, \quad (3.284)$$

onde o fator de forma-película s_{C_A} pode ser calculado a partir da Tabela K.3 do Apêndice K, usando a definição da Eq. (3.281).

Observa-se que a Eq. (3.284) apresenta uma forma similar à Eq. (3.271), válida para fluxo radial, com exceção dos termos referentes aos fatores de película e ao fator de turbulência que não haviam sido considerados anteriormente. De fato, para uma área de drenagem circular $s_{C_A} = 0$, que substituído na Eq. (3.284) reproduz exatamente a Eq. (3.271) (admitindo $s = s_m = D = 0$).

A Eq. (3.284) indica que a máxima vazão de produção, para uma determinada queda de pressão $(\bar{p} - p_w)$, é alcançada quando o poço está localizado no centro de uma área de drenagem circular, quando o fator de forma-película s_{C_A} atinge o seu valor mínimo, ou seja, $s_{C_A} = 0$. Para qualquer outra geometria s_{C_A} assume valores positivos, aumentando o denominador da Eq. (3.284) e conseqüentemente reduzindo o valor da fração. Isso mostra que o conceito de fator de forma-película pode ser utilizado para se otimizar a posição de um poço na área de drenagem ou, em outras palavras, otimizar a distribuição dos poços durante o desenvolvimento de um campo de petróleo.

Conforme foi apresentado na Seção 3.2.4.b) para o caso de fluxo radial, a equação do regime pseudopermanente pode ser escrita também em termos do tempo adimensional. Para uma

geometria qualquer, o comportamento da pressão adimensional no poço é dado pela expressão (Earlougher, 1977):

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4}{\gamma C_A}\right), \quad (3.285)$$

ou ainda:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln(A/r_w^2) + \frac{1}{2} \ln(2,2458/C_A). \quad (3.286)$$

3.6.2. Fluxo permanente

No caso de fluxo radial permanente, em geral define-se o índice de produtividade como sendo:

$$IP = \frac{q_w}{p_e - p_w}, \quad (3.287)$$

onde p_e é a pressão no limite externo do reservatório. A equação da vazão, conforme apresentada na Seção 3.2.4.b), é dada por:

$$q_w = \frac{2\pi kh (p_e - p_w)}{B\mu \ln(r_e/r_w)}, \quad (3.288)$$

onde q_w é a vazão nas condições-padrão, e o índice de produtividade, portanto, é calculado por:

$$IP = \frac{2\pi kh}{B\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}. \quad (3.289)$$

Incluindo-se o fator de película a equação da vazão seria:

$$q_w = \frac{2\pi kh (p_e - p_w)}{B\mu [\ln(r_e/r_w) + s]} \quad (3.290)$$

e o índice de produtividade:

$$IP = \frac{2\pi kh}{B\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + s \right]}. \quad (3.291)$$

Assim, a razão de dano seria dada por:

$$RD = 1 + \frac{s}{\ln(r_e/r_w)}. \quad (3.292)$$

É importante lembrar que no caso de fluxo permanente a pressão estática, ou seja, aquela que o reservatório atingiria se mantido o poço fechado por um tempo muito grande, difere da pressão média no instante do fechamento. Esta última pode ser determinada de modo similar ao empregado na seção anterior para o caso de fluxo pseudopermanente. Esse tratamento resulta³, para o fluxo radial permanente, em:

³ Vide seção 3.2.4.b) – fluxo radial permanente.

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]}, \quad (3.293)$$

ou, incluindo o fator de película:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(\bar{p} - p_w)}{\left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} + s \right]}. \quad (3.294)$$

3.6.3. Raio efetivo de um poço

Uma outra forma de se considerar o fato de um poço estar danificado ou estimulado, ou seja, de se incluir o efeito de película nas equações de fluxo, é através do conceito de *raio efetivo* ou *equivalente* de um poço. O raio efetivo seria o valor do raio do poço a ser usado nas equações de fluxo, de modo a substituir o efeito do fator de película s . Por exemplo, para o fluxo radial permanente, a expressão da vazão de um poço danificado ou estimulado, dada por:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(p_e - p_w)}{\left[\ln(r_e / r_w) + s \right]}, \quad (3.295)$$

seria substituída por:

$$q_w = \frac{2\pi kh}{B\mu} \frac{(p_e - p_w)}{\ln(r_e / r'_w)}, \quad (3.296)$$

onde r'_w é o raio efetivo ou equivalente do poço. Igualando-se as Eqs. (3.295) e (3.296) obtém-se:

$$\frac{1}{\ln(r_e / r'_w)} = \frac{1}{\ln(r_e / r_w) + s}, \quad (3.297)$$

de onde se conclui que:

$$r'_w = r_w e^{-s}. \quad (3.298)$$

A Eq. (3.298) indica que o raio efetivo de um poço estimulado ($s < 0$) é maior que o raio real, enquanto o de um poço danificado ($s > 0$) é menor que o raio real. Fisicamente faz sentido esse resultado. Um poço estimulado é equivalente a um poço de maior raio, sendo então menor o comprimento de meio poroso a ser percorrido pelo fluido. Isso provoca uma menor perda de carga nas imediações do poço, em comparação com uma situação não alterada (poço nem danificado, nem estimulado). Por outro lado, um poço danificado equivale a um poço de menor raio, onde há portanto uma queda de pressão adicional devida ao aumento do comprimento do meio poroso.

3.7. Reservatórios Naturalmente Fraturados

A maioria dos modelos físicos e matemáticos apresentados até agora neste livro supõe que o meio poroso que constitui o reservatório seja homogêneo e isotrópico, ou seja, que a porosidade seja a mesma em todos os pontos do reservatório e que a permeabilidade não varie com a direção considerada. Mesmo que haja variações de porosidade e de permeabilidade, os reservatórios admitidos como sendo convencionais não apresentam variações bruscas de porosidade e/ou de permeabilidade ao longo da sua extensão. Por seu turno, os chamados *reservatórios naturalmente fraturados* exibem uma marcante heterogeneidade. Esse tipo de reservatório é constituído de um

meio poroso conhecido como de *dupla-porosidade*, sendo formado por uma *rocha-matriz* e por um sistema de *fraturas* ou *fissuras naturais*. A Figura 3.25 mostra uma ilustração de um reservatório naturalmente fraturado (figura da esquerda) e a sua idealização (figura da direita). No modelo idealizado o reservatório real é substituído por um sistema mais simples, para que possa ser mais facilmente representado através de um modelo matemático. No exemplo da Figura 3.25 o modelo idealizado é constituído de paralelepípedos, cujas arestas medem a , b e c (figura da parte superior). A matriz é representada pelos paralelepípedos e as fraturas (ou fissuras) pelos espaços existentes entre os paralelepípedos.

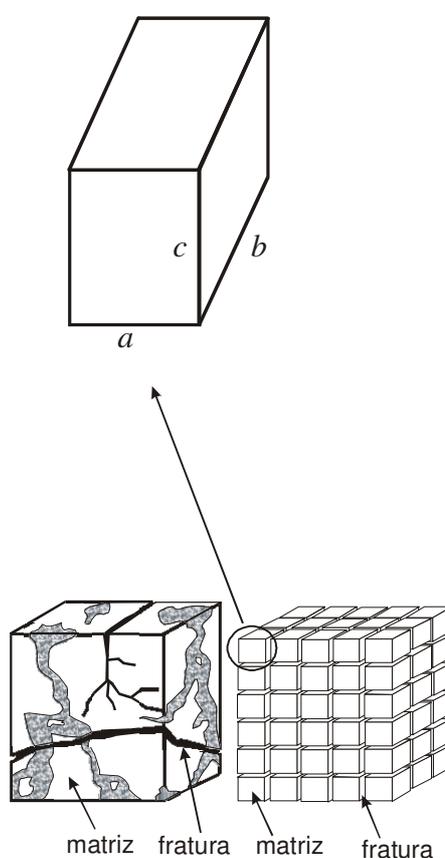


Figura 3.25 – Desenho de um reservatório naturalmente fraturado e sua idealização.

Em um sistema naturalmente fraturado o sistema de fraturas é responsável pelo transporte de fluidos através do reservatório, sendo a rocha-matriz uma fonte alimentadora de fluidos para as fraturas. Estas possuem alta condutividade (alta permeabilidade) e pouca capacidade de armazenar fluidos (a relação entre o volume das fraturas e o volume total da rocha é da ordem de 1%). A matriz possui baixa permeabilidade (0,01 a 1 *md*) e alta capacidade de armazenar fluidos (a relação entre o volume total da matriz e o volume total da rocha é de aproximadamente 1).

Embora o reservatório apresentado na Figura 3.25 possua um sistema de fraturas com direções aleatórias, é comum se encontrar na prática situações em que há uma direção preferencial das

fraturas, já que estas tendem a ocorrer em planos perpendiculares à direção de menor tensão na rocha. A Figura 3.26, por exemplo, mostra o caso de um reservatório (modelo já idealizado) com fraturas horizontais separadas por camadas de rocha-matriz de espessura h_m .

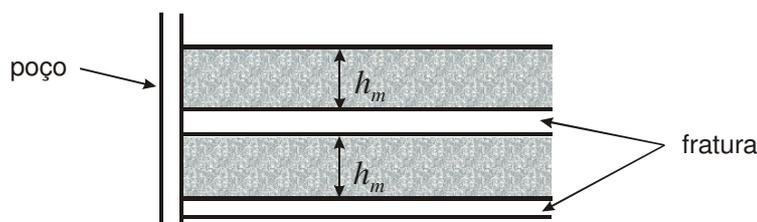


Figura 3.26 – Reservatório com fraturas horizontais separadas por camadas de matriz.

O comportamento do fluxo em reservatórios naturalmente fraturados difere consideravelmente do que ocorre nos reservatórios convencionais. De uma maneira bastante simplificada, pode-se dizer que em um reservatório naturalmente fraturado ocorrem quatro regimes de fluxo quando o poço produz com vazão constante: (a) fluxo transiente nas fraturas; (b) período de transição; (c) fluxo transiente no sistema total (fratura + matriz); (d) fluxo permanente (se o reservatório é realimentado externamente) ou pseudopermanente (se o reservatório é selado externamente). No início ocorre um fluxo transiente no sistema de fraturas, ou seja, somente as fraturas contribuem para a produção do poço. Posteriormente observa-se um período de transição, até que todo o sistema (fratura + matriz) passa a contribuir para a produção do poço. Finalmente, no longo tempo os limites externos do reservatório passam a influir no comportamento do fluxo: se a pressão é mantida constante no limite externo, atinge-se o regime permanente; se não há fluxo através das fronteiras externas, o regime pseudopermanente é alcançado.

3.8. Poços Verticais Artificialmente Fraturados

Conforme foi mencionado anteriormente, quando da discussão do tópico referente ao dano ou estímulo de um poço (Seção 3.5), uma das maneiras de se remover o dano de um poço ou até de estimulá-lo, ou seja, aumentar a sua produtividade, é através de uma operação de acidificação. Nessa operação, um determinado volume de uma substância ácida é injetado no poço produtor, removendo um eventual dano existente nas imediações do poço ou até aumentando a permeabilidade da formação em relação à sua condição original, pela dissolução de parte do material sólido que compõe a rocha.

Uma outra forma de se aumentar a produtividade de um poço é através de uma operação de *fraturamento hidráulico*. Nesse tipo de operação uma fratura artificial, de condutividade maior que a da rocha-reservatório, é induzida na formação. Essa fratura torna-se então um canal de alta permeabilidade, facilitando o escoamento dos fluidos em direção ao poço produtor, ou do poço para o interior do reservatório no caso de um poço injetor. As fraturas artificiais podem também ser usadas em reservatórios de alta permeabilidade com o objetivo de ultrapassar um eventual dano existente nas imediações do poço.

A tendência é que as fraturas artificiais ocorram em planos ou direções perpendiculares às direções de menor tensão. Assim, com exceção dos casos de poços pouco profundos, em que as tensões verticais são pequenas devido à baixa profundidade, as fraturas artificiais geralmente são verticais.

Enquanto em reservatórios convencionais as fraturas artificiais podem aumentar consideravelmente os índices de produtividade (ou de injetividade) dos poços, nos reservatórios naturalmente fraturados isso pode não ocorrer. A Figura 3.26 ilustrou o caso de um reservatório naturalmente fraturado onde as fraturas são horizontais. Na maioria dos casos práticos, porém, é provável que as fraturas ou fissuras naturais sejam verticais, já que a direção de menor tensão é a horizontal, com exceção dos reservatórios pouco profundos. Assim, em reservatórios naturalmente fraturados as fraturas artificiais tendem a ser paralelas às naturais, não resultando em incrementos significativos dos índices de produtividade dos poços. Nesses casos seria possivelmente mais indicado o uso de poços horizontais, que atravessando várias fraturas ou fissuras naturais tenderiam a aumentar consideravelmente as produtividades dos poços.

Durante uma operação de fraturamento hidráulico de um poço vertical não se tem muito controle sobre a altura da fratura, que pode ser muito grande, a depender da resistência oferecida pelas formações adjacentes. Se a fratura for muito alta, ultrapassando os limites superior e/ou inferior da formação considerada, terá um pequeno comprimento, para um dado volume de fluido injetado. Com isso, o aumento de produtividade desejado poderá ficar comprometido. A Figura 3.27 apresenta uma situação de fratura artificial vertical em que a mesma encontra-se confinada na camada de interesse, não tendo ultrapassado os seus limites superior e inferior. Nessa configuração, L é o comprimento total da fratura e x_f a metade do seu comprimento, ou seja, $x_f = L/2$. A parte (a) da figura é a situação ideal, em que a fratura penetra totalmente a formação, isto é, a altura da fratura é igual à da formação. Na parte (b) mostra-se o que seria provavelmente a situação real, em que a altura da fratura diminui à medida que se distancia do poço.

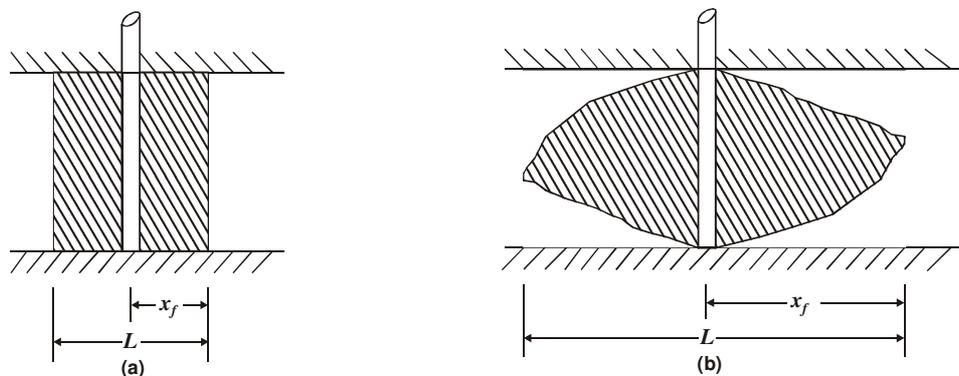


Figura 3.27 – Fratura artificial vertical: (a) fratura ideal com penetração total; (b) fratura real. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

O ideal em uma operação de fraturamento seria a criação de uma fratura de longa extensão e de alta condutividade, de preferência infinita, tal que não houvesse queda de pressão durante o fluxo de fluidos no seu interior. Na prática, no entanto, isso não acontece, e as fraturas artificiais acabam tendo comprimentos limitados e condutividades finitas. Do ponto de vista da representação matemática, normalmente são considerados três tipos de modelo de fratura, conforme ilustra a Figura 3.28: (a) fluxo uniforme; (b) condutividade infinita; (c) condutividade finita. Nessa figura, q^* é a densidade de fluxo ao longo do comprimento da fratura, ou seja, q^* é a vazão de fluido que penetra na fratura por unidade de comprimento. Em todos esses modelos admite-se que a fratura

ocupe toda a espessura da formação. O modelo de fratura artificial pode muitas vezes ser identificado através da análise de testes de pressão realizados nos poços.

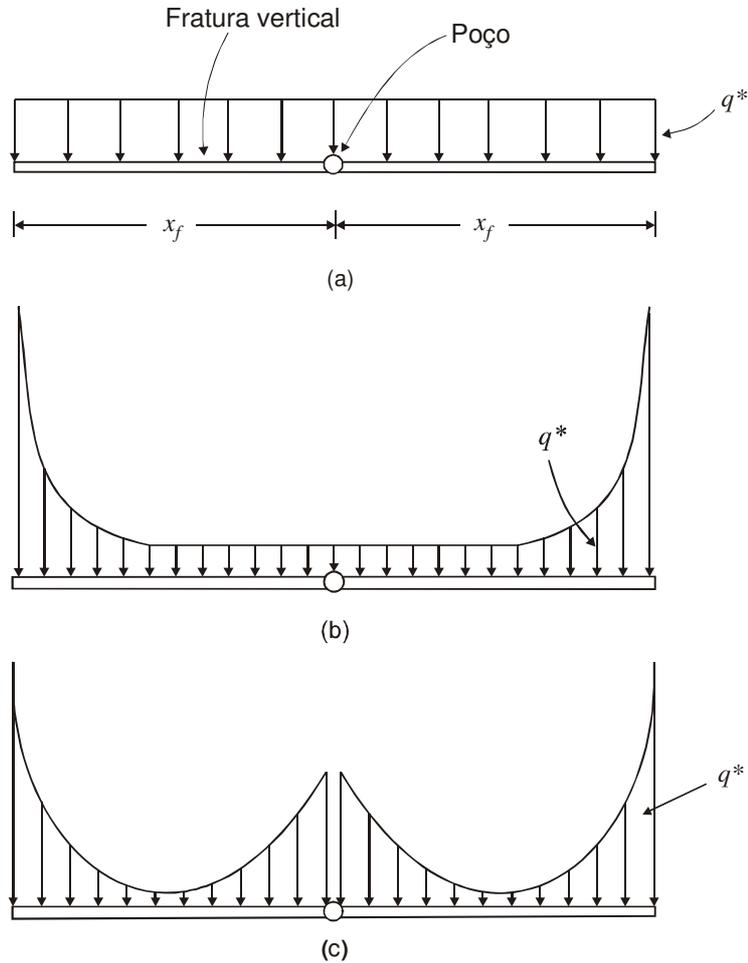


Figura 3.28 – Modelos de fratura artificial vertical: (a) fluxo uniforme; (b) condutividade infinita; (c) condutividade finita.

No modelo de fluxo uniforme a densidade de fluxo q^* é a mesma ao longo de toda a extensão da fratura, isto é, $q^* = q_w/L = q_w/(2x_f)$, onde q_w é a vazão total do poço. Nesse modelo ocorre uma queda de pressão finita no interior da fratura. Um poço artificialmente fraturado, com uma fratura de fluxo uniforme, pode ser representado matematicamente por um poço não fraturado com um raio efetivo ou equivalente dado por (Joshi, 1991):

$$r'_w = L/(2e) = x_f / e, \quad (3.299)$$

onde e é a base do sistema Neperiano de logaritmos, isto é, $e = 2,718$.

No modelo de fratura com condutividade infinita admite-se que não haja perda de carga no seu interior. Com isso, a pressão é uniforme ao longo do comprimento da fratura. Nesse modelo a densidade de fluxo é máxima nas extremidades da fratura e mínima no centro da fratura, isto é, no

poço, conforme mostra a Figura 3.28. O raio efetivo ou equivalente é obtido da expressão (Joshi, 1991):

$$r'_w = L/4 = x_f/2 \quad \text{para } x_f/x_e \leq 0,3 \quad (3.300)$$

onde x_e é a metade do lado de uma área de drenagem quadrada. As fraturas artificiais raramente possuem condutividade infinita, já que os materiais existentes no seu interior possuem uma capacidade de fluxo finita, mas podem exibir um comportamento de condutividade infinita em algumas situações, como, por exemplo, em reservatórios de baixíssima permeabilidade.

Na prática o modelo mais comum é provavelmente o de condutividade finita. A Figura 3.28 apresenta um exemplo de comportamento da densidade de fluxo em uma fratura de condutividade finita, mas a forma da curva de q^* ao longo do comprimento da fratura varia com a sua condutividade. No exemplo mostrado a densidade de fluxo diminui à medida que se distancia do poço e volta a aumentar ao se aproximar da extremidade da fratura, onde a densidade é máxima.

Agarwal *et alii* (1979) definem a condutividade adimensional de uma fratura (F_{CD}) como sendo:

$$F_{CD} = k_f b_f / (k x_f), \quad (3.301)$$

onde k_f é a permeabilidade da fratura, b_f a largura da fratura, k a permeabilidade da formação e x_f a metade do comprimento da fratura. O valor do raio efetivo ou equivalente de um poço, no caso de uma fratura de condutividade finita, pode ser obtido da Figura 3.29. Para $F_{CD} < 0,1$ o raio efetivo pode ser estimado através da equação (Cinco-Ley *et alii*, 1987):

$$r'_w = 0,2807 k_f b_f / k. \quad (3.302)$$

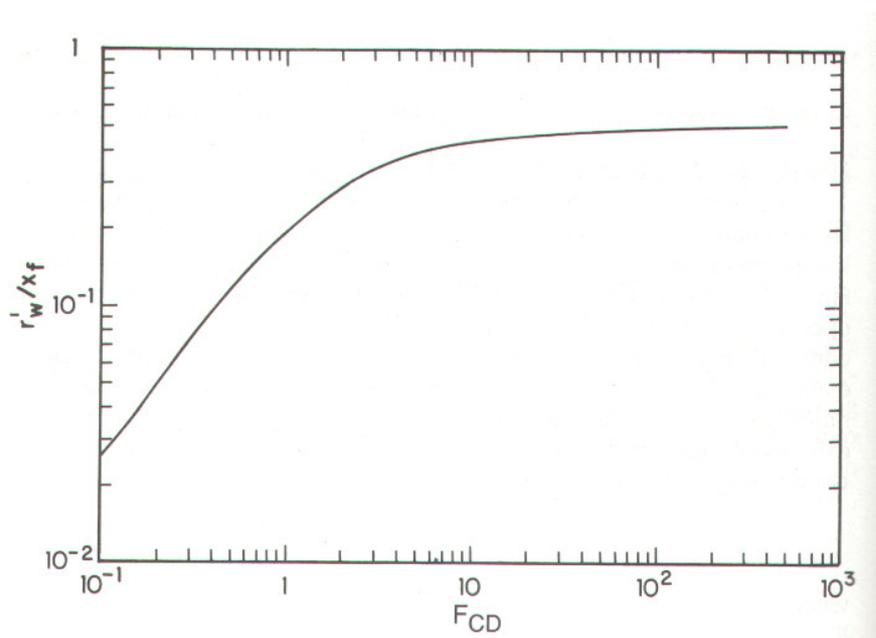


Figura 3.29 – Raio efetivo ou equivalente de um poço com fratura vertical de condutividade finita (Cinco-Ley & Samaniego, 1981). Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

O cálculo de F_{CD} , para que seja possível a posterior determinação do raio efetivo do poço, depende dos valores de k_f , b_f e x_f , conforme indica a Eq. (3.301). As companhias de serviço que realizam os fraturamentos hidráulicos normalmente fornecem estimativas do produto $k_f b_f$, bem como do comprimento da fratura. O valor de x_f pode também ser estimado a partir da análise de testes de pressão realizados nos poços. É comum, no entanto, observar-se que os valores de x_f calculados através dos testes de pressão são menores que os valores estimados durante o projeto da operação de fraturamento. Essas diferenças decorrem de vários fatores, dentre eles: (a) No dimensionamento da operação de fraturamento, nem todas as propriedades da rocha, bem como do material usado na formação e na sustentação da fratura, são conhecidas com razoável precisão nas condições de reservatório; (b) Os modelos matemáticos para poços artificialmente fraturados são relativamente complexos, e a sua utilização na interpretação de testes não é tão trivial – muitas vezes é utilizado o modelo de condutividade infinita ou o modelo de fluxo uniforme, embora se saiba que as fraturas possuem condutividades finitas. Segundo Joshi (1991), o resultado de um fraturamento pode ser considerado pobre quando $F_{CD} < 10$, entre bom e excelente quando $10 < F_{CD} < 50$, e excelente quando $F_{CD} > 50$.

A Eq. (3.301) indica que, para um valor fixo do produto $k_f b_f$, ou seja, da condutividade da fratura, e para um determinado reservatório (k fixo), quando o valor do comprimento da fratura aumenta, o valor de F_{CD} diminui, e a relação r'_w / x_f também diminui, conforme mostra a Figura 3.29. Abaixo de um certo valor ($F_{CD} = 3$, por exemplo), a redução de r'_w / x_f torna-se mais acentuada. Assim, conclui-se que acima de um determinado ponto, um aumento do comprimento da fratura não propicia um aumento significativo do raio efetivo do poço e, conseqüentemente, do índice de produtividade do poço. Em outras palavras, quanto maior o comprimento da fratura, maior a produtividade do poço. No entanto, o ganho incremental de produtividade diminui à medida que são usadas fraturas cada vez maiores.

Exemplo 3.8 – Um reservatório de óleo com permeabilidade média de 2 md foi desenvolvido com poços de raio igual a 10 cm e espaçados de 400 m . Visando aumentar a produtividade desses poços, decidiu-se fraturá-los hidráulicamente, de tal modo que as fraturas resultantes apresentassem uma condutividade de $k_f b_f = 400 \text{ md-m}$. Admitindo fluxo radial permanente, calcule o ganho de produtividade que seria obtido se as fraturas tivessem comprimentos totais de 100 m , 200 m e 300 m .

Solução:

Admitindo fluxo radial permanente, o índice de produtividade de um poço vertical não fraturado (IP_v) é dado pela expressão:

$$IP_v = \frac{2\pi kh}{B_o \mu_o \ln(r_e / r_w)},$$

ou, nas unidades empregadas neste exemplo, por:

$$IP_v = \frac{0,05255kh}{B_o \mu_o \ln(r_e / r_w)},$$

enquanto o índice de produtividade de um poço vertical fraturado (IP_{vf}) é dado por uma expressão similar:

$$IP_{vf} = \frac{0,05255kh}{B_o\mu_o \ln(r_e/r'_w)},$$

onde r'_w é o raio efetivo do poço e r_e o raio de uma área circular equivalente à área de drenagem real. Como o espaçamento é de 400 m, a área de drenagem real equivale à área de um quadrado de lado igual a 400 m, ou seja, $A = 400 \times 400 \text{ m}^2 = 160.000 \text{ m}^2$. Portanto:

$$A = \pi r_e^2 \Rightarrow 160.000 = \pi r_e^2 \Rightarrow r_e = 226 \text{ m}.$$

A relação r'_w/x_f pode ser obtida da Figura 3.29, em função da condutividade adimensional da fratura (F_{CD}), que é dada por:

$$F_{CD} = k_f b_f / (k x_f) = 400 / (2 x_f) = 200 / x_f,$$

e o raio efetivo do poço r'_w é calculado pela expressão:

$$r'_w = \left(\frac{r'_w}{x_f} \right) x_f.$$

O ganho de produtividade devido ao efeito do fraturamento hidráulico pode ser determinado através de uma relação entre os índices de produtividade, isto é:

$$\frac{IP_{vf}}{IP_v} = \frac{\frac{0,05255kh}{B_o\mu_o \ln(r_e/r'_w)}}{\frac{0,05255kh}{B_o\mu_o \ln(r_e/r_w)}} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\ln(r_e/r'_w)} = \frac{\ln(226/0,10)}{\ln(226/r'_w)} = \frac{7,723}{\ln(226/r'_w)}.$$

A Tabela 3.1 sintetiza os resultados obtidos ao se aplicar as equações anteriores e se usar a Figura 3.29 para a estimativa do raio efetivo do poço fraturado. Nessa tabela, L é o comprimento total da fratura e x_f a metade do comprimento da fratura ($x_f = L/2$).

Tabela 3.1 – Resumo dos resultados do Exemplo 3.8

L (m)	x_f (m)	F_{CD}	r'_w/x_f	r'_w	IP_{vf}/IP_v
	$L/2$	$200/x_f$	Figura 3.29	$(r'_w/x_f) x_f$	$7,723/\ln(226/r'_w)$
100	50	4	0,38	19	3,12
200	100	2	0,29	29	3,76
300	150	1,33	0,22	33	4,01

Nota-se na Tabela 3.1 que, quanto maior o comprimento da fratura, maior a relação entre os índices de produtividade dos poços fraturado e não fraturado, ou seja, maior o índice de produtividade obtido com o fraturamento do poço. No entanto, o ganho incremental diminui à medida que se aumenta o comprimento da fratura além de um certo valor. Assim é que, aumentando o comprimento da fratura de 100 para 200 m, obtém-se um ganho incremental de 20% ($3,76/3,12 = 1,20$), mas, aumentando de 200 para 300 m o ganho incremental é de apenas 7% ($4,01/3,76 = 1,07$).

3.8.1. Tempo de estabilização e fator de forma em poços verticais fraturados

Conforme foi mostrado na Seção 3.6.1, a equação da queda de pressão adimensional em um poço vertical localizado em um reservatório com uma geometria qualquer, durante o regime de fluxo pseudopermanente, é dada por:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{A}{r_w^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{\gamma C_A} \right), \quad (3.303)$$

onde C_A é o fator de forma ou geometria de um poço vertical, cujo valor depende da posição do poço e da geometria da área de drenagem. Por analogia pode-se escrever que, para o caso de um poço vertical artificialmente fraturado, a equação da queda de pressão adimensional no poço é representada por:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{A}{(r_w')^2} \right] + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{\gamma C_f} \right), \quad (3.304)$$

onde C_f é o fator de forma ou geometria de um poço vertical artificialmente fraturado e r_w' o raio efetivo ou equivalente, ou seja, o raio de um poço vertical não fraturado que apresentaria o mesmo comportamento do poço fraturado.

Considere a nomenclatura utilizada em uma área quadrada drenada por um poço vertical artificialmente fraturado, como mostrada na Figura 3.30, bem como um reservatório retangular drenado por um poço vertical artificialmente fraturado, onde se emprega a nomenclatura mostrada na Figura 3.31. Admite-se que o poço esteja localizado no centro do quadrado ou do retângulo, e que, conforme ocorre na maioria dos casos práticos, a fratura artificial seja vertical.

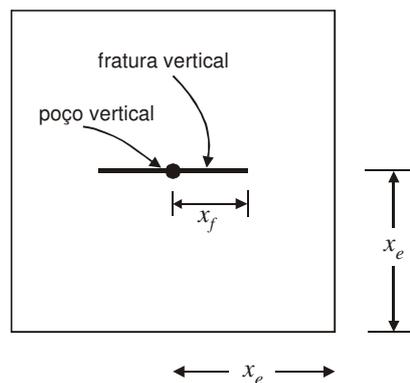


Figura 3.30 – Nomenclatura utilizada em uma área quadrada drenada por um poço vertical artificialmente fraturado.

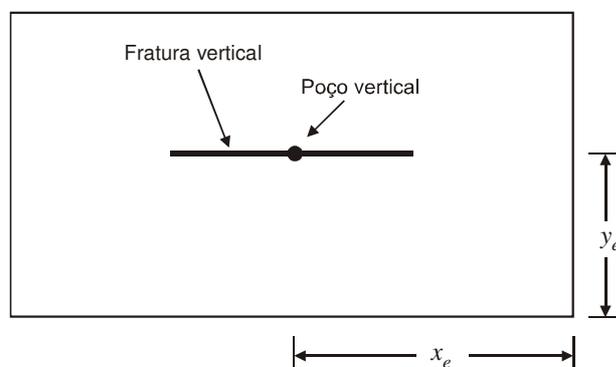


Figura 3.31 – Nomenclatura utilizada em uma área retangular drenada por um poço vertical artificialmente fraturado.

De acordo com Joshi (1991), o fator de forma C_f depende da forma da área de drenagem, da penetração da fratura e das condições de fluxo no interior da fratura (fluxo uniforme, condutividade infinita ou condutividade finita). No caso de uma área de drenagem retangular, a forma da área de drenagem é representada pela relação x_e/y_e e a penetração da fratura pela relação x_f/x_e .

Para o caso de um poço localizado em uma área de drenagem quadrada, com uma fratura de condutividade infinita, por exemplo, o raio equivalente pode ser estimado pela Eq. (3.300) para $x_f/x_e \leq 0,3$, ou seja:

$$r'_w = L/4 = x_f/2 \quad \text{para } x_f/x_e \leq 0,3 \quad (3.305)$$

Ainda para uma área de drenagem quadrada, como mostrada na Figura 3.30, pode-se escrever que:

$$A = (2x_e)^2 = 4x_e^2. \quad (3.306)$$

Substituindo as Eqs. (3.305) e (3.306) na Eq. (3.304) resulta em:

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_e}{x_f} \right)^2 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{\gamma C_f} \right) + \frac{1}{2} \ln(16). \quad (3.307)$$

A Tabela 3.2 apresenta valores do fator de forma ou de geometria C_f e do tempo adimensional t_{DA} requerido para se atingir o regime pseudopermanente (PP) em uma área de drenagem quadrada drenada por um poço vertical artificialmente fraturado. Admite-se que a fratura penetre totalmente a formação.

Tabela 3.2 – Fator de forma e tempo adimensional necessário para atingir o regime pseudopermanente em uma área quadrada drenada por um poço vertical artificialmente fraturado (Earlougher, 1977)

x_f/x_e	C_f	PP exato para $t_{DA} >$	PP com erro menor que 1% para $t_{DA} >$
0,1	2,6541	0,175	0,08
0,2	2,0348	0,175	0,09
0,3	1,9986	0,175	0,09
0,5	1,6620	0,175	0,09
0,7	1,3127	0,175	0,09

1,0	0,7887	0,175	0,09
-----	--------	-------	------

Valores do fator de forma C_f para um poço vertical artificialmente fraturado, com uma fratura de condutividade infinita, em uma área de drenagem retangular podem ser encontrados na Tabela 3.3, enquanto valores do tempo adimensional t_{DA} requerido para o início do regime pseudo-permanente podem ser obtidos da Tabela 3.4. Admite-se que a fratura penetre totalmente a formação.

Tabela 3.3 – Coeficiente de forma C_f para um poço vertical com uma fratura de condutividade infinita em uma área de drenagem retangular (Mutalik *et alii*, 1988)⁴

x_f/x_e	x_e/y_e					
	1	2	3	5	10	20
0,1	2,020	1,4100	0,751	0,2110	0,0026	0,000005
0,3	1,820	1,3611	0,836	0,2860	0,0205	0,000140
0,5	1,600	1,2890	0,924	0,6050	0,1179	0,010550
0,7	1,320	1,1100	0,880	0,5960	0,3000	0,122600
1,0	0,791	0,6662	0,528	0,3640	0,2010	0,106300

Tabela 3.4 – Tempo adimensional (t_{DA}) requerido para o início do regime pseudopermanente em uma área retangular drenada por um poço vertical com uma fratura de condutividade infinita (Mutalik *et alii*, 1988)⁵

x_f/x_e	x_e/y_e					
	1	2	3	5	10	20
0,01	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0
0,05	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0
0,10	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0
0,20	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0
0,40	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0
0,50	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0
0,70	0,2	0,3	0,45	0,7	2,0	3,0

3.9. Cone de Água e/ou de Gás em Poços Verticais

Um dos aspectos de extrema importância a serem considerados durante a operação de poços de petróleo é a questão da formação de cones de água e/ou de gás. Um cone de água, por exemplo, ocorre quando o contato óleo/água eleva-se mais nas imediações de um poço produtor,

⁴ Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

⁵ Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

provocando com isso um aumento na razão água/óleo, com conseqüente perda de produção de óleo. Por isso, ações devem ser tomadas para se minimizar ou pelo menos retardar a formação desses cones. Em um reservatório onde não haja capa de gás, por exemplo, uma dessas ações consiste em se completar o intervalo produtor somente na sua parte superior. Por outro lado, em um reservatório com capa de gás, mas sem aquífero de fundo, o poço deve ser canhoneado nas partes inferiores do intervalo, para se evitar ou minimizar a formação de um cone de gás. Finalmente, se o poço possui tanto um aquífero de fundo como uma capa de gás, seja ela primária ou secundária, então o poço deve ser canhoneado no centro do intervalo da zona de óleo ou logo abaixo do centro, ou seja, mais próximo do aquífero do que da capa de gás. Isso se deve ao fato de que a tendência de formar um cone é inversamente proporcional à diferença entre as densidades dos fluidos e diretamente proporcional à viscosidade. Como a diferença entre as densidades do óleo e do gás é geralmente maior que a diferença entre as densidades da água e do óleo, o gás apresenta menor tendência de formar cone do que a água. No entanto, como a viscosidade do gás é muito menor que a da água, para um mesmo diferencial de pressão no reservatório, a vazão de fluxo de gás será maior que a vazão de água. Assim, os efeitos das diferenças entre densidades e viscosidades tendem a se contrabalançar e, para minimizar a possibilidade de cone, o intervalo canhoneado deve estar situado no centro do intervalo da zona de óleo. Na prática, porém, costuma-se canhonear os intervalos produtores de óleo de tal modo que os canhoneados estejam mais próximos do contato óleo/água do que do contato gás/óleo (Joshi, 1991).

Embora as propriedades dos fluidos envolvidos possam acentuar a formação dos cones de água e/ou de gás, é o diferencial entre a pressão do reservatório e a pressão de fluxo no poço que causa a ocorrência do cone, principalmente porque nas imediações de um poço vertical o gradiente de pressão no reservatório é máximo. Como para se alcançar um determinado nível de produção em um reservatório de baixa permeabilidade é necessário um grande diferencial de pressão, nesse tipo de reservatório é maior a tendência de formação de cone do que em um reservatório de alta permeabilidade. No entanto, em reservatórios naturalmente fraturados, principalmente com um número relativamente grande de fraturas verticais, podem ocorrer sérios problemas de formação de cone, apesar da alta permeabilidade. Isso se deve ao fato de que a água e/ou o gás flui através das fraturas de alta condutividade. Nesse caso, a probabilidade de formação de cones pode ser reduzida, mais uma vez, através da redução da vazão de produção, ou através do uso de poços horizontais, conforme será discutido posteriormente. Muitas vezes, reduzir a produção do poço não é uma alternativa prática, pois estará sendo reduzida a velocidade de recuperação dos hidrocarbonetos contidos no reservatório. Então, a alternativa mais viável pode ser o uso de poços horizontais.

3.9.1. Vazão crítica

Conforme discutido anteriormente, se a vazão de produção de um poço for suficientemente baixa, o cone de água e/ou de gás poderá ser evitado. A *vazão crítica* é definida como sendo a máxima vazão de hidrocarboneto possível de ser produzida sem que haja produção de um fluido indesejado devida à formação de cone, seja ele água e/ou gás. Por exemplo, em um reservatório de óleo com um aquífero de fundo, a vazão crítica de um poço é a máxima vazão de óleo que se pode produzir desse poço sem que haja produção de água.

3.9.2. Correlações para a estimativa da vazão crítica

A Figura 3.32 e a Figura 3.33 ilustram dois casos de cone, de água e de gás, respectivamente, e mostram também a nomenclatura utilizada: h é a espessura da coluna de óleo, ou seja, a

espessura do reservatório de óleo, e h_p a espessura do intervalo canhoneado, isto é, aberto à produção.

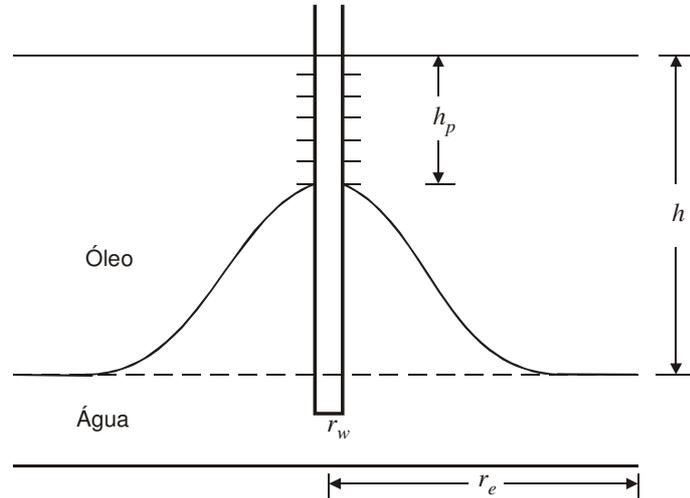


Figura 3.32 – Cone de água em um reservatório de óleo com aquífero de fundo.

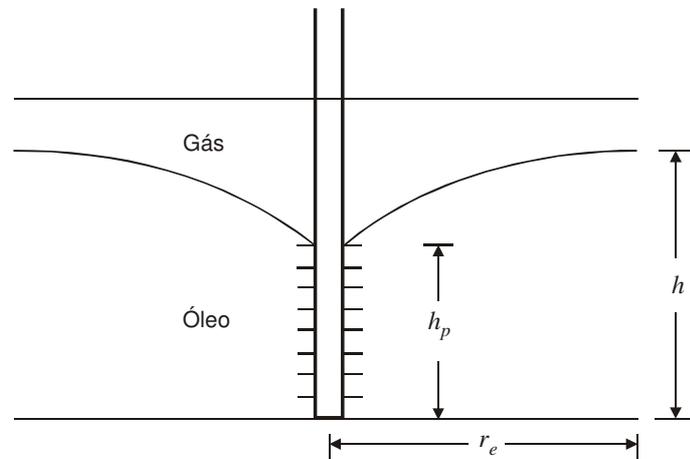


Figura 3.33 – Cone de gás em um reservatório de óleo com capa de gás.

Existem várias correlações disponíveis na literatura para o cálculo de vazão crítica, podendo-se citar entre elas as de Craft & Hawkins (1959), Schols (1972), Meyer, Gardner & Pirson (1977), Chaperon (1986) e Hoyland, Papatzacos & Skjaeveland (1989).

A correlação de Craft & Hawkins (1959) para cálculo da vazão crítica de óleo, num sistema compatível de unidades, é dada por:

$$q_{oc} = \frac{2\pi k_o h (p'_{ws} - p_w)}{B_o \mu_o \ln(r_e / r_w)} RP, \quad (3.308)$$

onde q_{oc} é a vazão crítica de óleo, p'_{ws} a pressão estática corrigida para a metade do intervalo produtor, p_w a pressão de fluxo no poço medida na metade do intervalo produtor, h a espessura da coluna de óleo e RP a razão de produtividade, definida pela expressão:

$$RP = b' \left[1 + 7 \sqrt{\frac{r_w}{2b'h}} \cos(b' \times 90^\circ) \right], \quad (3.309)$$

sendo $b' = h_p / h$ a razão de penetração, onde h_p é a espessura do intervalo canhoneado.

A vazão crítica de óleo para cone de água, calculada pela correlação de Schols (1972), é dada por:

$$q_{ocw} = 0,0008352 \left(\frac{k_o}{B_o \mu_o} \right) (h^2 - h_p^2) (\rho_w - \rho_o) \left[0,432 + \frac{\pi}{\ln(r_e / r_w)} \right] [h / r_e]^{0,14}, \quad (3.310)$$

onde q_{ocw} é dada em $m^3 std/d$, k_o é a permeabilidade efetiva ao óleo (md), μ_o a viscosidade do óleo (cp), ρ_w a massa específica da água (g/cm^3), ρ_o a massa específica do óleo (g/cm^3), h a espessura da zona de óleo (m), h_p a espessura do intervalo canhoneado (m), r_e o raio de drenagem (m) e r_w o raio do poço (m).

No método de Meyer, Gardner & Pirson, apresentado por Pirson (1977), a vazão crítica de óleo na presença de gás (q_{ocg}) é dada por:

$$q_{ocg} = 0,002627 \left(\frac{k_o}{B_o \mu_o} \right) \left[\frac{\rho_o - \rho_g}{\ln(r_e / r_w)} \right] [h^2 - (h - h_p)^2], \quad (3.311)$$

onde q_{ocg} é dada em $m^3 std/d$, ρ_o é a massa específica do óleo (g/cm^3), ρ_g a massa específica do gás (g/cm^3), k_o a permeabilidade efetiva ao óleo (md), μ_o a viscosidade do óleo (cp), h a espessura da zona de óleo (m) e h_p a espessura do intervalo canhoneado (m). Para cone de água a vazão crítica q_{ocw} é expressa por:

$$q_{ocw} = 0,002627 \left(\frac{k_o}{B_o \mu_o} \right) \left[\frac{\rho_w - \rho_o}{\ln(r_e / r_w)} \right] (h^2 - h_p^2), \quad (3.312)$$

onde ρ_w é a massa específica da água (g/cm^3). Finalmente, para cones simultâneos de gás e de água a vazão crítica de óleo q_{ocgw} é:

$$q_{ocgw} = 0,002627 \left(\frac{k_o}{B_o \mu_o} \right) \left[\frac{h^2 - h_p^2}{\ln(r_e / r_w)} \right] \left[(\rho_w - \rho_o) \left(\frac{\rho_o - \rho_g}{\rho_w - \rho_g} \right)^2 + (\rho_o - \rho_g) \left(1 - \frac{\rho_o - \rho_g}{\rho_w - \rho_g} \right)^2 \right]. \quad (3.313)$$

As correlações de Chaperon (1986) e de Hoyland, Papatzacos & Skjaeveland (1989), a qual pode ser empregada tanto em reservatórios isotrópicos como em reservatórios anisotrópicos, podem ser encontradas no livro de Joshi (1991).

Conforme discutido por Joshi (1991), observa-se nas equações de vazão crítica que um parâmetro importante que afeta a formação de cone é a viscosidade do óleo. Quanto maior a viscosidade do óleo, menor a vazão crítica, isto é, menor a vazão para que não haja a formação de cone. Portanto, em reservatórios de óleo pesado haveria a tendência de ocorrer severos problemas de cone. Uma atenuante para essa situação é o fato de que reservatórios de óleo pesado normalmente apresentam alta permeabilidade, de modo que a relação k_o/μ_o pode ser similar ao valor observado em reservatórios menos permeáveis, mas de óleo leve. Nota-se também que, quanto maior a diferença entre as densidades dos fluidos, maior a vazão crítica, isto é, menor a tendência do aparecimento de um cone.

Um outro parâmetro importante para os valores de vazão crítica é a espessura do intervalo canhoneado (h_p). Quanto menor o intervalo canhoneado, maior a vazão crítica, desde que a parte

canhoneada esteja distante do topo da zona de óleo, no caso de existir capa de gás, e da base no caso de existir aquífero de fundo.

A permeabilidade vertical é um dos parâmetros responsáveis pela formação de cone. Quanto maior a permeabilidade vertical, maior a tendência de formação de cone. Algumas das correlações disponíveis, especialmente as apresentadas neste texto, não incluem a permeabilidade vertical como um dos parâmetros de correlação. No entanto, Joshi (1991) comenta que a vazão crítica não é fortemente influenciada pela permeabilidade vertical, desde que esta tenha um valor finito e a penetração do poço no reservatório seja pequena.

Observa-se na prática que muitas vezes as correlações para cálculo da vazão de produção crítica forneçam valores exageradamente baixos para essa vazão. Nesses casos, uma maneira de se verificar a aplicabilidade da correlação é a realização de testes de campo. Variando-se a vazão de produção do poço, através da variação da pressão de fluxo de fundo, podem ser determinadas as condições operacionais ótimas, de modo a se minimizar ou até eliminar a produção de gás e/ou água devida à formação de cone. A redução da produção de água e/ou gás com a redução da vazão se deve ao fato de que o cone se retrai quando é reduzido o diferencial de pressão entre o reservatório e o poço. Existem algumas situações, porém, em que isso não se verifica. Por exemplo, quando é grande o efeito da pressão capilar, um cone de água nas imediações do poço poderá não regredir, mesmo com o aumento da pressão de fluxo, ou seja, com a redução do diferencial de pressão no reservatório. Nesse caso a determinação da vazão crítica não pode ser feita através dos testes de produção de campo. Os testes de campo também apresentam dificuldade quando há cone de gás, já que normalmente é impossível determinar a origem do gás produzido, isto é, se o gás produzido provém do gás que se encontrava em solução no óleo ou do gás da capa.

Em muitos casos as vazões críticas estimadas pelas correlações, ou mesmo determinadas nos testes de campo, são muito baixas e, por razões econômicas, o poço é produzido com uma vazão maior que a crítica. Nesse caso, se houver um aquífero de fundo, por exemplo, haverá produção de óleo e água. Joshi (1991, pp. 268-273) apresenta vários métodos para se prever o tempo de aparecimento da água no poço, normalmente chamado de *tempo de erupção* da água. Segundo Joshi (1991), a equação do tempo de erupção pode também ser utilizada para se estimar a permeabilidade vertical do reservatório nas imediações do poço.

3.10. Poços Horizontais

Embora os sistemas de produção e de injeção de fluidos em reservatórios de petróleo continuem a usar preponderantemente poços verticais, nas últimas décadas tem sido crescente o uso de poços inclinados e até mesmo horizontais, devido às suas vantagens, tanto do ponto de vista técnico quanto do econômico, em muitas situações. Um dos principais objetivos quando se utiliza um poço horizontal é aumentar o índice de produtividade ou de injetividade do mesmo, quando comparado ao de um poço vertical. Esse aumento de produtividade deve-se a uma maior área de reservatório contatada, no caso do poço horizontal.

Mesmo nos casos em que apresentavam vantagens do ponto de vista da otimização da produção e/ou da injeção de fluidos, inicialmente os poços horizontais tiveram pouca aplicação, em função de problemas técnicos e principalmente dos altos custos. A partir do início da década de 80, no entanto, o uso desse tipo de poço passou a ser mais freqüente, devido ao desenvolvimento de novas técnicas de perfuração e de completação, o que reduziu sensivelmente os problemas técnicos antes enfrentados e os custos.

Em relação aos poços verticais, os poços horizontais apresentam muitas vantagens em alguns casos. Quando a formação produtora é pouco espessa, por exemplo, pode ser indicado o uso de

poço horizontal. Neste caso, um único poço horizontal pode ser equivalente a vários poços verticais em termos de área exposta ao fluxo da formação para o interior do poço. Também em um reservatório naturalmente fraturado poderia ser interessante o uso de poços horizontais, já que estes interceptariam diversas fissuras ou fraturas. O desenvolvimento de campos na plataforma continental oferece outra situação em que os poços inclinados ou até mesmo horizontais são vantajosos, pois permitem atingir um reservatório-alvo situado em lâmina d'água profunda a partir de uma plataforma de perfuração ou de produção localizada em lâmina d'água mais rasa. Problemas de cone de água ou de cone de gás também podem ser minimizados com a utilização de poços horizontais. Em reservatórios de gás os poços horizontais podem ser usados tanto para os casos de baixa permeabilidade como para os de alta permeabilidade. Nos reservatórios de baixa permeabilidade eles possibilitam o aumento da área drenada por cada poço e a conseqüente redução do número de poços necessários. Nos de alta permeabilidade permitem a redução da velocidade de fluxo e da turbulência nas imediações do poço, em comparação com os poços verticais, aumentando assim a sua produtividade (Joshi, 1991). Poços horizontais têm sido usados também em projetos de recuperação secundária convencional (injeção de água) e em métodos especiais de recuperação secundária (injeção de polímero, injeção de fluidos miscíveis), com o objetivo de aumentar a eficiência de varrido (Joshi, 1991). Poços horizontais têm sido ainda empregados em projetos de recuperação secundária especial que utilizam a injeção de vapor, como por exemplo no chamado processo SAGD ("Steam Assisted Gravity Drainage").

A Figura 3.34, onde é apresentada uma seção vertical do reservatório, ilustra as regiões drenadas por um poço vertical e por um poço horizontal, ambos perfurados em um reservatório horizontal, onde h é a espessura do reservatório, r_w o raio do poço, L o comprimento do trecho horizontal do poço e r_e seria uma espécie de *raio da área drenada*. Conforme já foi discutido em seções anteriores e pode ser visto nessa figura, o poço vertical drena um volume cilíndrico, enquanto o horizontal drena um elipsóide, ou seja, uma elipse tridimensional. Em geral o poço horizontal drena um volume maior que o poço vertical.

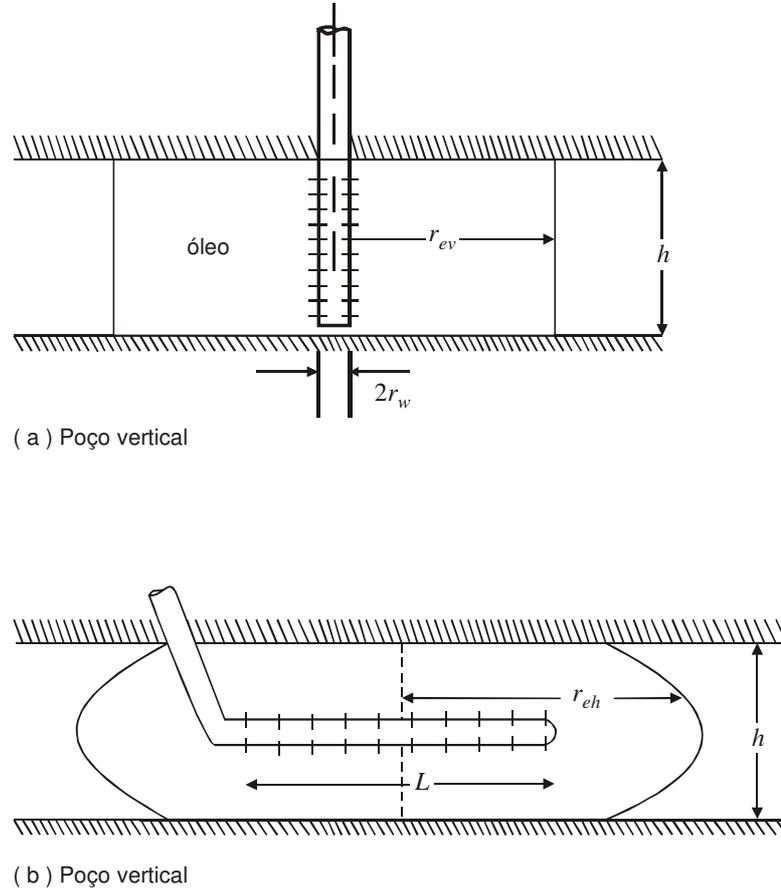


Figura 3.34 – Regiões drenadas por um poço vertical e por um poço horizontal. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

Uma alternativa para se aumentar o índice de produtividade de poços verticais tem sido a indução de fraturas artificiais, conforme discutido na Seção 3.8. Após o aparecimento dos poços horizontais, os poços verticais fraturados têm sido usados como referência para se determinar a viabilidade técnica e econômica da perfuração de poços horizontais. Embora em algumas situações as fraturas artificiais possam ser horizontais, o mais comum é que elas ocorram verticalmente. Na Figura 3.35 está mostrado um esquema de um poço vertical, com uma fratura vertical que penetra totalmente a formação, isto é, cobre toda a altura h do reservatório. A metade do comprimento da fratura é definida como x_f .

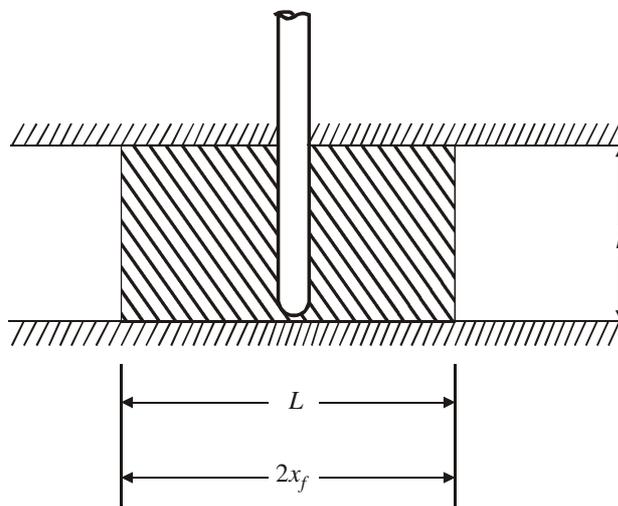


Figura 3.35 – Poço vertical artificialmente fraturado. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

Uma situação ideal ou desejada para uma fratura seria quando ela possuísse condutividade infinita, isto é, quando não houvesse (ou fosse desprezível) perda de carga no seu interior. Reduzindo-se a altura dessa fratura de condutividade infinita obter-se-ia um poço horizontal, embora no caso de um poço horizontal a perda de carga no seu interior possa não ser desprezível em alguns casos, especialmente quando é muito longo o seu comprimento. De qualquer modo, um poço horizontal representa aproximadamente o caso limite de uma fratura vertical de condutividade infinita cuja altura é igual ao diâmetro do poço.

Inicialmente, uma das maiores desvantagens dos poços horizontais em relação aos verticais era o fato de que somente uma zona podia ser drenada por um mesmo poço horizontal. A partir dos primeiros anos da década de 90, no entanto, essa desvantagem começou a ser reduzida, com os poços horizontais sendo usados para drenar múltiplas zonas. Isso pode ser conseguido perfurando-se, a partir de um poço vertical, vários trechos horizontais em diferentes camadas, conforme ilustra a Figura 3.36. Uma outra solução é cimentar o trecho horizontal do poço e fraturá-lo hidráulicamente, comunicando-se assim diversas zonas ou camadas.

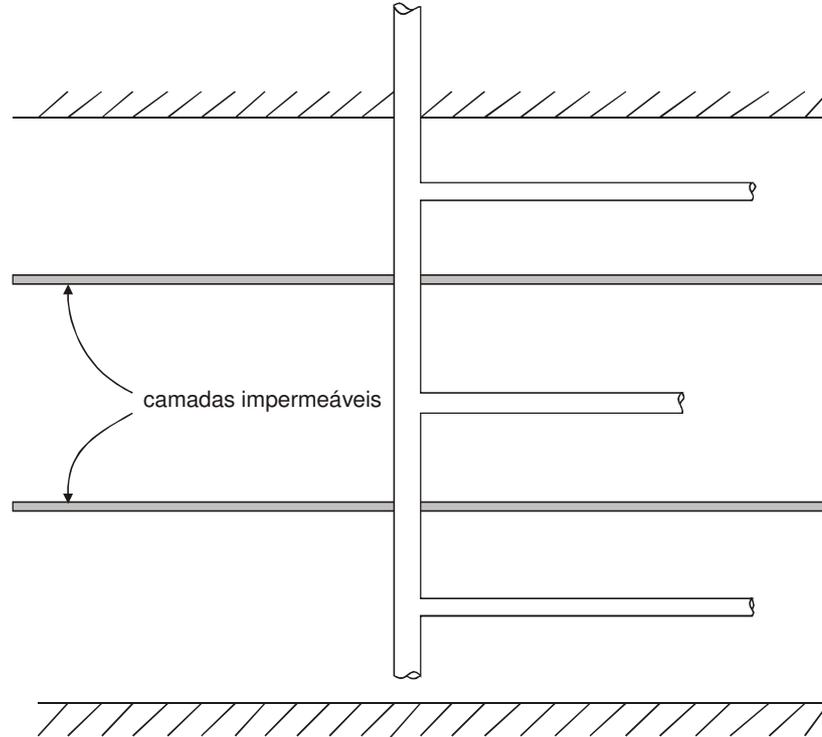


Figura 3.36 – Ilustração esquemática de um poço com vários trechos horizontais drenando diferentes zonas.

Além da situação descrita na Figura 3.36, em uma mesma zona é possível perfurar, a partir de um poço vertical, um ou dois trechos horizontais, como pode ser visto na Figura 3.37, ou ainda vários trechos horizontais, como indicado na Figura 3.38.

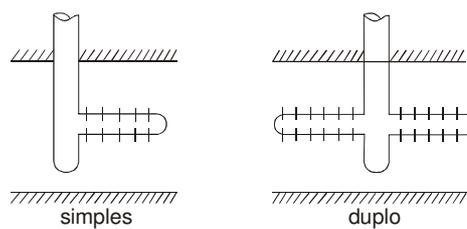


Figura 3.37 – Poço com um ou dois trechos horizontais em uma mesma zona. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

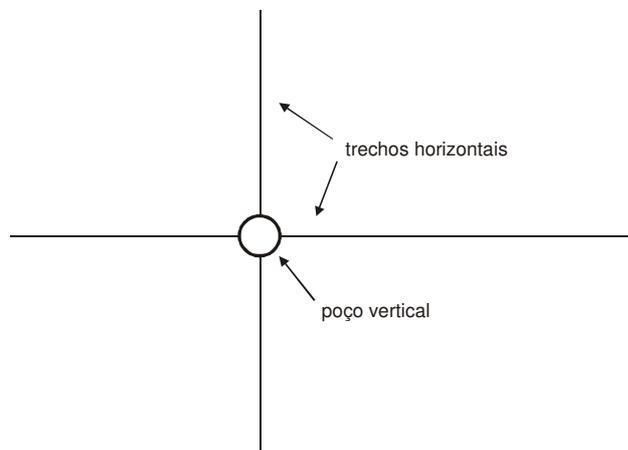


Figura 3.38 – Vista em planta de um poço vertical com várias re-entradas horizontais em uma mesma profundidade.

Uma outra desvantagem dos poços horizontais em relação aos verticais é que aqueles, uma vez atingidos pela água proveniente de um contato óleo/água ascendente, terão necessariamente que ser fechados ou transformados em injetores, não sendo possíveis recompletações, como normalmente são feitas nos poços verticais, quando se deixam abertos à produção somente os intervalos superiores de uma determinada zona ou camada produtora.

3.10.1. Dano ou estímulo

Conforme discutido na Seção 3.5, no modelo de Hawkins (1956) o fator de película em um poço vertical sujeito ao fluxo radial horizontal é dado pela expressão:

$$s = \left(\frac{k}{k_a} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_a}{r_w} \right), \quad (3.314)$$

onde r_a e k_a são, respectivamente, o raio e a permeabilidade da região alterada. A alteração de permeabilidade muitas vezes é decorrente da invasão de fluidos de perfuração ou de completação. Essa equação mostra que o raio da região invadida possui menos influência no valor do fator de película do que a alteração de permeabilidade, pois a relação entre os raios aparece como argumento da função logarítmica.

Em geral, formações com alta permeabilidade apresentam regiões alteradas com maiores raios de invasão do que formações menos permeáveis, devido à facilidade com que os fluidos podem penetrar. As alterações de permeabilidade em termos percentuais em relação aos valores originais, no entanto, são menores nas formações mais permeáveis, pois os poros, possuindo maiores diâmetros, não são totalmente bloqueados pelos sólidos do fluido de perfuração ou completação.

Poços verticais danificados podem apresentar fatores de película positivos variando entre 1 e 10, ou até maiores, enquanto poços verticais artificialmente fraturados ou estimulados podem ser representados por poços não fraturados com fatores de película negativos, cujos valores podem atingir -6 . De maneira similar, poços horizontais podem ser representados como poços verticais altamente estimulados.

Utilizando a equação apresentada na Seção 3.5, a queda de pressão devida ao efeito de película em um poço horizontal é dada por:

$$\Delta p_s = \frac{q_h B \mu}{2\pi k L} s, \quad (3.315)$$

onde q_h é a vazão do poço horizontal (medida em condições-padrão), B o fator volume-formação do fluido, μ a viscosidade do fluido, k a permeabilidade efetiva da formação ao fluido na região não afetada pelo dano ou estímulo, L o comprimento do poço e s o fator de película. No caso de uma formação anisotrópica, com k_h sendo a permeabilidade horizontal e k_v a vertical, a permeabilidade k seria obtida pela média geométrica, ou seja, $k = \sqrt{k_h k_v}$.

Observa-se que para o mesmo fator de película e para a mesma vazão, a queda de pressão devida ao efeito de película é menor em um poço horizontal do que em um poço vertical, pois geralmente o comprimento de um poço horizontal é maior do que a espessura da formação, ou seja, a vazão de fluxo de fluido nas paredes do poço, por unidade de comprimento, é menor. Isso contribui para o sucesso de projetos de desenvolvimento de reservatórios de alta permeabilidade através do uso de poços horizontais, ainda que os mesmos não sejam sequer estimulados. Também indica que a estimulação de um poço horizontal pode não ser tão vantajosa quanto seria em um poço vertical, devido ao pequeno ganho de produtividade que seria obtido. Por outro lado, em reservatórios com baixa permeabilidade a influência do dano sobre o índice de produtividade de um poço horizontal pode ser crítica, tornando o projeto economicamente inviável (Joshi, 1991).

A Figura 3.39 ilustra os formatos das zonas danificadas devido à invasão de fluidos durante a perfuração, tanto em poço vertical como em horizontal. Nas porções superiores a espessura da região invadida é maior, devido ao maior tempo de exposição ao fluido existente no interior do poço. Além disso, devido ao maior tempo necessário para a sua perfuração, a invasão de fluido em um poço horizontal tende a ser mais acentuada, provocando neste caso um dano mais severo do que ocorreria em um poço vertical.

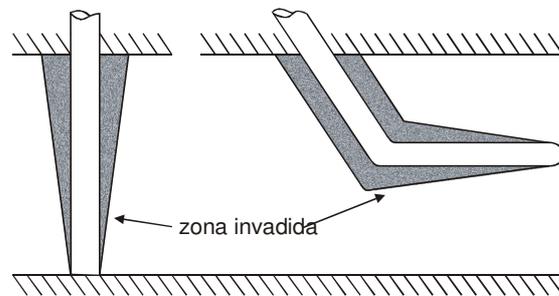


Figura 3.39 – Zona danificada em poço vertical e em poço horizontal. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de PennWell Publishing Company.

3.10.2. Modelo físico

A Figura 3.40 mostra um desenho esquemático de um poço horizontal utilizado para produzir de uma única zona, onde L é o comprimento do trecho horizontal do poço. Admitindo que somente a parte propriamente horizontal do poço seja canhoneada ou esteja aberta à produção, pode-se simplificar o modelo físico, conforme ilustrado na Figura 3.41.

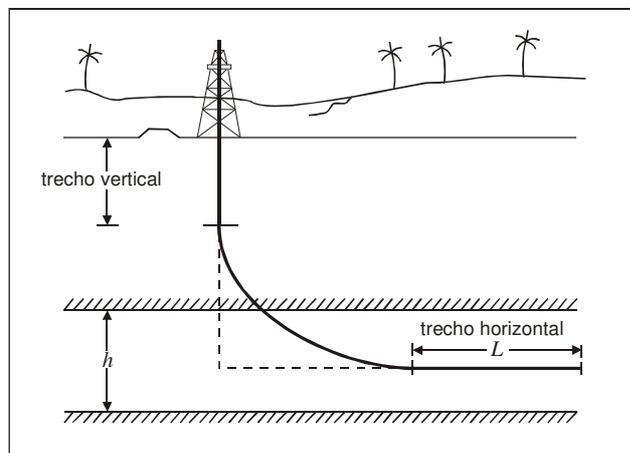


Figura 3.40 – Esquema de um poço horizontal.

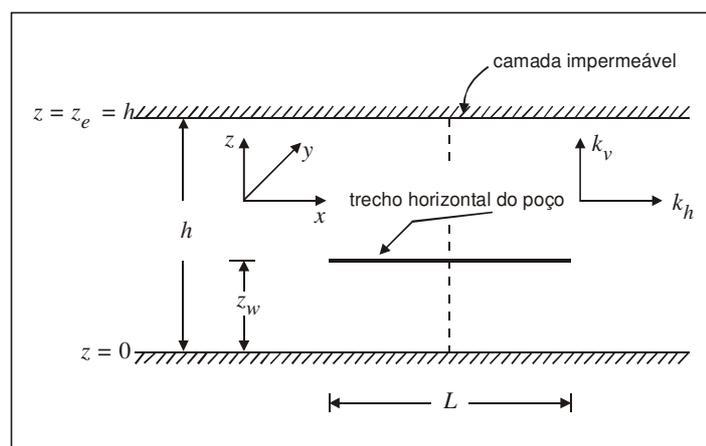


Figura 3.41 – Modelo simplificado de um poço horizontal (Rosa & Carvalho, 1986).

Além da representação esquematizada na Figura 3.41, as seguintes hipóteses são admitidas:

- O reservatório é horizontal, homogêneo e possui permeabilidades horizontal (k_h) e vertical (k_v) constantes, espessura h , porosidade constante (ϕ) e compressibilidade efetiva da rocha constante (c_f);
- A produção ocorre através de um poço de raio r_w , representado na Figura 3.41 por um segmento de linha-reta localizado a uma distância z_w da base da formação e cujo comprimento é igual à parte horizontal do poço;
- Um fluido, de compressibilidade pequena e constante (c), viscosidade constante (μ) e fator volume-formação (B) flui para o poço a uma vazão constante q_h (medida em condições-padrão);

- O reservatório é limitado superior e inferiormente por camadas impermeáveis. Para o regime de fluxo transiente (reservatório infinito) admite-se que a pressão permaneça constante e igual à inicial a uma distância infinitamente grande do poço;
- Consideram-se pequenos gradientes de pressão e desprezam-se os efeitos gravitacionais.

Além dessas hipóteses, é necessário adotar um modelo para a distribuição de fluxo ao longo do poço horizontal. Normalmente é empregado um dos seguintes modelos: fluxo uniforme, condutividade infinita ou condutividade finita, conforme foi discutido para o caso de um poço vertical artificialmente fraturado (vide Figura 3.28).

3.10.3. Regimes de fluxo

Durante a produção do poço horizontal esquematizado na Figura 3.41, diversos regimes de fluxo podem ocorrer, a depender da geometria do sistema poço-reservatório. Por exemplo, para um poço situado em um reservatório infinito lateralmente, são possíveis os regimes de fluxo transientes ilustrados na Figura 3.42.

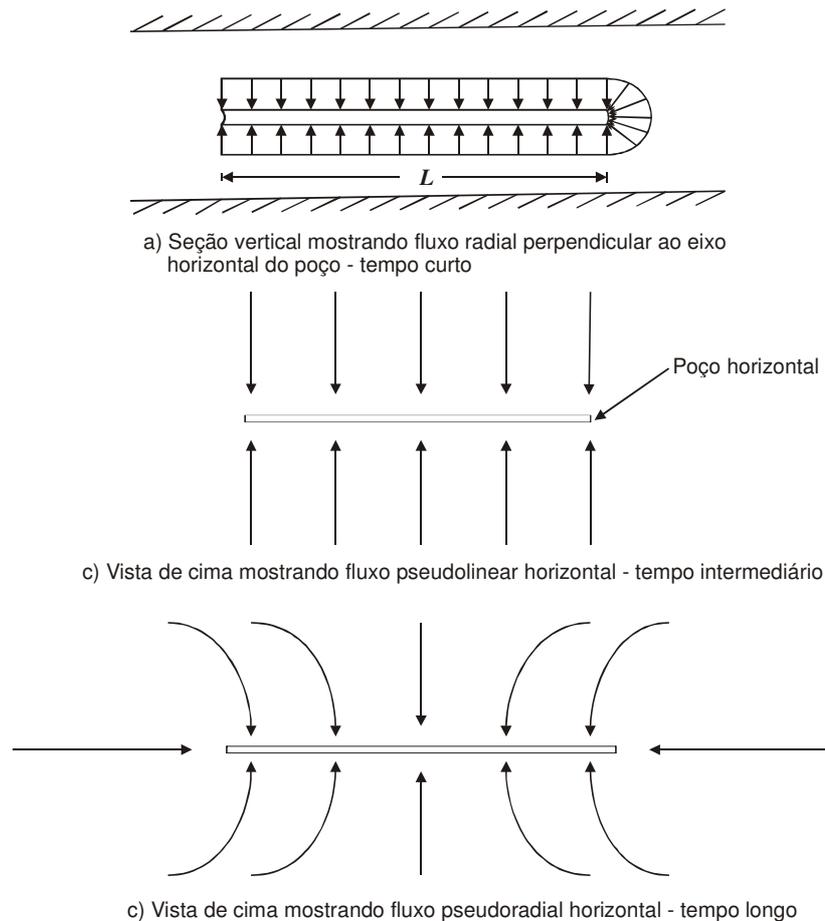


Figura 3.42 – Possíveis regimes de fluxo transiente - poço horizontal em um reservatório lateralmente infinito.

Inicialmente o poço comporta-se como se fosse um poço vertical perfurado em uma zona de espessura L , ocorrendo então um fluxo radial perpendicular ao eixo horizontal do poço. Como muitas vezes os poços horizontais são perfurados em reservatórios pouco espessos, esse período de fluxo radial pode durar somente alguns minutos ou no máximo horas, devido ao início dos efeitos dos limites inferior e superior sobre o comportamento da pressão.

Para um tempo intermediário pode ocorrer um fluxo *pseudolinear* horizontal. A denominação pseudolinear deve-se ao fato de que nas imediações do poço as linhas de fluxo não são lineares, pois o diâmetro do poço é muito menor que a espessura da formação. Esse comportamento é melhor visualizado na Figura 3.43.

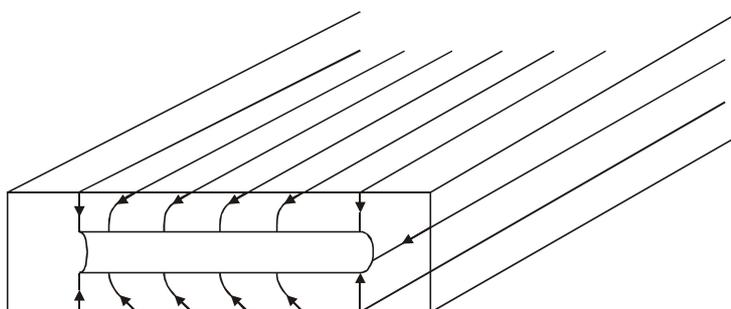


Figura 3.43 – Fluxo pseudolinear horizontal transiente - tempo intermediário.

No longo tempo o comprimento do poço passa a ter pequena influência no comportamento da pressão. Longe do poço as linhas de fluxo são radiais horizontais, havendo deformações somente nas imediações do poço, conforme indica a parte (c) da Figura 3.42. Por isso, esse regime transiente é denominado *pseudoradial* horizontal.

Ainda que o reservatório fosse limitado lateralmente, poderiam ser observados o fluxo radial transiente, o pseudolinear horizontal transiente e até mesmo o pseudoradial horizontal transiente, mas outros regimes também poderiam ocorrer. Por exemplo, caso o comprimento do poço fosse somente um pouco menor que a largura do reservatório, como mostrado na Figura 3.44, após o regime de fluxo pseudoradial horizontal transiente, ou mesmo imediatamente após o período pseudolinear horizontal transiente, o reservatório poderia atingir um novo regime pseudolinear transiente quando fossem sentidos os efeitos das fronteiras **c** e **d**. Finalmente, quando fossem sentidos no comportamento da pressão no poço os efeitos das fronteiras **a** e **b**, seria obtido o regime de fluxo pseudolinear pseudopermanente.

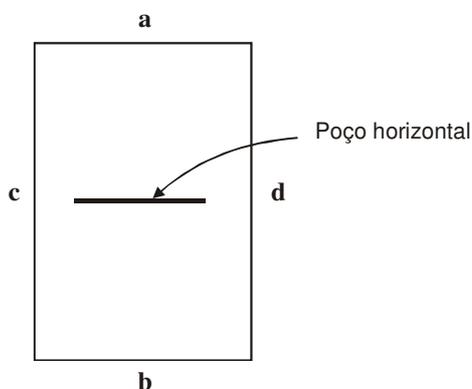


Figura 3.44 – Poço horizontal com comprimento pouco menor que um dos lados de um reservatório retangular.

Nota-se então que no caso da configuração apresentada na Figura 3.44 a situação torna-se ainda mais complexa, com quatro regimes de fluxo podendo ser observados. Para facilitar a descrição, as denominações dos períodos de tempo poderiam ser alteradas, definindo-se: (a) Tempo curtíssimo: fluxo radial transiente perpendicular ao eixo do poço; (b) Tempo curto: fluxo pseudolinear horizontal transiente – fase 1; (c) Tempo intermediário: fluxo pseudoradial horizontal transiente; (d) Tempo intermediário tardio: fluxo pseudolinear horizontal transiente – fase 2; (e) Tempo longo: fluxo pseudolinear horizontal pseudopermanente. A diferença entre os dois tipos de fluxo pseudolinear horizontal transiente (fases 1 e 2) pode ser melhor compreendida comparando-se a Figura 3.45 com a Figura 3.43.

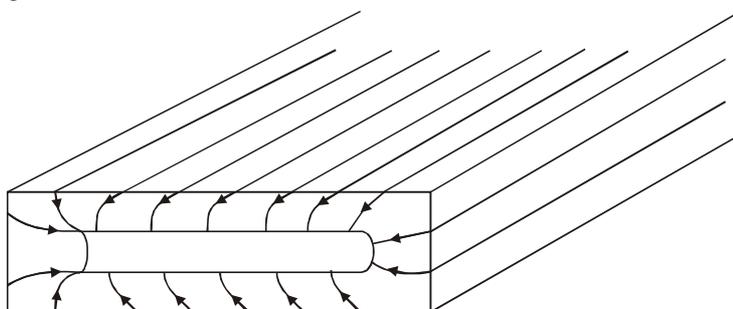


Figura 3.45 – Fluxo pseudolinear horizontal transiente - fase 2.

Se, por outro lado, o comprimento do poço fosse muito menor que as dimensões do reservatório, conforme ilustrado na Figura 3.46, no longo tempo seria alcançado o regime pseudoradial horizontal pseudopermanente, quando todas as fronteiras estivessem influenciando o comportamento da pressão de fluxo no poço. O regime seria pseudoradial e não perfeitamente radial devido às distorções que ocorreriam nas linhas de fluxo nas imediações do poço e nas fronteiras externas.

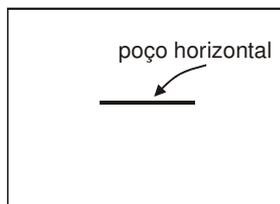


Figura 3.46 – Poço horizontal com comprimento muito menor que as dimensões do reservatório.

Os regimes transientes de fluxo em geral são de interesse somente na análise de testes de pressão nos poços, enquanto para as previsões de comportamento de longo prazo são utilizadas as soluções para regimes de fluxo estabilizado, permanente ou pseudopermanente.

Conforme foi discutido anteriormente, o tempo requerido para se atingir um regime estabilizado de fluxo em um reservatório drenado por um poço vertical pode ser estimado através da Tabela K.3 do Apêndice K. Observa-se nessa tabela que, quando o poço está localizado no centro de um círculo ou de um quadrado, o tempo adimensional para se atingir o regime pseudopermanente é $t_{DA} = 0,1$. Porém, quando a área de drenagem é retangular, o tempo para se atingir o regime pseudopermanente aumenta. Por exemplo, em um retângulo cujo lado maior é igual a cinco vezes o lado menor, esse tempo é $t_{DA} = 1$, ou seja, 10 (dez) vezes maior que no caso anterior. Isso indica que poços verticais são incapazes de drenar de maneira efetiva áreas de drenagem retangulares em reservatórios com distribuição uniforme de permeabilidade.

3.10.4. Áreas drenadas por poços verticais e horizontais

Um importante aspecto a ser analisado ao se decidir sobre o projeto de exploração mais adequado para um campo de petróleo refere-se à possibilidade do uso de poços verticais e/ou horizontais. Considere como exemplo um reservatório de óleo com as seguintes características:

Permeabilidade	10 md
Porosidade	10 %
Viscosidade do óleo	5 cp
Compressibilidade total do sistema	$750 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$

Se esse reservatório for desenvolvido através de poços verticais, com um espaçamento entre eles de 400 m, e se todos os poços produzirem com a mesma vazão (constante), cada poço estará drenando uma área correspondente a um quadrado de lado igual a 400 m, como ilustra a Figura 3.47.

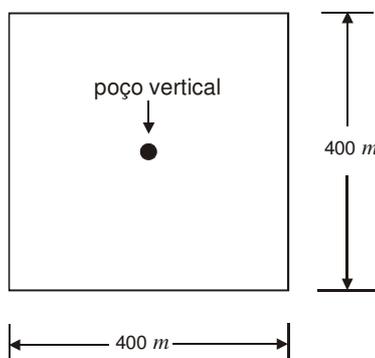


Figura 3.47 – Área drenada por um poço vertical em um reservatório desenvolvido com um espaçamento de 400 m.

Nesse caso, o tempo adimensional para se atingir o regime pseudopermanente será dado por:

$$t_{DA} = 0,1 = \frac{0,0003484kt_{pp}}{\phi\mu c_t A},$$

onde t_{pp} é o tempo real para se alcançar o regime pseudopermanente. Substituindo os valores numéricos resulta em:

$$0,1 = \frac{0,0003484 \times 10 \times t_{pp}}{0,1 \times 5 \times 750 \times 10^{-6} \times 400 \times 400} \Rightarrow t_{pp} = 1.722 \text{ h} \cong 72 \text{ d}.$$

Considere agora que esse reservatório fosse desenvolvido através de poços horizontais com comprimentos iguais a 400 m. Imaginando que o segmento de reta que representa o poço horizontal possa ser substituído por uma série de pontos ao longo desse segmento, cada um desses pontos atuaria como se fosse um poço vertical (Joshi, 1991). Como foi visto, um poço vertical nesse reservatório drena um quadrado de lado igual a 400 m após 72 dias. Assim, após esse período de tempo um poço horizontal estaria drenando um retângulo de lados iguais a 800 m e 400 m, respectivamente, como mostrado na Figura 3.48. Observa-se que a área drenada pelo poço horizontal, após o mesmo período de 72 dias, é igual a duas vezes a área drenada pelo poço vertical.

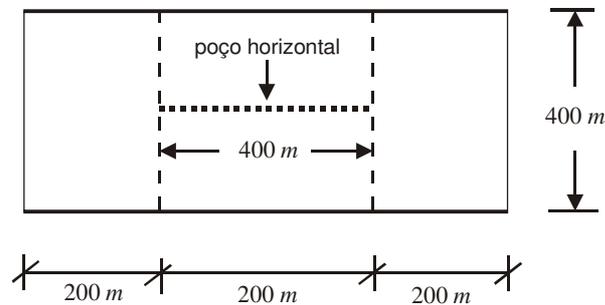


Figura 3.48 – Área drenada por um poço horizontal após 72 dias.

Da discussão apresentada nesse exemplo conclui-se que poços horizontais podem ser usados para drenar maiores áreas (ou volumes) de reservatório em menos tempo, quando comparados com o caso em que poços verticais são empregados. Isso é particularmente importante em reservatórios de baixa permeabilidade, onde um reduzido espaçamento entre poços verticais é necessário para se drenar o reservatório adequadamente. Nesse tipo de reservatório poços horizontais podem ser utilizados para se aumentar os volumes drenados em um dado período de tempo.

3.10.5. Influência da anisotropia areal do meio poroso na área de drenagem

Os modelos matemáticos e físicos considerados até agora admitem que o reservatório possua uma distribuição uniforme e isotrópica de permeabilidade. Em um sistema de coordenadas cartesianas (x, y) isso equivale a dizer que $k_x = k_y = k$. Em um reservatório naturalmente fraturado, por exemplo, a permeabilidade ao longo da orientação das fraturas é maior que numa direção perpendicular às fraturas. Nesse tipo de reservatório um poço vertical drenaria um comprimento maior ao longo da direção paralela à orientação das fraturas.

Em um reservatório anisotrópico em termos areais, sujeito ao fluxo horizontal, incompressível, unifásico e permanente, a equação diferencial parcial que rege o escoamento do fluido é a equação de Laplace:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 0. \quad (3.316)$$

Admitindo que os valores de k_x e de k_y sejam uniformes ao longo das direções x e y , respectivamente, a Eq. (3.316) pode ser simplificada para:

$$k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0. \quad (3.317)$$

Multiplicando e dividindo a Eq. (3.317) por $\sqrt{k_x k_y}$, obtém-se a expressão (Joshi, 1991):

$$\sqrt{k_x k_y} \left(\sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \sqrt{\frac{k_y}{k_x}} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (3.318)$$

Definindo:

$$y' = y \sqrt{k_x / k_y}, \quad (3.319)$$

de onde se pode escrever que:

$$y = y' \sqrt{k_y / k_x}, \quad (3.320)$$

a Eq. (3.318) pode ser transformada em:

$$\sqrt{k_x k_y} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y'^2} \right) = 0. \quad (3.321)$$

A Eq. (3.321) indica que um reservatório com anisotropia areal de permeabilidade seria equivalente a um reservatório isotrópico com permeabilidade igual a $\sqrt{k_x k_y}$ e com o lado da área de drenagem ao longo da direção de maior permeabilidade sendo igual a $\sqrt{k_y / k_x}$ vezes o lado ao longo da direção de menor permeabilidade.

Visando um melhor entendimento da discussão a respeito da influência da anisotropia, considere a nomenclatura apresentada na Figura 3.49, onde x_e e y_e equivalem à metade dos lados de uma área de drenagem retangular, nas direções x e y , respectivamente.

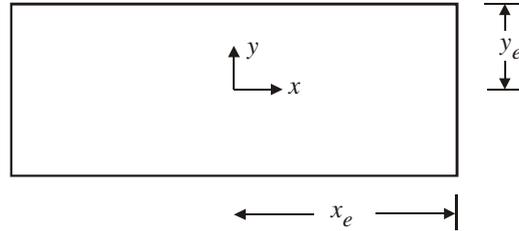


Figura 3.49 – Nomenclatura utilizada em uma área de drenagem retangular.

Imagine agora um reservatório com área de drenagem quadrada, de lado igual a 400 m, onde a permeabilidade na direção y seja igual a 16 vezes a permeabilidade na direção x, isto é, $k_y = 16k_x$, sendo $k_x = 100 \text{ md}$. Esse reservatório pode ser representado, de maneira equivalente, por um reservatório isotrópico, com permeabilidade:

$$k = \sqrt{k_x k_y} = \sqrt{k_x \times 16 \times k_x} = 4k_x = 4 \times 100 = 400 \text{ md}$$

e com dimensões tais que:

$$y_e = x_e \sqrt{k_y / k_x} = x_e \sqrt{16k_x / k_x} = 4x_e.$$

Como as áreas do reservatório real e do reservatório equivalente têm que ser iguais, então:

$$y_e x_e = 400 \times 400 \Rightarrow 4x_e x_e = 160.000 \Rightarrow x_e = 200 \text{ m} \Rightarrow y_e = 4x_e = 4 \times 200 = 800 \text{ m}.$$

A Figura 3.50 mostra o reservatório real (anisotrópico) e o reservatório equivalente (isotrópico), mas com as dimensões da área de drenagem alteradas).

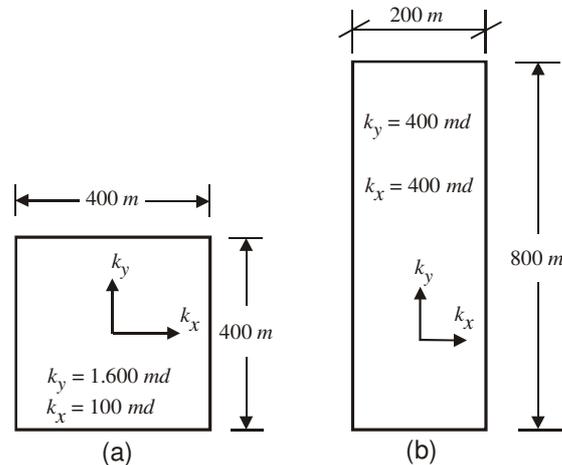


Figura 3.50 – Reservatórios real e equivalente - (a) Reservatório anisotrópico com $k_x = 100 \text{ md}$ e $k_y = 16k_x = 1.600 \text{ md}$; (b) Reservatório isotrópico equivalente com $k = 400 \text{ md}$ e $y_e = 4x_e$.

Em um reservatório anisotrópico como o da Figura 3.50(a) é difícil drenar uma grande distância ao longo da direção de baixa permeabilidade usando poços verticais. Entretanto, um poço horizontal perfurado ao longo da direção de permeabilidade mais baixa pode drenar uma área muito maior do que a área drenada por um poço vertical, resultando assim em uma reserva maior para poços horizontais do que para poços verticais. Portanto, poços horizontais são muito benéficos em

reservatórios com anisotropia areal, como, por exemplo, em reservatórios naturalmente fraturados, onde os poços horizontais devem ser perfurados numa direção perpendicular à direção das fraturas.

3.10.6. Tempo de estabilização em poços horizontais

Em um reservatório retangular drenado por um poço horizontal usa-se a nomenclatura apresentada na Figura 3.51.

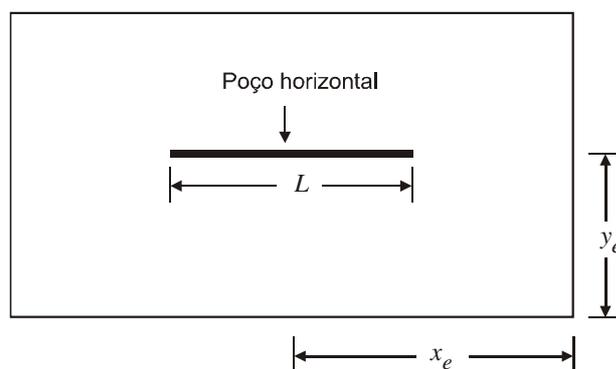


Figura 3.51 – Nomenclatura utilizada em uma área retangular drenada por um poço horizontal de comprimento L .

O tempo adimensional t_{DA} para início do regime pseudopermanente em uma área drenada por um poço horizontal pode ser obtido na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Tempo adimensional (t_{DA}) requerido para o início do regime pseudopermanente em uma área retangular drenada por um poço horizontal (Joshi, 1987)⁶

$L/(2x_e)$	x_e/y_e		
	1	2	5
0,2	0,15	0,2	0,6
0,4	0,15	0,2	0,6
0,6	0,15	0,2	0,6
0,8	0,15	0,2	0,6
1,0	0,10	0,15	0,3

⁶ Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

3.10.7. Área de drenagem de um poço horizontal

Conforme foi discutido anteriormente, sob as mesmas condições e durante um mesmo período de tempo, um poço horizontal drenará uma área maior do reservatório do que um poço vertical. A área (ou volume) drenada por um poço vertical pode ser usada para se estimar a área que seria drenada por um poço horizontal. No exemplo da Figura 3.48 foi mostrado que um poço horizontal pode ser visto como sendo uma série de poços verticais perfurados lado a lado ao longo do comprimento L (comprimento do poço horizontal) e completados em um intervalo limitado da espessura do reservatório. Essa analogia, porém, só é válida se a espessura do reservatório é muito menor que os lados da área de drenagem (Joshi, 1991). A Figura 3.52 apresenta um outro exemplo de áreas de drenagem de poços horizontais.

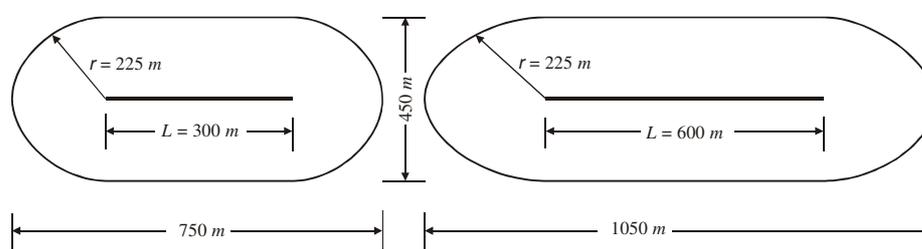


Figura 3.52 – Áreas drenadas por poços horizontais de diferentes comprimentos. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

Segundo Joshi (1991), é possível calcular a área de drenagem de um poço horizontal admitindo que essa área seja uma elipse no plano horizontal, com cada extremidade do poço sendo um foco dessa elipse. Segundo esse autor, no entanto, métodos diferentes fornecem em geral resultados similares. Como uma regra simples, ele cita que, para um mesmo período de tempo, um poço horizontal de 300 m de comprimento pode drenar, aproximadamente, uma área duas vezes maior que um poço vertical, enquanto um poço horizontal de 600 m de comprimento pode drenar uma área três vezes maior que um poço vertical. Assim, conclui-se que é importante utilizar um espaçamento maior entre poços quando o campo é desenvolvido através de poços horizontais.

Joshi (1991) apresenta, usando exemplos, vários métodos para a estimativa da área de drenagem de poços horizontais em reservatórios isotrópicos e anisotrópicos. Dois desses exemplos serão aqui reproduzidos, utilizando-se, no entanto, outras dimensões e o sistema métrico de unidades.

Exemplo 3.9 (Joshi, 1991) – Um reservatório com uma área de 1.600.000 m^2 estava para ser desenvolvido usando-se 10 poços verticais. No entanto, um engenheiro sugeriu perfurar poços horizontais, com comprimento de 300 m ou de 600 m. Calcule o número de poços horizontais que deverão ser usados para se drenar a área de maneira efetiva. Admita que um poço vertical drene uma área de 160.000 m^2 .

Solução:

Admitindo que o poço vertical drene uma área circular A_v de raio r_{ev} , então:

$$A_v = \pi r_{ev}^2 \Rightarrow 160.000 = \pi r_{ev}^2 \Rightarrow r_{ev} \cong 225 \text{ m} .$$

Dois métodos podem ser empregados para estimar a área de drenagem de um poço horizontal baseando-se na área de drenagem de 160.000 m^2 de um poço vertical.

Método I:

Como foi mostrado na Figura 3.52, onde as dimensões do sistema são exatamente as deste exemplo, a área de drenagem do poço horizontal é a soma das seguintes áreas: (a) Dois semicírculos de raio igual ao raio de drenagem do poço vertical (r_{ev}); (b) Um retângulo, cujos lados são iguais a L (comprimento do poço horizontal) e $2r_{ev}$. Assim, um poço horizontal de 300 m de comprimento drenaria uma área A_{h300m} de:

$$A_{h300m} = \pi r_{ev}^2 + 2r_{ev}L = \pi \times (225)^2 + 2 \times 225 \times 300 \cong 294.000 \text{ m}^2.$$

Por outro lado, um poço horizontal de 600 m de comprimento drenaria uma área A_{h600m} de:

$$A_{h600m} = \pi r_{ev}^2 + 2r_{ev}L = \pi \times (225)^2 + 2 \times 225 \times 600 \cong 429.000 \text{ m}^2.$$

Método II:

Admitindo que a área de drenagem de um poço horizontal seja elíptica no plano horizontal, então a metade do eixo maior da elipse é dada por $a = (L/2) + r_{ev}$, a metade do eixo menor da elipse é dada por $b = r_{ev}$ e a área da elipse, ou seja, a área de drenagem é calculada pela expressão $A_h = \pi ab$. Portanto, para um poço horizontal de 300 m tem-se que $a = (300/2) + 225 = 375 \text{ m}$, $b = 225 \text{ m}$ e $A_{h300m} = \pi \times 375 \times 225 \cong 265.000 \text{ m}^2$, enquanto para o poço de 600 m obtém-se $a = (600/2) + 225 = 525 \text{ m}$, $b = 225 \text{ m}$ e $A_{h600m} = \pi \times 525 \times 225 \cong 371.000 \text{ m}^2$.

Observa-se que os dois métodos fornecem resultados diferentes. Utilizando a média aritmética dos valores calculados pelos dois métodos seriam obtidos $A_{h300m} \cong 280.000 \text{ m}^2$ e $A_{h600m} = 400.000 \text{ m}^2$. Então, para drenar a área de $1.600.000 \text{ m}^2$ seriam necessários 6 poços horizontais de 300 m de comprimento ou 4 poços horizontais de 600 m de comprimento.

Exemplo 3.10 (Joshi, 1991) – Um poço vertical drena uma área de aproximadamente 160.000 m^2 em um reservatório naturalmente fraturado com 10 m de espessura. Testes de pressão realizados em poços produtores desse reservatório indicaram que a permeabilidade na direção leste-oeste é de $0,5 \text{ md}$, enquanto a permeabilidade na direção norte-sul é de $4,5 \text{ md}$. O engenheiro que gerencia esse reservatório propôs a perfuração de um poço horizontal de 600 m de comprimento. Perguntam-se:

- Em que direção o engenheiro deve ter proposto perfurar o poço horizontal?
- Quais as estimativas das dimensões da área de drenagem do poço horizontal?
- Qual é a estimativa da área de drenagem do poço horizontal?

Solução:

Parte (a):

O engenheiro deve ter proposto a perfuração do poço na direção leste-oeste, isto é, perpendicular à direção de maior permeabilidade, de modo a obter uma maior produtividade para o poço.

Parte (b):

Como o reservatório é anisotrópico, o poço vertical drena um retângulo. Admitindo que a área de drenagem seja de 160.000 m^2 (equivalente a um quadrado de lado igual a 400 m) e que os lados do retângulo sejam iguais a $2x_{ev}$ e $2y_{ev}$, nas direções x e y , respectivamente, tem-se que:

$$A_v = (2x_{ev})(2y_{ev}) = 160.000 \Rightarrow x_{ev}y_{ev} = 40.000.$$

Além disso, o lado da área de drenagem ao longo da direção de maior permeabilidade é igual a $\sqrt{k_y/k_x}$ vezes o lado ao longo da direção de menor permeabilidade, isto é:

$$2y_{ev}/2x_{ev} = \sqrt{k_y/k_x} \Rightarrow y_{ev}/x_{ev} = \sqrt{4,5/0,5} = \sqrt{9} = 3.$$

Portanto, obtém-se um sistema de duas equações lineares e duas incógnitas, dadas por:

$$\begin{cases} x_{ev}y_{ev} = 40.000 \\ y_{ev}/x_{ev} = 3 \end{cases}$$

cuja solução é, aproximadamente: $y_{ev} = 346 \text{ m}$ e $x_{ev} = 115 \text{ m}$. Logo, o poço vertical drena um retângulo de lados $2y_{ev} = 692 \text{ m}$ e $2x_{ev} = 230 \text{ m}$.

Utilizando o conceito empregado na Figura 3.48, por exemplo, pode-se estimar que os lados do retângulo drenado pelo poço horizontal sejam dados por $2x_{eh} = L + 2x_{ev} = 600 + 230 = 830 \text{ m}$ e $2y_{eh} = 2y_{ev} = 692 \text{ m}$.

Observa-se que o espaçamento entre poços horizontais deverá ser de no mínimo 692 m ao longo da direção norte-sul e que, ao longo da direção leste-oeste, as extremidades desses poços deverão estar espaçadas de no mínimo 230 m .

Parte (c):

A estimativa para a área de drenagem do poço horizontal é de:

$$A_h = (2x_{eh})(2y_{eh}) = 830 \times 692 \cong 574.000 \text{ m}^2.$$

Este último exemplo ilustra o fato de que o espaçamento entre poços em um reservatório isotrópico, sejam eles verticais ou horizontais, deve ser diferente do espaçamento utilizado em um reservatório anisotrópico.

3.10.8. Fluxo permanente

A exemplo do que ocorria nos casos de poços verticais, as soluções para fluxo permanente são também as mais simples nos casos de poços horizontais. Nesse regime de fluxo admite-se que a pressão em qualquer ponto do reservatório não varia com o tempo. Na prática, são raros os casos de reservatórios que operam sob condições de fluxo permanente, já que na maioria dos casos os reservatórios exibem variações de pressão ao longo do tempo. Apesar disso, conforme mencionado por Joshi (1991), as soluções para fluxo permanente são largamente utilizadas por vários motivos: (a) são de fácil dedução analítica; (b) podem ser usadas para se obter soluções para fluxo transiente, usando-se o artifício de se aumentar o raio de drenagem com o tempo; (c) podem ser usadas para se obter soluções para fluxo pseudopermanente, através do emprego do fator de forma de Dietz; (c) podem ser verificadas experimentalmente através de modelos de laboratório.

Diversas equações para a previsão de vazão de poços horizontais em regime permanente estão disponíveis na literatura. Utilizando um sistema compatível de unidades, algumas dessas expressões, para um reservatório de óleo com permeabilidade isotrópica, são:

Borisov (1964):

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (p_e - p_w)}{B\mu \{ \ln[(4r_{eh}/L)] + (h/L) \ln[h/(2\pi r_w)] \}} \quad (3.322)$$

Giger (1983a):

$$q_h = \frac{2\pi k_h L (p_e - p_w)}{B\mu \left\{ (L/h) \ln \left[\frac{1 + \sqrt{1 - [L/(2r_{eh})]^2}}{L/(2r_{eh})} \right] + \ln[h/(2\pi r_w)] \right\}} \quad (3.323)$$

Giger, Reiss & Jourdan (1984):

$$\frac{IP_h}{IP_v} = \frac{\ln(r_{ev}/r_w)}{\ln \left\{ \frac{1 + \sqrt{1 - [L/(2r_{eh})]^2}}{L/(2r_{eh})} \right\} + (h/L) \ln[h/(2\pi r_w)]} \quad (3.324)$$

Joshi (1987) e Joshi (1988):

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (p_e - p_w)}{B\mu \left\{ \ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + (h/L) \ln[h/(2r_w)] \right\}} \quad (3.325)$$

onde o valor de a é dado por:

$$a = (L/2) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + (2r_{eh}/L)^4} \right]^{0,5} \quad (3.326)$$

Renard & Dupuy (1990):

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (p_e - p_w)}{B\mu} \left\{ \frac{1}{\cosh^{-1}(X) + (h/L) \ln[h/(2\pi r_w)]} \right\} \quad (3.327)$$

onde $X = 2a/L$ para uma área de drenagem em forma de elipse e a é a metade do eixo maior da elipse, ou seja, o raio máximo da elipse.

Nas Eqs. (3.322) a (3.327) q_h é a vazão de óleo do poço horizontal, k_h a permeabilidade horizontal, h a espessura da formação, p_e a pressão no limite de drenagem, p_w a pressão de fluxo no poço horizontal, B o fator volume-formação do fluido, μ a viscosidade do fluido, r_{eh} o raio de drenagem do poço horizontal, r_{ev} o raio de drenagem de um poço vertical, r_w o raio do poço, L o comprimento do poço horizontal, IP_h o índice de produtividade do poço horizontal e IP_v o índice de produtividade de um poço vertical.

A Eq. (3.325) foi deduzida dividindo-se inicialmente o problema tridimensional, representado pela produção do reservatório através de um poço horizontal, em dois problemas bidimensionais, sendo um no plano horizontal e outro no plano vertical. Posteriormente as soluções dos dois problemas bidimensionais foram somadas para se obter a equação da vazão do poço horizontal.

O índice de produtividade de um poço horizontal (IP_h) é obtido dividindo-se a sua vazão pelo diferencial de pressão:

$$IP_h = \frac{q_h}{\Delta p} = \frac{q_h}{p_e - p_w} \quad (3.328)$$

Se o comprimento do poço horizontal é muito maior que a espessura do reservatório, ou seja, se $L \gg h$, o segundo termo do denominador da Eq. (3.322) torna-se desprezível e a equação da vazão reduz-se a:

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (p_e - p_w)}{B\mu \ln(4r_{eh}/L)}, \quad (3.329)$$

ou ainda:

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (p_e - p_w)}{B\mu \ln[r_{eh}/(L/4)]}. \quad (3.330)$$

Assim, comparando-se a Eq. (3.330) com a equação da vazão em um poço vertical, conclui-se que para um poço horizontal muito longo o raio efetivo do poço é dado por $r'_w = L/4$, que é exatamente o mesmo de um poço vertical com uma fratura vertical de condutividade infinita (Joshi, 1991). De maneira similar, as Eqs. (3.323), (3.324) e (3.327) reduzem-se à Eq. (3.330) se $L \gg h$ e $L \ll r_{eh}$. Ainda, a Eq. (3.325) reduz-se à Eq. (3.330) se $L \gg h$, $L \ll r_{eh}$ e $L \ll a$. Portanto, para fluxo permanente incompressível e unifásico, num caso limite em que as condições anteriormente citadas são atendidas, a produtividade de um poço horizontal aproxima-se da produtividade de um poço vertical com uma fratura vertical de condutividade infinita.

Exemplo 3.11 – Um poço horizontal de 300 m de comprimento foi perfurado em um reservatório de óleo com as seguintes características:

Permeabilidade	80 md
Espessura	50 m
Porosidade	5 %
Viscosidade do óleo	0,7 cp
Fator volume-formação do óleo	1,2 m ³ /m ³ std
Raio do poço	0,1 m

Calcule o índice de produtividade desse poço admitindo fluxo permanente incompressível. Utilize o método de Joshi e admita que um poço vertical drene uma área quadrada de lado igual a 400 m.

Solução:

Admitindo que, conforme discutido anteriormente, um poço horizontal de 300 m drene uma área duas vezes maior que a área drenada por um poço vertical, então a área de drenagem do poço horizontal será $A_h = 2 \times 400 \times 400 = 320.000 \text{ m}^2$. O raio de um círculo com essa área de drenagem é $r_{eh} = \sqrt{A_h/\pi} = \sqrt{320.000/\pi} = 319 \text{ m}$. Então:

$$a = (L/2) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + (2r_{eh}/L)^4} \right]^{0,5} = (300/2) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + (2 \times 319/300)^4} \right]^{0,5} = 337 \text{ m}$$

e o índice de produtividade do poço horizontal, empregando o sistema de unidades do exemplo, é dado por:

$$IP_h = \frac{q_h}{p_e - p_w} = \frac{0,05255 k_h h}{B_o \mu_o \left\{ \ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + (h/L) \ln[h/(2r_w)] \right\}}$$

$$IP_h = \frac{0,05255 \times 80 \times 50}{1,2 \times 0,7 \times \left\{ \ln \left[\frac{337 + \sqrt{337^2 - (300/2)^2}}{300/2} \right] + (50/300) \ln[50/(2 \times 0,1)] \right\}} \cong 100 \frac{m^3 \text{std} / d}{kgf / cm^2} .$$

Para o caso de um reservatório anisotrópico as equações apresentadas anteriormente nesta seção precisam ser modificadas. Por exemplo, admitindo fluxo somente nas direções horizontal (x) e vertical (z), a equação diferencial que representa o escoamento permanente (equação de Laplace) é dada por:

$$k_h \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_v \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad (3.331)$$

onde k_h e k_v são as permeabilidades horizontal e vertical, respectivamente. Conforme mostrado por Joshi (1991), essa equação pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z'^2} = 0, \quad (3.332)$$

onde:

$$z' = z \sqrt{k_h / k_v} . \quad (3.333)$$

Assim, a influência da anisotropia pode ser considerada através da modificação da espessura do reservatório, ou seja, a espessura equivalente seria dada por:

$$h' = h \sqrt{k_h / k_v} . \quad (3.334)$$

Conforme mencionado anteriormente, as Eqs. (3.322) a (3.327) representam a soma de duas soluções matemáticas, uma para fluxo horizontal e outra para fluxo vertical. Então, pode-se modificar a parte vertical da equação do fluxo permanente para incluir o efeito da anisotropia. De acordo com Joshi (June 1988 e 1991), essa modificação aplicada à Eq. (3.325) resulta em:

$$q_h = \frac{2\pi k_h h (p_e - p_w)}{B\mu \left\{ \ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + (\beta h / L) \ln[\beta h / (2r_w)] \right\}} , \quad (3.335)$$

onde $\beta = \sqrt{k_h / k_v}$.

Usando-se o conceito de raio equivalente ou efetivo de um poço, apresentado anteriormente na Seção 3.6.3, pode-se converter a produtividade de um poço horizontal em um poço vertical equivalente. Para se calcular o raio equivalente do poço vertical, de modo que ele apresente o mesmo desempenho do poço horizontal, admite-se para os dois casos o mesmo volume drenado, isto é, $r_{eh} = r_{ev}$, bem como o mesmo índice de produtividade, ou seja, $IP_v = IP_h$.

O índice de produtividade do poço vertical equivalente ao horizontal, cujo raio é igual a r'_{wvh} , é dado por:

$$IP_v = \frac{2\pi k_h h}{B\mu \ln(r_{ev} / r'_{wvh})} , \quad (3.336)$$

enquanto o índice de produtividade do poço horizontal, admitindo que o reservatório seja isotrópico e empregando a Eq. (3.325), pode ser escrito como:

$$IP_h = \frac{2\pi k_h h}{B\mu \left\{ \ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + (h/L) \ln[h/(2r_{wh})] \right\}}, \quad (3.337)$$

onde r_{wh} é o raio do poço horizontal, doravante denominado simplesmente de r_w . Igualando essas duas equações e lembrando que $r_{eh} = r_{ev}$ resulta em:

$$\frac{2\pi k_h h}{B\mu \ln(r_{ev}/r'_{wvh})} = \frac{2\pi k_h h}{B\mu \left\{ \ln \left[\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/2)^2}}{L/2} \right] + (h/L) \ln[h/(2r_{wh})] \right\}}, \quad (3.338)$$

de onde se obtém (Joshi, 1991):

$$r'_{wvh} = \frac{r_{eh}(L/2)}{a \left\{ 1 + \sqrt{1 - [L/(2a)]^2} \right\} [h/(2r_w)]^{h/L}}. \quad (3.339)$$

Para o caso em que o reservatório é anisotrópico a expressão para o raio equivalente é dada por (Joshi, 1991):

$$r'_{wvh} = \frac{r_{eh}(L/2)}{a \left\{ 1 + \sqrt{1 - [L/(2a)]^2} \right\} [\beta h/(2r_w)]^{(\beta h/L)}}. \quad (3.340)$$

3.10.9. Comparação entre poços horizontais e poços verticais fraturados

O uso de poços horizontais e de poços verticais artificialmente fraturados são duas alternativas normalmente consideradas quando se deseja estimar o ganho de produtividade que seria alcançado em relação aos poços verticais convencionais não estimulados.

A comparação entre as produtividades de poços verticais artificialmente fraturados e poços horizontais pode ser feita utilizando-se as equações e métodos descritos nas Seções 3.8 (poços verticais fraturados) e 3.10.8 (poços horizontais), admitindo fluxo permanente.

Em reservatórios de baixa permeabilidade, tanto os poços verticais fraturados como os poços horizontais provavelmente seriam mais indicados do que os poços verticais não fraturados. Além disso, se fosse possível a obtenção de fraturas artificiais de grande extensão, os poços verticais fraturados poderiam em tese fornecer incrementos de produtividade similares aos poços horizontais, em relação aos poços verticais não fraturados. Ocorre que em reservatórios de baixa permeabilidade é geralmente difícil obter fraturas artificiais de grande extensão. Com isso, os poços horizontais de grande comprimento passam a ser a alternativa mais viável para o aumento de produtividade dos poços.

Quando o reservatório possui alta permeabilidade, o aumento de produtividade proporcionado por uma fratura artificial pode não ser significativo, pelo fato de que neste caso a queda de pressão no interior da fratura pode ser comparável à queda de pressão que ocorre no reservatório. Assim, novamente um poço horizontal pode ser mais vantajoso do que um poço vertical fraturado, principalmente se a relação entre as permeabilidades vertical e horizontal for suficientemente alta ($k_v/k_h > 0,1$) (Joshi, 1991).

Exemplo 3.12 – Um reservatório de óleo de baixa permeabilidade apresenta as seguintes características:

Permeabilidade horizontal absoluta.....	$k_h = 0,1 \text{ md}$
Relação entre as permeabilidades vertical e horizontal.....	$k_v/k_h = 0,15$
Raio do poço.....	$r_w = 0,1 \text{ m}$
Espessura da formação.....	$h = 20 \text{ m}$
Espaçamento entre poços verticais.....	$2x_e = 200 \text{ m}$

Uma das propostas apresentadas pela equipe responsável pelo gerenciamento desse reservatório, visando aumentar a produção de óleo, foi a de perfurar um poço horizontal com 500 m de comprimento. A equipe de engenharia de poço, por outro lado, propôs o fraturamento hidráulico de um poço vertical, usando uma areia que resulta em uma fratura com condutividade igual a 60 md-m. Calcule o comprimento de fratura necessário para que os índices de produtividade do poço horizontal e do poço vertical fraturado sejam iguais.

Solução:

Uma das maneiras de se verificar a equivalência entre os poços horizontal e vertical fraturado seria calcular os raios de poços verticais não fraturados, equivalentes a esses poços. O raio de um poço vertical não fraturado, equivalente ao poço horizontal proposto, pode ser estimado através da Eq. (3.340), onde:

$$\beta = \sqrt{k_h / k_v} = \sqrt{1 / 0,15} = 2,58$$

$$\beta h = 2,58 \times 20 = 51,6 \text{ m}$$

$$a = (L/2) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + (2r_{eh} / L)^4} \right]^{0,5}$$

e

$$r_{eh} = r_{ev}$$

O raio de drenagem dos poços verticais pode ser estimado admitindo-se que a suas áreas de drenagem sejam equivalentes às áreas de drenagem definidas pelo espaçamento atual, isto é, equivalentes à área de um quadrado de lado igual a 200 m. Assim,

$$\pi r_{ev}^2 = (2x_e)^2 \Rightarrow \pi r_{ev}^2 = 200^2 \Rightarrow r_{ev} = 63,66 \text{ m}.$$

Então:

$$r_{eh} = r_{ev} = 63,66 \text{ m}$$

e

$$a = (500/2) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + (2 \times 63,66 / 500)^4} \right]^{0,5} \cong 250 \text{ m}.$$

Utilizando a Eq. (3.340) obtém-se o raio de um poço vertical equivalente ao poço horizontal (r'_{wvh}) como sendo igual a:

$$r'_{wvh} = \frac{r_{eh} (L/2)}{a \left\{ 1 + \sqrt{1 - [L/(2a)]^2} \right\} [\beta h / (2r_w)]^{(\beta h / L)}}$$

$$r'_{wvh} = \frac{63,66 \times (500/2)}{250 \times \left\{ 1 + \sqrt{1 - [500/(2 \times 250)]^2} \right\} [51,6/(2 \times 0,1)]^{(51,6/500)}} = 36 \text{ m} .$$

Para o caso do poço vertical fraturado, pode-se estimar o comprimento da fratura, necessário para que possua um raio equivalente ou efetivo $r'_w = r'_{wvh} = 36 \text{ m}$, usando a Figura 3.29. Esse processo de cálculo deve ser por tentativa e erro, adotando-se os seguintes passos:

- Admite-se um valor para a metade do comprimento da fratura (x_f);
- Calcula-se F_{CD} através da Eq. (3.301);
- Calcula-se r'_w / x_f através da Figura 3.29;
- Calcula-se novamente o valor de x_f utilizando o raio de poço equivalente desejado ($r'_w = 36 \text{ m}$) e compara-se com o valor admitido ou calculado anteriormente;
- Repetem-se os cálculos até que os valores de x_f calculados em duas iterações consecutivas estejam suficientemente próximos.

O valor de F_{CD} é dado por:

$$F_{CD} = k_f b_f l / (k x_f) = 60 / (0,1 x_f) = 600 / x_f$$

e o valor de x_f é calculado por:

$$x_f = r'_w \left(r'_w / x_f \right)_{Figura}^{-1} = 36 \left(r'_w / x_f \right)_{Figura}^{-1} .$$

Admitindo-se um valor inicial de $x_f = 200 \text{ m}$ e empregando-se o procedimento sugerido anteriormente, são obtidos os seguintes resultados:

Valor admitido	Valor calculado	Figura 3.29	Valor calculado
$x_f (m)$	$F_{CD} = 600/x_f$	r'_w / x_f	$x_f (m)$
200	3,00	0,35	103
103	5,83	0,40	90
90	6,67	0,41	88
88	6,82	0,415	87

Como os valores admitido e calculado estão muito próximos, pode-se considerar que este seja o valor definitivo. Então, a fratura necessária para proporcionar o mesmo índice de produtividade de um poço horizontal de 500 m deverá ter um meio-comprimento (x_f) igual a 87 m , ou seja, um comprimento total de 174 m .

3.10.10. Fluxo pseudopermanente

Conforme já foi definido anteriormente para o caso de poços verticais, o fluxo pseudopermanente ocorre quando o comportamento da pressão na área de drenagem do poço passa a ser influenciado pelos seus limites externos. Pode-se dizer também que o início do fluxo pseudoperma-

nente ocorre quando a massa de fluido localizada na fronteira externa do reservatório ou nos limites da área de drenagem começa a fluir em direção ao poço produtor.

De acordo com a discussão apresentada na Seção 3.2.4, em um reservatório isolado, com um único poço, a área de drenagem é definida pelos limites externos do reservatório. Por outro lado, em um reservatório com vários poços, as posições dos limites externos das áreas de drenagem dos poços dependem das suas vazões. Esses limites são linhas imaginárias através das quais não há fluxo. Na Seção 3.2.4 foi apresentada uma metodologia para se estimar a geometria e a dimensão das áreas de drenagem de cada poço em um campo desenvolvido, ou seja, em um campo com mais de um poço.

Em uma área de drenagem regular (um círculo, por exemplo), todos os pontos situados no limite externo passam a influenciar o comportamento da pressão no mesmo instante. Em uma área de drenagem retangular, por outro lado, os efeitos dos limites mais próximos são sentidos antes. O início do fluxo pseudopermanente somente se dá quando todos os limites externos da área de drenagem passam a influenciar o comportamento da pressão. Por isso, o tempo para se atingir o regime pseudopermanente é maior em áreas de drenagem irregulares do que em áreas regulares.

a) Fator de forma para poços horizontais

Para poços horizontais, além da geometria areal do reservatório, isto é, da geometria dos limites externos laterais do reservatório, o limite superior e o limite inferior do reservatório também influem na produtividade do poço. Assim, o fator de forma de um poço horizontal depende da(o) (Joshi, 1991):

- Forma da área de drenagem (para uma área retangular, relação $2x_e/2y_e$)
- Penetração do poço [para uma área retangular, com o poço paralelo ao eixo x , relação $L/(2x_e)$]
- Comprimento adimensional do poço, $L_D = [L/(2h)]\sqrt{k_v/k_h}$.

Quando um poço horizontal é suficientemente longo ($L_D > 10$), a influência dos limites superior e inferior do reservatório é pequena e o comportamento do poço aproxima-se do comportamento de um poço vertical artificialmente fraturado, com uma fratura vertical de condutividade infinita que penetra totalmente a formação. Então, o fator de forma de um poço horizontal de grande comprimento aproxima-se do fator de forma de um poço com uma fratura vertical de condutividade infinita (Joshi, 1991). Similarmente ao caso de poços verticais artificialmente fraturados, a queda de pressão adimensional em um poço horizontal, durante o regime de fluxo pseudopermanente, é dado pela expressão (Mutalik *et alii*, 1988):

$$p_{wD} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{A}{4(L/2)^2} \right] + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{2,2458}{C_{A,h}} \right] + \frac{1}{2} \ln(16), \quad (3.341)$$

onde $C_{A,h}$ é o fator de forma para o caso em que o reservatório é drenado por um poço horizontal. A Figura 3.53 apresenta o fator $C_{A,h}$ para o caso de um poço horizontal localizado na posição central de uma área de drenagem quadrada.

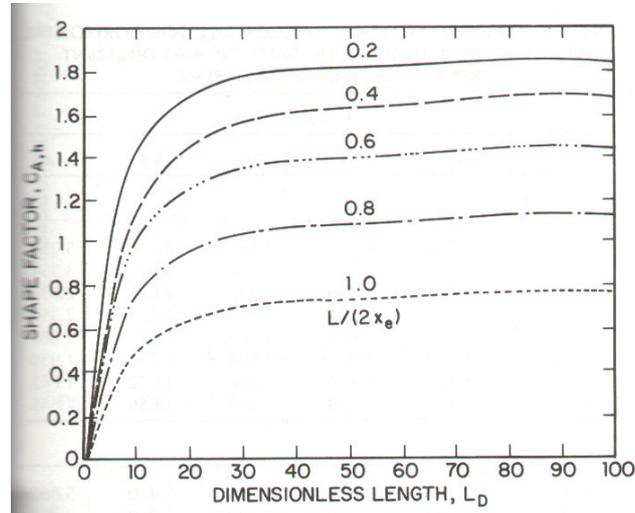


Figura 3.53 – Fator de forma para um poço horizontal localizado em uma área de drenagem quadrada. Reproduzida de Joshi, S. D., *Horizontal Well Technology*, Copyright © 1991, com permissão de **PennWell Publishing Company**.

Uma outra maneira de se considerar a influência da geometria do reservatório é através do uso do fator de forma-película, já definido anteriormente para o caso de poços verticais. Para um poço horizontal usa-se a simbologia $s_{CA,h}$. Valores do fator $s_{CA,h}$ podem ser encontrados na Tabela 3.6 para o caso de um poço horizontal localizado na posição central de uma área de drenagem retangular.

Tabela 3.6 – Fator de forma-película $s_{CA,h}$ para um poço horizontal localizado na posição central de uma área de drenagem retangular (Mutalik *et alii*, 1988)

		$L/(2x_e)$				
L_D		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$x_e/y_e = 1$						
1		3,772	4,439	4,557	4,819	5,250
2		2,321	2,732	2,927	3,141	3,354
3		1,983	2,240	2,437	2,626	2,832
5		1,724	1,891	1,948	2,125	2,356
10		1,536	1,644	1,703	1,851	2,061
20		1,452	1,526	1,598	1,733	1,930
50		1,420	1,471	1,546	1,672	1,863
100		1,412	1,458	1,533	1,656	1,845
$x_e/y_e = 2$						
1		4,425	4,578	5,025	5,420	5,860
2		2,840	3,010	3,130	3,260	3,460

3	2,380	2,450	2,610	2,730	2,940
5	1,982	2,020	2,150	2,310	2,545
10	1,740	1,763	1,850	1,983	2,198
20	1,635	1,651	1,720	1,839	2,040
50	1,584	1,596	1,650	1,762	1,959
100	1,572	1,582	1,632	1,740	1,935
$x_e / y_e = 5$					
1	5,500	5,270	5,110	5,140	5,440
2	3,960	3,720	3,540	3,650	3,780
3	3,440	3,190	3,020	3,020	3,250
5	2,942	2,667	2,554	2,493	2,758
10	2,629	2,343	2,189	2,155	2,399
20	2,491	2,196	2,022	2,044	2,236
50	2,420	2,120	1,934	1,925	2,150
100	2,408	2,100	1,909	1,903	2,126

b) Produtividade de um poço horizontal

Joshi (1991) apresenta três métodos para o cálculo da produtividade de poços horizontais em regime pseudopermanente unifásico. Nos três métodos admite-se que o reservatório seja limitado em todas as direções e que o poço esteja localizado em uma área de drenagem retangular, como ilustra o esquema da Figura 3.54.

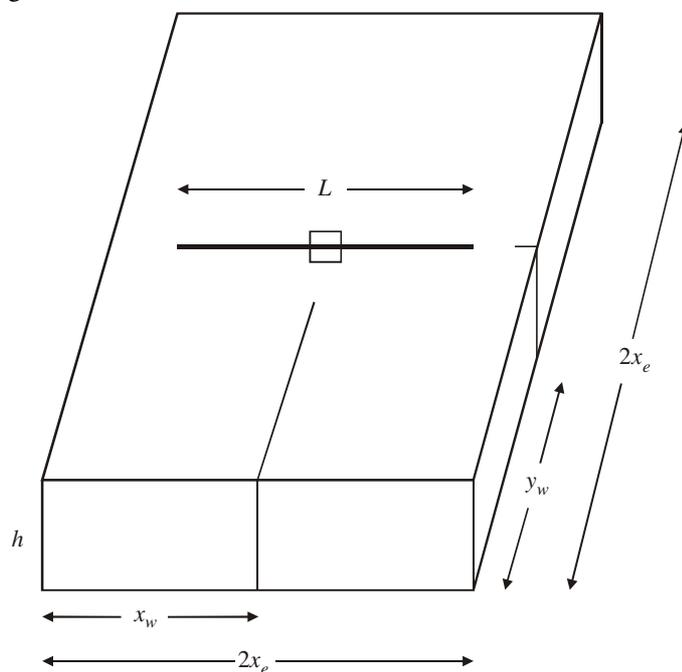


Figura 3.54 – Esquema e nomenclatura para um poço horizontal localizado em uma área de drenagem retangular (Joshi, 1991).

No método de Mutalik *et alii* (1988) admite-se que o poço horizontal possua condutividade infinita, Babu & Odeh (1989) admitem um poço horizontal com fluxo uniforme e Kuchuk *et alii* (1988) usam uma solução de condutividade infinita aproximada, onde a pressão no poço (constante) é estimada através de uma média das pressões obtidas da solução de fluxo uniforme ao longo do comprimento do poço. As diferenças entre os três métodos residem nas técnicas matemáticas empregadas para a obtenção das soluções e nas condições de contorno utilizadas no poço. Não obstante, conforme mencionado por Joshi (1991), os resultados fornecidos pelos três métodos geralmente são muito próximos, com uma diferença máxima em torno de 5%. Por isso, somente o método desenvolvido por Mutalik *et alii* (1988) será aqui apresentado.

Mutalik *et alii* (1988) calcularam os fatores de forma $C_{A,h}$ e os fatores de forma-película $s_{C_{A,h}}$ para um poço horizontal localizado em várias posições no interior de uma área de drenagem retangular, com x_e/y_e variando de 1 a 20. Para um poço situado na posição central do retângulo os valores de $s_{C_{A,h}}$ podem ser encontrados na Tabela 3.6. No método de Mutalik *et alii* o índice de produtividade de um poço horizontal de comprimento L durante o regime pseudopermanente pode ser calculado através da equação:

$$IP_h = \frac{q_h}{\bar{p} - p_w} = \frac{2\pi k_h h}{B\mu \left[\ln \left(\frac{r'_e}{r_w} \right) - A' + s_m + s_f + s_{C_{A,h}} - 1,386 + Dq_h \right]}, \quad (3.342)$$

onde q_h é a vazão do poço horizontal, k_h a permeabilidade horizontal,

$$r'_e = \sqrt{A/\pi}, \quad (3.343)$$

$A' = 0,750$ para uma área de drenagem circular e $A' = 0,738$ para áreas de drenagem quadradas ou retangulares, s_m é o fator de película mecânica, s_f o fator de película devido a uma fratura de condutividade infinita e comprimento L , dado por:

$$s_f = -\ln[L/(4r_w)], \quad (3.344)$$

e D o coeficiente de turbulência.

Exemplo 3.13 – Calcule o índice de produtividade em regime pseudopermanente de um poço horizontal de 500 m de comprimento e raio igual a 10 cm, perfurado em um reservatório de óleo com as seguintes características:

Área de drenagem retangular	180.000 m ²
Relação entre os lados da área de drenagem (retângulo)	2:1
Espessura do reservatório	15 m
Permeabilidade horizontal média.....	10 md
Permeabilidade vertical média.....	0,9 md
Viscosidade do óleo	0,8 cp
Fator volume-formação do óleo	1,35 m ³ /m ³ std

Sabe-se que o poço foi perfurado paralelamente ao lado de maior comprimento da área de drenagem e que não há dano mecânico no poço. Além disso, os efeitos de turbulência podem ser desprezados, já que se trata de fluxo de um líquido.

Solução:

A área de drenagem é um retângulo com dimensões $2x_e$ e $2y_e$, sendo que $(2x_e)(2y_e) = A = 180.000$ e $x_e/y_e = 2$. Assim, $x_e = 300$ m e $y_e = 150$ m. Como $s_m = D = 0$, a expressão do índice de produtividade, dada pela Eq. **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, simplifica-se para:

$$IP_h = \frac{2\pi k_h h}{B_o \mu_o \left[\ln \left(\frac{r'_e}{r_w} \right) - A' + s_f + s_{CA,h} - 1,386 \right]}$$

ou, no sistema de unidades empregado:

$$IP_h = \frac{0,05255 k_h h}{B_o \mu_o \left[\ln \left(\frac{r'_e}{r_w} \right) - A' + s_f + s_{CA,h} - 1,386 \right]},$$

onde:

$$r'_e = \sqrt{A/\pi} = \sqrt{180.000/\pi} = 239,4 \text{ m}$$

$$s_f = -\ln[L/(4r_w)] = -\ln[500/(4 \times 0,1)] = -7,13$$

$$\frac{L}{2x_e} = \frac{500}{2 \times 300} = 0,83$$

$$\frac{x_e}{y_e} = 2$$

$$L_D = [L/(2h)] \sqrt{k_v/k_h} = [500/(2 \times 15)] \sqrt{0,9/10} = 5$$

Tabela $\rightarrow s_{CA,h} = 2,34$

Logo:

$$IP_h = \frac{0,05255 \times 10 \times 15}{1,35 \times 0,8 \times \left[\ln \left(\frac{239,4}{0,1} \right) - 0,738 - 7,13 + 2,34 - 1,386 \right]} = 8,42 \frac{m^3 \text{ std } / d}{kgf / cm^2}$$

c) Produtividade de um poço horizontal parcialmente aberto

A teoria apresentada até agora para o caso de poços horizontais admite que todo o comprimento do poço esteja contribuindo para a produção. Essa situação pode não ser real quando somente uma parcela do comprimento total do poço encontra-se aberta à produção. Isso pode ocorrer, por exemplo, quando somente alguns intervalos do trecho horizontal do poço são canhoneados. Joshi (1991) apresenta no seu livro (pp. 235-240) métodos que consideram a possibilidade do poço estar parcialmente aberto à produção.

3.10.11. Cone de água e/ou de gás em poços horizontais

Enquanto nos casos de poços verticais grande parte da queda de pressão no reservatório ocorre nas imediações do poço, onde, portanto, o gradiente de pressão é muito maior que no restante do reservatório, nos casos de poços horizontais o gradiente de pressão é praticamente uniforme no reservatório, com um ligeiro acréscimo nas imediações do poço.

Quanto ao aspecto de formação de cones de água e/ou de gás, os poços horizontais apresentam vantagens e desvantagens em relação aos poços verticais. Uma das vantagens é que, devido à sua maior produtividade, os poços horizontais podem ser produzidos com menores diferenciais de

pressão, ou seja, com menores gradientes de pressão no reservatório, especialmente nas imediações do poço, minimizando ou ao menos retardando a formação de cones. Por outro lado, diferentemente dos poços verticais que, uma vez atingidos pela água proveniente de um aquífero de fundo, podem ser recompletados em porções mais altas do intervalo produtor, os poços horizontais, quando invadidos por um cone de água de fundo, estarão irremediavelmente perdidos. Assim, no desenvolvimento de um campo de óleo ou de gás com aquífero de fundo, por exemplo, os poços horizontais podem ser utilizados para se prevenir o aparecimento prematuro de água nos poços produtores, desde que estes sejam produzidos com vazões relativamente baixas, para não gerar um excessivo gradiente de pressão no reservatório. Em outras palavras, nessas circunstâncias o uso de poços horizontais não deve ter como objetivo o aumento das vazões de produção dos poços, já que eles apresentam índices de produtividade maiores que os verticais, mas sim o retardamento do início de produção de água no campo.

Joshi (1991) apresenta diversas correlações para a estimativa da vazão crítica de óleo em um poço horizontal. Os trabalhos de Giger (1983b), Karcher *et alii* (1986) e Giger (1989) utilizam a seguinte correlação para o cálculo da vazão crítica de óleo:

$$q_{och} = 0,005261 \left(\frac{k_h}{B_o \mu_o} \right) \left(\frac{\Delta \rho h^2}{2y_e} \right) \left[1 - \left(\frac{1}{6} \right) \left(\frac{h}{2y_e} \right)^2 \right] L, \quad (3.345)$$

onde é empregado o sistema Petrobras de unidades, com exceção da massa específica, que é usada em g/cm^3 e não em kg/m^3 .

A correlação de Chaperon (1986) fornece para a vazão crítica de óleo em um poço horizontal (q_{och}) o valor dado pela expressão:

$$q_{och} = 0,005261 \frac{L}{y_e} \Delta \rho \frac{k_h h^2}{B_o \mu_o} F, \quad (3.346)$$

para $1 \leq \alpha'' \leq 70$ e $2y_e < 4L$, onde q_{och} é dada em $m^3 std/d$, L é o comprimento do poço (m), y_e a dimensão da área de drenagem perpendicular ao eixo do poço horizontal (m), $\Delta \rho$ a diferença entre as massas específicas dos fluidos (g/cm^3), k_h a permeabilidade horizontal (md), h a espessura da zona de óleo (m), B_o o fator-volume formação do óleo ($m^3/m^3 std$), μ_o a viscosidade do óleo (cp), $\alpha'' = (y_e/h) \sqrt{k_v/k_h}$, k_v a permeabilidade vertical (md) e F uma função adimensional de α'' , dada na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Valores da função adimensional F (Joshi, 1991)

α''	F
1	4,00
2	4,03
3	4,08
4	4,16
5	4,24
7	4,42
10	4,64
13	4,80
20	5,08
30	5,31
40	5,48

70

5,74

Segundo Joshi (1991), a função F pode ser representada, de maneira aproximada, pela expressão analítica:

$$F = 3,9624955 + 0,0616438\alpha'' - 0,000540(\alpha'')^2. \quad (3.347)$$

Joshi (1988) apresentou uma correlação para a estimativa da vazão crítica de óleo na presença de capa de gás, ou seja, quando há a possibilidade de haver cone de gás. A vazão crítica de óleo de um poço horizontal em presença de possível cone de gás (q_{ocgh}) é dada por:

$$q_{ocgh} = \frac{\left[h^2 - (h - I_h)^2 \right] \ln(r_e / r_w)}{\left[h^2 - (h - I_v)^2 \right] \ln(r_e / r'_w)} q_{ocgv}, \quad (3.348)$$

onde I_h é a distância entre o poço horizontal e o contato gás/óleo, I_v a distância entre o contato gás/óleo e o topo do intervalo canhoneado em um poço vertical, r'_w o raio efetivo do poço horizontal e q_{ocgv} a vazão crítica de óleo em um poço vertical também sujeito a um cone de gás, dada no sistema Petrobras de unidades (exceto a massa específica, que é usada g/cm^3) por:

$$q_{ocgv} = 0,002627 \left(\frac{k_h}{B_o \mu_o} \right) \left[\frac{\rho_o - \rho_g}{\ln(r_e / r_w)} \right] \left[h^2 - (h - I_v)^2 \right]. \quad (3.349)$$

Exemplos de aplicação dessas várias correlações mostram que os resultados obtidos para as estimativas de vazão crítica podem ser significativamente diferentes, provavelmente devido às diferentes hipóteses simplificadoras adotadas em cada uma delas. De qualquer modo, nota-se que as vazões críticas para os poços horizontais são bastante superiores às obtidas para os poços verticais. Com isso, utilizando-se poços horizontais e vazões iguais às vazões críticas, é possível acelerar a recuperação do óleo existente no reservatório e ainda assim obter uma ótima eficiência de varrido, ao se evitar a formação de cones de água e/ou gás.

A exemplo do que ocorre com os poços verticais, muitas vezes os poços horizontais são produzidos com vazões maiores que as vazões críticas. Joshi (1991, pp. 295-309) apresenta métodos para se prever o tempo de erupção da água e/ou do gás em poços horizontais que produzem de reservatórios com aquífero de fundo e/ou capa de gás. Joshi (1991, pp. 309-313) mostra ainda a correlação desenvolvida por Dikken (1989) para a estimativa da vazão crítica em poços horizontais sujeitos ao influxo lateral de água.

3.11. Problemas

Problema 3.1 – Uma coluna de areia compactada, de forma cilíndrica e sujeita a um fluxo de água, apresenta as seguintes características:

Diâmetro.....	20 cm
Comprimento.....	4 m
Permeabilidade da areia.....	5 Darcy
Ângulo de inclinação da coluna com a horizontal.....	30°
Pressão na face inferior.....	20 psi
Pressão na face superior.....	15 psi
Viscosidade da água.....	0,9 cp

Perguntam-se:

- (a) Em que sentido a água está escoando?
 (b) Qual a vazão de água?
 (c) Qual seria o sentido de fluxo se o ângulo de inclinação da coluna fosse aumentado para 90° ?
 (d) Qual seria a vazão de fluxo se o ângulo de inclinação da coluna fosse aumentado para 90° ?

Respostas:

- (a) De baixo para cima (b) $0,642 \text{ cm}^3/\text{s}$ (c) De cima para baixo (d) $0,203 \text{ cm}^3/\text{s}$

Problema 3.2 – Um tubo de diâmetro interno de 10 cm e comprimento de 10 m , contendo areia consolidada, acha-se inclinado em relação ao plano horizontal com um ângulo de 60° . Qual a pressão mínima que se necessita aplicar na extremidade inferior desse tubo para que um fluido de viscosidade igual a 10 cp e densidade $0,8$ comece a ser produzido pela extremidade superior?

Resposta: $1,67 \text{ atm}$

Problema 3.3 – Considere um tubo com as características citadas no Problema 3.2. Sabe-se que testes realizados com o tubo na posição horizontal forneceram os seguintes resultados:

Vazão.....	$0,785 \text{ cm}^3/\text{s}$
Viscosidade do fluido.....	$0,9 \text{ cp}$
Diferencial de pressão.....	30 atm

Traçar um diagrama de *pressão* versus *altura* quando um fluido de viscosidade igual a 10 cp e densidade $0,8$ flui através do tubo de baixo para cima com vazão de $0,05 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Problema 3.4 – Calcular a velocidade de deslocamento real do óleo em um corpo de rocha com as seguintes características:

Espessura.....	10 m
Largura.....	200 m
Comprimento.....	400 m
Inclinação em relação à horizontal.....	30°
Pressão na face superior.....	110 kgf/cm^2
Pressão na face inferior.....	70 kgf/cm^2
Pressão de bolha.....	70 kgf/cm^2
Porosidade.....	15%
Saturação de água.....	30%
Permeabilidade efetiva ao óleo.....	200 md
Fator volume-formação do óleo.....	$1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Densidade do óleo.....	40° API
Viscosidade do óleo.....	2 cp

Resposta: $1,302 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$

Problema 3.5 – O tubo colocado na saída do tanque mostrado na Figura 3.55 encontra-se cheio de areia com permeabilidade igual a 2 Darcy .

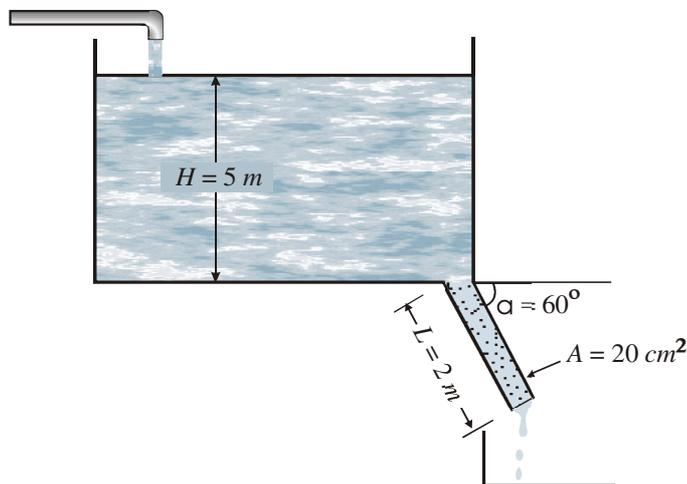


Figura 3.55 – Aparato do Problema 3.5.

Sabendo que a alimentação do tanque é constante, de modo que H permanece o mesmo, calcule a vazão na saída do tubo. Considere os seguintes dados adicionais:

Comprimento do tubo.....	$L = 2\text{ m}$
Altura do fluido no tanque.....	$H = 5\text{ m}$
Área da seção transversal do tubo.....	$A = 20\text{ cm}^2$
Peso específico do fluido.....	$\gamma = 1\text{ gfl/cm}^3$
Viscosidade do fluido.....	$\mu = 1\text{ cp}$
Pressão atmosférica local.....	$p_{atm} = 1\text{ atm}$
Inclinação do tubo em relação à horizontal	$\alpha = 60^\circ$

Resposta: $0,13\text{ cm}^3/\text{s}$

Problema 3.6 – Um reservatório de óleo subsaturado apresenta as seguintes características:

Pressão original.....	$p_i = 200\text{ kgfl/cm}^2$
Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 50\text{ md}$
Espessura da formação.....	$h = 8\text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,18$
Viscosidade do óleo.....	$\mu_o = 2,5\text{ cp}$
Compressibilidade do óleo	$c_o = 150 \times 10^{-6}\text{ (kgfl/cm}^2\text{)}^{-1}$
Compressibilidade total do sistema	$c_t = 131,5 \times 10^{-6}\text{ (kgfl/cm}^2\text{)}^{-1}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,25\text{ m}^3/\text{m}^3\text{ std}$
Vazão de óleo.....	$q_o = 30\text{ m}^3\text{ std/d}$
Raio externo do reservatório.....	$r_e = 150\text{ m}$
Raio do poço.....	$r_w = 0,15\text{ m}$
Geometria da área de drenagem.....	circular

Sabendo-se que esse reservatório não possui alimentação externa, perguntam-se:

- Qual o tempo necessário para se alcançar o regime de fluxo pseudopermanente?
- Qual a pressão estática no instante a que se refere o item (a)?
- Qual é o perfil de pressões no reservatório no instante a que se refere o item (a)? Trace um gráfico $p(r)$ versus $\log(r/r_w)$.

- (d) Qual a pressão de fluxo p_w um mês após ter sido iniciada a produção?
- (e) Qual a distância r onde a pressão do reservatório apresenta o mesmo valor da pressão estática \bar{p} ?

Respostas:

- (a) $t_{pp} = 24 \text{ h}$
- (b) $\bar{p} = 197,2 \text{ kgf/cm}^2$

(c)

r/r_w	1	2	5	10	20	50	100	200	500	1.000
$\frac{p}{p_i}$ (kgf/cm ²)	169,74	172,83	176,91	180,01	183,10	187,18	190,25	193,28	196,90	198,32

- (d) $p_w = 88,5 \text{ kgf/cm}^2$
- (e) $r = 82,5 \text{ m}$

Problema 3.7 – Três poços **A**, **B** e **C** estão dispostos conforme o esquema da Figura 3.56. Quanto tempo será necessário para que se observe uma queda de pressão de 5 atm no poço **B**, sabendo-se que os poços **A** e **C** foram colocados simultaneamente em produção com uma vazão de 200 m³std/d cada um?

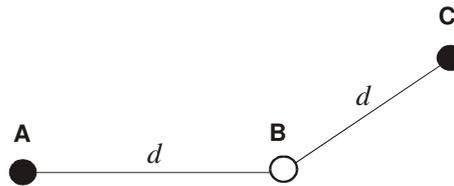


Figura 3.56 – Esquema dos três poços do Problema 3.7.

Outras informações do sistema são:

Distância entre os poços.....	$d = 200 \text{ m}$
Espessura da formação.....	$h = 15 \text{ m}$
Porosidade.....	$\phi = 0,20$
Saturação de óleo.....	$S_o = 0,80$
Saturação de água.....	$S_w = 0,20$
Compressibilidade do óleo.....	$c_o = 2,4 \times 10^{-4} \text{ atm}^{-1}$
Compressibilidade da água.....	$c_w = 4,4 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$
Compressibilidade da formação.....	$c_f = 5,0 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$
Viscosidade do óleo.....	$\mu_o = 2 \text{ cp}$
Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 200 \text{ md}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$

Resposta: 5 dias

Problema 3.8 – Dois poços **A** e **B** foram perfurados em um reservatório virgem, cuja pressão estática original era de 60 kgf/cm². Com o poço **B** fechado, abriu-se o poço **A** para produção, obtendo-se as seguintes informações: nos primeiros 5 dias a produção de óleo foi de 60 m³std/d, seguindo-se então um período de 3 dias durante os quais a produção foi reduzida para 10 m³std/d; em seguida a produção foi elevada para 90 m³std/d, assim permanecendo durante 7 dias, depois dos

quais o poço **A** foi fechado. Sabendo-se que a distância entre os poços **A** e **B** é da ordem de 200 m, pedem-se:

- Esquematizar um diagrama de *vazão de produção de óleo versus tempo*.
- Esquematizar um diagrama fictício de *pressão versus tempo*, correspondente ao diagrama do item (a), de modo a permitir a superposição de efeitos para cálculo da queda de pressão ou da pressão em um determinado ponto do reservatório.
- Calcular a pressão no poço **B** ao final do 3º dia, do 15º dia e do 20º dia, utilizando os seguintes dados:

Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 200 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 2,0 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,4 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação.....	$h = 3 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,30$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 8 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$

Respostas:

$$(c) \quad p_3 = 55 \text{ kgf/cm}^2 \quad p_{15} = 48,2 \text{ kgf/cm}^2 \quad p_{20} = 55,8 \text{ kgf/cm}^2$$

Problema 3.9 – Dois poços foram perfurados em um aquífero para abastecimento de um projeto de injeção de água. Os poços estão afastados 200 m entre si e a pressão inicial do aquífero é de 200 kgf/cm². O poço **A** é produzido com vazão de 300 m³std/d e o poço **B** com vazão de 400 m³std/d. Os dois poços iniciam sua produção simultaneamente e ao final de 6 meses o poço **B** é fechado. Outros dados do sistema poço-aquífero são:

Permeabilidade efetiva à água.....	$k_w = 22 \text{ md}$
Viscosidade da água no aquífero.....	$\mu_w = 0,35 \text{ cp}$
Fator volume-formação da água.....	$B_w = 1,04 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação.....	$h = 38 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,28$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 50 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Raios dos poços.....	$r_w = 0,15 \text{ m}$

- Qual é a pressão no poço **B** no instante do seu fechamento?
- Qual é a pressão no poço **B** para os tempos de fechamento de 1 h, 1 d, 5 d e 20 d?
- Caso o poço **A** também fosse fechado no mesmo instante que o poço **B**, qual seria a pressão no poço **B** nos instantes 1, 5 e 20 d após o fechamento?

Respostas:

$$(a) \quad p_{wB} = 158,9 \text{ kgf/cm}^2$$

(b)

$t \text{ (d)}$	$p_{wB} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$
0,042	178,7
1	184,0
5	186,6
20	188,7

(c)

$t \text{ (d)}$	$p_{wB} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$
-----------------	------------------------------------

1	185,3
5	189,6
20	193,4

Problema 3.10 – Um poço de petróleo localizado a 60 m de uma falha apresentou o seguinte esquema de produção de óleo: 10 dias com uma razão de produção de 50 m³std/d, seguidos de 5 dias com a razão de produção de 18 m³std/d. Logo após fechou-se o poço durante 2 dias, abrindo-o novamente para produção com uma razão de produção de 120 m³std/d. Outros dados do sistema são:

Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 500 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 2,5 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação produtora.....	$h = 12 \text{ m}$
Porosidade efetiva da rocha.....	$\phi = 20\%$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 15 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Pressão original do reservatório.....	$p_i = 160 \text{ kgf/cm}^2$
Diâmetro do poço.....	$d = 20 \text{ cm}$

Pede-se que sejam determinadas:

- A pressão no poço no final do 25^o dia.
- A pressão no poço no final do 25^o dia na hipótese da existência de um efeito de película ao redor do poço que reduziu a permeabilidade a 10% do seu valor original até uma distância de 3 m medidos a partir do centro do poço.

Respostas:

$$(a) p_w = 146,2 \text{ kgf/cm}^2 \qquad (b) p_w = 111,2 \text{ kgf/cm}^2$$

Problema 3.11 – Um sistema formado por um poço situado aproximadamente no centro de um reservatório circular sujeito ao influxo de água apresenta as seguintes características:

Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 50 \text{ md}$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 1,3 \text{ cp}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação produtora.....	$h = 5 \text{ m}$
Porosidade efetiva da rocha.....	$\phi = 14\%$
Compressibilidade total do sistema.....	$c_t = 130 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Pressão original do reservatório.....	$p_i = 300 \text{ kgf/cm}^2$
Raio do reservatório.....	$r_e = 300 \text{ m}$
Raio do poço.....	$r_w = 0,10 \text{ m}$

O aquífero está conectado ao fundo de um lago de modo a manter praticamente constante a pressão no limite externo do reservatório. Calcule a pressão no poço ao final de 2,5 dias, admitindo que ele produzirá de acordo com o esquema de vazões da Figura 3.57.

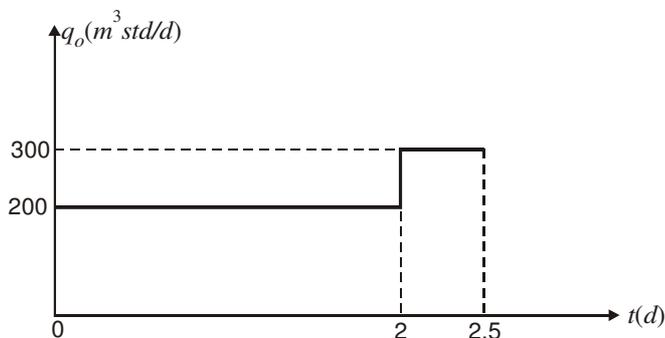


Figura 3.57 – Esquema de vazão do poço do Problema 3.11.

Resposta: $p_w = 23,8 \text{ kgf/cm}^2$

Problema 3.12 – As características de um reservatório e de um poço nele situado são:

Pressão no limite externo do reservatório.....	$p_e = 130 \text{ kgf/cm}^2$
Pressão de fluxo no fundo do poço.....	$p_w = 100 \text{ kgf/cm}^2$
Viscosidade do óleo no reservatório.....	$\mu_o = 0,88 \text{ cp}$
Vazão de produção de óleo.....	$q_o = 50 \text{ m}^3 \text{ std/d}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,32 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Espessura da formação produtora.....	$h = 10 \text{ m}$
Raio externo do reservatório.....	$r_e = 250 \text{ m}$
Raio do poço.....	$r_w = 15 \text{ cm}$

Calcular:

- (a) O índice de produtividade do poço.
- (b) O índice de produtividade específico (IP/h) do poço.
- (c) A permeabilidade média do reservatório.
- (d) A capacidade da formação ($\bar{k} h$).

Respostas:

(a) $1,667 \frac{m^3 \text{ std} / d}{kgf / cm^2}$ (b) $0,1667 \frac{m^3 \text{ std} / d}{(kgf / cm^2) \cdot m}$ (c) 27 md (d) $270 \text{ md} \cdot m$

Problema 3.13 – Um poço tem nível estático a 400 m, medidos na tubulação de produção, que está aberta à atmosfera. Quando bombeado com a vazão de 20 $m^3 \text{ std/d}$, o nível de fluido no espaço anular permanece à profundidade de 1.300 m. Não há “packer” e o revestimento encontra-se aberto à atmosfera.

- (a) Se a densidade média do fluido é de 0,65, qual é o índice de produtividade do poço?
- (b) Se a formação produtora tem a sua base a uma profundidade de 1.600 m, qual a máxima vazão que o poço pode fornecer?
- (c) Se um engano foi cometido e o revestimento não estava aberto para a atmosfera mas tinha uma pressão de 30 kgf/cm^2 , qual é o índice de produtividade do poço?

Respostas:

$$(a) 0,342 \frac{m^3 \text{ std } / d}{\text{kgf} / \text{cm}^2} \quad (b) 26,7 m^3 \text{ std} / d \quad (c) 0,702 \frac{m^3 \text{ std } / d}{\text{kgf} / \text{cm}^2}$$

Problema 3.14 – Um poço com diâmetro de 12 in tem um raio de drenagem de 660 ft. O arenito produtor tem 23 ft de espessura e o óleo tem uma viscosidade de 1,60 cp. O fator volume-formação do óleo é de 1,623 bbl/STB. A permeabilidade da formação é de 53 md, a pressão de fluxo é de 500 psi e a pressão no limite externo do reservatório é de 600 psi. Admitindo que o fluido seja incompressível, determinar:

- O índice de produtividade do poço.
- O índice de produtividade específico (IP/h) do poço.
- A vazão se o diferencial de pressão for de 100 psi.
- Uma equação para o cálculo da pressão em função do raio.
- Uma equação para o gradiente de pressão no reservatório em função do raio.

Respostas:

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$0,463 \frac{STB/d}{psi}$	$0,020 \frac{STB/d}{psi \cdot ft}$	46,3 STB/d	$p(psi) = 509,65 + 13,92 \ln r(ft)$	$\frac{dp}{dr} \left(\frac{psi}{ft} \right) = \frac{13,92}{r(ft)}$

Problema 3.15 – Refaça o Problema 3.14 admitindo fluido compressível, fluxo pseudopermanente.

Respostas:

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$0,494 \frac{STB/d}{psi}$	$0,0215 \frac{STB/d}{psi \cdot ft}$	49,4 STB/d	$p(psi) = 510,25 + 14,86 \ln r(ft)$	$\frac{dp}{dr} \left(\frac{psi}{ft} \right) = \frac{14,86}{r(ft)}$

Problema 3.16 – Um poço com diâmetro de 20 cm é perfurado através de uma formação de 250 md de permeabilidade e 8 m de espessura. O raio de drenagem é de 200 m. Admitindo que o fluido seja incompressível, perguntam-se:

- Que razão de produtividade será obtida por um alargamento do poço para um diâmetro de 60 cm?
- Se aquecedores elétricos são capazes de reduzir a viscosidade de 120 cp para 8 cp dentro de um raio de 1,5 m, que razão de produtividade é obtida?
- Se o poço sofreu um dano de formação e a permeabilidade foi reduzida para 10 md em um raio de 2 m, qual é o novo valor da razão de produtividade?

Respostas:

$$(a) RP = 1,17 \quad (b) RP = 1,50 \quad (c) RP = 0,096$$

Problema 3.17 – Calcular a produção diária em $m^3 \text{ std} / d$ de um poço situado em um reservatório estratificado com as características seguintes, quando o diferencial de pressão for de 100 kgf / cm^2 :

Espessura da zona A.....	10 m
Espessura da zona B.....	10 m
Permeabilidade da zona A.....	200 md

Permeabilidade da zona B.....	100 md
Raio de invasão na zona A.....	5 m
Raio de invasão na zona B.....	3 m
Raio de drenagem.....	300 m
Raio do poço.....	10 cm
Viscosidade do óleo.....	5 cp
Fator volume-formação do óleo.....	1,35 m ³ /m ³ std
Permeabilidades nas zonas invadidas.....	20% da original de cada zona

Resposta: 101,9 m³std/d

Problema 3.18 – O poço esquematizado na Figura 3.58 foi danificado de modo que as permeabilidades nas zonas invadidas foram reduzidas a 50% do seu valor original. Se o raio de drenagem é igual a 200 m e a espessura das duas zonas é de 5 m cada uma, pergunta-se: qual o raio de invasão na zona inferior de modo que a razão de produtividade nessa zona seja 10% maior que na zona superior?

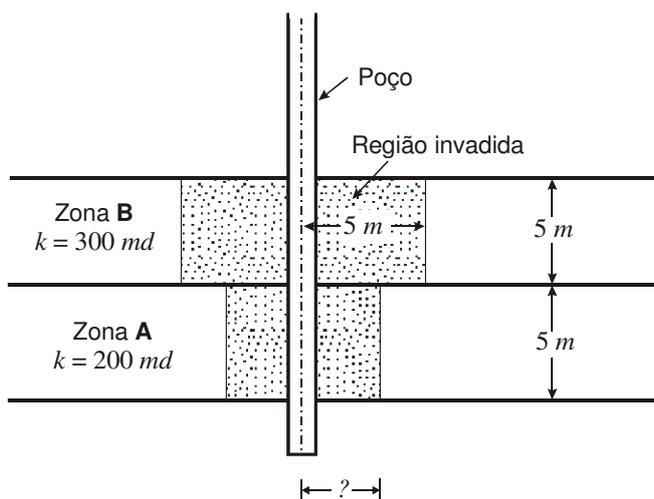


Figura 3.58 – Desenho esquemático do sistema poço-reservatório do Problema 3.18.

Outros dados do sistema são:

Permeabilidade efetiva na zona A.....	200 md
Permeabilidade efetiva na zona B.....	300 md
Raio de invasão na zona B.....	5 m
Raio do poço.....	10 cm

Resposta: 1,75 m

Problema 3.19 – Calcular o aumento percentual de produção devido à estimulação de um reservatório num raio de 1 m em torno do poço, onde a permeabilidade é aumentada em 60%. Outros dados são:

Raio do poço.....	5 cm
Raio de influência do poço.....	400 m

Resposta: 14,3%

Problema 3.20 – Um dos projetos previstos para o desenvolvimento de um reservatório aproximadamente quadrado, com área de $1.440.000 \text{ m}^2$, consiste na perfuração de 9 poços verticais igualmente espaçados. Sugira outros planos para o desenvolvimento desse reservatório, usando (a) poços horizontais de 300 m de comprimento e, se necessário, poços verticais; (b) poços horizontais de 600 m de comprimento e, se necessário, poços verticais.

Problema 3.21 – Utilizando os dados do Exemplo 3.11, pede-se que sejam calculados:

- O índice de produtividade do poço vertical.
- O índice de produtividade do poço horizontal, empregando os métodos de Borisov e Giger (1983a).
- As relações entre os índices de produtividade do poço horizontal e do poço vertical, empregando os métodos de Borisov, Giger (1983a) e Joshi.

Respostas:

(a) $IP_v = 35,8 \text{ (m}^3 \text{ std / d) / (kgf / cm}^2\text{)}$

(b) Borisov: $IP_h = 115 \text{ (m}^3 \text{ std / d) / (kgf / cm}^2\text{)}$

Giger: $IP_h = 118 \text{ (m}^3 \text{ std / d) / (kgf / cm}^2\text{)}$

(c) Borisov: $IP_h / IP_v = 3,21$

Giger: $IP_h / IP_v = 3,30$

Joshi: $IP_h / IP_v = 2,79$

Problema 3.22 – Resolva o Exemplo 3.8 admitindo que o reservatório possua uma permeabilidade média de 40 md . Compare os resultados com os do Exemplo 3.8.

Respostas: Os resultados do Problema 3.22 mostrados na Tabela 3.8, comparados com os do Exemplo 3.8, apresentados na Tabela 3.1, indicam que os ganhos obtidos neste caso, em que a permeabilidade é maior (40 md), situam-se na faixa de 70%, enquanto no Exemplo 3.8, onde a permeabilidade do reservatório era 20 vezes menor (2 md), os ganhos em relação a um poço não fraturado variavam entre 200% e 300%.

Tabela 3.8 – Resumo dos resultados do Problema 3.22

$L \text{ (m)}$	IP_{vf} / IP_v
100	1,71
200	1,73
300	1,76

Bibliografia

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (ed.): *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. USA, National Bureau of Standards Applied Mathematics Series – 55, 1964.
- Agarwal, R. G.; Carter, R. D. & Pollock, C. B.: Evaluation and Performance Prediction of Low-Permeability Gas Wells Stimulated by Massive Hydraulic Fracturing. *J. Pet. Tech.*, 362-372, March 1979.
- Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: *Petroleum Reservoir Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.
- Babu, D. K. & Odeh, A. S.: Productivity of a Horizontal Well. *SPE Reservoir Engineering*, pp. 417-421, Nov. 1989.
- Borisov, Ju P.: Oil Production Using Horizontal and Multiple Deviation Wells. Nedra, Moscow, 1964. Translated by J. Strauss and S. D. Joshi (ed.), Phillips Petroleum Co., the R & D Library Translation, Bartlesville, Oklahoma, 1984.
- Calhoun, J. C., Jr.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Norman, University of Oklahoma Press, 1957.
- Caudle, B. H.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Dallas, TX, USA, Society of Petroleum Engineers of AIME, 1968. (Part II.)
- Chaperon, I.: Theoretical Study of Coning Toward Horizontal and Vertical Wells in Anisotropic Formations: Subcritical and Critical Rates. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition. New Orleans, Louisiana, Oct. 5-8, 1986. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1986. (SPE 15377.)
- Cinco-Ley, H. & Samaniego, F.: Transient Pressure Analysis for Fractured Wells. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 62. Dallas, TX, Sept. 27-30, 1987. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1987. (SPE 16766.)
- Cinco-Ley, H.; Ramey, H. J., Jr.; Samaniego, F. & Rodriguez, F.: Behavior of Wells with Low-Conductivity Vertical Fractures. *J. Pet. Tech.*, 1749-1766, Sept. 1981.
- Corrêa, A. C. F.: *Escoamento de Fluidos em Meios Porosos*. PETROBRAS/SEN-BA, Salvador, Bahia, Brasil. (Apostila.)
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.

- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. New York, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Darcy, H.: *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Paris, Victor Dalmont, 1856.
- Dietz, D. N.: Determination of Average Reservoir Pressure from Build-up Surveys. *J. Pet. Tech.*, 955-959, Aug. 1965; *Trans. AIME*, 234.
- Dikken, B. J.: Pressure Drop in Horizontal Wells and its Effect on their Production Performance. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 64. San Antonio, Texas, Oct. 8-11, 1989. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1989. (SPE 19824.)
- Earlougher, R. C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)
- Fetkovich, M. J. & Vienot, M. E.: Shape Factors, C_A , Expressed as a Skin, s_{CA} . *J. Pet. Tech.*, 321-322, Feb. 1985.
- Giger, F.: Reduction du Nombre de Puits par l'Utilisation de Forages Horizontaux. *Revue de L'Institut Francais du Petrole*, vol. 38, N° 3, May-June 1983.
- Giger, F.: Evaluation Theorique de l'Effet d'Arete d'Eau sur la Production par Puits Horizontaux. *Revue de L'Institut Francais du Petrole*, Vol. 38, N° 3, May-June 1983.
- Giger, F. M.: Analytic 2-D Models of Water Cresting Before Breakthrough for Horizontal Wells. *SPE Reservoir Engineering*, pp. 409-416, Nov. 1989.
- Giger, F. M.; Reiss, L. H. & Jourdan, A. P.: The Reservoir Engineering Aspect of Horizontal Drilling. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 59. Houston, Texas, Sept. 16-19, 1984. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1984. (SPE 13024.)
- Hawkins, M. F.: A Note on the Skin Effect. *Trans. AIME*, 207, 356-357, 1956.
- Hoyland, L. A.; Papatzacos, P. & Skjaeveland, S. M.: Critical Rate for Water Coning: Correlation and Analytical Solution. *SPE Reservoir Engineering*, pp. 495-502, Nov. 1989.
- Hurst, W.: Establishment of the Skin Effect and its Impediment to Fluid Flow into a Well Bore. *Pet. Eng.*, B-6 through B-16, Oct. 1953.
- Joshi, S. D.: A Review of Horizontal Well and Drainhole Technology. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Dallas, Texas, 1987. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1987. (SPE 16868). A revised version was presented at the SPE Rocky Mountain Regional Meeting, Caper, Wyoming, May 1988.
- Joshi, S. D.: Augmentation of Well Productivity Using Slant and Horizontal Wells. *J. Pet. Tech.*, pp. 729-739, June 1988.

- Joshi, S. D.: *Horizontal Well Technology*. Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.
- Karcher, B. J.; Giger, F. M. & Combe, J.: Some Practical Formulas to Predict Horizontal Well Behavior. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 61. New Orleans, Louisiana, Oct. 5-8, 1986. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1986. (SPE 15430.)
- Kuchuk, F. J.; Goode, P. A.; Brice, B. W.; Sherrard, D. W. & Thambynayagam, R. K. M.: Pressure Transient Analysis and Inflow Performance for Horizontal Wells. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 63. Houston, Texas, Oct. 2-5, 1988. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1988. (SPE 18300.)
- Matthews, C. S. & Russel, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, USA, SPE of AIME, Monograph Series, 1, 1967.
- Meyer, H. L. & Gardner, A. O.: Mechanics of Two Immiscible Fluids in Porous Media. *Journal of Applied Physics*, Vol. 25, No. 11, pp. 1400ff.
- Muskat, M.: *Physical Principles of Oil Production*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1949.
- Mutalik, P. N.; Godbole, S. P. & Joshi, S. D.: Effect of Drainage Area Shapes on Horizontal Well Productivity. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 63. Houston, Texas, Oct. 2-5, 1988. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1988. (SPE 18300.)
- Pirson, S. J.: *Oil Reservoir Engineering*. Huntington, New York, Robert E. Krieger Publishing Company, 1977.
- Renard, G. I. & Dupuy, J. M.: Influence of Formation Damage on the Flow Efficiency of Horizontal Wells. In: SPE Formation Damage Control Symposium. Lafayette, Louisiana, Feb. 22-23, 1990. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1990. (SPE 19414.)
- Rosa, A. J.: *Escoamento de Gases em Meios Porosos*. PETROBRAS/CENPES/DIVEN/SEN-BA, Salvador, BA, 1986. (Apostila.)
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: Um Modelo de Condutividade Infinita para Produção de um Poço Horizontal num Reservatório Anisotrópico. *B. Téc. PETROBRÁS*, 29 (3): 211-220, jul./set. 1986.
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Interciência, 2001.
- Rosa, A. J. & Corrêa, A. C. F.: *Análise de Testes de Pressão em Poços*. PETROBRAS/CENPES/DIVEN/SEN-BA, Salvador, Bahia, 1987. (Apostila.)
- Schols, R. S.: An Empirical Formula for the Critical Oil Production Rate. *Erdoel Erdgas, Z.*, Vol. 88, No. 1, pp. 6-11, Jan. 1972.

van Everdingen, A. F.: The Skin Effect and its Influence on the Productive Capacity of a Well. *Trans. AIME*, 198, 171-176, 1953. *Reprint Series, nº 9 – Pressure Analysis Methods*, Dallas, SPE of AIME, 45-50, 1967.

Xavier, J. A. D.: *Fluxo de Fluidos em Meios Porosos*. PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR, Salvador, Bahia. (Apostila.)

LISTA DE FIGURAS A SEREM COPIADAS DE LIVROS

Fonte			
Figura deste livro	Livro	Figura	Página
Figura 3.29	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	5-4	136
Figura 3.35	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-2	34

TABELA DE FIGURAS QUE JÁ FORAM PREPARADAS EM COREL DRAW, MAS QUE NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO PARA SEREM REPRODUZIDAS

Fonte			
Figura deste livro	Livro ou artigo técnico	Figura	Página
Figura 3.2	Dake, L. P. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.	4.2	105
Figura 3.34	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-1	34
Figura 3.37	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-4	35
Figura 3.39	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-9b	40
Figura 3.52	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-15	62
Figura 3.53 (colocar)	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	7-4	217

como ref. cruz.)			
------------------------	--	--	--

LISTA DE TABELAS COPIADAS DE LIVROS QUE NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO

Fonte			
Tabela deste livro	Livro ou artigo técnico	Tabela	Página
Tabela 3.4	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-4	60
Tabela 3.5	Joshi, S. D.: <i>Horizontal Well Technology</i> . Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.	2-5	60

4.

FLUXO DE GASES EM MEIOS POROSOS

Neste capítulo são apresentadas a dedução da equação da difusividade hidráulica e a obtenção das suas soluções para os casos clássicos da engenharia de reservatórios, considerando os escoamentos de um gás ideal e de um gás real através de meios porosos.

Semelhantemente ao que ocorreu no Capítulo 3, são abordadas as soluções matemáticas para os casos em que os reservatórios são produzidos através de poços verticais e/ou horizontais. Conforme foi citado naquele capítulo, apesar do crescente uso dos poços horizontais no desenvolvimento de campos de petróleo, os poços verticais ainda são maioria. Deste modo, a menos que seja explicitamente mencionado, como ocorre em algumas das seções deste capítulo, admite-se na apresentação da teoria, nos exemplos e nos problemas, que os poços sejam verticais.

4.1. Equações Fundamentais do Fluxo de Gases

Nesta seção serão apresentadas as equações básicas do fluxo de gases em meios porosos, as quais, combinadas, resultam finalmente na equação diferencial parcial que rege o comportamento da pressão em função das variáveis independentes (tempo e espaço).

Para o desenvolvimento das equações será admitido que um único fluido (gás) satura 100% do volume poroso. Como na prática sabe-se que há sempre a presença de pelo menos mais um fluido (água), esse fato é considerado ao ser utilizada a permeabilidade efetiva ao gás, ao invés da permeabilidade absoluta da rocha.

4.1.1. Equação da continuidade

Conforme a dedução apresentada no Capítulo 3, a equação da continuidade para fluxo tridimensional, em coordenadas cartesianas, é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho). \quad (4.1)$$

Para fluxo radial horizontal pode-se mostrar que, utilizando o sistema de coordenadas cilíndricas, a equação da continuidade passa a ser expressa como (Matthews & Russel, 1967):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho), \quad (4.2)$$

onde v_r é a velocidade aparente de fluxo na direção radial.

4.1.2. Equação de fluxo

A equação que relaciona a velocidade aparente do fluido com as propriedades do meio poroso e com o gradiente de potencial é a lei de Darcy¹:

$$v_s = -\frac{k_s \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad (4.3)$$

onde s é a trajetória de fluxo. Usando a lei de Darcy, as velocidades aparentes nas três direções de fluxo são dadas pelas seguintes expressões:

$$v_x = -\frac{k_x \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (4.4)$$

$$v_y = -\frac{k_y \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (4.5)$$

e

$$v_z = -\frac{k_z \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (4.6)$$

Para fluxo horizontal a Eq. (4.3) simplifica-se para:

$$v_s = -\frac{k_s}{\mu} \frac{\partial p}{\partial s}. \quad (4.7)$$

As Eqs. (4.3) a (4.7) são válidas somente para pequenos gradientes de potencial ou de pressão. Existem situações, especialmente no caso de fluxo de gás, em que um efeito adicional devido à turbulência deve ser considerado, o que será objeto de uma seção posterior neste capítulo (Seção 4.5).

4.1.3. Equação de estado

No escoamento de fluidos geralmente utiliza-se como equação básica de estado a compressibilidade isotérmica, definida por:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T, \quad (4.8)$$

a qual pode ainda ser escrita como:

$$c = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T. \quad (4.9)$$

No caso particular de fluxo de gás usa-se a equação de estado dos gases reais,

$$\rho = \frac{M}{ZRT} p. \quad (4.10)$$

Para gás ideal ($Z = 1$) esta equação simplifica-se para:

$$\rho = \frac{M}{RT} p. \quad (4.11)$$

A compressibilidade da formação é representada pela relação:

¹ Vide Capítulo 3.

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dp}. \quad (4.12)$$

Mais detalhes sobre as diferentes equações de estado, aplicáveis aos líquidos, gases e rocha, podem ser encontradas no Capítulo 1.

4.2. Equação da Difusividade Hidráulica

A equação diferencial parcial do fluxo de gases através de meios porosos, denominada *equação da difusividade hidráulica*, resulta da combinação das três leis apresentadas na Seção 4.1: equação da continuidade, equação de fluxo (lei de Darcy) e equação de estado.

Na formulação da equação da difusividade serão admitidas as seguintes hipóteses:

- Meio poroso homogêneo e isotrópico
- Fluxo estritamente horizontal e isotérmico
- Poço penetrando totalmente a formação
- Permeabilidade constante
- Pequenos gradientes de pressão
- Rocha com compressibilidade pequena e constante
- Forças gravitacionais desprezíveis
- Fluidos e rochas não reagentes entre si.

Ao se introduzir as expressões das velocidades, Eqs. (4.4) a (4.6), na equação da continuidade, Eq. (4.1), obtém-se uma nova forma para a equação diferencial do escoamento em coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z \gamma}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (4.13)$$

A Eq. (4.13) encontra-se ainda em uma forma bastante geral, sendo necessária a introdução de simplificações para reproduzir as diferentes condições em que um reservatório pode se apresentar. Por exemplo, nos casos em que os efeitos gravitacionais sobre o fluxo são desprezíveis, o potencial pode ser substituído pela relação entre a pressão e o peso específico do fluido (p/γ), resultando na seguinte equação:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (4.14)$$

Para um meio poroso homogêneo e isotrópico as permeabilidades nas três direções são iguais, ou seja, $k_x = k_y = k_z = k$. Neste caso a Eq. (4.14) se reduz a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho). \quad (4.15)$$

Similarmente, para fluxo radial horizontal obtém-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (4.16)$$

ou simplesmente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho), \quad (4.17)$$

para um meio poroso homogêneo e isotrópico em que $k_r = k$, sendo k_r a permeabilidade na direção radial.

4.2.1. Gás ideal

Neste caso admite-se que a viscosidade do gás seja constante. Assim, as equações diferenciais tornam-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\mu}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho), \quad (4.18)$$

em coordenadas cartesianas, e:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\mu}{k} \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho), \quad (4.19)$$

em coordenadas cilíndricas.

Conforme foi mostrado no Capítulo 3, a derivada do lado direito das Eqs. (4.18) e (4.19) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \frac{\phi c_t}{c_g} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (4.20)$$

onde $c_t = c_g + c_f$ e c_g é a compressibilidade do gás. No entanto, quando o gás comporta-se como ideal (baixas pressões), a sua compressibilidade é muito maior que a da formação, podendo-se então admitir que $c_t \cong c_g$. Assim,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (4.21)$$

Mas, da equação de estado dos gases ideais, Eq. (4.11),

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{M}{RT}, \quad (4.22)$$

de modo que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.23)$$

e portanto:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (4.24)$$

Substituindo as Eqs. (4.11) e (4.24) na Eq. (4.18) obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M}{RT} p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M}{RT} p \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{M}{RT} p \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\phi \mu}{k} \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.25)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\phi \mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (4.26)$$

que ainda pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = \frac{2\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (4.27)$$

Por seu turno, a equação para fluxo radial pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{M}{RT} p r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu}{k} \frac{M}{RT} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.28)$$

ou

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r p \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (4.29)$$

que também pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{2\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.30)$$

ou ainda nas formas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (4.31)$$

e

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p^2}{\partial r} = \frac{\phi\mu}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (4.32)$$

4.2.2. Gás real

No estudo do fluxo de um gás real através de um meio poroso utiliza-se o conceito de *potencial do gás real*, também conhecido como *pseudopressão do gás real*, desenvolvido por Al-Hussainy *et alii* (1966):

$$m(p) = 2 \int_{p_b}^p \frac{p dp}{\mu Z}, \quad (4.33)$$

onde p_b é uma pressão base arbitrária. A escolha de p_b é irrelevante, pois normalmente usa-se nas equações de fluxo uma diferença de dois valores de $m(p)$. Por exemplo,

$$m(p_2) - m(p_1) = 2 \int_{p_b}^{p_2} \frac{p dp}{\mu Z} - 2 \int_{p_b}^{p_1} \frac{p dp}{\mu Z} = 2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{\mu Z}. \quad (4.34)$$

A vantagem do uso da pseudopressão do gás real $m(p)$ é que não requer tantas hipóteses simplificadoras como no caso do gás ideal. Além disso, com o advento dos computadores tornou-se mais fácil o uso de uma solução mais complexa, no caso a que envolve a utilização da função $m(p)$.

Os termos da integral que aparece na definição de $m(p)$, Eq. (4.33), são funções da pressão e podem ser obtidos da análise PVT do gás ou de correlações. Um método qualquer de integração (regra de Simpson, por exemplo) possibilita a determinação de valores de $m(p)$. Como alternativa pode ser usada a Tabela 4.1, onde são encontrados os valores da pseudopressão reduzida $m_r(p)$ em função da pressão e da temperatura pseudoreduzidas (p_{pr} e T_{pr}). Nessa tabela a pressão base (referência) foi tomada como sendo zero. A pseudopressão reduzida é definida por:

$$m_r(p) = \frac{\mu_1 m(p)}{2p_{pc}^2} \int_0^{p_{pr}} \frac{p_{pr} dp_{pr}}{(\mu/\mu_1)Z}, \quad (4.35)$$

onde p_{pc} é a pressão pseudocrítica, p_{pr} a pressão pseudoreduzida, Z o fator de compressibilidade, μ_1 a viscosidade do gás à temperatura do reservatório e à pressão de 1 atm, e μ a viscosidade do gás nas condições de temperatura e pressão do reservatório. Os valores de p_{pc} , Z , μ_1 e μ podem ser estimados utilizando-se as correlações apresentadas no Capítulo 1 (Propriedades dos Fluidos).

Tabela 4.1 – Pseudopressão reduzida de um gás (Al-Hussainy *et alii*, 1966)

Pressão pseudo-reduzida	Valores de $m_r(p) = \frac{\mu_1 m(p)}{2p_{pc}^2} = \int_0^{p_{pr}} \frac{p_{pr} dp_{pr}}{(\mu/\mu_1)Z}$							
	Temperatura pseudoreduzida (T_{pr})							
p_{pr}	1,05	1,15	1,30	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00
0,10	0,0051	0,0051	0,0051	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050	0,0050
0,20	0,0208	0,0206	0,0204	0,0202	0,0201	0,0201	0,0200	0,0200
0,30	0,0475	0,0467	0,0461	0,0456	0,0453	0,0452	0,0451	0,0450
0,40	0,0856	0,0839	0,0824	0,0813	0,0807	0,0803	0,0801	0,0800
0,50	0,1355	0,1322	0,1293	0,1272	0,1261	0,1254	0,1250	0,1249
0,60	0,1980	0,1921	0,1869	0,1833	0,1814	0,1803	0,1798	0,1797
0,70	0,2733	0,2637	0,2556	0,2498	0,2468	0,2452	0,2445	0,2443
0,80	0,3620	0,3474	0,3355	0,3266	0,3222	0,3198	0,3189	0,3187
0,90	0,4638	0,4437	0,4262	0,4134	0,4073	0,4039	0,4030	0,4029
1,00	0,5780	0,5529	0,5276	0,5095	0,5019	0,4974	0,4968	0,4967
1,10	0,7053	0,6746	0,6400	0,6154	0,6059	0,6003	0,6004	0,6003
1,20	0,8525	0,8083	0,7638	0,7314	0,7192	0,7131	0,7136	0,7134
1,30	1,0318	0,9539	0,8983	0,8574	0,8416	0,8356	0,8362	0,8360
1,40	1,2392	1,1114	1,0431	0,9930	0,9732	0,9676	0,9681	0,9680
1,50	1,4482	1,2807	1,1978	1,1381	1,1142	1,1091	1,1091	1,1095
1,60	1,6468	1,4616	1,3620	1,2928	1,2645	1,2599	1,2592	1,2602
1,70	1,8359	1,6516	1,5356	1,4557	1,4240	1,4199	1,4183	1,4203
1,80	2,0176	1,8476	1,7182	1,6280	1,5923	1,5887	1,5862	1,5895
1,90	2,1926	2,0472	1,9090	1,8089	1,7695	1,7663	1,7632	1,7679
2,00	2,3619	2,2476	2,1068	1,9982	1,9553	1,9526	1,9492	1,9554
2,10	2,5272	2,4499	2,3109	2,1954	2,1495	2,1472	2,1442	2,1519
2,20	2,6899	2,6546	2,5206	2,3999	2,3519	2,3499	2,3479	2,3575
2,30	2,8500	2,8603	2,7354	2,6116	2,5623	2,5605	2,5602	2,5721
2,40	3,0074	3,0658	2,9549	2,8302	2,7806	2,7788	2,7811	2,7956
2,50	3,1622	3,2701	3,1786	3,0554	3,0067	3,0048	3,0105	3,0280
2,60	3,3143	3,4726	3,4060	3,2872	3,2403	3,2383	3,2482	3,2691
2,70	3,4638	3,6727	3,6367	3,5251	3,4813	3,4792	3,4942	3,5191

Tabela 4.1 – Pseudopressão reduzida de um gás (Al-Hussainy *et alii*, 1966) (continuação)

Pressão pseudo-reduzida	Valores de $m_r(p) = \frac{\mu_1 m(p)}{2p_{pc}^2} = \int_0^{p_{pr}} \frac{p_{pr} dp_{pr}}{(\mu/\mu_1)Z}$							
	Temperatura pseudoreduzida (T_{pr})							
p_{pr}	1,05	1,15	1,30	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00
2,80	3,6108	3,8701	3,8700	3,7690	3,7297	3,7272	3,7483	3,7776
2,90	3,7553	4,0646	4,1056	4,0185	3,9851	3,9824	4,0106	4,0449
3,00	3,8974	4,2560	4,3429	4,2735	4,2474	4,2444	4,2809	4,3206
3,25	4,2456	4,7260	4,9417	4,9303	4,9299	4,9296	4,9903	5,0465
3,50	4,5859	5,1857	5,5444	5,6102	5,6466	5,6563	5,7459	5,8235
3,75	4,9183	5,6338	6,1461	6,3089	6,3944	6,4224	6,5462	6,6503
4,00	5,2430	6,0700	6,7434	7,0228	7,1705	7,2259	7,3894	7,5257
4,25	5,5622	6,4973	7,3356	7,7491	7,9713	8,0629	8,2745	8,4484
4,50	5,8776	6,9181	7,9228	8,4853	8,7933	8,9296	9,2004	9,4168
4,75	6,1892	7,3324	8,5032	9,2289	9,6339	9,8239	10,1654	10,4297
5,00	6,4970	7,7399	9,0758	9,9772	10,4907	10,7437	11,1682	11,4859
5,25	6,8011	8,1406	9,6400	10,7283	11,3616	11,6870	12,2073	12,5841
5,50	7,1014	8,5345	10,1951	11,4803	12,2446	12,6520	13,2811	13,7232
5,75	7,3980	8,9218	10,7409	12,2318	13,1379	13,6368	14,3883	14,9020
6,00	7,6909	9,3025	11,2773	12,9815	14,0397	14,6399	15,5274	16,1193
6,25	7,9809	9,6780	11,8066	13,7293	14,9488	15,6588	16,6956	17,3731
6,50	8,2688	10,0495	12,3311	14,4749	15,8643	16,6915	17,8901	18,6617
6,75	8,5546	10,4170	12,8504	15,2177	16,7846	17,7366	19,1096	19,9841
7,00	8,8383	10,7805	13,3644	15,9569	17,7087	18,7927	20,3527	21,3390
7,25	9,1198	11,1400	13,8730	16,6917	18,6356	19,8589	21,6184	22,7253
7,50	9,3992	11,4956	14,3760	17,4219	19,5644	20,9337	22,9053	24,1421
7,75	9,6764	11,8473	14,8735	18,1471	20,4942	22,0163	24,2124	25,5882
8,00	9,9516	12,1951	15,3655	18,8669	21,4242	23,1057	25,5386	27,0627
8,25	10,2250	12,5399	15,8527	19,5824	22,3551	24,2007	26,8821	28,5650
8,50	10,4971	12,8826	16,3358	20,2946	23,2874	25,3004	28,2415	30,0944
8,75	10,7678	13,2231	16,8150	21,0033	24,2205	26,4040	29,6156	31,6502
9,00	11,0371	13,5614	17,2901	21,7081	25,1539	27,5107	31,0037	33,2314
9,25	11,3051	13,8976	17,7612	22,4090	26,0869	28,6200	32,4048	34,8371
9,50	11,5718	14,2315	18,2283	23,1057	27,0192	29,7311	33,8182	36,4666
9,75	11,8370	14,5632	18,6914	23,7981	27,9502	30,8437	35,2431	38,1191
10,00	12,1009	14,8928	19,1505	24,4860	28,8797	31,9570	36,6786	39,7937
10,50	12,6258	15,5473	20,0604	25,8522	30,7359	34,1873	39,5759	43,1956
11,00	13,1476	16,1969	20,9615	27,2075	32,5885	36,4211	42,5019	46,6559
11,50	13,6662	16,8412	21,8537	28,5508	34,4352	38,6554	45,4518	50,1691
12,00	14,1816	17,4804	22,7367	29,8815	36,2740	40,8873	48,4215	53,7299
12,50	14,6937	18,1145	23,6105	31,1992	38,1035	43,1147	51,4073	57,3337
13,00	15,2026	18,7435	24,4750	32,5036	39,9223	45,3355	54,4059	60,9761
13,50	15,7081	19,3673	25,3303	33,7943	41,7295	47,5481	57,4142	64,6533
14,00	16,2102	19,9859	26,1763	35,0712	43,5240	49,7510	60,4295	68,3614
14,50	16,7087	20,5993	27,0132	36,3344	45,3055	51,9431	63,4494	72,0971
15,00	17,2039	21,2076	27,8409	37,5837	47,0731	54,1231	66,4718	75,8571

As equações diferenciais do escoamento podem ser escritas em função da pseudopressão do gás $m(p)$. Para isso é feita a seguinte manipulação matemática:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial x} = \frac{\partial m(p)}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{2p}{\mu Z} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4.36)$$

de onde se obtém:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial x}. \quad (4.37)$$

Similarmente:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial y}, \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial z}, \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial r}, \quad (4.40)$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\mu Z}{2p} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (4.41)$$

Admitindo-se novamente que $c_t \cong c_g$, lembrando que:

$$\partial \rho = c_g \rho \partial p \quad (4.42)$$

e substituindo as Eqs. (4.10), (4.21), (4.37), (4.38), (4.39) e (4.41) na Eq. (4.15) resulta na equação da difusividade hidráulica para fluxo tridimensional de gases reais, em coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m(p)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m(p)}{\partial z^2} = \frac{\Phi \mu c_g}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (4.43)$$

Para fluxo radial horizontal obtém-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial m(p)}{\partial r} \right] = \frac{\Phi \mu c_g}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (4.44)$$

As Eqs. (4.43) e (4.44) são idênticas às equações desenvolvidas para o caso de fluxo de líquidos (Capítulo 3), com exceção de que no caso do fluxo de gases não foram necessárias hipóteses simplificadoras com respeito a pequenos gradientes de pressão, embora estes devam ser suficientemente pequenos para que seja válida a lei de Darcy. Deve-se observar ainda que, apesar do uso da função pseudopressão do gás real, $m(p)$, as equações da difusividade obtidas são não-lineares, já que a viscosidade e a compressibilidade do gás dependem da pressão.

Uma aproximação para se contornar o problema da não linearidade das equações da difusividade para gás real tem sido a de se usar para o produto μc_g o seu valor inicial $(\mu c_g)_i$, avaliado à pressão inicial do sistema p_i . Felizmente, a viscosidade do gás é uma função crescente da pressão, enquanto a compressibilidade do gás é uma função decrescente da pressão, o que tende a reduzir a dependência do produto μc_g em relação à pressão. Esse efeito é particularmente favorável para altas pressões, quando o produto μc_g é aproximadamente constante.

Para longos tempos de produção, quando o reservatório tivesse atingido um regime de fluxo estabilizado (permanente ou pseudopermanente), o produto μc_g seria bastante diferente do inicial e aparentemente provocaria erro considerável nos cálculos. No entanto, conforme será visto na próxima seção, as equações para regimes de fluxo estabilizados não dependem do produto μc_g quando é empregada a pseudopressão $m(p)$.

Em algumas situações a função $m(p)$ pode ser simplificada, dependendo do comportamento do grupo de parâmetros e variáveis $p/\mu Z$, mostrado na Figura 4.1.

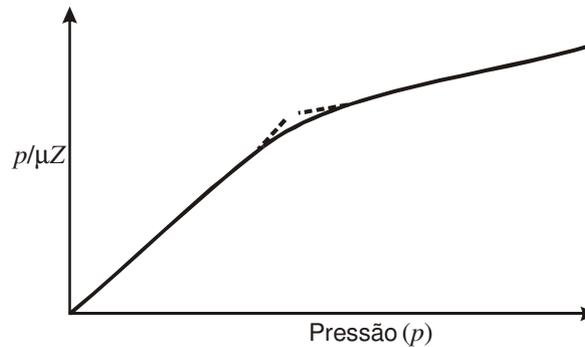


Figura 4.1 – Gráfico típico de $p/\mu Z$ versus p .

Para pequenos valores de pressão o conjunto $p/\mu Z$ é linear com a pressão, o que significa que o produto μZ é constante. Neste caso a equação da difusividade pode ser escrita em termos de p^2 , tomando-se valores médios para μ e Z . A equação da difusividade torna-se então semelhante à do fluxo de líquido, substituindo-se p por p^2 . Se as pressões forem muito baixas, não só o produto μZ é constante como individualmente esses dois parâmetros o são, resultando nas soluções para gás ideal, a serem apresentadas na próxima seção.

Conforme indica a Figura 4.1, quando a pressão é suficientemente alta o quociente $p/\mu Z$ também se comporta linearmente com a pressão. Nesse caso é comum se utilizar diretamente as equações para fluxo de líquidos (Capítulo 3), já que devido ao fato de a pressão ser muito alta o gás comporta-se como se fosse um líquido. Em qualquer caso, porém, é recomendável o uso da pseudo-pressão $m(p)$, o que elimina a necessidade de verificação dos intervalos de validade das aproximações citadas.

O uso da função $m(p)$, como foi visto, permite a obtenção de equações diferenciais similares às obtidas para fluxo de líquidos. Isso possibilita que as soluções da equação da difusividade sejam escritas diretamente por analogia com as equações já estudadas para o caso de líquidos.

4.3. Soluções da Equação da Difusividade

Nesta seção serão apresentadas as soluções chamadas clássicas ou fundamentais da equação da difusividade para fluxo de gases, considerando os casos de sistemas lineares e radiais, sujeitos aos regimes de fluxo permanente, pseudopermanente e transiente, tanto para gás ideal como para gás real.

4.3.1. Gás ideal

A consideração de gás ideal é razoavelmente válida para baixas pressões, sendo portanto mais aplicável a experiências de laboratório.

a) Fluxo linear

A geometria de fluxo linear é normalmente a que se encontra em experiências de laboratório, onde são usadas pequenas amostras de testemunhos, mas pode também representar algumas situações práticas de campo.

A equação da difusividade para fluxo linear de um gás ideal é obtida a partir da Eq. (4.27), considerando-se somente o termo referente à coordenada cartesiana x :

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = \frac{2\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (4.45)$$

Regime permanente

O regime permanente de fluxo é definido como sendo aquele em que não ocorre alteração da massa específica com o tempo, em qualquer ponto do meio poroso, isto é:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (4.46)$$

o que equivale a dizer que, pela lei dos gases:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (4.47)$$

Assim, a pressão será função exclusivamente da posição e a equação da difusividade reduz-se para:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = 0. \quad (4.48)$$

Considere o meio poroso apresentado na Figura 4.2. O reservatório é realimentado na face $x = L$, onde a pressão é p_e , e produz com vazão q_w na face $x = 0$, onde a pressão é p_w .

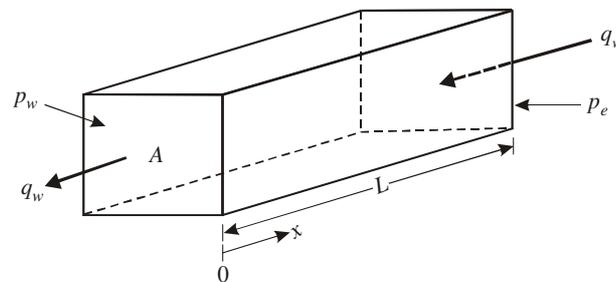


Figura 4.2 – Fluxo linear permanente.

Integrando-se a Eq. (4.48) obtém-se:

$$p^2(x) = C_1 x + C_2, \quad (4.49)$$

onde C_1 e C_2 são duas constantes. Aplicando-se as condições de contorno resulta em:

$$C_2 = p_w^2 \quad (4.50)$$

e

$$C_1 = \frac{p_e^2 - p_w^2}{L}. \quad (4.51)$$

Então, a solução para o comportamento da pressão é dada por:

$$p^2(x) = p_w^2 + \frac{p_e^2 - p_w^2}{L} x. \quad (4.52)$$

A vazão em qualquer ponto do meio poroso é igual ao produto da velocidade aparente v_x pela área aberta ao fluxo A , isto é:

$$q(x) = -v_x A, \quad (4.53)$$

onde a velocidade aparente v_x é dada pela equação de Darcy:

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (4.54)$$

Derivando-se a Eq. (4.52) obtém-se a variação da pressão com a distância:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e^2 - p_w^2}{2pL}. \quad (4.55)$$

Substituindo as Eqs. (4.54) e (4.55) na Eq. (4.53) obtém-se:

$$q(x) = \frac{kA}{\mu L} \frac{p_e^2 - p_w^2}{2p(x)}. \quad (4.56)$$

Na face $x = 0$ a vazão se torna:

$$q(0) = q_w = \frac{kA}{\mu L} \frac{p_e^2 - p_w^2}{2p_w}. \quad (4.57)$$

Como em geral a vazão é referida às condições-padrão de temperatura e pressão (T_0 e p_0) e é representada pelo símbolo q_0 , a lei dos gases deve ser aplicada para fornecer:

$$\frac{p_0 q_0}{Z_0 T_0} = \frac{p_w q_w}{Z_w T}, \quad (4.58)$$

onde T é a temperatura do reservatório e Z_w o fator de compressibilidade do gás à pressão p_w . Para gás ideal $Z = 1$, de modo que essa equação simplifica-se para:

$$q_0 = \frac{T_0}{T} \frac{p_w}{p_0} q_w. \quad (4.59)$$

A substituição da Eq. (4.57) na Eq. (4.59) produz:

$$q_0 = \frac{kA}{\mu L} \frac{T_0}{T} \frac{p_e^2 - p_w^2}{2p_0}. \quad (4.60)$$

Com o auxílio das tabelas do Apêndice L a Eq. (4.60) pode ser escrita em outros sistemas de unidades.

Exemplo 4.1 – Um corpo rochoso de forma retangular permite o escoamento de 20×10^6 SCF/d de gás quando sujeito a uma pressão de saída de 2.000 psia. O corpo rochoso tem comprimento de 1.000 ft, largura de 100 ft e espessura de 10 ft. Sua porosidade é de 20% e a permeabilidade efetiva média ao gás para uma saturação de água irreductível de 15% é de 150 md. A temperatura do reservatório é de 150 °F e a viscosidade do gás é igual a 0,025 cp. Admitindo fluxo permanente de um gás ideal e que as condições-padrão sejam de 14,7 psia e 80 °F, pede-se que sejam calculados:

- (a) A pressão de entrada.
 (b) O gradiente de pressão no ponto médio do corpo rochoso.
 (c) O gradiente médio de pressão para toda a rocha.
 (d) O ponto em que ocorre a média aritmética das pressões de entrada e de saída do corpo rochoso.

Solução:*Parte (a):*

O comportamento do fluxo linear permanente de um gás ideal pode ser representado pela Eq. (4.60). No sistema de unidades empregado no exemplo (sistema americano) essa equação é dada por:

$$q_0 (10^3 \text{ SCF} / d) = \frac{6,328 \times 10^{-6} k(md) A(ft^2) T_0(^{\circ}R) [p_e^2 - p_w^2] (psia^2)}{\mu(cp) L(ft) T(^{\circ}R) 2 p_0 (psia)}$$

$$20 \times 10^3 = \frac{6,328 \times 10^{-6} \times 150 \times 100 \times 10 (80 + 460) [p_e^2 - 2.000^2]}{0,025 \times 1.000 (150 + 460) 2 \times 14,7} \Rightarrow p_e = 4.636 \text{ psia} .$$

Parte (b):

A expressão que permite calcular a pressão em um ponto qualquer do meio poroso é a Eq. (4.52):

$$p^2(x) = p_w^2 + \frac{p_e^2 - p_w^2}{L} x .$$

O gradiente de pressão pode ser obtido de:

$$\frac{dp^2}{dx} = 2p \frac{dp}{dx} \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{1}{2p} \frac{dp^2}{dx} = \frac{1}{2p} \frac{p_e^2 - p_w^2}{L} .$$

Mas, no ponto médio ($x = 500 \text{ ft}$), a pressão é dada por:

$$p(x = 500) = \sqrt{p_w^2 + \frac{p_e^2 - p_w^2}{L} x} = \sqrt{2.000^2 + \frac{4.636^2 - 2.000^2}{1.000} \times 500} = 3.570 \text{ psia} .$$

Então,

$$\left(\frac{dp}{dx} \right)_{x=500} = \frac{1}{2 \times 3.570} \times \frac{4.636^2 - 2.000^2}{1.000} = 2,45 \text{ psi} / \text{ft} .$$

Parte (c):

O gradiente médio no reservatório como um todo é dado por:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{p_e - p_w}{L} = \frac{4.636 - 2.000}{1.000} = 2,64 \text{ psi} / \text{ft} .$$

Parte (d):

A média aritmética das pressões na entrada e na saída do meio poroso é dada por $\bar{p} = (p_e + p_w) / 2 = (4.636 + 2.000) / 2 = 3.318 \text{ psia}$ e o ponto onde ocorre essa pressão, medido a partir da face de saída do gás, é obtido através da Eq. (4.52):

$$p^2 = p_w^2 + \frac{p_e^2 - p_w^2}{L} x \Rightarrow 3.318^2 = 2.000^2 + \frac{4.636^2 - 2.000^2}{1.000} x \Rightarrow x = 400 \text{ ft} .$$

Regime pseudopermanente

O fluxo pseudopermanente é uma solução de longo tempo quando o reservatório não possui realimentação no seu limite externo e produz com vazão constante q_w na face $x = 0$, onde a pressão é representada por p_w , conforme ilustra a Figura 4.3.

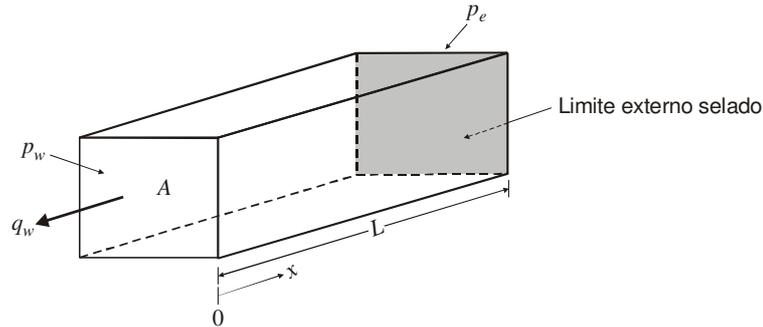


Figura 4.3 – Fluxo linear em um reservatório selado no limite externo.

No regime pseudopermanente a produção deve-se à expansão do fluido (gás, no caso em questão) existente no reservatório. Usando-se a equação da compressibilidade pode-se escrever que:

$$\bar{c}_g = -\frac{1}{V_g} \frac{\partial V_g}{\partial p} = -\frac{1}{V_p} \frac{\partial V_g}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial p} = -\frac{1}{AL\phi} \frac{\partial V_g}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial p}, \quad (4.61)$$

onde \bar{c}_g é uma média das compressibilidades do gás no meio poroso. Mas, $\partial V_g/\partial t$ é a expansão do gás com o tempo, ou seja, a produção. Assim, $\partial V_g/\partial t = q_w$ e:

$$\bar{c}_g = -\frac{1}{AL\phi} q_w \frac{\partial t}{\partial p}, \quad (4.62)$$

de onde se obtém:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{q_w}{AL\phi} \frac{1}{\bar{c}_g}. \quad (4.63)$$

Mas, para gás ideal:

$$\bar{c}_g = \frac{1}{\tilde{p}}, \quad (4.64)$$

onde \tilde{p} seria uma pressão média que resultasse na média das compressibilidades. O valor da compressibilidade média \bar{c}_g tem sido avaliado em diferentes pressões, de acordo com vários autores. Russel *et alii* (1966) propõem:

$$\tilde{p} = \frac{\bar{p} + p_w}{2}, \quad (4.65)$$

onde \bar{p} é a pressão média (estática) do reservatório. É importante frisar que neste caso a solução para a pressão torna-se iterativa, já que não se conhece ainda o valor de p_w ou até mesmo o valor de \bar{p} . Este último poderia ser obtido através de um teste de pressão recente ou através de simulações matemáticas. Outras maneiras de se avaliarem as propriedades médias do gás, particularmente a compressibilidade, podem ser mencionadas:

- $\bar{c}_g = (c_{gi} + c_g)/2$
- \bar{c}_g avaliada à pressão $\tilde{p} = \sqrt{(p_i^2 + p_w^2)}/2$
- \bar{c}_g avaliada à pressão $\tilde{p} = (p_i + p_w)/2$.

Uma das referências citadas² mostra que as diferenças nos resultados não são consideráveis, independentemente de qual das pressões \tilde{p} anteriormente descritas seja empregada.

A Eq. (4.63) pode então ser escrita como:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{q_w \tilde{p}}{AL\phi} \quad (4.66)$$

e a equação da difusividade hidráulica, Eq. (4.45), passa a ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = -\frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kAL}, \quad (4.67)$$

cujá integração produz:

$$\frac{\partial p^2}{\partial x} = -\frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kAL}x + C_1 \quad (4.68)$$

ou

$$2p \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kAL}x + C_1. \quad (4.69)$$

As condições de contorno neste caso são:

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow p(x) = p_w \\ x = L \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (4.70)$$

A última condição de contorno estabelece que a face externa é selada, isto é, o gradiente de pressão através dessa face é igual a zero. Desse modo, ao contrário do regime permanente, não existe uma alimentação externa repondo o fluido que vai sendo produzido. Assim sendo, haverá uma redução na quantidade de fluido no meio poroso, com uma conseqüente queda de pressão ao longo do tempo.

Aplicando-se a condição de contorno externa à Eq. (4.69):

$$0 = -\frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kAL}L + C_1, \quad (4.71)$$

determina-se:

$$C_1 = \frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kA}. \quad (4.72)$$

Então:

$$\frac{\partial p^2}{\partial x} = -\frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kAL}x + \frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kA} = \frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kA} \left(1 - \frac{x}{L}\right). \quad (4.73)$$

Integrando-se novamente:

² *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*. Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, 1975.

$$p^2(x) = \frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kA} \left(x - \frac{x^2}{2L} \right) + C_2. \quad (4.74)$$

Aplicando-se a condição de contorno interna:

$$C_2 = p_w^2. \quad (4.75)$$

Assim,

$$p^2(x) = p_w^2 + \frac{2\mu q_w \tilde{p}}{kA} L \left[\left(\frac{x}{L} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]. \quad (4.76)$$

Substituindo-se o valor de q_w obtido da Eq. (4.59), a Eq. (4.76) ainda pode ser escrita como:

$$p^2(x) = p_w^2 + \frac{2Tp_0 \tilde{p} q_0 \mu L}{T_0 p_w kA} \left[\left(\frac{x}{L} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]. \quad (4.77)$$

Com a Eq. (4.77) pode-se calcular a pressão em qualquer ponto do meio poroso em qualquer instante, a partir da pressão existente no limite de produção, p_w . Como se pode ver, essa solução é uma equação também do tipo $p^2 = f(x)$, ou seja, função apenas da posição e bastante parecida com a solução do regime permanente. Apesar disso, sabe-se que existe uma dependência do tempo de tal modo que esse regime não poderia ser chamado de permanente. Na verdade, tanto a pressão na face $x = 0$, p_w , como a pressão no limite externo do reservatório, p_e , variam com o tempo. Dessa maneira, a Eq. (4.77) representa a distribuição das pressões no meio poroso em um determinado instante. Em um instante seguinte, a pressão na face $x = 0$ terá outro valor, resultando em outros valores para as pressões no interior do meio poroso.

Fazendo-se $x = L$ e $p(L) = p_e$ na Eq. (4.77) pode-se escrever uma equação para o cálculo da vazão, medida em condições-padrão:

$$q_0 = \frac{kA}{\mu L} \frac{T_0 p_w}{T p_0 \tilde{p}} (p_e^2 - p_w^2). \quad (4.78)$$

Regime transiente

Para a dedução da equação para regime transiente supõe-se um meio poroso de comprimento teoricamente infinito, de seção reta constante A , produzindo com uma vazão constante q_w através da face localizada no ponto $x = 0$, conforme está esquematizado na Figura 4.4.

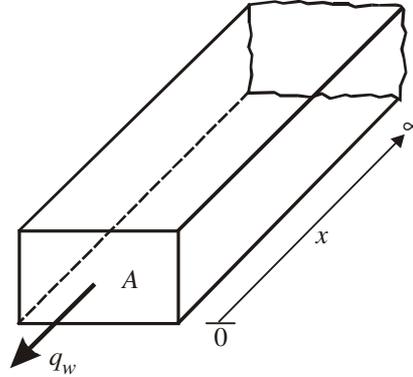


Figura 4.4 – Fluxo linear em um reservatório infinito.

Nessas condições não existem simplificações para a equação da difusividade. Ela permanece na sua forma inicial, Eq. (4.45), e a sua solução é do tipo $p^2 = f(x,t)$. Então:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = \frac{2\phi\mu}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.79)$$

ou

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (4.80)$$

Como para gás ideal $c_g = 1/p$, a Eq. (4.80) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu c_g}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (4.81)$$

A Eq. (4.81) é uma equação não-linear, já que a compressibilidade do gás depende da pressão. Uma maneira de se linearizar a Eq. (4.81) é admitir uma compressibilidade média \bar{c}_g para o gás. Assim, obtém-se uma equação diferencial linear em p^2 :

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu\bar{c}_g}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (4.82)$$

A condição inicial é que todo o sistema encontrava-se à mesma pressão p_i para $t = 0$:

$$p^2(x,0) = p_i^2, \quad x > 0. \quad (4.83)$$

A condição de contorno interna representa matematicamente o fato de que se deseja obter a solução para vazão constante no ponto $x = 0$. Então,

$$\left(\frac{\partial p^2}{\partial x} \right)_{x=0} = \left(2p \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = 2 \frac{q_w \mu}{kA} p_w, \quad t > 0. \quad (4.84)$$

Como o reservatório é infinito, no limite externo a pressão permanece igual à inicial, gerando a condição de contorno externa:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} p^2(x,t) = p_i^2. \quad (4.85)$$

O conjunto de equações dado pelas Eqs. **Erro! Fonte de referência não encontrada.** a (4.85) é similar àquele desenvolvido para o caso de um líquido de compressibilidade pequena e constante (Capítulo 3) e sua solução é:

$$p^2(x,t) = p_i^2 - \frac{2\mu q_w P_w}{kA} \left\{ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp[-x^2/(4\eta t)] - x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}}\right) \right\} \quad (4.86)$$

ou, usando a Eq. (4.59),

$$p^2(x,t) = p_i^2 - \frac{2Tp_0q_0\mu}{T_0kA} \left\{ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp[-x^2/(4\eta t)] - x \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}}\right) \right\}, \quad (4.87)$$

ou ainda:

$$p^2(x,t) = p_i^2 - \frac{2Tp_0q_0}{T_0} \frac{\mu L}{kA} \left\{ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi L^2}} \exp[-x^2/(4\eta t)] - \left(\frac{x}{L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}}\right) \right\}, \quad (4.88)$$

onde:

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu\bar{c}_g}, \quad (4.89)$$

L é um comprimento arbitrário e $\operatorname{erfc}(y)$ é a função erro complementar do argumento y , definida por:

$$\operatorname{erfc}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi. \quad (4.90)$$

O valor da compressibilidade média \bar{c}_g é avaliado na pressão \tilde{p} , conforme foi discutido no caso do fluxo pseudopermanente.

b) Fluxo radial

A equação da difusividade hidráulica para o fluxo radial de um gás ideal é dada pela Eq. (4.31):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi\mu}{kp} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (4.91)$$

Regime permanente

As equações para regime permanente descrevem o movimento do fluido em um meio poroso cilíndrico, de raio da base igual a r_e e altura h , com um poço de raio r_w situado no seu centro, conforme ilustra a Figura 4.5. Esse meio poroso recebe uma alimentação externa contínua e constante, de tal maneira que o fluido produzido através do poço é repostado simultaneamente através da fronteira externa.

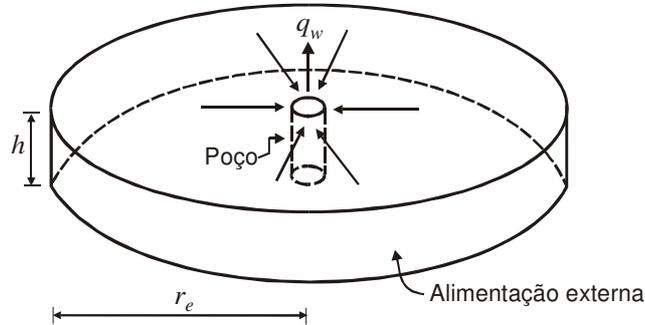


Figura 4.5 – Fluxo radial permanente.

Devido à alimentação externa:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (4.92)$$

e a Eq. (4.91) simplifica-se para:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dp^2}{dr} \right) = 0. \quad (4.93)$$

As condições de contorno são:

$$\begin{cases} r = r_w \Rightarrow p(r_w) = p_w \\ r = r_e \Rightarrow p(r_e) = p_e. \end{cases} \quad (4.94)$$

A solução da Eq. (4.93) e a aplicação das condições de contorno, Eq. (4.94), resultam na seguinte expressão para a distribuição da pressão:

$$p^2(r) = p_w^2 + (p_e^2 - p_w^2) \frac{\ln(r/r_w)}{\ln(r_e/r_w)}. \quad (4.95)$$

Para a vazão de produção, medida nas condições-padrão, obtém-se:

$$q_0 = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{T_0}{Tp_0} \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{2 \ln(r_e/r_w)}. \quad (4.96)$$

Regime pseudopermanente

Para a dedução das equações para fluxo radial, regime pseudopermanente, tomou-se um meio poroso cilíndrico de altura h e com a lateral externa selada, conforme o esquema mostrado na Figura 4.6.

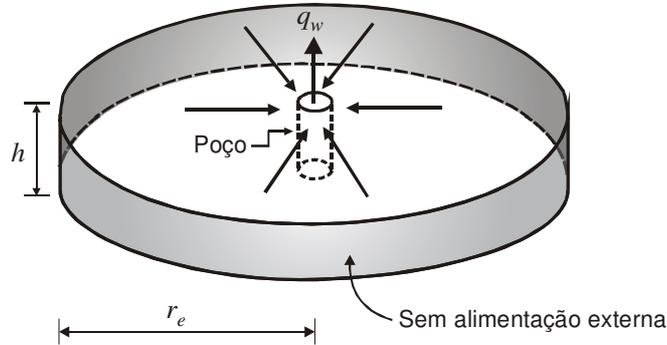


Figura 4.6 – Sistema radial com limite externo selado.

Por analogia com a solução apresentada no caso de fluxo de líquidos (Capítulo 3) e seguindo o mesmo procedimento usado no fluxo linear de um gás ideal, obtém-se a equação:

$$p^2(r) = p_w^2 + 2 \frac{T p_0 q_0 \tilde{p}}{T_0 p_w} \frac{\mu}{2\pi k h} \left[\ln\left(\frac{r}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_e}\right)^2 \right]. \quad (4.97)$$

A equação da vazão é dada por:

$$q_0 = \frac{2\pi k h T_0 p_w}{\mu T p_0 \tilde{p}} \frac{1}{2} \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{[\ln(r_e/r_w) - 1/2]}. \quad (4.98)$$

Regime transiente

A equação da difusividade e as condições inicial e de contorno são dadas por:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu}{k p} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (4.99)$$

ou

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu \bar{c}_g}{k} \frac{\partial p^2}{\partial t} \quad (4.100)$$

e

$$p^2(r, t = 0) = p_i^2, \quad (4.101)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p^2(r, t) = p_i^2 \quad (4.102)$$

e

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = 2 \frac{q_w \mu}{2\pi k h} p_w. \quad (4.103)$$

Comparando-se com o problema do fluxo de líquidos (Capítulo 3) pode-se escrever a solução final como sendo:

$$p^2(r, t) = p_i^2 - 2 \frac{q_w \mu}{4\pi k h} p_w E_i(X) = p_i^2 - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} p_w E_i(X), \quad (4.104)$$

onde:

$$X = \frac{\phi\mu\bar{c}_g r^2}{4kt} \quad (4.105)$$

e $E_i(y)$ é a função integral exponencial do argumento y , definida por:

$$E_i(y) = \int_y^{\infty} \frac{e^{-\xi}}{\xi} d\xi. \quad (4.106)$$

Usando a Eq. (4.59), a Eq. (4.104) pode ser rescrita na forma:

$$p^2(r,t) = p_i^2 - \frac{\mu}{2\pi kh} \frac{Tp_0q_0}{T_0} E_i\left(\frac{\phi\mu\bar{c}_g r^2}{4kt}\right) \quad (4.107)$$

ou ainda, usando-se a aproximação logarítmica³:

$$p^2(r,t) = p_i^2 - \frac{\mu}{2\pi kh} \frac{Tp_0q_0}{T_0} \ln\left(\frac{4kt}{\gamma\phi\mu\bar{c}_g r^2}\right), \quad (4.108)$$

onde γ é a exponencial da constante de Euler ($\gamma = 1,78108$).

4.3.2. Gás real

a) Fluxo linear

A equação da difusividade para fluxo linear de um gás real é dada por:

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu c_g}{k} \frac{\partial m(p)}{\partial t}. \quad (4.109)$$

Regime permanente

A equação diferencial torna-se, para $\partial m(p)/\partial t = 0$:

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial x^2} = 0, \quad (4.110)$$

cuja integração resulta em:

$$m(p) = m(p_w) + [m(p_e) - m(p_w)]\left(\frac{x}{L}\right). \quad (4.111)$$

A vazão na face $x = 0$ é:

$$q_w = \frac{kA}{\mu_w} \left(\frac{dp}{dx}\right)_{x=0}, \quad (4.112)$$

o que fornece:

$$q_w = \frac{kAZ_w}{p_w} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{2L} \quad (4.113)$$

ou, em condições-padrão:

³ Vide Capítulo 3.

$$q_0 = \frac{kA}{L} \frac{T_0}{p_0 T} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{2}. \quad (4.114)$$

Regime pseudopermanente

Similarmente ao fluxo de líquidos, as equações para $m(p)$ e para a vazão tornam-se:

$$m(p) = m(p_w) + \frac{L}{kA} \frac{2Tp_0q_0}{T_0} \left[\left(\frac{x}{L} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (4.115)$$

e

$$q_0 = \frac{kA}{L} \frac{T_0}{T} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{p_0}. \quad (4.116)$$

Regime transiente

A solução neste caso é:

$$[m(p)](x,t) = m(p_i) - \frac{2Tp_0q_0}{T_0kA} \left\{ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp[-x^2/(4\eta t)] - x \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}} \right) \right\} \quad (4.117)$$

ou

$$[m(p)](x,t) = m(p_i) - \frac{L}{kA} \frac{2Tp_0q_0}{T_0} \left\{ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi L^2}} \exp[-(x/L)^2/(4\eta t/L^2)] - \left(\frac{x}{L} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{x/L}{\sqrt{4\eta t/L^2}} \right) \right\}, \quad (4.118)$$

onde L é um comprimento arbitrário.

b) Fluxo radial

As equações de fluxo para geometria radial são as mais utilizadas na prática da engenharia de reservatórios, principalmente porque muitas vezes podem ser adaptadas para outras geometrias (poço que produz de um reservatório quadrado ou retangular, por exemplo).

Regime permanente

A solução é dada por:

$$m(p) = m(p_w) + \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \ln(r/r_w). \quad (4.119)$$

Esta equação permite explicitar o valor da vazão, substituindo-se os valores de $r = r_e$ e $p = p_e$:

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{2p_0 T} \frac{[m(p_e) - m(p_w)]}{[\ln(r_e/r_w)]}. \quad (4.120)$$

Em termos da pressão média no reservatório (\bar{p}), por analogia com o caso dos líquidos pode-se escrever que:

$$m(\bar{p}) - m(p_w) = \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (4.121)$$

ou

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{p_0 T} \frac{m(\bar{p}) - m(p_w)}{2 \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]}. \quad (4.122)$$

Regime pseudopermanente

A solução, em termos da pressão inicial, é dada por:

$$m(p) = m(p_i) - \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \left[\frac{2kt}{\phi(\mu c_g)_i r_e^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_e} \right)^2 - \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) + \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right], \quad (4.123)$$

e em termos da pressão no poço:

$$m(p) = m(p_w) + \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \left[\ln \left(\frac{r}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_e} \right)^2 \right]. \quad (4.124)$$

Em termos da pressão no limite externo a equação passa a ser:

$$m(p_e) - m(p_w) = \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (4.125)$$

Usando-se a pressão média, que corresponde neste caso à pressão estática do reservatório, tem-se:

$$m(\bar{p}) - m(p_w) = \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (4.126)$$

A introdução do conceito de fator de forma ou de geometria de Dietz (1965), conforme discutido no Capítulo 3, permite que se escreva a equação para o cálculo da função $m(p)$ no poço, durante o período pseudopermanente, para várias geometrias de reservatório:

$$m(\bar{p}) - m(p_w) = \frac{1}{2\pi kh} \frac{2q_0 p_0 T}{T_0} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) \right]. \quad (4.127)$$

Desta equação pode-se ainda explicitar o valor da vazão de produção, medida nas condições-padrão:

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{p_0 T} \frac{[m(\bar{p}) - m(p_w)]}{\left[\ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) \right]}. \quad (4.128)$$

Regime transiente

Por analogia com o caso do fluxo de líquidos, a solução do modelo da fonte linear para esse regime de fluxo pode ser escrita como:

$$m(p) = m(p_i) - \frac{1}{2\pi kh} \frac{q_0 p_0 T}{T_0} E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r^2}{4kt} \right], \quad (4.129)$$

onde o produto (μc_g) é avaliado na pressão inicial do reservatório (p_i).

Exemplo 4.2 – Um poço de gás está produzindo no regime permanente a uma vazão de 2×10^6 SCF/d. Outros dados do sistema são:

Raio do reservatório.....	$r_e = 500 \text{ ft}$
Raio do poço.....	$r_w = 0,25 \text{ ft}$
Pressão no limite externo.....	$p_e = 750 \text{ psia}$
Pressão de fluxo no poço.....	$p_w = 250 \text{ psia}$
Espessura da formação.....	$h = 10 \text{ ft}$
Temperatura do reservatório.....	$T = 140 \text{ }^\circ\text{F}$
Viscosidade do gás @ $140 \text{ }^\circ\text{F}$ e 1 atm	$0,0116 \text{ cp}$

As análises de amostras do gás indicaram o resultado médio apresentado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Composição média do gás do Exemplo 4.2

Componente	Fração molar
C_1	0,875
C_2	0,083
C_3	0,021
$i-C_4$	0,006
$n-C_4$	0,008
$i-C_5$	0,003
$n-C_5$	0,002
C_6	0,001
C_{7+}	0,001
Σ	1,000

Admitindo que o peso molecular do C_{7+} seja igual ao do C_8 e que a lei de Darcy seja válida, pedem-se:

- Calcular a pressão e a temperatura pseudocríticas do gás.
- Utilizando o conceito de potencial do gás real, $m(p)$, determinar a permeabilidade efetiva ao gás.
- Usando a permeabilidade obtida na parte (b) e admitindo que o regime de fluxo estabilizado seja o pseudopermanente, calcular a vazão de gás em 10^6 SCF/d .

Solução:

Parte (a):

O cálculo das propriedades pseudocríticas do gás está mostrado na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Cálculo das propriedades pseudocríticas do gás – Exemplo 4.2

C_i	Fração molar (y_i)	p_{ci} (psia)	$y_i p_{ci}$ (psia)	T_{ci} ($^\circ\text{R}$)	$y_i T_{ci}$ ($^\circ\text{R}$)
C_1	0,875	673,1	589,0	343,2	300,3
C_2	0,083	708,3	58,8	549,9	45,6
C_3	0,021	617,4	13,0	666,0	14,0
$i-C_4$	0,006	529,1	3,2	734,6	4,4
$n-C_4$	0,008	550,1	4,4	765,7	6,1
$i-C_5$	0,003	483,5	1,5	829,6	2,5

$n-C_5$	0,002	489,8	1,0	846,2	1,7
C_6	0,001	440,1	0,4	914,2	0,9
C_{7+}	0,001	362,2	0,4	1.624,9	1,0
Σ	1,000		671,5		376,6

De acordo com a Tabela 4.3: $p_{pc} = 671,5 \text{ psia}$ e $T_{pc} = 376,6 \text{ }^\circ R$.

Parte (b):

Usando o conceito de potencial ou pseudopressão do gás, a vazão para fluxo radial permanente é dada, de acordo com a Eq. (4.120), por:

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{p_0 T} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{2 \ln(r_e / r_w)}.$$

No sistema americano de unidades essa equação é escrita como:

$$q_0 (10^3 \text{ SCF} / d) = 39,763 \times 10^{-6} kh \frac{T_0}{p_0 T} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{2 \ln(r_e / r_w)}.$$

As propriedades pseudoreduzidas são:

$$p_{pr_e} = \frac{p_e}{p_{pc}} = \frac{750}{671,5} = 1,117$$

$$p_{pr_w} = \frac{p_w}{p_{pc}} = \frac{250}{671,5} = 0,372$$

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} = \frac{(140 + 460)}{376,6} = 1,593.$$

Interpolando-se linearmente na Tabela 4.1 obtém-se:

$$p_e \Rightarrow \frac{\mu_1 m(p_e)}{2p_{pc}^2} = 0,6314 \Rightarrow m(p_e) = \frac{2 \times (671,5)^2}{0,0116} \times 0,6314 = 49,087 \times 10^6 \text{ psia}^2 / cp$$

$$p_w \Rightarrow \frac{\mu_1 m(p_w)}{2p_{pc}^2} = 0,0711 \Rightarrow m(p_w) = \frac{2 \times (671,5)^2}{0,0116} \times 0,0711 = 5,528 \times 10^6 \text{ psia}^2 / cp.$$

Então,

$$2.000 = 39,763 \times 10^{-6} \times k \times 10 \times \frac{520}{14,7 \times (140 + 460)} \frac{(49,087 - 5,528) \times 10^6}{2 \ln(500/0,25)} \Rightarrow k \cong 30 \text{ md}.$$

Deve-se observar que a solução mais correta seria a interpolação linear proporcional a p^2 e $1/T$ na obtenção dos valores da pseudopressão do gás real.

Parte (c):

Para regime pseudopermanente a vazão de gás é dada por:

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{p_0 T} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{2[\ln(r_e / r_w) - 1/2]}$$

ou, no sistema de unidades empregado:

$$q_0 (10^3 \text{ SCF} / d) = 39,763 \times 10^{-6} kh \frac{T_0}{p_0 T} \frac{m(p_e) - m(p_w)}{2[\ln(r_e / r_w) - 1/2]} .$$

$$q_0 = 39,763 \times 10^{-6} \times 30 \times 10 \times \frac{520}{14,7 \times (140 + 460)} \times \frac{(49,087 - 5,528) \times 10^6}{2[\ln(500 / 0,25) - 1/2]} = 2,157 \times 10^3 \text{ SCF} / d$$

$$q_0 = 2,157 \times 10^6 \text{ SCF} / d .$$

4.4. Soluções Aproximadas da Equação da Difusividade Hidráulica

Conforme foi mostrado na Figura 4.1 e discutido na Seção 4.2.2, em algumas situações a equação da difusividade pode ser escrita, de forma aproximada, em termos do quadrado da pressão, isto é, de p^2 , tomando-se valores médios para μ e Z . Essa aproximação tem sido muito utilizada na prática da engenharia de petróleo quando são estudados reservatórios de gás. A solução da equação da difusividade, nesse caso, pode ser obtida partindo-se da equação mais geral, escrita em termos do potencial do gás $m(p)$, e efetuando-se as aproximações necessárias. Por exemplo, para o caso do fluxo radial permanente, a equação de fluxo é dada pela Eq. (4.120):

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{2p_0 T} \frac{[m(p_e) - m(p_w)]}{[\ln(r_e / r_w)]} . \quad (4.130)$$

Substituindo a definição de $m(p)$ nessa equação resulta em:

$$q_0 = 2\pi kh \frac{T_0}{2p_0 T} \frac{\left[\left(2 \int_{p_b}^{p_e} \frac{p dp}{\mu Z} \right) - \left(2 \int_{p_b}^{p_w} \frac{p dp}{\mu Z} \right) \right]}{[\ln(r_e / r_w)]} . \quad (4.131)$$

Admitindo-se valores médios para a viscosidade do gás ($\bar{\mu}$) e para o fator de compressibilidade do gás (\bar{Z}), pode-se escrever que:

$$q_0 = \frac{2\pi kh}{\bar{\mu}} \frac{T_0}{2\bar{Z}p_0 T} \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{\ln(r_e / r_w)} . \quad (4.132)$$

Observa-se que a Eq. (4.132) é similar à Eq. (4.96), válida para um gás ideal, exceto pelo fato de que neste caso é empregado um valor médio para a viscosidade e é incluído o fator Z , cujo valor no caso de um gás ideal é igual a 1. Assim, conclui-se que as soluções aproximadas podem ser obtidas a partir das soluções para gás ideal, substituindo-se μ por $\bar{\mu}$ e acrescentando-se o fator de compressibilidade médio do gás (\bar{Z}).

4.5. Fluxo Turbulento e Efeito de Película

Quando o fluxo de um fluido através de um meio poroso ocorre a velocidades moderadas, o gradiente de pressão é proporcional à velocidade do fluido e pode ser expresso pela lei de Darcy:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\mu}{k_s} v_s, \quad (4.133)$$

onde s é a trajetória de fluxo e v_s a velocidade aparente de fluxo na direção s . A altas vazões, no entanto, além da força viscosa representada pela Eq. (4.133), existe também uma componente de força devida aos efeitos inerciais e de turbulência. Esse fato geralmente acontece no caso de fluxo de gás, quando normalmente são altas as vazões, principalmente nas imediações do poço, onde é máxima a velocidade de fluxo. A equação utilizada para se levar em consideração esses efeitos adicionais é a chamada *equação de Forchheimer*. Em coordenadas cartesianas essa equação é dada por:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\mu}{k_s} v_s - \beta \rho v_s^2, \quad (4.134)$$

onde o segundo termo do lado direito da igualdade representa o componente que não segue a lei de Darcy, sendo ρ a massa específica do fluido e β o chamado *coeficiente de resistência inercial*, que possui a dimensão de inverso de comprimento. Em coordenadas cilíndricas (fluxo radial) a equação de Forchheimer é dada pela expressão:

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} v - \beta \rho v^2, \quad (4.135)$$

onde v é a velocidade aparente de fluxo na direção radial.

A componente do efeito inercial e de turbulência ($\beta \rho v^2$) é desprezível para baixas velocidades e geralmente omitida nas equações para fluxo de líquidos. O efeito é mais pronunciado no fluxo de gás, devido à sua baixa viscosidade, o que resulta em velocidades no mínimo uma ordem de grandeza superiores às de um líquido.

4.5.1. Fluxo linear permanente

Para fluxo linear a equação de Forchheimer é dada por:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k_x} v_x - \beta \rho v_x^2 \quad (4.136)$$

ou simplesmente:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} v - \beta \rho v^2, \quad (4.137)$$

onde $v = -q/A$ e a vazão q (admitida como sendo positiva) é obtida da lei dos gases em função do seu valor medido nas condições-padrão:

$$\frac{p_0 q_0}{Z_0 T_0} = \frac{pq}{ZT}, \quad (4.138)$$

de onde se obtém:

$$q = \frac{p_0 Z T q_0}{Z_0 T_0 p}. \quad (4.139)$$

Como $Z_0 \cong 1$,

$$q = \frac{p_0 Z T q_0}{T_0 p}. \quad (4.140)$$

Então,

$$v = -\frac{q}{A} = -\frac{p_0 Z T q_0}{A T_0 p}. \quad (4.141)$$

Ainda, da lei dos gases,

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M p}{Z R T}, \quad (4.142)$$

onde M é a massa molecular do gás. Assim,

$$-\frac{dp}{dx} = -\frac{\mu p_0 Z T q_0}{k A T_0 p} - \beta \frac{M p}{Z R T} \left(-\frac{p_0 Z T q_0}{A T_0 p} \right)^2 \quad (4.143)$$

ou

$$p dp = \frac{\mu p_0 Z T q_0}{k A T_0} dx + \frac{\beta M p_0^2 Z T q_0^2}{R A^2 T_0^2} dx. \quad (4.144)$$

Admitindo fluxo permanente e integrando a Eq. (4.144) entre as faces de saída ($x = 0$; $p = p_w$) e de entrada ($x = L$; $p = p_e$) de um reservatório retangular obtém-se:

$$\int_{p_w}^{p_e} p dp = \frac{\bar{\mu} p_0 \bar{Z} T q_0}{k A T_0} \int_0^L dx + \frac{\beta M p_0^2 \bar{Z} T q_0^2}{R A^2 T_0^2} \int_0^L dx, \quad (4.145)$$

onde $\bar{\mu}$ e \bar{Z} são valores médios. Após a integração a Eq. (4.145) fornece:

$$\frac{\beta M p_0 k}{\bar{\mu} R T_0 A} q_0^2 + q_0 - \frac{k A T_0 (p_e^2 - p_w^2)}{2 p_0 \bar{\mu} \bar{Z} T L} = 0. \quad (4.146)$$

A Eq. (4.146) é uma equação do segundo grau em q_0 , que resolvida permite o cálculo da vazão. Por outro lado, permite o cálculo de uma das pressões se forem conhecidas a vazão e a outra pressão.

4.5.2. Fluxo radial permanente

Para fluxo radial a equação de Forchheimer é dada pela Eq. (4.135), onde a velocidade agora é definida por:

$$v = -\frac{q}{A} = -\frac{q}{2\pi r h} = -\frac{p_0 Z T q_0}{2\pi r h T_0 p}. \quad (4.147)$$

Então,

$$-\frac{dp}{dr} = -\frac{\mu p_0 Z T q_0}{2\pi k h r T_0 p} - \frac{\beta M p}{Z R T} \left(-\frac{p_0 Z T q_0}{2\pi r h T_0 p} \right)^2. \quad (4.148)$$

Separando as variáveis e integrando a Eq. (4.148) produz-se a expressão:

$$\int_{p_w}^{p_e} p dp = \frac{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T q_0}{2\pi k h T_0} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} + \frac{\beta M p_0^2 \bar{Z} T q_0^2}{(2\pi)^2 R h^2 T_0^2} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r^2}, \quad (4.149)$$

onde $\bar{\mu}$ e \bar{Z} são valores médios. Após a integração a Eq. (4.149) fornece:

$$\frac{p_e^2 - p_w^2}{2} = \frac{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T q_0}{2\pi k h T_0} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + \frac{\beta M p_0^2 \bar{Z} T q_0^2}{(2\pi)^2 R h^2 T_0^2} \left(\frac{1}{r_w} - \frac{1}{r_e}\right). \quad (4.150)$$

Admitindo $r_e \gg r_w$ e rearranjando os termos obtém-se finalmente:

$$q_0 = \frac{\pi kh T_0 (p_e^2 - p_w^2)}{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + \frac{\beta k M p_0 q_0}{2 \pi h \bar{\mu} R T_0 r_w} \right]}. \quad (4.151)$$

A expressão da vazão no poço, dada pela Eq. (4.151), pode ainda ser escrita como:

$$q_0 = \frac{\pi kh T_0 (p_e^2 - p_w^2)}{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + D q_0 \right]} \quad (4.152)$$

ou ainda:

$$q_0 = \frac{C_1 (p_e^2 - p_w^2)}{C_2 + D q_0}, \quad (4.153)$$

onde:

$$C_1 = \frac{\pi kh T_0}{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T}, \quad (4.154)$$

$$C_2 = \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) \quad (4.155)$$

e

$$D = \frac{\beta k M p_0}{2 \pi h \bar{\mu} R T_0 r_w}. \quad (4.156)$$

O parâmetro D é denominado *coeficiente de turbulência* e possui dimensão equivalente ao inverso da vazão. Conforme pode ser visto através da Eq. (4.156), o coeficiente de turbulência D depende de uma série de fatores, tais como: coeficiente de resistência inercial (β), permeabilidade do reservatório (k), massa molecular do fluido (M), espessura da formação (h), viscosidade média do gás ($\bar{\mu}$) e raio do poço (r_w).

Como se pode ver, ao invés de se deduzir as equações diferenciais do escoamento usando a equação de Forchheimer, pode-se incluir nas soluções já conhecidas (apresentadas na Seção 4.3) um fator de película adicional, além do fator de película que normalmente possa existir devido às condições mecânicas no poço e/ou suas imediações, já que o efeito de turbulência restringe-se basicamente a uma pequena região ao redor do poço. Então, na prática o efeito de turbulência é considerado adicionando-se um termo dependente da vazão às equações de fluxo. Por exemplo, para um reservatório que esteja produzindo no regime pseudopermanente através de um poço com um fator de película mecânico s , a equação da pseudopressão no poço, Eq.(4.126), passa a ser escrita como:

$$m(p_w) = m(\bar{p}) - \frac{q_0 p_0 T}{\pi kh T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s + D q_0 \right], \quad (4.157)$$

onde o termo $D q_0$ introduz o efeito adicional devido à inércia e à turbulência. Portanto, a variação adicional da função $m(p)$ devida à presença do efeito de película deve ser introduzida na equações de fluxo acrescentando-se o termo:

$$[\Delta m(p)]_s = \frac{q_0 p_0 T}{\pi kh T_0} s_t, \quad (4.158)$$

onde $s_t = s + Dq_0$ é denominado *fator de película total*, incluindo os efeitos mecânicos e de turbulência.

O valor do coeficiente de turbulência D geralmente é determinado através de testes realizados no poço. Dois testes de fluxo, por exemplo, efetuados com duas vazões diferentes, permitiriam a determinação simultânea de s e D .

4.6. Equação Empírica Para Fluxo de Gás em Regime Estabilizado

É comum se utilizar na prática uma equação empírica, proposta por Rawlins & Schellhardt (1936), para o cálculo do fluxo radial em um reservatório de gás. Essa equação, denominada *equação de capacidade de entrega estabilizada*, é dada por:

$$q_0 = C(\bar{p}^2 - p_w^2)^n, \quad (4.159)$$

onde q_0 é a vazão (medida em condições-padrão), \bar{p} a pressão média do reservatório, p_w a pressão de fluxo no poço, C uma constante que depende das propriedades dos fluidos e do reservatório, bem como da geometria do sistema, e n um expoente característico do fluxo. O valor do expoente n varia entre 1 (fluxo laminar) e $\frac{1}{2}$ (fluxo turbulento), conforme será mostrado posteriormente. Na prática costuma-se admitir que n seja constante. Essa é uma aproximação razoável quando o intervalo de vazões é pequeno mas pode levar a erros consideráveis quando é significativa a variação de vazão.

Os valores de C e de n são normalmente determinados a partir dos chamados *testes de contrapressão* realizados nos poços. Conforme mencionada no parágrafo anterior, a hipótese de que n seja constante pode levar a erros consideráveis se as vazões do teste forem muito diferentes entre si ou se a chamada *curva de contrapressão*, resultante da análise do teste, for utilizada para se efetuar extrapolações, ou seja, cálculos para vazões muito diferentes das verificadas no teste.

Considerando o conceito de pseudopressão do gás real, a equação teórica do fluxo radial pseudopermanente pode ser escrita como:

$$m(p_w) = m(\bar{p}) - \frac{q_0 p_0 T}{\pi k h T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s + Dq_0 \right] \quad (4.160)$$

ou

$$m(\bar{p}) - m(p_w) \equiv \Delta m(p) = \frac{q_0 p_0 T}{\pi k h T_0} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} + s + Dq_0 \right] \quad (4.161)$$

ou ainda, de maneira compacta:

$$\Delta m(p) = a q_0 + b q_0^2, \quad (4.162)$$

onde a e b são duas constantes.

Para baixas vazões o termo devido à turbulência (bq_0^2) pode ser desprezado, de modo que a Eq. (4.162) simplifica-se para:

$$\Delta m(p) = a q_0. \quad (4.163)$$

Tomando-se o logaritmo dessa equação:

$$\log \Delta m(p) = \log a + \log q_0. \quad (4.164)$$

Assim, um gráfico $\log[\Delta m(p)]$ versus $\log q_0$, para pequenas vazões, será uma reta com inclinação unitária, correspondente a um fluxo essencialmente “laminar”.

Para altas vazões o termo devido à inércia-turbulência (bq_0^2) é predominante, de modo que a Eq. (4.162) simplifica-se para:

$$\Delta m(p) = bq_0^2, \quad (4.165)$$

que em escala logarítmica fornece:

$$\log \Delta m(p) = \log b + 2 \log q_0. \quad (4.166)$$

Esta equação produz em um gráfico log-log uma reta com inclinação igual a 2, que corresponderia na equação empírica a $n = 1/2$, já que, tomando-se o logaritmo da equação empírica, Eq. (4.159), obtém-se:

$$\log(\bar{p}^2 - p_w^2) = \frac{1}{n} \log q_0 - \frac{\log C}{n}, \quad (4.167)$$

ou seja, o coeficiente angular é igual ao inverso do expoente n . Portanto, a curva de contrapressão teórica de um reservatório de gás seria semelhante à mostrada na Figura 4.7. O expoente n é dado pela $\cot\theta$, onde θ é o ângulo que a curva forma com a horizontal. Conforme pode-se observar na Figura 4.7, o valor de n é de 1 para pequenas vazões (fluxo “laminar”) e tende para $1/2$ para altas vazões (fluxo “turbulento”).

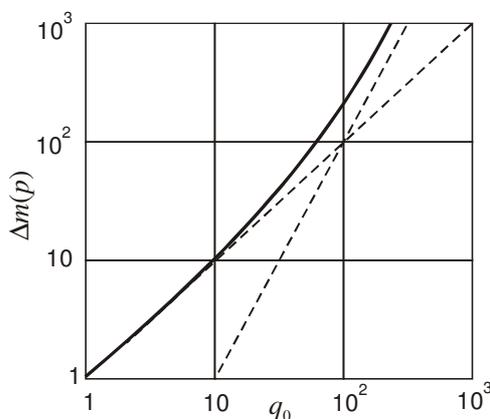


Figura 4.7 – Exemplo de curva de contrapressão teórica.

Por simplicidade, no entanto, muitas vezes admite-se que a curva de contrapressão seja uma reta no gráfico log-log, conforme exemplifica a Figura 4.8, onde na ordenada são colocados os valores de $(\bar{p}^2 - p_w^2)$ e na abscissa os valores da vazão q_0 .

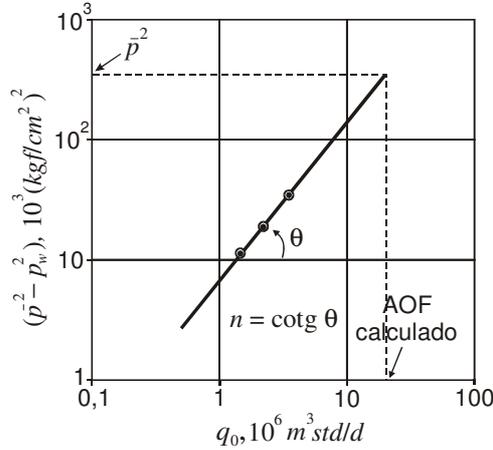


Figura 4.8 – Exemplo de curva de contrapressão.

O gráfico da Figura 4.8 é a representação da Eq. (4.159), que em escala logarítmica é dada pela Eq. (4.167). Assim, a partir da Figura 4.8 obtém-se o valor do expoente n como sendo o inverso do coeficiente angular da reta, ou seja, $n = 1/\text{tg}\theta = \cotg\theta$. O valor de C é obtido substituindo-se na Eq. (4.159) um par de valores (p_w, q_0) que correspondam a um ponto localizado sobre a reta mostrada na Figura 4.8.

A curva de contrapressão é também utilizada na prática para se estimar o potencial produtor do reservatório. Para isso determina-se o chamado *AOF* (“*Absolute Open Flow*”), que corresponde à máxima vazão que o poço ou reservatório poderia produzir. Esse valor é obtido graficamente da Figura 4.8 para $(\bar{p}^2 - p_w^2) = \bar{p}^2$, ou seja, admitindo-se uma pressão de fluxo nula. O valor do *AOF* pode ainda ser obtido da Eq. (4.159):

$$q_{0\text{máx}} = AOF = C(\bar{p}^2)^n. \quad (4.168)$$

4.7. Relação Entre as Equações de Fluxo Teórica e Empírica

Utilizando as equações de fluxo introduzidas em seções anteriores, é possível obter uma relação entre as equações de fluxo teórica e empírica (Brigham, 1981). A equação teórica para fluxo radial permanente de gás, incluindo os efeitos inerciais e de turbulência, é⁴:

$$q_0 = \frac{C_1(p_e^2 - p_w^2)}{C_2 + Dq_0} \quad (4.169)$$

ou

$$C_2q_0 + Dq_0^2 = C_1\Delta p^2, \quad (4.170)$$

onde:

$$\Delta p^2 = p_e^2 - p_w^2. \quad (4.171)$$

⁴ Vide Seção 4.5.

Diferenciando a Eq. (4.170) obtém-se:

$$C_2 dq_0 + 2Dq_0 dq_0 = C_1 d(\Delta p^2) \quad (4.172)$$

ou ainda:

$$\frac{dq_0}{d(\Delta p^2)} = \frac{C_1}{C_2 + 2Dq_0}. \quad (4.173)$$

A equação empírica para fluxo radial estabilizado é⁵:

$$q_0 = C(\bar{p}^2 - p_w^2)^n = C(\Delta p^2)^n. \quad (4.174)$$

Diferenciando essa equação resulta em:

$$dq_0 = nC(\Delta p^2)^{n-1} d(\Delta p^2) \quad (4.175)$$

ou

$$\frac{dq_0}{d(\Delta p^2)} = nC(\Delta p^2)^{n-1} = nC \frac{(\Delta p^2)^n}{\Delta p^2}. \quad (4.176)$$

Igualando-se as Eqs. (4.173) e (4.176):

$$\frac{C_1}{C_2 + 2Dq_0} = nC \frac{(\Delta p^2)^n}{\Delta p^2}. \quad (4.177)$$

Mas, da equação empírica:

$$(\Delta p^2)^n = q_0 / C \quad (4.178)$$

e da teórica:

$$\Delta p^2 = \frac{q_0(C_2 + Dq_0)}{C_1}. \quad (4.179)$$

Substituindo as Eqs. (4.178) e (4.179) na Eq. (4.177) obtém-se:

$$n(C_2 + 2Dq_0) = C_2 + Dq_0 \quad (4.180)$$

ou:

$$\frac{Dq_0}{C_2} = \frac{1-n}{2n-1} \quad (4.181)$$

ou ainda:

$$\frac{Dq_0}{\ln(r_e / r_w)} = \frac{1-n}{2n-1}. \quad (4.182)$$

De acordo com a Eq. (4.169), a resistência ao fluxo quando há fluxo turbulento é dada pelo termo $C_2 + Dq_0$ e quando há somente o fluxo prescrito pela lei de Darcy é dada por C_2 . Então, a relação entre esses dois termos é dada por:

$$\frac{C_2 + Dq_0}{C_2} = 1 + \frac{Dq_0}{C_2} = 1 + \frac{1-n}{2n-1} = \frac{n}{2n-1}. \quad (4.183)$$

A Eq. (4.183) é uma equação geral que relaciona os coeficientes das equações teórica (C_2 e D) e empírica (n). Dessa equação pode-se escrever que:

⁵ Vide Seção 4.6.

$$C_2 + Dq_0 = \frac{n}{2n-1} C_2 \quad (4.184)$$

ou

$$\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + Dq_0 = \frac{n}{2n-1} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right). \quad (4.185)$$

Assim, a equação teórica, Eq. (4.152), pode ser escrita como:

$$q_0 = \frac{\pi kh T_0 (p_e^2 - p_w^2)}{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T \left(\frac{n}{2n-1}\right) \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}. \quad (4.186)$$

Se não houvesse fluxo turbulento a equação do fluxo seria:

$$q_0 = \frac{\pi kh T_0 (p_e^2 - p_w^2)}{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}. \quad (4.187)$$

Nota-se que a diferença entre as Eqs. (4.186) e (4.187) encontra-se somente no termo $n/(2n-1)$, cujos valores podem ser observados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Valores do termo $n/(2n-1)$ (Brigham, 1981)

n	$n/(2n-1)$
0,5	∞
0,6	3,00
0,7	1,75
0,8	1,33
0,9	1,125
1,0	1,00

Exemplo 4.3 – Um teste de contrapressão realizado em um poço apresentou os dados de pressão mostrados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Dados de pressão do teste de contrapressão do Exemplo 4.3

Pressão de fluxo estabilizada, p_w (atm)	Vazão de gás, q_0 (10^3 m ³ std/d)
190	0
182	50,4
176	75,6
170	100,8
165	126,0

Outras informações são:

Raio de drenagem inicial..... $r_e = 300$ m

Raio do poço..... $r_w = 10\text{ cm}$

Pedem-se:

- (a) Calcular os valores das constantes C e n da equação empírica de fluxo.
- (b) Calcular o potencial de produção do poço (AOF).
- (c) Calcular o quociente entre as vazões nova e original, para uma determinada pressão de fluxo estabilizada, no caso de o raio de drenagem ser reduzido à metade devido à perfuração de novos poços na área em questão. Usar a equação teórica para fluxo radial permanente, Eq. (4.186).

Solução:

Parte (a):

Dos dados de pressão conclui-se que a pressão estática da formação é de $\bar{p} = 190\text{ atm}$, já que para a situação estática ($q_0 = 0$) a pressão estabilizada é de 190 atm . Com o valor de \bar{p} foram calculados os termos $(\bar{p}^2 - p_w^2)$ mostrados na Tabela 4.6

Tabela 4.6 – Valores de $(\bar{p}^2 - p_w^2)$ no Exemplo 4.3

Pressão de fluxo estabilizada, p_w (atm)	Vazão de gás, q_0 ($10^3\text{ m}^3\text{std/d}$)	$(\bar{p}^2 - p_w^2)$ (atm^2)
190	0	–
182	50,4	2.976
176	75,6	5.124
170	100,8	7.200
165	126,0	8.875

Os valores de $(\bar{p}^2 - p_w^2)$ versus q_0 foram colocados em um gráfico log-log, conforme indica a Figura 4.9, onde foi ajustada pelos pontos uma linha reta.

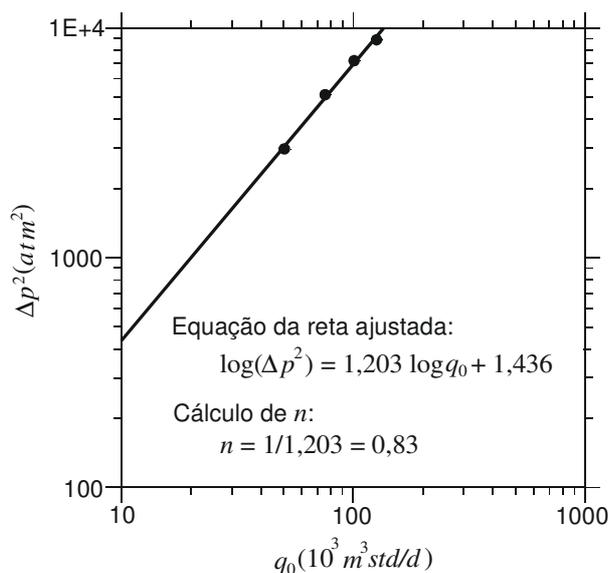


Figura 4.9 – Gráfico $\log(\bar{p}^2 - p_w^2)$ versus $\log q_0$ – Exemplo 4.3.

Dessa figura obtém-se $n = 0,83$. O valor de C é calculado tomando-se um par de valores sobre a reta e substituindo na equação empírica:

$$q_0 = C(\bar{p}^2 - p_w^2)^n \Rightarrow 10 = C(435)^{0,83} \Rightarrow C = 0,0646 \frac{10^3 m^3 std / d}{atm^{0,83}}.$$

Parte (b):

O AOF é obtido substituindo-se $p_w = 0$ na equação empírica:

$$AOF = C(\bar{p}^2 - 0)^n = 0,0646(190^2)^{0,83} \Rightarrow AOF = 392 \times 10^3 m^3 std / d.$$

Parte (c):

A Eq. (4.186) pode ser escrita de maneira simplificada como:

$$q_0 = \frac{\pi k h T_0 (p_e^2 - p_w^2)}{\bar{\mu} \bar{Z} p_0 T \left(\frac{n}{2n-1} \right) \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)} = \frac{C_3 (p_e^2 - p_w^2)}{\left(\frac{n}{2n-1} \right) \ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right)},$$

onde C_3 é uma constante. Nas condições originais a vazão é dada por:

$$q_{01} = \frac{C_3 (p_e^2 - p_w^2)}{\left(\frac{n}{2n-1} \right) \ln \left(\frac{300}{0,10} \right)}$$

e na nova situação é:

$$q_{02} = \frac{C_3 (p_e^2 - p_w^2)}{\left(\frac{n}{2n-1} \right) \ln \left(\frac{150}{0,10} \right)}.$$

Então, a relação entre as duas é dada por:

$$\frac{q_{02}}{q_{01}} = \frac{\ln \left(\frac{300}{0,10} \right)}{\ln \left(\frac{150}{0,10} \right)} = 1,095.$$

4.8. Princípio da Superposição de Efeitos

Considere, por exemplo, a solução para o fluxo radial transiente de um gás real (modelo da fonte linear), dada pela Eq. (4.129):

$$m(p) = m(p_i) - \frac{q_0 p_0 T}{2\pi k h T_0} E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r^2}{4kt} \right]. \quad (4.188)$$

Em termos de diferença de pseudopressões essa equação pode ser escrita como:

$$m(p_i) - m(p) = \frac{q_0 p_0 T}{2\pi k h T_0} E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r^2}{4kt} \right]. \quad (4.189)$$

Em termos de pseudopressão no poço, incluindo efeitos de película mecânico e de turbulência, a Eq. (4.189) passa a ser escrita como:

$$m(p_i) - m(p_w) = \frac{q_0 p_0 T}{2\pi k h T_0} \left\{ E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r_w^2}{4kt} \right] + s_t \right\} \quad (4.190)$$

ou ainda:

$$\frac{2\pi k h T_0}{p_0 T} [m(p_i) - m(p_w)] = q_0 E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r_w^2}{4kt} \right] + q_0 s_t, \quad (4.191)$$

onde $s_t = s + Dq_0$.

Se em um histórico de produção houver diferentes vazões, conforme ilustra a Figura 4.10, a aplicação do princípio da superposição de efeitos à Eq. (4.191) resultará em:

$$\frac{2\pi k h T_0}{p_0 T} [m(p_i) - m(p_{wN})] = \sum_{j=1}^N (\Delta q_0)_j E_i \left[\frac{\phi(\mu c_g)_i r_w^2}{4k(t_N - t_{j-1})} \right] + q_{0N} s_{tN}, \quad (4.192)$$

onde p_{wN} é a pressão de fluxo no instante $t = t_N$, $(\Delta q_0)_j = q_{0j} - q_{0j-1}$ e $s_{tN} = s + Dq_{0N}$.

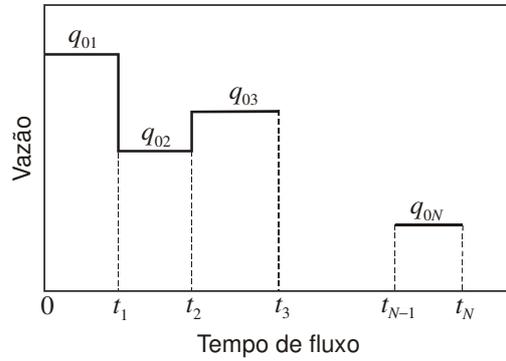


Figura 4.10 – Esquema de vazão variável.

A Eq. (4.192) é análoga àquela usada no fluxo de líquidos. No entanto, é importante notar que, com respeito ao fator de película total s_t , somente o termo $s_{tN} = s + Dq_{0N}$ influencia no valor da pressão de fluxo p_{wN} . Os termos Dq_0 não se cancelariam algebricamente se fosse aplicado o princípio da superposição de maneira convencional, como ocorre com o fator de película mecânico s . Fisicamente é possível entender porque isso acontece. O fator de dano s_t , embora dependente da vazão, não é uma solução da equação da difusividade que depende do tempo mas simplesmente atua como uma perturbação que influencia somente a última pressão de fluxo quando a vazão varia, ajustando-se instantaneamente como uma função da última vazão. Quando a vazão varia de q_{0N-1} para q_{0N} o valor de p_{wN} é influenciado somente por Dq_{0N} . As componentes Dq_{0N-1} , Dq_{0N-2} , ..., Dq_{01} não têm efeito transiente e desaparecem imediatamente.

Deve-se lembrar também que o princípio da superposição somente é matematicamente correto quando aplicado às soluções de equações diferenciais lineares. Este não é o caso no estudo do fluxo de gases, de modo que algum erro está sendo introduzido quando do seu emprego para essa situação. A literatura (Dake, 1978) cita que, se o teste de pressão em um poço for conduzido com uma seqüência crescente de vazões o erro devido à aplicação do princípio da superposição fica minimizado.

4.9. Cone de Água

Assim como ocorre com a água proveniente de um aquífero adjacente em um reservatório de óleo, a água pode também formar um cone em reservatórios produtores de gás. Como uma primeira aproximação, podem ser utilizadas as equações válidas para o caso de reservatórios de óleo, apresentadas no Capítulo 3, substituindo-se as propriedades do óleo pelas do gás. Uma alternativa seria efetuar as modificações necessárias nas equações válidas para óleo, incluindo as adaptações requeridas para que pudessem ser aplicadas no caso de fluxo de gás. Essas adaptações podem ser obtidas comparando-se as equações para óleo e para gás, no caso de produção sem a presença de cone, e implementando-se as mesmas alterações nas equações válidas para o fluxo de óleo na presença de cone de água.

4.10. Poços Horizontais

Além da sua aplicação em reservatórios de óleo, os poços horizontais são também indicados para reservatórios de gás, particularmente nos casos de baixas permeabilidades, onde a efetiva drenagem do reservatório através de poços verticais, em um período de tempo razoável, exigiria um reduzido espaçamento entre poços, ou seja, um elevado número de poços. Uma alternativa seria o fraturamento dos poços verticais, podendo-se desta maneira utilizar um menor número de poços, mas essa alternativa pode não ser viável, devido à dificuldade de se criar fraturas de grande extensão em reservatórios de baixíssima permeabilidade. Mesmo em reservatórios de gás de alta permeabilidade o uso de poços horizontais pode ser vantajoso, já que é possível se obter grandes vazões com diferenciais de pressão menores do que os que seriam necessários no caso de poços verticais, onde os altos gradientes de pressão nas imediações do poço tendem a provocar turbulência e reduzir o seu índice de produtividade. Além disso, o fraturamento nos casos de alta permeabilidade não é tão efetivo quanto nos casos de baixa permeabilidade, já que o contraste entre as permeabilidades da fratura e do reservatório não é tão grande na primeira situação.

4.10.1. Equações de Fluxo

As equações de fluxo para poços horizontais em reservatórios de gás podem ser obtidas a partir das equações válidas para poços verticais, utilizando-se o conceito de raio efetivo ou equivalente, apresentado no Capítulo 3. Assim, as equações para fluxo de gás em reservatórios drenados através de poços horizontais podem ser escritas diretamente a partir das equações deduzidas para poços verticais, substituindo-se o raio do poço pelo raio de um poço vertical equivalente ao horizontal.

Conforme foi apresentado no Capítulo 3, o raio de um poço vertical equivalente a um poço horizontal de raio r_w e comprimento L , que produz de um reservatório isotrópico, pode ser estimado pela expressão (Joshi, 1991):

$$r'_{wvh} = \frac{r_{eh}(L/2)}{a \left\{ 1 + \sqrt{1 - [L/(2a)]^2} \right\} [h/(2r_w)]^{h/L}}, \quad (4.193)$$

onde r_{eh} é o raio de drenagem do poço horizontal e a é dado por:

$$a = (L/2) \left[0,5 + \sqrt{0,25 + (2r_{eh}/L)^4} \right]^{0,5}. \quad (4.194)$$

Para o caso em que o reservatório é anisotrópico a expressão para o raio equivalente é dada por (Joshi, 1991):

$$r'_{wvh} = \frac{r_{eh}(L/2)}{a \left\{ 1 + \sqrt{1 - [L/(2a)]^2} \right\} [\beta h/(2r_w)]^{(\beta h/L)}}, \quad (4.195)$$

onde $\beta = \sqrt{k_h/k_v}$.

Considere, como exemplo, o caso de fluxo permanente. A equação da vazão em um poço vertical de raio r_w seria dada, usando-se o chamado método p^2 , ou seja, a aproximação discutida na Seção 4.4, pela expressão:

$$q_0 = \frac{2\pi kh}{\bar{\mu}} \frac{T_0}{2\bar{Z}p_0T} \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{\ln(r_e/r_w)}. \quad (4.196)$$

Se o poço for horizontal a vazão poderá ser calculada pela expressão:

$$q_0 = \frac{2\pi kh}{\bar{\mu}} \frac{T_0}{2\bar{Z}p_0T} \frac{(p_e^2 - p_w^2)}{\ln(r_e/r'_{wvh})}. \quad (4.197)$$

4.11. Problemas

Problema 4.1 – Um gás flui radialmente em um reservatório em regime permanente. A pressão no raio externo é de 750 *psia*. Quando a pressão no poço é de 600 *psia* a vazão é de $1,2 \times 10^6$ *SCF/d* e quando a pressão no poço é de 500 *psia* a vazão é de $1,65 \times 10^6$ *SCF/d*. Usando a equação de Forchheimer, calcule a vazão do poço quando a pressão de fluxo for de 200 *psia*.

Resposta: $q_0 = 2,36 \times 10^6$ *SCF/d*

Problema 4.2 – Um gás real, cuja pressão pseudocrítica é de 600 *psia* e cuja temperatura pseudocrítica é de 400 °R, flui radialmente em regime permanente de uma pressão de 1.800 *psia* no raio externo de 700 *ft* para uma pressão de 1.200 *psia* no raio do poço de 0,5 *ft*. A temperatura de fluxo é de 140 °F, a espessura da formação de 20 *ft* e a permeabilidade de 6 *md*. A viscosidade do gás a 140 °F e à pressão atmosférica é de 0,011 *cp* e a vazão de gás é de $1,5 \times 10^6$ *SCF/d*.

(a) Qual é o valor do coeficiente de fluxo turbulento D ?

(b) Se a pressão exterior for mantida no mesmo valor e a vazão aumentada para $2,0 \times 10^6$ *SCF/d*, qual será a nova pressão de fluxo no poço?

Respostas:

(a) $D = 0,00446 (10^3 \text{ SCF/d})^{-1}$

(b) $p_w = 731 \text{ psia}$

Problema 4.3 – Um reservatório de gás apresenta as seguintes características:

Espessura da formação.....	$h = 18 \text{ m}$
Raio do poço.....	$r_w = 7,62 \text{ cm}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 16,6\%$
Permeabilidade da rocha.....	$k = 71 \text{ md}$
Pressão inicial do reservatório.....	$p_i = 221 \text{ kgf/cm}^2$
Temperatura do reservatório.....	$T = 133 \text{ }^\circ\text{C}$
Compressibilidade do gás à pressão inicial.....	$c_{gi} = 32 \times 10^{-4} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Viscosidade do gás @ 133 °C e 1 atm.....	$\mu_1 = 0,01200 \text{ cp}$
Viscosidade do gás @ 133 °C e 221 kgf/cm ²	$\mu = 0,02021 \text{ cp}$
Pressão pseudocrítica do gás.....	$p_{pc} = 47,78 \text{ kgf/cm}^2$
Temperatura pseudocrítica do gás.....	$T_{pc} = 270,7 \text{ K}$
Geometria do sistema.....	Figura 4.11

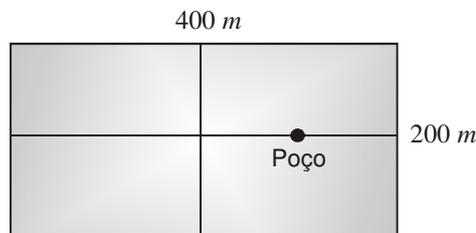


Figura 4.11 – Geometria do sistema do Problema 4.3.

De um teste de fluxo realizado no poço foram obtidos os seguintes resultados:

Vazão, q_0 ($10^3 \text{ m}^3 \text{ std/d}$)	Fator de película total (s_i)
357	1,47
170	0,41

Admitindo comportamento de gás real, determine:

- O tempo necessário para ser atingido o regime pseudopermanente.
- A máxima vazão que o poço poderá produzir em um regime de fluxo estabilizado, quando a pressão média do reservatório for de 215 kgf/cm^2 .

Respostas:

- $34,7 \text{ h}$
- $3,038 \times 10^3 \text{ m}^3 \text{ std/d}$

Problema 4.4 – Um reservatório de gás possui as seguintes características:

Temperatura.....	$T = 600 \text{ }^\circ\text{R}$
Temperatura pseudocrítica.....	$T_{pc} = 400 \text{ }^\circ\text{R}$
Pressão pseudocrítica.....	$p_{pc} = 600 \text{ psia}$
Pressão no limite externo.....	$p_e = 1.980 \text{ psia}$

Os dados de produção indicaram os resultados mostrados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Dados de produção do reservatório do Problema 4.4

Pressão de fluxo – p_w (psia)	Vazão de gás – q_0 (10^6 SCF/d)
1.650	1,00
1.320	1,55

Calcular a vazão de gás quando a pressão de fluxo for de 990 psia.

Resposta: $q_0 = 1,931 \times 10^6$ SCF/d

Problema 4.5 – Considere um reservatório de gás com as seguintes informações:

Raio de drenagem.....	$r_e = 1.000$ ft
Raio do poço.....	$r_w = 0,5$ ft
Temperatura pseudoreduzida.....	$T_{pr} = 1,5$
Pressão pseudoreduzida no limite externo.....	$p_{pr_e} = 4$
Pressão pseudoreduzida no limite interno (poço).....	$p_{pr_w} = 3$
Termo devido à turbulência.....	$Dq_0 = 0,3 \ln(r_e/r_w)$

- (a) Se o poço produzir com uma vazão de $1,5q_0$, qual será a nova pressão pseudoreduzida no poço (p'_{pr_w})?
- (b) Qual é o expoente empírico n quando a vazão é q_0 ?
- (c) Qual é o expoente empírico n quando a vazão é $1,5q_0$?

Respostas:

- (a) $p'_{pr_w} = 2,22$ (b) $n = 0,81$ (c) $n = 0,76$

Problema 4.6 – Um reservatório circular de gás, que produz através de um poço situado no seu centro, apresenta as seguintes características:

Espessura da formação.....	$h = 20$ m
Raio externo do reservatório.....	$r_e = 300$ m
Raio do poço.....	$r_w = 0,10$ m
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,14$
Permeabilidade da rocha.....	$k = 50$ md
Pressão inicial do reservatório.....	$p_i = 300$ kgf/cm ²
Temperatura do reservatório.....	$T = 150$ °C
Compressibilidade total à pressão inicial.....	$c_{ti} = 50 \times 10^{-4}$ (kgf/cm ²) ⁻¹
Viscosidade do gás @ 150 °C e 300 kgf/cm ²	$\mu_i = 0,025$ cp
Pressão standard.....	$p_0 = 1,033$ kgf/cm ²
Temperatura standard.....	$T_0 = 20$ °C

O reservatório é circundado por um aquífero, que por sua vez está conectado ao fundo de um lago, de modo que a pressão no limite externo do reservatório mantém-se praticamente constante. Calcule a queda de pseudopressão $[\Delta m(p_w)]$ no poço ao final de 4 dias, admitindo que ele produzirá de acordo com o esquema de vazões da Figura 4.12.

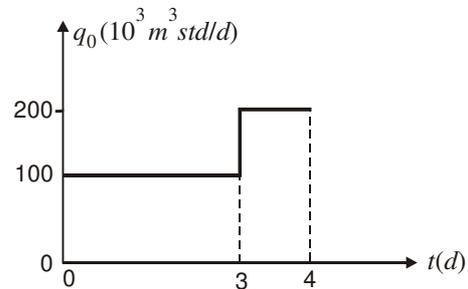


Figura 4.12 – Esquema de vazões do Problema 4.6.

Resposta: $\Delta m(p_w) = 90.480 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^2/\text{cp}$

Bibliografia

- Al-Hussainy, R.; Ramey, H. J., Jr. & Crawford, P. B.: The Flow of Real Gases Through Porous Media. *J. Pet. Tech.*, 624-636, May 1966.
- Brigham, W. E.: *Advanced Reservoir Engineering* course. Stanford, CA, USA, Stanford University, School of Earth Sciences, Department of Petroleum Engineering, 1981.
- Caudle, B. H.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Dallas, Texas, Society of Petroleum Engineers of AIME, 1968. (Part II.)
- Corrêa, A. C. F.: *Escoamento de Fluidos em Meios Porosos*. PETROBRAS/SEN-BA, Salvador, Bahia, Brasil. (Apostila.)
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. New York, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Dietz, D. N.: Determination of Average Reservoir Pressure from Build-Up Surveys. *J. Pet. Tech.*, 955-959, Aug. 1965; *Trans. AIME*, 234.
- Earlougher, R. C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1977. (Monograph Series, 5.)
- Energy Resources Conservation Board.: *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*. Calgary, Alberta, Canada, 1975.
- Joshi, S. D.: *Horizontal Well Technology*. Tulsa, OK, USA, PennWell Publishing Company, 1991.

- Matthews, C. S. & Russel, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1967. (Monograph Series, 1.)
- Rawlins, E. L. & Schellhardt, M. A.: *Backpressure Data on Natural Gas Wells and their Application to Production Practices*. USA, U.S. Bureau of Mines, 1936. (Monograph 7.)
- Rosa, A. J.: *Escoamento de Gases em Meios Porosos*. PETROBRAS/CENPES/DIVEN/SEN-BA, Salvador, BA, 1986. (Apostila.)
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Interciência, 2001.
- Rosa, A. J. & Corrêa, A. C. F.: *Análise de Testes de Pressão em Poços*. PETROBRAS/CENPES/DIVEN/SEN-BA, Salvador, Bahia, 1987. (Apostila.)
- Russel, D. G.; Goodrich, J. H.; Perry, G. E. & Bruskotter, J. F.: Methods of Predicting Gas Well Performance. *J. Pet. Tech.*, 99-108, Jan. 1966.
- Xavier, J. A. D.: *Fluxo de Fluidos em Meios Porosos*. PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR, Salvador, Bahia. (Apostila.)

5.

MECANISMOS DE PRODUÇÃO DE RESERVATÓRIOS

Os fluidos contidos em uma rocha-reservatório devem dispor de uma certa quantidade de energia para que possam ser produzidos. Essa energia, que recebe o nome de *energia natural* ou *primária*, é o resultado de todas as situações e circunstâncias pelas quais a jazida passou até se formar completamente.

Para conseguir vencer toda a resistência oferecida pelos canais porosos, com suas tortuosidades e estrangulamentos, e se deslocar para os poços de produção é necessário que os fluidos contidos na rocha tenham uma certa quantidade de pressão, que é a manifestação mais sensível da energia do reservatório. A situação atual do reservatório, levando-se em conta todo o ambiente composto pela rocha-reservatório e seus fluidos, bem como pelas suas vizinhanças, é que fornece a energia necessária para a produção de fluidos.

Para que haja produção de fluidos é necessário que outro material venha a substituir o espaço poroso ocupado pelos fluidos produzidos. De um modo geral a produção de fluidos é devida a dois efeitos principais: (1) a descompressão (que causa a expansão dos fluidos contidos no reservatório e a contração do volume poroso) e (2) o deslocamento de um fluido por outro fluido (por exemplo, a invasão da zona de óleo pela água de um aquífero). Ao conjunto de fatores que fazem desencadear esses efeitos dá-se o nome de *mecanismos de produção de reservatórios*.

São três os principais mecanismos de produção de reservatórios: mecanismo de *gás em solução*, mecanismo de *capa de gás* e mecanismo de *influxo de água*. Os dois primeiros são mecanismos exclusivamente de reservatório de óleo, enquanto o mecanismo de influxo de água pode ocorrer também em um reservatório de gás. Existe ainda o que se chama de *mecanismo de segregação gravitacional*, que na verdade é muito mais um efeito da gravidade que ajuda no desempenho dos outros mecanismos.

A partir da análise do comportamento de um reservatório, e da sua comparação com os comportamentos característicos de cada mecanismo, pode-se inferir o mecanismo dominante do reservatório sob investigação. Podem ocorrer situações em que mais de um mecanismo atuam simultaneamente no mesmo reservatório sem que um predomine sobre o outro. Nesse caso diz-se que existe um *mecanismo combinado*.

Além da pressão, o comportamento de várias outras características de um reservatório de petróleo deve ser acompanhado durante a sua vida produtiva, não só para que possam ser definidos os tipos de mecanismo de produção atuantes, mas também para que possa ser verificado se o

comportamento observado está compatível com o previsto nos estudos de reservatório realizados. Dentre essas características podem ser citadas:

Razão Gás/Óleo (RGO) – quociente entre as vazões instantâneas de gás e de óleo, medidas em condições-padrão.

Razão Água/Óleo (RAO) – quociente entre as vazões instantâneas de água e de óleo, medidas em condições-padrão.

“Cut” (Corte) de Água – fração ou porcentagem definida pelo quociente entre as vazões instantâneas de água e de líquidos (óleo + água), medidas em condições-padrão.

BSW (“Basic Sediments and Water”) – fração ou porcentagem definida pelo quociente entre as vazões instantâneas de água mais os sedimentos que eventualmente estejam sendo produzidos e de líquidos mais sedimentos (óleo + água + sedimentos), medidas em condições-padrão.

Fator de Recuperação – fração ou porcentagem do volume original de hidrocarbonetos (medido em condições-padrão) recuperada durante a vida produtiva de um reservatório de petróleo.

5.1. Mecanismo de Gás em Solução

Suponha uma acumulação de hidrocarbonetos líquidos em uma estrutura isolada, semelhante à mostrada na Figura 5.1.

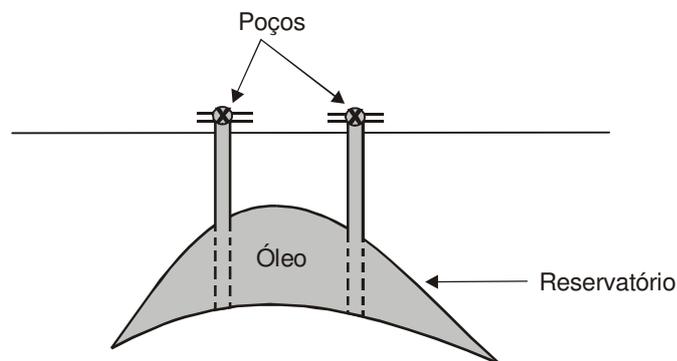


Figura 5.1 – Reservatório com mecanismo de gás em solução.

O reservatório não está associado a grandes massas de água ou de gás natural. Suas fronteiras não permitem fluxos em qualquer sentido, impedindo a penetração de fluidos que possam expulsar a mistura de hidrocarbonetos para fora da estrutura. Em um reservatório com essas características, como não existe a possibilidade de interferência do ambiente externo, toda a energia disponível para a produção se encontra armazenada na própria zona de óleo.

À medida que o óleo vai sendo produzido, a pressão interna do reservatório vai se reduzindo e como consequência os fluidos lá contidos (óleo e água conata) se expandem. Ainda devido à redução de pressão, o volume dos poros diminui de maneira semelhante ao que acontece com um balão de soprar quando se deixa escapar ar do seu interior. Durante essa etapa da vida do reservatório a produção ocorre porque além dos fluidos incharem, a capacidade de armazenamento do recipiente que os contém, ou seja, dos poros, diminui. Pode-se dizer que a produção ocorre porque não há espaço suficiente para conter o volume atual do fluido. O processo é contínuo, de modo que a

produção de fluido provoca redução de pressão, que acarreta expansão de fluidos, que por sua vez resulta em mais produção.

Devido à baixa compressibilidade dos fluidos e da formação, a pressão do reservatório cai rapidamente até atingir a pressão de bolha do óleo. A partir daí as reduções de pressão, ao invés de provocarem apenas expansões dos líquidos, provocam também a vaporização das frações mais leves do óleo. Como resultado, o reservatório passa a ter uma parte dos seus hidrocarbonetos no estado líquido e uma parte no estado gasoso. Nesse ponto é que efetivamente começa a atuar o *mecanismo de gás em solução*.

A produção de fluidos provoca redução na pressão, que por sua vez, além de proporcionar a vaporização de mais componentes leves, acarreta a expansão dos fluidos. Como o gás é muito mais expansível que o líquido, é basicamente devido à sua expansão que vai acontecer o deslocamento do líquido para fora do meio poroso. Então, o mecanismo é exatamente esse: a produção é o resultado da expansão do gás que inicialmente estava dissolvido e que vai saindo de solução. Quanto mais a pressão cai, mais o gás se expande e mais líquido é deslocado.

A Figura 5.2 apresenta esquematicamente essa etapa da produção. Nesse exemplo o reservatório estava inicialmente submetido a uma pressão superior à pressão de bolha da mistura de hidrocarbonetos nele contida, de modo que durante o período entre a condição inicial e a pressão de bolha ocorre somente expansão dos líquidos. Caso a pressão inicial fosse igual à de bolha, qualquer redução de pressão, por menor que fosse, imediatamente provocaria vaporização das frações mais leves da mistura.

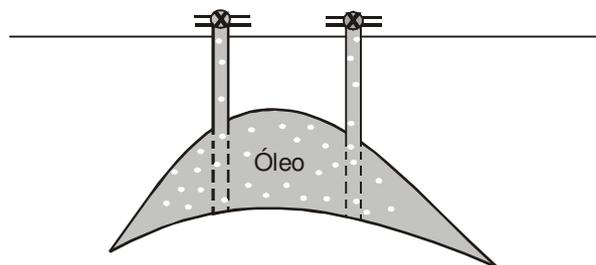


Figura 5.2 – Reservatório com mecanismo de gás em solução abaixo da pressão de bolha.

O processo seria perfeito se não fosse o fato de que à medida que a pressão cai, mais e mais hidrocarbonetos vão se vaporizando e o que inicialmente eram apenas algumas bolhas dispersas no meio do líquido começa a aumentar até formar uma fase contínua. A partir do instante em que o gás forma uma fase contínua, ele começa a fluir no meio poroso e a ser produzido juntamente com o óleo. Esse é o ponto fraco do mecanismo. Como a produção é o resultado da expansão do gás que sai de solução, se este for produzido juntamente com o óleo, a energia do reservatório também estará sendo “produzida”.

Um aspecto do problema é que o gás começa a fluir muito cedo. Devido às suas características, normalmente o gás já começa a fluir no meio poroso para saturações ainda bem pequenas. O problema se amplia rapidamente pois enquanto o gás vai fluindo cada vez mais facilmente, o óleo vai tendo uma dificuldade crescente de se movimentar pela rocha.

Ao ser produzido em grandes quantidades e desde muito cedo, o gás leva consigo a energia do reservatório fazendo com que a pressão decline rápida e continuamente. Esta é uma característica marcante dos reservatórios que produzem sob esse mecanismo. A rápida queda de pressão provoca uma grande liberação de gás de solução, o que faz com que a razão gás/óleo (*RGO*), geralmente

baixa no início, cresce também rapidamente, atingindo um valor máximo que corresponde a um nível já bem baixo de pressão. O contínuo decréscimo da pressão faz com que a vazão de produção do gás se reduza, com a conseqüente redução da razão gás/óleo. A Figura 5.3 apresenta curvas de razão gás/óleo, pressão e “cut” (corte) de água versus tempo de produção típicas desse tipo de reservatório.

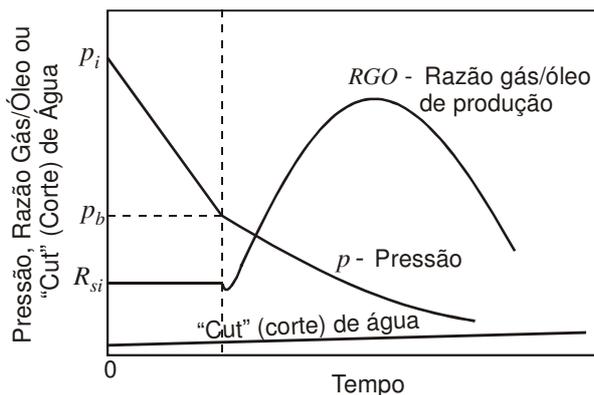


Figura 5.3 – Características do mecanismo de gás em solução.

A redução na razão gás/óleo normalmente observada logo após a pressão do reservatório atingir valores menores que a pressão de bolha deve-se ao fato de que a saturação de gás existente no meio poroso é ainda menor que a saturação crítica desse fluido, insuficiente, portanto, para que haja fluxo de gás em direção aos poços produtores. Como a liberação de gás de solução provoca uma redução na razão de solubilidade, e, devido ao fato de o gás não estar ainda fluindo, a razão gás/óleo de produção é igual à razão de solubilidade, há uma redução na RGO em relação ao seu valor acima da pressão de bolha, quando era igual à razão de solubilidade inicial R_{si} .

Como já foi dito anteriormente, esse tipo de reservatório não está associado a grandes massas de água ou de gás, de modo que a produção de água é praticamente nula e a produção de gás é resultado somente da quantidade de gás dissolvido no óleo.

Outro aspecto marcante do mecanismo de gás em solução são as baixas recuperações finais, tipicamente inferiores a 20% do volume original de óleo. A energia se esgota rapidamente fazendo com que as vazões de produção caiam para valores antieconômicos muito cedo. Isso leva ao abandono do reservatório mesmo quando a quantidade de óleo restante ainda é bastante significativa. As grandes quantidades de óleo deixadas nesses reservatórios os tornam fortes candidatos a projetos que visam ampliar a recuperação de petróleo. Também devido ao esgotamento rápido da sua energia, os poços desses reservatórios têm uma vida como *surgentes* muito curta. Muito cedo os poços necessitam de algum tipo de *elevação artificial* para transportar o óleo do fundo até as instalações de superfície.

5.2. Mecanismo de Capa de Gás

Dependendo das condições de temperatura e pressão, uma mistura de hidrocarbonetos pode se apresentar com as fases líquido e vapor em equilíbrio. Quando isto ocorre, a fase vapor (gás livre), por ser bem menos densa que o líquido, se acumula nas partes mais altas do meio poroso, formando o que se denomina *capa de gás*. A Figura 5.4 apresenta esquematicamente um reservatório desse

tipo. A existência dessa zona de gás na parte superior da estrutura contribui para a produção de óleo por meio do *mecanismo de capa de gás*.

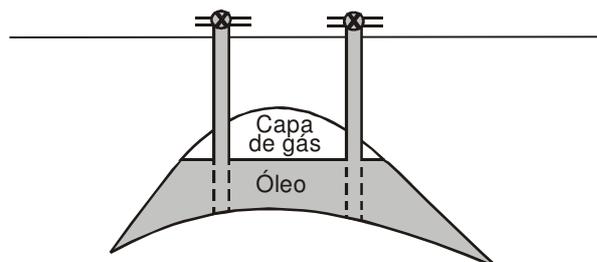


Figura 5.4 – Reservatório com mecanismo de capa de gás.

Em um reservatório com esse tipo de estrutura, a zona de líquido é colocada em produção, enquanto a zona de gás é preservada, já que a principal fonte de energia para a produção está no gás da capa. O mecanismo funciona da seguinte maneira: a zona de óleo é colocada em produção, o que acarreta uma redução na sua pressão devida à retirada de fluido. Essa queda de pressão se transmite para a capa de gás, que se expande penetrando gradativamente na zona de óleo. O gás da capa vai ocupando espaços que anteriormente eram ocupados pelo óleo. Como o gás tem uma compressibilidade muito alta, a sua expansão ocorre sem que haja queda substancial da pressão. A Figura 5.5 apresenta curvas que representam o comportamento típico desse mecanismo de produção.

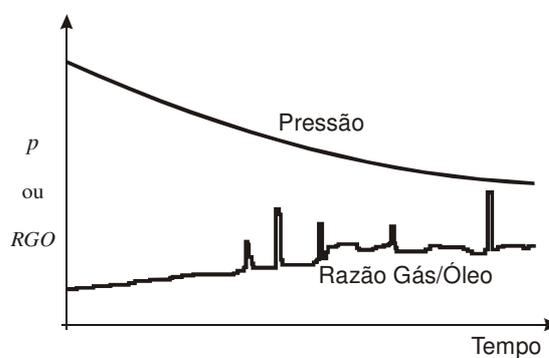


Figura 5.5 – Características do mecanismo de capa de gás.

O tamanho relativo da capa de gás é da maior importância para o desempenho do mecanismo. Quanto maior for o volume de gás da capa quando comparado com o volume de óleo da zona de óleo, ambos medidos em condições de reservatório, maior será a atuação da capa, que se traduz principalmente pela manutenção da pressão em níveis elevados durante um tempo maior. Neste mecanismo a pressão cai continuamente porém de forma mais lenta do que no de gás em solução, o que faz com que os poços sejam surgentes por mais tempo. Existe um crescimento contínuo da razão gás/óleo do reservatório, sendo que individualmente esse crescimento é mais acentuado nos poços localizados na parte superior da estrutura. São comuns as intervenções nesses poços para correção de razão gás/óleo, conforme indicam as reduções instantâneas da razão gás/óleo mostradas na Figura 5.5.

Esperam-se para esse tipo de mecanismo recuperações entre 20 e 30% do óleo originalmente existente na formação. A recuperação de óleo é função da vazão de produção. É necessário um certo tempo para a queda de pressão se transmitir da zona de óleo para a capa e para esta se expandir, o que não ocorre apropriadamente com uma vazão de produção muito alta.

5.3. Mecanismo de Influxo de Água

Para que ocorra este tipo de mecanismo é necessário que a formação portadora de hidrocarbonetos, óleo ou gás, esteja em contato direto com uma grande acumulação de água. Essas formações saturadas com água que recebem o nome de *aquíferos* podem se encontrar subjacentes ou ligadas lateralmente ao reservatório. Para que o mecanismo realmente atue é preciso que as alterações das condições do reservatório causem alterações no aquífero e vice-versa. Essas influências do reservatório sobre o aquífero e do aquífero sobre o reservatório só ocorrem se os dois estiverem intimamente ligados.

A Figura 5.6 apresenta esquematicamente um reservatório de óleo com um aquífero na sua parte inferior, isto é, subjacente à zona portadora de óleo existe um corpo de rocha porosa e permeável de grandes dimensões, saturada com água.

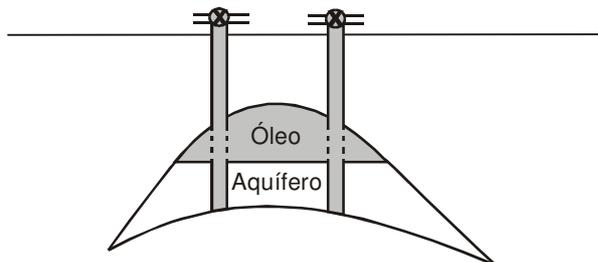


Figura 5.6 – Reservatório com mecanismo de influxo de água.

O mecanismo se manifesta da seguinte maneira: a redução da pressão do reservatório, causada pela produção de hidrocarbonetos, após um certo tempo é transmitida e se faz sentir no aquífero, que responde a essa queda de pressão através da expansão da água nele contida e da redução de seu volume poroso. O resultado dessa expansão da água, juntamente com a redução do volume dos poros, é que o espaço poroso do aquífero não é mais suficiente para conter toda a água nele contida inicialmente. Há portanto uma invasão da zona de óleo pelo volume de água excedente. Essa invasão, que recebe o nome de *influxo de água*, vai, além de manter a pressão elevada na zona de óleo, deslocar este fluido para os poços de produção.

Como tanto a compressibilidade da água como a da rocha são pequenas, para o mecanismo de influxo de água funcionar bem é necessário que o aquífero tenha grandes proporções. Apenas grandes volumes de água e rocha, ao sofrerem os efeitos da redução de pressão, são capazes de produzir os grandes influxos de água necessários para manter a pressão do reservatório de óleo em níveis elevados e com boas vazões de produção. Este processo é contínuo, ou seja, a queda de pressão na zona de óleo causada pela produção desse fluido se transmite para o aquífero, que responde com uma invasão de água na zona de óleo, que acarreta a produção de mais óleo e assim por diante.

Uma característica marcante desse tipo de mecanismo, que já foi citada anteriormente, é que a pressão se mantém elevada por mais tempo do que em outros mecanismos, proporcionando

um período de surgência maior para os poços produtores. O fator de recuperação desse tipo de reservatório é normalmente alto, cerca de 30 a 40%, mas pode atingir valores consideravelmente mais altos, devidos principalmente ao fato de que a pressão permanecendo alta, além das vazões permanecerem altas as características dos fluidos se mantêm próximas das originais.

A razão água/óleo (*RAO*) cresce continuamente, começando pelos poços localizados nas partes mais baixas da estrutura. Obviamente os poços devem ser completados na zona de óleo e numa posição um pouco afastada do contato óleo/água para evitar a produção prematura desse último fluido. São comuns as intervenções, principalmente nos poços de produção localizados na parte mais baixa da estrutura, com a finalidade de corrigir razões água/óleo elevadas, que se manifestam desde os estágios iniciais da vida produtiva do reservatório. O período de surgência dos poços se encerra quando a razão água/óleo se torna excessiva. Como a pressão se mantém elevada por mais tempo, é normal a razão gás/óleo permanecer próxima à razão de solubilidade da mistura. Este tipo de reservatório não se caracteriza por grandes vazões de gás.

Como no mecanismo de capa de gás, a recuperação de um reservatório sujeito ao influxo de água é fortemente influenciada pelas vazões de produção. O comportamento típico do mecanismo de influxo de água é mostrado esquematicamente na Figura 5.7. As reduções instantâneas no valor da razão água/óleo devem-se ao fechamento ou recompletação de poços que estavam produzindo com vazões de água excessivas.

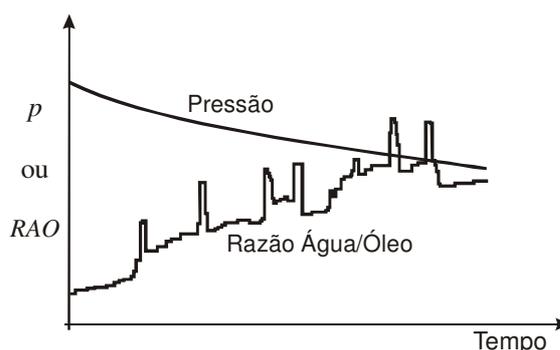


Figura 5.7 – Características do mecanismo de influxo de água.

Deve-se mencionar que, ao contrário do que ocorre nos reservatórios de óleo, em reservatórios de gás a influência de um aquífero atuante pode ser maléfica em termos de recuperação dos hidrocarbonetos neles existentes, conforme será discutido no Capítulo 7.

5.4. Mecanismo Combinado

Um reservatório de petróleo pode produzir devido aos efeitos de mais de um mecanismo sem que um exerça influência preponderante em relação ao outro. Nessa situação diz-se que a produção é o resultado de um *mecanismo combinado*. Esse tipo de reservatório apresenta características de diferentes mecanismos, de modo que não se pode enquadrá-lo em um ou outro tipo de mecanismo anteriormente apresentado.

É importante lembrar que mais cedo ou mais tarde todo reservatório recebe alguma contribuição do mecanismo de gás em solução. Mesmo um reservatório cujo mecanismo proporciona uma boa manutenção de pressão, em algum tempo da sua vida produtiva poderá ter essa pressão reduzida

para valores inferiores à sua pressão de bolha, causando então o aparecimento de gás livre na zona de óleo. A Figura 5.8 apresenta esquematicamente um reservatório sujeito a um mecanismo combinado.

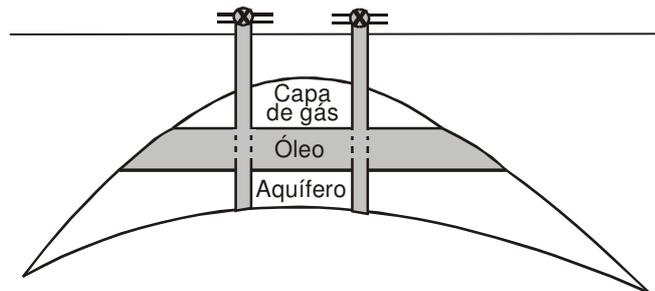


Figura 5.8 – Reservatório com mecanismo combinado.

5.5. Mecanismo de Segregação Gravitacional

O efeito da gravidade não é um mecanismo de produção de reservatórios propriamente dito, mas um agente responsável pela melhoria do desempenho de outros mecanismos. A gravidade faz com que ocorra a segregação de fluidos, isto é, os fluidos tendem a se arranjar dentro do meio poroso de acordo com as suas densidades.

A segregação gravitacional pode melhorar, por exemplo, o mecanismo de gás em solução. Como se sabe, a fonte de energia para a produção de reservatórios sujeitos a esse tipo de mecanismo é o gás que sai de solução. O principal problema do mecanismo de gás em solução é que o gás, ao invés de se expandir dentro do reservatório, deslocando o óleo para fora do meio poroso, é produzido juntamente com o óleo. No entanto, com a atuação da gravidade sobre os fluidos, uma parte do gás que sai de solução pode fluir para a porção mais alta da estrutura, provocando o aparecimento do que se convencionou chamar de *capa de gás secundária*. A Figura 5.9 apresenta um reservatório com mecanismo de gás em solução que está sendo melhorado graças aos efeitos da segregação gravitacional.

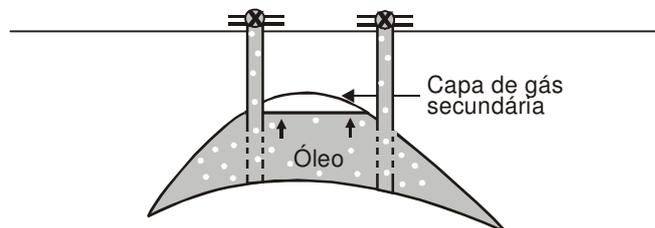


Figura 5.9 – Reservatório com mecanismo de gás em solução - efeito da segregação gravitacional.

A formação de uma capa de gás secundária depende de uma série de fatores, entre eles a geometria estrutural do reservatório, a permeabilidade vertical da rocha e a velocidade com que os fluidos são produzidos. Um reservatório inclinado ou com uma geometria em forma de anticlinal, como no exemplo da Figura 5.9, favorece a formação de uma capa secundária. Quanto maior a

permeabilidade vertical da rocha, maior também a tendência de segregação do gás em direção ao topo da estrutura. Finalmente, para que a segregação gravitacional se manifeste é necessário que o reservatório seja produzido com vazões que favoreçam essa ocorrência. No caso de um reservatório de gás em solução, por exemplo, se as vazões de produção forem muito elevadas o gás não será segregado, sendo produzido juntamente com o óleo.

Um reservatório sujeito a um influxo de água proveniente de um aquífero subjacente também pode ser beneficiado pela atuação da gravidade do seguinte modo: a diferença de densidade entre o óleo e a água faz com que esta última, apesar de estar se deslocando de baixo para cima, de uma maneira geral, permaneça sempre atrás (abaixo) do óleo, sem ultrapassá-lo no seu deslocamento em direção aos poços produtores.

O fator de recuperação em reservatórios onde ocorre de maneira eficiente o mecanismo de segregação gravitacional é normalmente alto, acima de 40%, podendo atingir valores tão altos quanto 50%, em condições excepcionalmente favoráveis.

Bibliografia

Clark, N. J.: *Elements of Petroleum Reservoirs*. Texas, USA, SPE of AIME, 1960. (1st edition.)

Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. New York, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.

Xavier, J. A. D.: *Mecanismos de Produção de Reservatórios*. PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)

6. Influxo de Água

Quando um reservatório de óleo ou gás apresenta um aquífero adjacente, a queda de pressão do reservatório decorrente da produção dos fluidos pode provocar a expansão da água do aquífero e o conseqüente influxo de água para o reservatório. O conhecimento do volume de água que flui do aquífero para o reservatório é fundamental para a realização de estudos de ajuste de histórico e de previsão de comportamento do reservatório, conforme será discutido em capítulos posteriores.

Define-se *influxo de água*, W_e , como sendo o volume acumulado de água fornecido pelo aquífero ao reservatório, através do contato reservatório-aquífero, até um determinado tempo.

O modelo mais simples para se estimar o influxo baseia-se na equação da compressibilidade:

$$W_e = c_t W_i (p_i - p), \quad (6.1)$$

onde c_t é a compressibilidade total do aquífero, W_i o *volume inicial de água do aquífero*, p_i a pressão inicial e p a pressão no contato. Esta equação, porém, só é aplicável a aquíferos muito pequenos, pois admite a equalização imediata de pressões entre o reservatório e o aquífero.

Para aquíferos maiores torna-se necessário um modelo matemático que inclua a dependência do tempo, tendo em vista que demanda um certo tempo para o aquífero responder integralmente a uma mudança de pressão no reservatório. Entre os vários modelos existentes na literatura, apresenta-se aqui o modelo de van Everdingen & Hurst (1949), o modelo aproximado de Fetkovich (1971), o modelo de Hurst modificado (*apud* Pirson, 1958), o modelo de Carter-Tracy (1960), o modelo de Leung (1986) e o modelo de influxo de fundo de Allard & Chen (1984).

6.1. Modelo de van Everdingen & Hurst

As equações diferenciais que descrevem o fluxo no aquífero são as mesmas que descrevem o fluxo de fluidos no reservatório¹, diferindo-se apenas nos parâmetros da rocha e dos fluidos. Os modelos de fluxo no reservatório normalmente consideram como condição de contorno interna que o poço produz com vazão constante. No caso do aquífero, entretanto, como não se tem controle sobre a vazão no contato reservatório-aquífero, a equação diferencial que rege o fluxo no aquífero é resolvida considerando-se que a pressão no contato se mantém constante.

¹ Estas equações são também denominadas equações da difusividade hidráulica (Vide Capítulo 3).

Na descrição do comportamento de um aquífero há muito mais interesse no cálculo da vazão que o aquífero fornece (ou do influxo acumulado) do que da queda de pressão. van Everdingen & Hurst (1949) apresentaram modelos clássicos de influxo para dois tipos de aquífero: aquífero radial e aquífero linear.

Aplicando o conceito de transformadas de Laplace, van Everdingen & Hurst resolveram a equação da difusividade do sistema reservatório-aquífero considerando a pressão constante no contato. Na prática, entretanto, espera-se que a pressão no contato seja decrescente com o tempo em função da depleção do reservatório. Com base nos modelos clássicos de influxo, que consideram uma queda de pressão constante no contato, pode-se, através do princípio da superposição de efeitos, obter a solução de casos mais realistas onde se admite que a pressão no contato varie com o tempo.

6.1.1. Aquífero radial

O sistema reservatório-aquífero para este caso está representado na Figura 6.1.

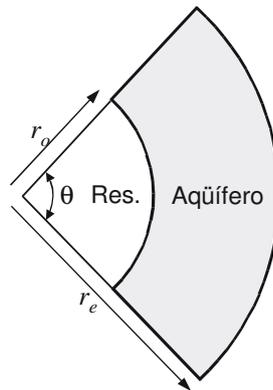


Figura 6.1 – Modelo de aquífero radial.

Inicialmente definem-se as variáveis adimensionais do modelo:

$$\text{raio adimensional: } r_D = \frac{r}{r_o}, \quad (6.2)$$

$$\text{tempo adimensional: } t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t r_o^2} \quad (6.3)$$

e

$$\text{pressão adimensional: } p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_0} = \frac{p_i - p}{\Delta p_0}, \quad (6.4)$$

onde $\Delta p_0 = p_i - p_0$ é a queda de pressão constante no contato, tomada como referência.

A vazão que o aquífero fornece, isto é, a vazão no ponto $r = r_o$, é dada pela lei de Darcy e pode ser escrita como:

$$q = \frac{2\pi f k h}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_o}, \quad (6.5)$$

onde $f = \theta/2\pi$, θ em *radianos*.

Usando as definições de variáveis adimensionais dadas pelas Eqs. (6.2) e (6.4), a Eq. (6.5) pode também ser escrita em termos de variáveis adimensionais:

$$-\left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = \frac{q\mu}{2\pi f k h \Delta p_0} \equiv q_D(t_D), \quad (6.6)$$

onde $q_D(t_D)$ é a vazão adimensional fornecida pelo aquífero, ou seja, a vazão adimensional calculada no contato reservatório-aquífero (ponto $r_D = 1$).

É mais conveniente expressar a solução em termos do influxo acumulado (integral da vazão) do que em termos da vazão. Resolvendo a Eq. (6.6) para a vazão e integrando em relação ao tempo obtém-se:

$$W_e \equiv \int_0^t q dt = \frac{2\pi f k h \Delta p_0}{\mu} \int_0^{t_D} q_D \frac{dt}{dt_D} dt_D. \quad (6.7)$$

Da definição de tempo adimensional, dada pela Eq. (6.3), tem-se que:

$$\frac{dt}{dt_D} = \frac{\phi \mu c_i r_o^2}{k}. \quad (6.8)$$

Substituindo a Eq. (6.8) na Eq. (6.7) vem:

$$W_e = 2\pi f \phi c_i h r_o^2 \Delta p_0 \int_0^{t_D} q_D dt_D. \quad (6.9)$$

Finalmente, denominando a integral de q_D em relação a t_D por $W_D(t_D)$, a Eq. (6.9) simplifica-se para:

$$W_e = U \Delta p_0 W_D(t_D), \quad (6.10)$$

onde:

$$U = 2\pi f \phi c_i h r_o^2. \quad (6.11)$$

A constante U é geralmente denominada *constante de influxo de água do aquífero* e W_D é o *influxo adimensional acumulado* para uma queda de pressão constante no contato.

$W_D(t_D)$ pode ser obtido resolvendo-se o problema do fluxo no aquífero. Serão considerados três modelos de aquífero radial: aquífero infinito, aquífero com manutenção de pressão no limite externo e aquífero selado no limite externo. A diferença entre estes modelos está apenas na condição de contorno externa, isto é, na condição imposta no limite externo do aquífero.

O problema do fluxo no aquífero pode ser escrito matematicamente como:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (6.12)$$

$$\text{C.I.: } p_D(r_D; t_D = 0) = 0 \quad (6.13)$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(r_D = 1; t_D) = 1. \quad (6.14)$$

A Eq. (6.12), denominada equação da difusividade hidráulica (Matthews & Russell, 1967), é a equação diferencial parcial (E.D.P.) que rege o fluxo no meio poroso, e pode ser obtida usando-se as definições das variáveis adimensionais na equação da difusividade hidráulica deduzida em termos de variáveis reais no Capítulo 3. A condição inicial (C.I.) representa a condição de que inicialmente as pressões em qualquer ponto do aquífero estão em equilíbrio e iguais a p_i . A condição

de contorno interna (C.C.I.) impõe a condição de queda de pressão $\Delta p_0 = p_i - p_0$ constante no contato aquífero-reservatório.

Consideram-se três opções para a condição de contorno externa (C.C.E.):

(a) *Aquífero infinito*:

$$\text{C.C.E.: } p_D(r_D \rightarrow \infty; t_D) = 0. \tag{6.15a}$$

(b) *Aquífero finito selado*:

Neste caso não há fluxo no limite externo e a C.C.E. pode ser escrita como:

$$\text{C.C.E.: } \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=r_e/r_o} = 0, \tag{6.15b}$$

onde r_e é o raio externo do aquífero e r_o o raio interno.

(c) *Aquífero finito com pressão constante no limite externo*:

$$\text{C.C.E.: } p_D(r_D = r_e/r_o; t_D) = 0. \tag{6.15c}$$

Em qualquer dos casos o influxo pode ser calculado com a seguinte equação²:

$$W_D \equiv \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} dt_D. \tag{6.16}$$

Os problemas matemáticos formados pelas Eqs. (6.12) a (6.16) são resolvidos aplicando-se o conceito de transformadas de Laplace e as suas soluções estão apresentadas no Apêndice G. Como as soluções, neste caso, são obtidas analiticamente apenas no campo de Laplace, algum tipo de inversão numérica tem que ser utilizado para se obter o comportamento de W_D em função de t_D . No Apêndice I encontra-se o algoritmo de Stehfest (1970), que normalmente é utilizado para a inversão numérica da transformada de Laplace.

É comum a apresentação dos valores de W_D em função de t_D na forma de tabelas. A Tabela K.4 do Apêndice K apresenta o resultado para o caso de aquífero radial infinito, enquanto a Tabela K.5 apresenta o influxo acumulado adimensional W_D em função de t_D para o caso de aquífero finito para diferentes valores de raio externo adimensional (r_{eD}). A Tabela K.5 apresenta os resultados tanto para aquífero selado quanto para aquífero realimentado (isto é, com pressão constante no limite externo). Uma vez conhecido o influxo adimensional W_D , o influxo dimensional W_e é obtido com a Eq. (6.10).

A Figura 6.2 mostra o comportamento do influxo adimensional W_D para o aquífero radial em função do tempo adimensional t_D e do tamanho do aquífero dado pelo parâmetro r_{eD} . Note que, inicialmente, independentemente da condição no seu limite externo, o aquífero se comporta como se fosse infinito. Quanto maior é o tamanho do aquífero maior é o período em que o mesmo se comporta como aquífero infinito.

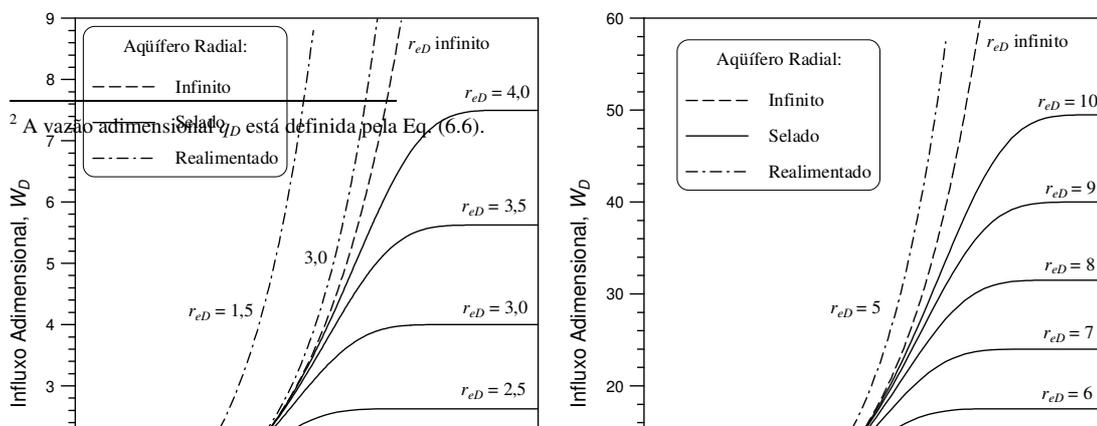


Figura 6.2a

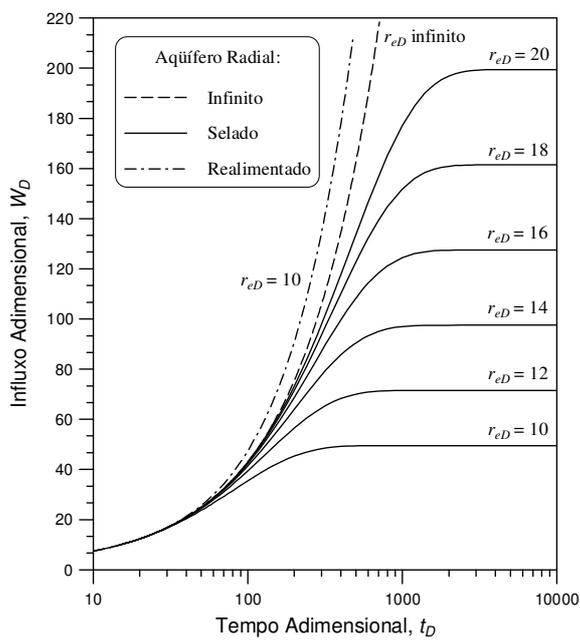


Figura 6.2c

Figura 6.2b

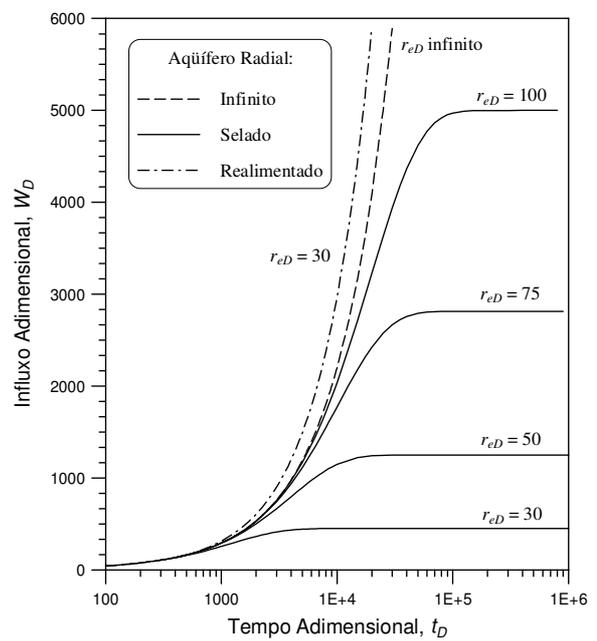


Figura 6.2d

Figura 6.2 – Influxo acumulado adimensional W_D para aquífero radial em função do tempo adimensional t_D e do tamanho do aquífero dado pela razão $r_{eD} = r_e/r_o$.

Para aquíferos selados existe um valor máximo para o influxo acumulado. Esse valor máximo é alcançado após a equalização das pressões do reservatório (no contato) e do aquífero. A partir da equação da compressibilidade, pode-se mostrar que o influxo máximo é dado pela equação:

$$W_{D\text{máx}} = \frac{r_e^2 - 1}{2} \tag{6.17}$$

Exemplo 6.1 – Um reservatório de petróleo com geometria aproximadamente radial tem um raio de 500 m e é circundado por um aquífero de grande extensão, que para efeitos práticos pode ser considerado como se fosse infinito. Durante 50 dias tal reservatório, cuja pressão original era de 100 kgf/cm², foi mantido a uma pressão constante de 90 kgf/cm². Outros dados são:

Porosidade do aquífero	$\phi = 0,20$
Permeabilidade do aquífero	$k = 100 \text{ md}$
Espessura do aquífero	$h = 1,0 \text{ m}$
Viscosidade da água	$\mu = 1,0 \text{ cp}$
Compressibilidade total do aquífero	$c_t = 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$

Pede-se calcular o influxo de água no reservatório ao final dos 50 dias anteriormente mencionados.

Solução:

Eq. (6.10): $W_e = U \Delta p_0 W_D(t_D)$

Eq. (6.11): $U = 2\pi f \phi c_t h r_o^2$

$$U = 2 \times 3,1416 \times 1 \times 0,20 \times 10^{-5} \times 1,0 \times 500^2 = 3,1416 \text{ m}^3 / \text{kgf l cm}^2$$

Eq. (6.3): $t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t r_o^2}$ (sistema SI) ou $t_D = \frac{0,008362 k t}{\phi \mu c_t r_o^2}$ (nas unidades do exemplo)

$$t_D = \frac{0,008362 \times 100 \times 50}{0,20 \times 1,0 \times 10^{-5} \times 500^2} = 83,62$$

Cálculo de W_D :

$$\left. \begin{matrix} r_{eD} = \infty \\ t_D = 83,62 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{Tabela K.4}} W_D(t_D) = 37,3$$

Cálculo de Δp_0 :

$$\Delta p_0 = p_i - p_0 = 100 - 90 = 10 \text{ kgf l cm}^2$$

Finalmente da Eq. (6.10):

$$W_e = 3,1416 \times 10 \times 37,3 = 1.172 \text{ m}^3.$$

Exemplo 6.2 – Um reservatório de óleo com 800 m de raio é circundado por um aquífero com as seguintes características:

Raio externo	$r_e = 5.000 \text{ m}$
Espessura da formação	$h = 15 \text{ m}$
Porosidade	$\phi = 0,20$
Permeabilidade	$k = 150 \text{ md}$

Viscosidade da água	$\mu = 1,0 \text{ cp}$
Compressibilidade da água	$c_w = 40 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da formação	$c_f = 50 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Pressão inicial	$p_i = 180 \text{ kgf/cm}^2$

Sabendo que a pressão no contato óleo/água é constante e igual a 150 kgf/cm^2 desde o início da produção do reservatório, calcule:

(a) O influxo acumulado de água após 400 dias.

(b) O influxo acumulado máximo para a pressão no contato de 150 kgf/cm^2 .

Solução:

Parte (a):

Cálculo de c_t :

$$c_t = c_w + c_f$$

$$c_t = 40 \times 10^{-6} + 50 \times 10^{-6} = 90 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$$

Eq. (6.11): $U = 2\pi f \phi c_t h r_o^2$

$$U = 2 \times 3,1416 \times 1,0 \times 0,20 \times 90 \times 10^{-6} \times 15 \times 800^2 = 1.085,7 \text{ m}^3 / \text{kgf/cm}^2$$

Eq. (6.3): $t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_o^2}$ (sistema SI) ou $t_D = \frac{0,008362 kt}{\phi \mu c_t r_o^2}$ (nas unidades do exemplo)

$$t_D = \frac{0,008362 \times 150 \times 400}{0,20 \times 1,0 \times 90 \times 10^{-6} \times 800^2} = 43,55$$

Cálculo de r_{eD} :

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_o} = \frac{5.000}{800} = 6,25$$

Cálculo de W_D :

$$\left. \begin{array}{l} r_{eD} = 6 \\ t_D = 43,55 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Tabela K.5}} W_D = 15,42$$

$$\left. \begin{array}{l} r_{eD} = 7 \\ t_D = 43,55 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Tabela K.5}} W_D = 18,14$$

$$\xrightarrow{r_{eD} = 6,25} W_D = 16,10$$

Cálculo de Δp_0 :

$$\Delta p_0 = p_i - p_0 = 180 - 150 = 30 \text{ kgf/cm}^2$$

Eq. (6.10): $W_e = U \Delta p_0 W_D(t_D)$

$$W_e = 1.085,7 \times 30 \times 16,10 = 524.390 \text{ m}^3 .$$

Parte (b):

O influxo máximo é numericamente igual à expansão que o volume inicial de água do aquífero, W_i , sofreria ao passar da pressão inicial para a pressão do contato óleo/água. Utilizando a equação da compressibilidade pode-se escrever que:

$$c_t = -\frac{1}{W_i} \frac{\Delta W_i}{(p_i - p_0)} = -\frac{1}{W_i} \frac{-W_{e\text{máx}}}{(p_i - p_0)},$$

ou ainda que $W_{e\text{máx}} = c_t W_i (p_i - p_0)$. O volume inicial de água do aquífero é dado por:

$$W_i = \pi(r_e^2 - r_o^2)h\phi = 3,1416 \times (5.000^2 - 800^2) \times 15 \times 0,20 = 2,2959 \times 10^8 \text{ m}^3.$$

Finalmente,

$$W_{e\text{máx}} = 90 \times 10^{-6} \times 2,2959 \times 10^8 \times (180 - 150) = 619.890 \text{ m}^3.$$

6.1.2. Aquífero linear

A Figura 6.3 mostra um sistema reservatório-aquífero para o modelo de fluxo linear.

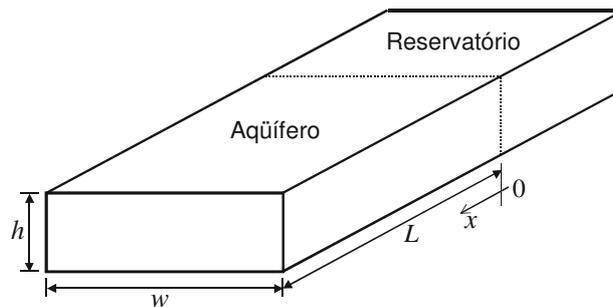


Figura 6.3 – Modelo de aquífero linear.

Normalmente o comprimento do aquífero, L , é utilizado como comprimento de referência nas definições de variáveis adimensionais³. Neste caso as variáveis adimensionais são dadas por:

$$\text{comprimento adimensional: } x_D = \frac{x}{L}, \quad (6.18)$$

$$\text{tempo adimensional: } t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t L^2} \quad (6.19)$$

e

$$\text{pressão adimensional: } p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_0} = \frac{p_i - p}{\Delta p_0}, \quad (6.20)$$

onde $\Delta p_0 = p_i - p_0$ é a queda de pressão constante no contato, tomada como referência.

A vazão que o aquífero fornece, isto é, a vazão no ponto $x = 0$, é dada pela lei de Darcy para o fluxo linear:

$$q = \frac{kA}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (6.21)$$

³ Para o modelo de aquífero infinito, L passa a ser apenas um comprimento de referência arbitrário, sem qualquer significado físico.

onde A é a área aberta ao fluxo, ou seja, $A = wh$.

Usando as definições dadas pelas Eqs. (6.18) e (6.20), a Eq. (6.21) pode ser escrita em termos de variáveis adimensionais como:

$$-\left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D}\right)_{x_D=0} = \frac{q\mu L}{kA\Delta p_0} \equiv q_D(t_D), \quad (6.22)$$

onde $q_D(t_D)$ é a vazão adimensional fornecida pelo aquífero, isto é, a vazão adimensional calculada no contato reservatório-aquífero (ponto $x_D = 0$).

Como o interesse está na solução em termos do influxo acumulado (integral da vazão), resolvendo a Eq. (6.22) para a vazão e integrando em relação ao tempo resulta em:

$$W_e \equiv \int_0^t q dt = \frac{kA\Delta p_0}{\mu L} \int_0^{t_D} q_D \frac{dt}{dt_D} dt_D. \quad (6.23)$$

Mas da Eq. (6.19) tem-se que:

$$\frac{dt}{dt_D} = \frac{\phi\mu c_t L^2}{k}. \quad (6.24)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (6.24) na Eq. (6.23) obtém-se:

$$W_e = wLh\phi c_t \Delta p_0 \int_0^{t_D} q_D dt_D \quad (6.25)$$

ou ainda:

$$W_e = U\Delta p_0 W_D(t_D), \quad (6.26)$$

onde:

$$U = wLh\phi c_t. \quad (6.27)$$

W_D é o influxo acumulado adimensional para uma queda de pressão Δp_0 constante no contato e é obtido resolvendo o problema do fluxo no aquífero para os modelos de interesse. Consideram-se aqui também três modelos de aquífero linear (associados às mesmas opções para a condição de contorno externa utilizadas no modelo de aquífero radial): aquífero linear infinito, aquífero linear com pressão constante no limite externo e aquífero linear selado no limite externo.

Utilizando as definições de variáveis adimensionais e a equação da difusividade hidráulica em termos de variáveis reais apresentada no Capítulo 3, neste caso o problema do fluxo no aquífero pode ser escrito matematicamente como (Matthews & Russell, 1967):

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (6.28)$$

$$\text{C.I.: } p_D(x_D; t_D = 0) = 0 \quad (6.29)$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(x_D = 0; t_D) = 1. \quad (6.30)$$

A condição de contorno externa (C.C.E) depende do modelo considerado:

(a) *Aquífero infinito:*

$$\text{C.C.E: } p_D(x_D \rightarrow \infty; t_D) = 0 \quad (6.31a)$$

(b) *Aquífero finito com pressão constante no limite externo:*

$$\text{C.C.E: } p_D(x_D = 1; t_D) = 0 \tag{6.31b}$$

(c) *Aquífero finito selado no limite externo:*

$$\text{C.C.E: } \left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right)_{x_D=1} = 0 . \tag{6.31c}$$

O influxo acumulado adimensional pode ser calculado com a seguinte equação:

$$W_D \equiv \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right)_{x_D=0} dt_D . \tag{6.32}$$

As soluções para os problemas formados pelas Eqs. (6.28) a (6.32) são também obtidas aplicando-se o conceito de transformadas de Laplace e estão apresentadas no Apêndice H. Neste caso, existe solução analítica no campo real para o modelo de aquífero infinito. As soluções dos outros modelos são obtidas analiticamente apenas no campo de Laplace. Novamente o algoritmo de Stehfest (Apêndice I) é freqüentemente utilizado para inverter numericamente as soluções e obter tabelas de W_D versus t_D .

A Tabela K.6 apresenta o resultado para os casos considerados de aquífero linear. Uma vez conhecido o influxo adimensional W_D , o influxo dimensional W_e é obtido com a Eq. (6.26). O comportamento do influxo acumulado adimensional em função do tipo de condição de contorno externa é mostrado na Figura 6.4.

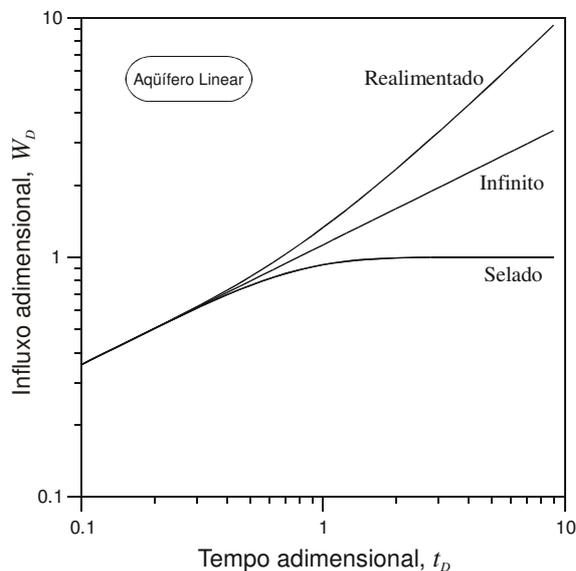


Figura 6.4 – Influxo adimensional W_D para aquífero linear em função do tempo adimensional t_D .

Exemplo 6.3 – São conhecidos os seguintes dados de um aquífero que produz com geometria de fluxo linear e com pressão constante no contato óleo/água:

Largura do aquífero $w = 600 \text{ m}$

Comprimento do aquífero	$L = 3.200 \text{ m}$
Espessura do aquífero	$h = 11,5 \text{ m}$
Porosidade	$\phi = 0,25$
Permeabilidade	$k = 300 \text{ md}$
Viscosidade da água	$\mu = 1,0 \text{ cp}$
Compressibilidade total do aquífero	$c_t = 78 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Queda de pressão no contato	$\Delta p_0 = 5,0 \text{ kgf/cm}^2$

Considerando os casos de aquífero com limite externo selado, aquífero infinito e aquífero com limite externo realimentado, pede-se calcular o influxo acumulado ao final de um período de 100 dias.

Solução:

Eq. (6.26): $W_e = U\Delta p_0 W_D(t_D)$

Eq. (6.27): $U = wLh\phi c_t$

$$U = 600 \times 3200 \times 11,5 \times 0,25 \times 78 \times 10^{-6} = 430,56 \text{ m}^3 / \text{kgf} / \text{cm}^2$$

Eq. (6.19): $t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t L^2}$ (sistema SI) ou $t_D = \frac{0,008362 k t}{\phi \mu c_t L^2}$ (nas unidades do exemplo)

$$t_D = \frac{0,008362 \times 300 \times 100}{0,25 \times 1,0 \times 78 \times 10^{-6} \times 3200^2} = 1,256$$

Cálculo de W_D :

$$t_D = 1,256 \xrightarrow{\text{Tabela K.6}} \begin{cases} W_{D_{\text{selado}}} = 0,9634 \\ W_{D_{\text{infinito}}} = 1,265 \\ W_{D_{\text{realimentado}}} = 1,589 \end{cases}$$

Finalmente, da Eq. (6.26):

$$W_{e_{\text{selado}}} = 430,56 \times 5,0 \times 0,9634 = 2.074 \text{ m}^3$$

$$W_{e_{\text{infinito}}} = 430,56 \times 5,0 \times 1,265 = 2.723 \text{ m}^3$$

$$W_{e_{\text{realimentado}}} = 430,56 \times 5,0 \times 1,589 = 3.421 \text{ m}^3.$$

6.2. Superposição de Efeitos

Na Seção 6.1 estão apresentados os modelos clássicos de influxo de água, nos quais considera-se que a queda de pressão no contato é constante. Assim, a expressão

$$W_e = U\Delta p W_D(t_D) \quad (6.33)$$

só é aplicável quando a queda de pressão no contato, Δp , é constante. Na prática, entretanto, não se espera que a pressão no contato seja constante devido à depleção do reservatório. O princípio da superposição, também conhecido como *princípio de Duhamel*, pode ser utilizado para expandir a utilização das soluções clássicas para os casos em que a pressão no contato varie com o tempo. O princípio de Duhamel estabelece que:

$$W_e = \int_0^t \frac{q(\tau)}{\Delta p_0} \Delta p(t - \tau) d\tau \quad (6.34)$$

ou, equivalentemente,

$$W_e = \int_0^t \frac{q(t - \tau)}{\Delta p_0} \Delta p(\tau) d\tau, \quad (6.35)$$

onde $q(t)$ é a solução clássica da vazão para uma queda de pressão constante, Δp_0 , no contato, W_e é o influxo acumulado para uma variação de pressão qualquer no contato, $\Delta p(t) = p_i - p(t)$, e τ é apenas uma variável muda de integração.

Utilizando as definições das variáveis adimensionais t_D e q_D do modelo radial, dadas pelas Eqs. (6.3) e (6.6), ou do modelo linear, Eqs. (6.19) e (6.22), a Eq. (6.35) pode ser escrita como:

$$W_e = U \int_0^{t_D} q_D(t_D - \tau_D) \Delta p(\tau_D) d\tau_D \quad (6.36)$$

ou ainda:

$$W_e = U \int_0^{t_D} W'_D(t_D - \tau_D) \Delta p(\tau_D) d\tau_D, \quad (6.37)$$

onde W'_D é a derivada do influxo adimensional em relação a t_D , ou seja, é a própria vazão adimensional. A constante de influxo do aquífero, U , para os modelos radial e linear está definida pelas Eqs. (6.11) e (6.27), respectivamente.

Como era esperado, quando Δp é constante a Eq. (6.37) se reduz à solução do modelo clássico dada pela Eq. (6.33).

Como a maioria das soluções clássicas só tem solução analítica no campo de Laplace, uma opção é fazer a superposição no campo de Laplace. Tomando a transformada de Laplace em relação a t_D da Eq. (6.36) ou da Eq. (6.37) tem-se:

$$\overline{W}_e(u) = U \overline{q}_D(u) \overline{\Delta p}(u) = U u \overline{W}'_D(u) \overline{\Delta p}(u), \quad (6.38)$$

onde u é a variável de Laplace, $\overline{\Delta p}(u)$ é a transformada de Laplace de $\Delta p(t)$ e $\overline{W}'_D(u)$ é a solução no campo de Laplace do modelo de pressão constante no contato (Apêndices G e H). A inversão numérica da Eq. (6.38) é feita com o algoritmo de Stehfest (Apêndice I). Outra opção é utilizar a superposição na forma discreta, como mostrado na seção seguinte.

6.2.1. Discretização da equação da superposição

A utilização da equação de Duhamel, Eq. (6.37), pressupõe o conhecimento da queda de pressão no contato ao longo do tempo, $\Delta p(t) = p_i - p(t)$, e da solução clássica do modelo em questão (caso de pressão constante no contato), W'_D . Uma forma aproximada de tratar o problema é discretizar a condição de contorno interna, isto é, a pressão no contato, $p(t)$. A curva contínua da pressão é dividida numa série de intervalos de pressão constante, como mostrado na Figura 6.5.

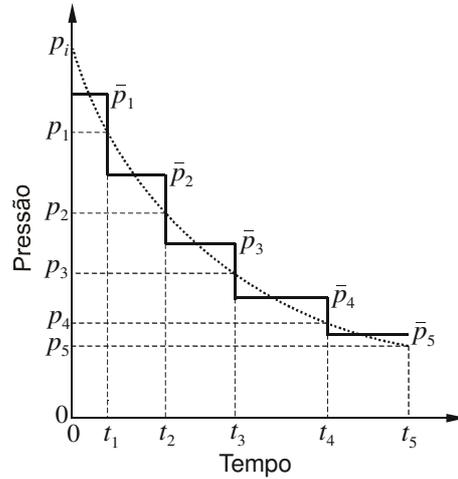


Figura 6.5 – Discretização da pressão no contato.

Para a curva de pressão discretizada da Figura 6.5 a equação de Duhamel, Eq. (6.37), pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} W_e(t_{D_n}) &= U \sum_{j=0}^{n-1} (p_i - \bar{p}_{j+1}) \int_{t_{D_j}}^{t_{D_{j+1}}} W'_D(t_{D_n} - \tau_D) d\tau_D \\ &= U \sum_{j=0}^{n-1} (p_i - \bar{p}_{j+1}) [W_D(t_{D_n} - t_{D_j}) - W_D(t_{D_n} - t_{D_{j+1}})], \end{aligned} \quad (6.39)$$

onde a pressão média em cada intervalo é:

$$\bar{p}_{j+1} = \frac{p_j + p_{j+1}}{2}, \quad j = 0, n-1. \quad (6.40)$$

Substituindo a Eq. (6.40) na Eq. (6.39), expandindo a somatória e coletando os termos comuns, obtém-se:

$$W_e(t_{D_n}) = U \sum_{j=0}^{n-1} \left(\frac{p_{j-1} - p_{j+1}}{2} \right) W_D(t_{D_n} - t_{D_j}) \quad (6.41)$$

ou

$$W_e(t_{D_n}) = U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D(t_{D_n} - t_{D_j}), \quad (6.42)$$

onde:

$$\Delta p_j = \bar{p}_j - \bar{p}_{j+1} = \frac{p_{j-1} - p_{j+1}}{2} \text{ e } \begin{cases} \Delta p_0 = (p_i - p_1)/2 \\ \Delta p_1 = (p_i - p_2)/2. \end{cases} \quad (6.43)$$

Exemplo 6.4 – Um reservatório de petróleo com 762 m de raio é circundado por um aquífero radial selado com as seguintes características:

Raio $r_e = 6.096 \text{ m}$

Espessura	$h = 18,3 \text{ m}$
Porosidade	$\phi = 0,22$
Permeabilidade	$k = 100 \text{ md}$
Viscosidade da água	$\mu = 0,30 \text{ cp}$
Compressibilidade da formação	$c_f = 56,9 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da água	$c_w = 42,7 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$

Calcular, usando o modelo de van Everdingen & Hurst, o influxo acumulado de água após 500 dias, baseando-se no histórico de pressões médias no contato óleo/água mostrado na tabela a seguir:

$t \text{ (d)}$	0	100	200	300	400	500
$p \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$	246,13	245,43	244,44	243,18	242,19	240,51

Solução:

Cálculo de c_t :

$$c_t = c_w + c_f = 42,7 \times 10^{-6} + 56,9 \times 10^{-6} = 99,6 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$$

Eq. (6.3): $t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_o^2}$ (sistema SI) ou $t_D = \frac{0,008362kt}{\phi\mu c_t r_o^2}$ (nas unidades do exemplo)

$$t_D = \frac{0,008362 \times 100 \times t}{0,22 \times 0,30 \times 99,6 \times 10^{-6} \times 762^2} = 0,2191t$$

$$t_{Dn} - t_{Dj} = 0,2191(500 - t_j)$$

Cálculo de r_{eD} :

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_o} = \frac{6.096}{762} = 8$$

Eq. (6.42): $W_e(t_{Dn}) = U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj})$

Eq. (6.43): $\Delta p_j = \frac{p_{j-1} - p_{j+1}}{2}$ e $\begin{cases} \Delta p_0 = (p_i - p_1)/2 \\ \Delta p_1 = (p_i - p_2)/2 \end{cases}$

Resumo de cálculo:

j	$t \text{ (d)}$	$p \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$	$(t_{Dn} - t_{Dj})$	$W_D(t_{Dn} - t_{Dj})$ (Tabela K.5)	Δp_j	$\Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj})$
0	0	246,13	109,5	28,7	0,350	10,05

1	100	245,43	87,6	27,0	0,845	22,82
2	200	244,44	65,7	24,3	1,125	27,34
3	300	243,18	43,8	20,0	1,125	22,50
4	400	242,19	21,9	12,9	1,335	17,22
5	500	240,51				$\Sigma = 99,93$

Eq. (6.11): $U = 2\pi f \phi c_t h r_o^2$

$$U = 2 \times 3,1416 \times 1,0 \times 0,22 \times 99,6 \times 10^{-6} \times 18,3 \times 762^2 = 1.462,9 \text{ m}^3 / \text{kgf l cm}^2$$

Finalmente, da Eq. (6.42):

$$W_e = 1.462,9 \times 99,93 = 146.190 \text{ m}^3.$$

6.3. Modelo Aproximado de Fetkovich

O modelo aproximado apresentado por Fetkovich (1971) se aplica a aquíferos finitos e admite que o fluxo do aquífero para o reservatório se dá sob o regime pseudopermanente. Apesar de ser aproximado, o modelo apresentado por Fetkovich tem a vantagem de permitir o cálculo do passo seguinte sem a necessidade de se recalcular todos os passos anteriores como ocorre no modelo de van Everdingen & Hurst.

Fetkovich admite o regime pseudopermanente para o fluxo do aquífero para o reservatório:

$$q = \frac{dW_e}{dt} = J(\bar{p}_a - p), \quad (6.44)$$

onde J é o índice de produtividade do aquífero, \bar{p}_a a pressão média do aquífero e p a pressão no contato reservatório-aquífero.

A partir de um balanço de materiais no aquífero pode-se escrever que:

$$W_e = c_t W_i (p_i - \bar{p}_a), \quad (6.45)$$

onde $c_t = c_w + c_f$ é a compressibilidade total do aquífero e W_i o volume inicial de água. Rearranjando a Eq. (6.45) tem-se:

$$\bar{p}_a = p_i \left(1 - \frac{W_e}{c_t W_i p_i} \right). \quad (6.46)$$

Seja W_{ei} o influxo máximo que um aquífero selado pode fornecer, correspondente à expansão da água do aquífero ao ser despressurizada de p_i para a pressão zero. Da Eq. (6.45),

$$W_{ei} = c_t W_i p_i. \quad (6.47)$$

Substituindo a Eq. (6.47) na Eq. (6.46) obtém-se:

$$\bar{p}_a = p_i \left(1 - \frac{W_e}{W_{ei}} \right), \quad (6.48)$$

cuja derivada em relação ao tempo é dada por:

$$\frac{d\bar{p}_a}{dt} = -\frac{p_i}{W_{ei}} \frac{dW_e}{dt}. \quad (6.49)$$

Substituindo a Eq. (6.44) na Eq. (6.49) obtém-se:

$$\frac{d\bar{p}_a}{dt} = -\frac{p_i}{W_{ei}} J (\bar{p}_a - p) \quad (6.50)$$

ou

$$-\frac{J p_i}{W_{ei}} dt = \frac{d\bar{p}_a}{\bar{p}_a - p}, \quad (6.51)$$

após separar as variáveis. Esta equação pode ser integrada de $t = 0$ (quando $W_e = 0$ e $\bar{p}_a = p_i$) a t , isto é, pode-se escrever:

$$-\frac{J p_i}{W_{ei}} \int_0^t dt = \int_{p_i}^{\bar{p}_a} \frac{d\bar{p}_a}{\bar{p}_a - p}. \quad (6.52)$$

Resolvendo as integrais, a Eq. (6.52) simplifica-se para:

$$-\frac{J p_i}{W_{ei}} t = \ln \left(\frac{\bar{p}_a - p}{p_i - p} \right) \quad (6.53)$$

ou ainda:

$$\bar{p}_a - p = (p_i - p) \exp \left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} t \right). \quad (6.54)$$

Substituindo a Eq. (6.54) na Eq. (6.44):

$$q = J (p_i - p) \exp \left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} t \right). \quad (6.55)$$

A Eq. (6.55) é a equação da vazão com que a água flui do aquífero para o reservatório em função do tempo e da queda de pressão no contato, $(p_i - p)$. Esta equação é geral e independe da geometria do aquífero. A Eq. (6.55) pode ser integrada para se obter o influxo. Assim,

$$W_e \equiv \int_0^t q dt = J (p_i - p) \int_0^t \exp \left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} t \right) dt. \quad (6.56)$$

Finalmente, resolvendo a integral da Eq. (6.56) chega-se a:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{p_i} (p_i - p) \left[1 - \exp \left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} t \right) \right]. \quad (6.57)$$

A Eq. (6.57) fornece o influxo do aquífero em função do tempo para uma queda de pressão constante, $(p_i - p)$, no contato. Algumas observações podem ser feitas a respeito das equações do modelo de Fetkovich:

(a) *Observação 1*

Note que com o passar do tempo, a vazão fornecida pelo aquífero, Eq. (6.55), decresce exponencialmente tendendo a zero. Ou seja, o influxo dado pela Eq. (6.57) tende a um valor máximo. Tomando o limite da Eq. (6.57) para $t \rightarrow \infty$ e usando a Eq. (6.47), o influxo máximo pode ser escrito como:

$$W_{e\text{máx}} = \frac{W_{ei}}{p_i} (p_i - p) = c_t W_i (p_i - p). \quad (6.58)$$

(b) *Observação 2*

Na prática a queda de pressão no contato não é constante e a Eq. (6.57) não é diretamente aplicável. Fetkovich mostrou uma forma de utilizar a Eq. (6.57) quando a pressão varia no contato, sem fazer a superposição.

O influxo durante o primeiro intervalo de tempo (Δt_1) pode ser expresso por:

$$\Delta W_{e1} = \frac{W_{ei}}{p_i} (p_i - \bar{p}_1) \left[1 - \exp\left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} \Delta t_1\right) \right], \quad (6.59)$$

onde \bar{p}_1 é a média das pressões no contato no intervalo de tempo Δt_1 .

Para o segundo intervalo de tempo (Δt_2):

$$\Delta W_{e2} = \frac{W_{ei}}{p_i} (\bar{p}_{a1} - \bar{p}_2) \left[1 - \exp\left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} \Delta t_2\right) \right], \quad (6.60)$$

onde \bar{p}_{a1} é a pressão média do aquífero no final do primeiro intervalo de tempo e é calculada a partir da equação de balanço de materiais no aquífero, Eq. (6.48),

$$\bar{p}_{a1} = p_i \left(1 - \frac{\Delta W_{e1}}{W_{ei}} \right) \quad (6.61)$$

e \bar{p}_2 é a média das pressões no contato no intervalo de tempo Δt_2 .

Para um intervalo de tempo Δt_n ,

$$\Delta W_{en} = \frac{W_{ei}}{p_i} (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n) \left[1 - \exp\left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} \Delta t_n\right) \right], \quad (6.62)$$

onde:

$$\bar{p}_{a_{n-1}} = p_i \left(1 - \frac{1}{W_{ei}} \sum_{j=1}^{n-1} \Delta W_{ej} \right) = p_i \left(1 - \frac{W_{e_{n-1}}}{W_{ei}} \right) \quad (6.63)$$

e

$$\bar{p}_n = \frac{p_{n-1} + p_n}{2}. \quad (6.64)$$

Fetkovich mostrou para diferentes geometrias que o seu método produz resultados semelhantes aos do modelo de van Everdingen & Hurst para aquíferos finitos.

(c) *Observação 3*

Ao utilizar o índice de produtividade do aquífero, J , para fluxo permanente, admite-se que o aquífero seja realimentado de modo que a pressão no seu limite externo se mantém constante e igual a p_i . A condição de fluxo permanente implica que não há limite para o influxo máximo, isto é, W_{ei} é infinito. Neste caso, a vazão do aquífero, Eq. (6.55), reduz-se a:

$$q \equiv \frac{dW_e}{dt} = J (p_i - p), \quad (6.65)$$

cuja integral é o influxo acumulado:

$$W_e = J \int_0^t (p_i - p) dt . \tag{6.66}$$

A Eq. (6.66) é um caso particular do modelo de Fetkovich e foi apresentada por Schilthuis em 1936.

(d) *Observação 4*

A Tabela 6.1 apresenta o índice de produtividade do aquífero, J , para os modelos de aquíferos radial e linear, regimes de fluxo permanente e pseudopermanente. Para outras geometrias, o índice de produtividade para o regime pseudopermanente pode ser definido como:

$$J = \frac{2\pi kh}{\frac{\mu}{2} \ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_o^2}\right)}, \tag{6.67}$$

onde C_A é o fator de forma de Dietz (1965) (Tabela K.3, Apêndice K), A é a área do aquífero, γ é a exponencial da constante de Euler ($\gamma=1,78108$) e r_o é o raio do reservatório circularizado. Na Tabela K.3, o tempo adimensional t_{DA} é definido como:

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi\mu c_t A} . \tag{6.68}$$

Tabela 6.1 – Índice de produtividade do aquífero para os fluxos radial e linear

Condição de Fluxo	Aquífero Radial	Aquífero Linear
Pseudopermanente	$J = \frac{2\pi f kh}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right) - \frac{3}{4} \right]}$	$J = \frac{3khw}{\mu L}$
Permanente	$J = \frac{2\pi f kh}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right)}$	$J = \frac{khw}{\mu L}$

Exemplo 6.5 – Resolva o Exemplo 6.4 utilizando o modelo de Fetkovich.

Solução:

Tabela 6.1:
$$J = \frac{2\pi f kh}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right) - \frac{3}{4} \right]} \text{ (SI) ou } J = \frac{0,05255 f kh}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right) - \frac{3}{4} \right]} \text{ (nas unidades do exemplo)}$$

$$J = \frac{0,05255 \times 1 \times 100 \times 18,3}{0,30 \left[\ln\left(\frac{6.096}{762}\right) - \frac{3}{4} \right]} = 241,12 \frac{m^3 / d}{kgf / cm^2}$$

Cálculo de c_t :

$$c_t = c_w + c_f = 42,7 \times 10^{-6} + 56,9 \times 10^{-6} = 99,6 \times 10^{-6} \text{ (kgf / cm}^2\text{)}^{-1}$$

$$\text{Eq. (6.47): } W_{ei} = c_t W_i p_i$$

$$W_i = 3,1416 \times (6,096^2 - 762^2) \times 18,3 \times 0,22 = 462,673 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$W_{ei} = 99,6 \times 10^{-6} \times 462,673 \times 10^6 \times 246,13 = 11,3422 \times 10^6 \text{ m}^3$$

$$\text{Eq. (6.62): } \Delta W_{en} = \frac{W_{ei}}{p_i} (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n) \left[1 - \exp\left(-\frac{J p_i}{W_{ei}} \Delta t_n\right) \right]$$

$$\Delta W_{en} = \frac{11,3422 \times 10^6}{246,13} (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n) \left[1 - \exp\left(-\frac{241,12 \times 246,13}{11,3422 \times 10^6} \times 100\right) \right]$$

$$\Delta W_{en} = 18,774 (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n)$$

$$\text{Eq. (6.63): } \bar{p}_{a_{n-1}} = p_i \left(1 - \frac{W_{e_{n-1}}}{W_{ei}} \right)$$

$$\text{Eq. (6.64): } \bar{p}_n = \frac{p_{n-1} + p_n}{2}$$

Resumo de cálculo:

t (d)	p (kgf/cm ²)	\bar{p}_n (kgf/cm ²)	ΔW_{en} (m ³)	W_{en} (m ³)	\bar{p}_{a_n} (kgf/cm ²)
0	246,13	–	–	–	246,1300
100	245,43	245,780	6.570,9	6.570,9	245,9874
200	244,44	244,935	19.757,9	26.328,8	245,5587
300	243,18	243,810	32.829,2	59.158,0	244,8462
400	242,19	242,685	40.575,3	99.733,3	243,9657
500	240,51	241,350	49.108,1	148.841,0	242,9001

Resposta: Após 500 dias $W_e = 148.841 \text{ m}^3$.

6.4. Modelo de Hurst Modificado

No modelo de Hurst modificado, descrito por Pirson (1958), a vazão de água fornecida pelo aquífero é dada pela expressão:

$$\frac{dW_e}{dt} = C \frac{(p_i - p)}{\log(ct)}, \quad (6.69)$$

onde C e c são duas constantes. O influxo acumulado é obtido da integral:

$$W_e = C \int_0^t \frac{(p_i - p)}{\log(ct)} dt. \quad (6.70)$$

As constantes C e c são estimadas através de um processo de ajuste de histórico, conforme descrito no Capítulo 9, Seção 9.1.3.

6.5. Modelo de Carter-Tracy

O modelo de Carter-Tracy (Carter & Tracy, 1960) é aplicável a qualquer geometria de fluxo, desde que se conheça a solução para a pressão adimensional em função do tempo para a geometria de aquífero considerada. Esta abrangência de tipos de aquífero possíveis de serem contemplados é uma grande vantagem deste modelo em relação ao de van Everdingen & Hurst. O modelo de Carter-Tracy, assim como o de Fetkovich, não requerer a aplicação do princípio da superposição de efeitos no cálculo do influxo.

O influxo acumulado de água pode ser expresso através da *integral de convolução*:

$$W_e(t_{Dj}) = U \int_0^{t_{Dj}} \Delta p(\tau) \frac{dW_D(t_D - \tau)}{d\tau} d\tau, \quad (6.71)$$

onde t_D é o tempo adimensional definido para cada geometria de aquífero, U é a constante de influxo de água e que também depende da geometria do sistema, $\Delta p(t_D) = p_i - p(t_D)$ é a queda de pressão no contato, $W_D(t_D)$ é o influxo de água acumulado adimensional, τ é uma variável de integração e j refere-se à discretização do tempo. As definições de t_D e de U são encontradas no Apêndice L para os casos de fluxo radial e linear. Os valores de $W_D(t_D)$ estão apresentados nas Tabelas K.4 e K.5 para fluxo radial, e na Tabela K.6 para fluxo linear.

No modelo de Carter-Tracy o valor do influxo acumulado W_e é aproximado pela expressão:

$$W_e(t_{Dj}) = W_e(t_{Dj-1}) + a_{j-1}(t_{Dj} - t_{Dj-1}), \quad (6.72)$$

onde a_{j-1} é uma constante. Esta equação admite que no intervalo entre t_{Dj-1} e t_{Dj} o influxo varia linearmente com o tempo.

Combinando-se as Eqs. (6.71) e (6.72) obtém-se:

$$U \int_0^{t_{Dj}} \Delta p(\tau) \frac{dW_D(t_D - \tau)}{d\tau} d\tau = W_e(t_{Dj-1}) + a_{j-1}(t_{Dj} - t_{Dj-1}). \quad (6.73)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace com relação ao tempo adimensional à Eq. (6.73) obtém-se:

$$U u \overline{\Delta p(u)} \overline{W_D(u)} = \frac{W_e(t_{Dj-1}) - a_{j-1}t_{Dj-1}}{u} + \frac{a_{j-1}}{u^2}, \quad (6.74)$$

onde u é a variável de Laplace.

Para o problema em questão é possível provar que (van Everdingen & Hurst, 1949):

$$\frac{1}{u^2} = u \overline{p_D(u)} \overline{W_D(u)}, \quad (6.75)$$

onde $p_D(t_D)$ é a solução para a pressão adimensional na face interna de um aquífero produzindo com vazão constante e $W_D(t_D)$ é o influxo adimensional para o caso de pressão constante no contato. Substituindo-se a Eq. (6.75) na Eq. (6.74) e explicitando-se a transformada da queda de pressão no contato óleo/água, obtém-se a equação:

$$\overline{\Delta p(u)} = \frac{1}{U} \left\{ [W_e(t_{Dj-1}) - a_{j-1}t_{Dj-1}] u \overline{p_D(u)} + a_{j-1} \overline{p_D(u)} \right\}, \quad (6.76)$$

cuja inversão resulta em:

$$\Delta p(t_{Dj}) = \frac{1}{U} \left\{ [W_e(t_{Dj-1}) - a_{j-1} t_{Dj-1}] p'_D(t_{Dj}) + a_{j-1} p_D(t_{Dj}) \right\}, \quad (6.77)$$

onde $p'_D(t_{Dj})$ é a derivada da pressão adimensional em relação ao tempo adimensional.

Explicitando-se a constante a_{j-1} na Eq. (6.77):

$$a_{j-1} = \frac{U \Delta p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} \quad (6.78)$$

e substituindo-se a expressão resultante na Eq. (6.72) obtém-se:

$$W_e(t_{Dj}) = W_e(t_{Dj-1}) + \frac{U \Delta p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} (t_{Dj} - t_{Dj-1}), \quad (6.79)$$

que é a equação para o cálculo do influxo acumulado. Conforme mencionado anteriormente, a função $p_D(t_D)$ representa a pressão adimensional na face interna de um aquífero produzindo com vazão constante. No caso de um aquífero linear infinito, isto é, de um aquífero que se comporta ainda no regime transiente de fluxo, a pressão adimensional é determinada pela expressão (Carslaw & Jaeger, 1959, p. 75):

$$p_D(t_D) = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \quad (6.80)$$

e no caso de um aquífero radial infinito essa expressão é, aproximadamente (Capítulo 3, Seção 3.2.4):

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0,80907]. \quad (6.81)$$

Exemplo 6.6 – Resolva o Exemplo 6.4 utilizando o modelo de Carter-Tracy.

Solução:

Cálculo de c_i : $c_i = c_w + c_f = 42,7 \times 10^{-6} + 56,9 \times 10^{-6} = 99,6 \times 10^{-6} \text{ (kgf / cm}^2\text{)}^{-1}$

Eq. (6.3): $t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_i r_o^2}$ (sistema SI) ou $t_D = \frac{0,008362 kt}{\phi \mu c_i r_o^2}$ (nas unidades do exemplo)

$$t_D = \frac{0,008362 \times 100 \times t}{0,22 \times 0,30 \times 99,6 \times 10^{-6} \times 762^2} = 0,2191t$$

Cálculo de r_{eD} :

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_o} = \frac{6,096}{762} = 8$$

Eq. (6.11): $U = 2\pi f \phi c_i h r_o^2$

$$U = 2 \times 3,1416 \times 1,0 \times 0,22 \times 99,6 \times 10^{-6} \times 18,3 \times 762^2 = 1.462,9 \text{ m}^3 / \text{kgf / cm}^2.$$

No modelo de Carter-Tracy o influxo acumulado é calculado com a Eq. (6.79). Como o aquífero é radial selado no limite externo, as funções $p_D(t_D)$ e $p'_D(t_D)$ são dadas respectivamente por:

Transiente: $p_D(t_D) = \frac{1}{2}(\ln t_D + 0,80907)$ e $p'_D(t_D) = \frac{1}{2t_D}$, para $t_{DA} < 0,1$

Pseudopermanente⁴: $p_D(t_D) = \frac{2}{r_{eD}^2}t_D + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$ e $p'_D(t_D) = \frac{2}{r_{eD}^2}$, para $t_{DA} \geq 0,1$

onde:

$$t_{DA} = \frac{r_o^2 t_D}{A} = \frac{r_o^2 t_D}{\pi(r_e^2 - r_o^2)} = \frac{t_D}{\pi(r_{eD}^2 - 1)} = 0,00505 t_D.$$

Resumo de cálculo:

j	t_j (d)	p_j (kgf/cm ²)	$\Delta p_j = p_i - p_j$ (kgf/cm ²)	t_{Dj}	$p_D(t_{Dj})$	$p'_D(t_{Dj})$	$W_e(t_{Dj})$ (m ³)
0	0	246,13	0	0	0	–	0
1	100	245,43	0,70	21,91	2,014	0,031	11.140,3
2	200	244,44	1,69	43,82	2,699	0,031	34.212,7
3	300	243,18	2,95	65,73	3,384	0,031	69.420,5
4	400	242,19	3,94	87,64	4,068	0,031	108.395,8
5	500	240,51	5,62	109,55	4,753	0,031	160.704,8

Portanto, após 500 dias $W_e = 160.705 m^3$.

Para efeito de comparação com os demais métodos, o resultado da aplicação do modelo de Carter-Tracy admitindo, como nos demais modelos, pressão constante no contato no intervalo Δt , está apresentado na tabela seguinte:

j	t_j (d)	p_j (kgf/cm ²)	$\Delta p_j = p_i - \bar{p}_j$ (kgf/cm ²)	t_{Dj}	$p_D(t_{Dj})$	$p'_D(t_{Dj})$	$W_e(t_{Dj})$ (m ³)
0	0	246,13	0	0	0	–	0
1	100	245,43	0,350	21,91	2,014	0,031	5.570,1
2	200	244,44	1,195	43,82	2,699	0,031	22.660,5
3	300	243,18	2,320	65,73	3,384	0,031	51.773,0
4	400	242,19	3,445	87,64	4,068	0,031	88.837,6
5	500	240,51	4,780	109,55	4,753	0,031	134.447,9

Assim, com a hipótese de pressão constante no intervalo Δt , após 500 dias $W_e = 134.448 m^3$.

6.6. Modelos de Leung

Nesta seção serão discutidos dois modelos aproximados, apresentados por Leung (1986), denominados *modelo pseudopermanente* (“PSS model”) e *modelo pseudopermanente modificado* (“MPSS model”). Assim como o modelo apresentado por Fetkovich, discutido na Seção 6.3, os

⁴ Vide Capítulo 3, Seção 3.2.4.

modelos PSS e MPSS são aplicáveis a aquíferos finitos e consideram que o fluxo do aquífero para o reservatório se dá sob o regime pseudopermanente. Os modelos de Leung também têm a vantagem, em relação ao modelo de van Everdingen & Hurst, de prescindir do esforço computacional associado à superposição de efeitos tradicional quando a pressão no contato aquífero-reservatório é variável com o tempo.

6.6.1. Modelo pseudopermanente (“PSS model”)

Quando um aquífero finito de geometria qualquer atinge o regime pseudopermanente (PSS), a vazão do influxo de água é dada por:

$$q = J [\bar{p}_a(t) - p(t)] \quad , \quad (6.82)$$

onde J é o índice de produtividade do aquífero, \bar{p}_a a pressão média do aquífero e p a pressão no contato reservatório-aquífero. O índice de produtividade é definido pela expressão:

$$J = kA/\mu\delta_\infty \quad , \quad (6.83)$$

onde δ_∞ é o raio de drenagem constante sob o regime PSS e A é a área aberta ao influxo de água (seção transversal do meio poroso no contato reservatório-aquífero).

Vale ressaltar que se \bar{p}_a e p fossem constantes na equação da vazão, Eq. (6.82), o fluxo do aquífero para o reservatório seria permanente; mas como a pressão varia com o tempo, o regime de fluxo é classificado apenas como pseudopermanente.

Segundo Leung o raio de drenagem pseudopermanente, δ_∞ , depende de como varia a pressão no contato com o tempo: variação em degrau (“Step Interpolation Boundary Pressure” – SIBP) ou variação linear (“Linear Interpolation Boundary Pressure” – LIBP). Para aquífero linear, o raio de drenagem adimensional (δ_∞/L) vale 0,4053 e 0,3333 para variação em degrau e variação linear, respectivamente.

Para aquífero radial, além da condição da pressão na fronteira interna (no contato), o raio de drenagem depende também do tamanho do aquífero dado pelo parâmetro r_{eD} . Na Tabela 6.2 estão apresentados os raios de drenagem para valores de r_{eD} entre 1,1 e 50, tanto para o caso de variação da pressão em degrau (SIBP) quanto para o caso de variação linear da pressão (LIBP).

Tabela 6.2 – Raio de drenagem adimensional para aquífero radial (Leung, 1986)

r_{eD}	δ_∞/r_o		
	LIBP	SIBP	Fetkovich
1,1	0,0333	0,0405	–
1,5	0,1637	0,1916	–
2	0,3156	0,3601	–
3	0,5779	0,6388	0,3486
4	0,7940	0,8611	0,6363
5	0,9755	1,0457	0,8594
6	1,1313	1,2002	1,0418
7	1,2674	1,3345	1,1959
8	1,3880	1,4572	1,3294

9	1,4963	1,5648	1,4472
10	1,5943	1,6575	1,5526
20	2,2595	2,2610	2,2457
50	3,1650	3,1260	3,1620

Para aquíferos pequenos ($r_{eD} < 1,5$), o fluxo é aproximadamente linear e os raios de drenagem são equivalentes a aqueles para aquífero linear com $\delta_\infty/r_o \rightarrow 0,3333(r_{eD} - 1)$ para LIBP e $\delta_\infty/r_o \rightarrow 0,4053(r_{eD} - 1)$ para SIBP. Quando o aquífero é grande ($r_{eD} > 50$) o raio de drenagem, independentemente do comportamento da pressão no contato (SIBP ou LIBP), tende assintoticamente para a expressão:

$$\delta_\infty/r_o = \ln(r_{eD}) - 3/4 \quad . \quad (6.84)$$

Como mostrado na Tabela 6.1, a Eq. (6.84) é a expressão do raio de drenagem usado por Fetkovich.

A partir de um balanço de materiais no aquífero pode-se mostrar que:

$$W_e = c_t W_i [p_i - \bar{p}_a(t)] \quad (6.85)$$

e

$$\Delta W_e = c_t W_i (\bar{p}_{a_n} - \bar{p}_{a_{n+1}}) \quad , \quad (6.86)$$

onde $c_t = c_w + c_f$ é a compressibilidade total do aquífero e W_i é o volume inicial de água do aquífero. O subscrito n refere-se ao instante de tempo t_n e o subscrito $n+1$ ao instante t_{n+1} .

A vazão do influxo de água é dada pela derivada do influxo acumulado, Eq. (6.85), em relação ao tempo:

$$q = -c_t W_i \frac{d\bar{p}_a(t)}{dt} \quad . \quad (6.87)$$

Combinando-se as Eqs. (6.82) e (6.87), obtém-se a equação que governa o fluxo pseudopermanente, isto é:

$$\frac{d\bar{p}_a(t)}{dt} = \alpha [p(t) - \bar{p}_a(t)] \quad , \quad (6.88)$$

onde a constante α é definida por:

$$\alpha \equiv \frac{J}{c_t W_i} = \frac{A}{c_t W_i} \frac{k}{\mu \delta_\infty} \quad . \quad (6.89)$$

Note que a Eq. (6.88) só é válida após se atingir o regime pseudopermanente (isto é, para $t > t_{pss}$). Uma hipótese básica do modelo PSS é que a Eq. (6.88) seja uma boa aproximação também para o período $0 < t < t_{pss}$.

A condição inicial é dada pela expressão:

$$\bar{p}_a(t=0) = p(t=0) = p_i \quad . \quad (6.90)$$

Utilizando a técnica de transformada de Laplace e a condição inicial dada pela Eq.(6.90), a Eq. (6.88) pode ser resolvida para a pressão média do aquífero:

$$\bar{p}_a(t) = \bar{p}_a(0) e^{-\alpha t} + \alpha \int_0^t p(\tau) e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau \quad . \quad (6.91)$$

Se a Eq. (6.91) for integrada por partes, obter-se-á uma forma alternativa da pressão média do aquífero como uma função da derivada da pressão no contato:

$$\bar{p}_a(t) = p(t) - \int_0^t \frac{dp(\tau)}{d\tau} e^{-\alpha(t-\tau)} d\tau. \quad (6.92)$$

Uma vez obtida a pressão média do aquífero, \bar{p}_a , a partir da Eq. (6.91) ou (6.92), a vazão do influxo de água, q , e o influxo acumulado, W_e , são calculados com as Eqs. (6.82) e (6.85), respectivamente.

As Eqs. (6.91) e (6.92) são conhecidas como *integrais de convolução* (ou *superposição*). Pelo fato de o integrando ser expresso como um produto de duas funções, uma avaliada no tempo τ e a outra em $t - \tau$, com τ variando de 0 a t , a integral em t_{n+1} não é igual à integral em t_n mais um incremento da integral no intervalo $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Conseqüentemente, a cada tempo de interesse a integral tem que ser avaliada desde $t = 0$ até o tempo t considerado, o que torna o processo cada vez mais ineficiente à medida que o tempo cresce. Em vista dessa dificuldade, Leung apresentou um esquema mais eficiente denominado FCM (“*fast convolution method*”). Define-se a integral na Eq. (6.91) como $I(t)$, sendo que I_{n+1} é a integral avaliada no tempo t_{n+1} . Assim,

$$\begin{aligned} I_{n+1} &= \int_0^{t_{n+1}} p(\tau) e^{-\alpha(t_{n+1}-\tau)} d\tau \\ &= \int_0^{t_n} p(\tau) e^{-\alpha(t_{n+1}-t_n+t_n-\tau)} d\tau + \int_{t_n}^{t_{n+1}} p(\tau) e^{-\alpha(t_{n+1}-\tau)} d\tau \\ &= \left[\int_0^{t_n} p(\tau) e^{-\alpha(t_n-\tau)} d\tau \right] e^{-\alpha\Delta t} + \int_{t_n}^{t_{n+1}} p(\tau) e^{-\alpha(t_{n+1}-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (6.93)$$

ou simplesmente:

$$I_{n+1} = I_n e^{-\alpha\Delta t} + \Delta I. \quad (6.94)$$

Como mostra a Eq. (6.94), a integral de convolução no tempo t_{n+1} é igual à soma da integral anterior avaliada em t_n , multiplicada pelo fator de decaimento exponencial $\exp(-\alpha\Delta t)$, com a integral entre os limites t_n e t_{n+1} . O histórico de pressões anterior a t_n não é necessário para se avaliar I_{n+1} ; logo o esforço computacional e a quantidade de memória requerida são reduzidos.

Usando a Eq. (6.94), as Eqs. (6.91) e (6.92) podem ser escritas, respectivamente, como:

$$\bar{p}_{a_{n+1}} = \bar{p}_{a_n} e^{-\alpha\Delta t} + \alpha \int_{t_n}^{t_{n+1}} p(\tau) e^{-\alpha(t_{n+1}-\tau)} d\tau \quad (6.95a)$$

e

$$\bar{p}_{a_{n+1}} = p_{n+1} + (\bar{p}_{a_n} - p_n) e^{-\alpha\Delta t} - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{dp(\tau)}{d\tau} e^{-\alpha(t_{n+1}-\tau)} d\tau. \quad (6.95b)$$

A forma expressa pela Eq. (6.95a) é preferível do que a da Eq. (6.95b) porque é mais conveniente se avaliar a integral envolvendo pressões do que derivadas da pressão.

Os dados da pressão no contato em função do tempo, necessários para se calcular a integral de convolução, Eq. (6.95), são normalmente expressos como valores discretos com o tempo. Logo, para calcular a integral, alguma forma de interpolação entre os dados é necessária. Dois esquemas simples de interpolação foram sugeridos por Leung:

1. **Interpolação Linear da Pressão no Contato**, denominada LIBP (“*Linear Interpolation of Boundary Pressure*”). Neste caso os dados discretos de pressão são interpolados linearmente:

$$p_{LI}(t) = \left(\frac{p_{n+1} - p_n}{\Delta t} \right) (t - t_n) + p_n, \quad t_n \leq t \leq t_{n+1}; \quad (6.96)$$

2. **Interpolação em Degrau da Pressão no Contato**, denominada SIBP (“*Step Interpolation of Boundary Pressure*”). Neste caso as pressões interpoladas entre t_n e t_{n+1} são dadas por:

$$p_{SI}(t) = \left(\frac{p_n + p_{n+1}}{2} \right), \quad t_n < t \leq t_{n+1}. \quad (6.97)$$

Combinando-se as Eqs. (6.95b) e (6.96) obtém-se a expressão para o cálculo da pressão média do aquífero no tempo t_{n+1} para o esquema LIBP:

$$\bar{p}_{a_{n+1}} = p_{n+1} + (\bar{p}_{a_n} - p_n) e^{-\alpha \Delta t} + \frac{p_{n+1} - p_n}{\alpha \Delta t} (e^{-\alpha \Delta t} - 1). \quad (6.98)$$

Por outro lado, combinando-se as Eqs. (6.95a) e (6.97) obtém-se a pressão média do aquífero no tempo t_{n+1} para o esquema SIBP:

$$\bar{p}_{a_{n+1}} = \bar{p}_{a_n} e^{-\alpha \Delta t} + \frac{p_n + p_{n+1}}{2} (1 - e^{-\alpha \Delta t}). \quad (6.99)$$

Os parâmetros do modelo PSS de Leung para aquíferos lineares e radiais, requeridos nas Eqs. (6.82), (6.85), (6.98) e (6.99), estão resumidos na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 – Parâmetros do modelo PSS de Leung

Parâmetro	Aquífero Linear	Aquífero Circular
J	$\frac{k A/L}{\mu(\delta_\infty/L)}$	$\frac{2\pi f kh}{\mu(\delta_\infty/r_o)}$, onde $f = \theta/2\pi$
$c_t W_i$	$(c_w + c_f)\phi AL$	$(c_w + c_f)\phi\pi(r_e^2 - r_o^2)hf$, onde $f = \theta/2\pi$
α	$\frac{k}{\phi\mu c_t \delta_\infty L} = \frac{\eta/L^2}{(\delta_\infty/L)}$	$\frac{k}{\phi\mu c_t \delta_\infty r_o} \frac{2}{r_{eD}^2 - 1} = \frac{\eta/r_o^2}{(\delta_\infty/r_o)} \frac{2}{r_{eD}^2 - 1}$
LIBP, δ_∞	$\frac{L}{3}$	$r_o \left[\left(\frac{r_{eD}^2}{r_{eD}^2 - 1} \right)^2 \ln(r_{eD}) - \frac{1}{4} \left(\frac{3r_{eD}^2 - 1}{r_{eD}^2 - 1} \right) \right]$
SIBP, δ_∞	$\frac{4L}{\pi^2}$	$r_o \left[\frac{2}{a_1 r_{eD}^2} \frac{1}{r_{eD}^2 - 1} \right]$ ⁽⁵⁾

⁵ A constante a_1 é a primeira raiz da equação de Bessel: $J_1(a_m r_{eD})Y_0(a_m) - J_0(a_m)Y_1(a_m r_{eD}) = 0$, onde J_0 e J_1 são as funções de Bessel de primeira espécie e Y_0 e Y_1 as funções de Bessel de segunda espécie.

t_D	$\frac{kt}{\phi\mu c_t L^2} = \frac{\eta t}{L^2}$	$\frac{kt}{\phi\mu c_t r_o^2} = \frac{\eta t}{r_o^2}$
LIBP, $(t_{pss})_D$	0,57	$0,25 r_{eD}^2$
SIBP, $(t_{pss})_D$	0,15	$0,25 r_{eD}^2$

O procedimento de cálculo do modelo PSS de Leung consiste dos seguintes passos:

Passo 1 – Parâmetros Básicos. A partir do valor de $(t_{pss})_D$ e da definição de t_D (vide Tabela 6.3) calcule t_{pss} e verifique se $\Delta t > t_{pss}$, para confirmar a validade do modelo PSS de Leung. Então calcule δ_∞ e α da Tabela 6.3, além da $\exp(-\alpha\Delta t)$ para cada novo valor de Δt .

Passo 2 – Pressão Média do Aquífero. A partir da condição inicial ou da pressão média do aquífero no intervalo de tempo anterior, \bar{p}_{a_n} , calcule $\bar{p}_{a_{n+1}}$ com a Eq. (6.98) (LIBP) ou a Eq. (6.99) (SIBP).

Passo 3 – Influxo de Água. Com as Eqs. (6.85) e (6.86) calcule os valores de $W_{e_{n+1}}$ e ΔW_e , usando a pressão média atual do aquífero, $\bar{p}_{a_{n+1}}$, obtida no passo 2.

Exemplo 6.7 – Resolva o Exemplo 6.4 utilizando o modelo PSS de Leung. Considere os esquemas LIBP e SIBP para a interpolação da pressão no contato.

Solução:

Cálculo de c_t :

$$c_t = c_w + c_f = 42,7 \times 10^{-6} + 56,9 \times 10^{-6} = 99,6 \times 10^{-6} \text{ (kgf / cm}^2\text{)}^{-1}$$

Cálculo de r_{eD} :

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_o} = \frac{6.096}{762} = 8$$

Eq. (6.3): $t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_o^2}$ (sistema SI) ou $t_D = \frac{0,008362 kt}{\phi\mu c_t r_o^2}$ (nas unidades do exemplo)

$$t_D = \frac{0,008362 \times 100 \times t}{0,22 \times 0,30 \times 99,6 \times 10^{-6} \times 762^2} = 0,21908 t$$

$$\Delta t = 100 \text{ dias} \rightarrow \Delta t_D = 0,21908 \times 100 = 21,91$$

Tabela 6.3: $(t_{pss})_D = 0,25 r_{eD}^2 = 0,25 \times 8^2 = 16$

$$\Delta t_D = 21,91 > (t_{pss})_D \Rightarrow \text{o modelo PSS é válido}$$

Tabela 6.3: $c_t W_i = (c_w + c_f) \phi \pi (r_e^2 - r_o^2) h f$

$$c_i W_i = 99,6 \times 10^{-6} \times 0,22 \times 3,1416 \times (6,096^2 - 762^2) \times 18,3 \times 1 = 46,082 \text{ m}^3 / \text{kgf} / \text{cm}^2$$

Esquema LIBP:

Tabela 6.2: $(\delta_\infty / r_o) = 1,3880$

Tabela 6.3:
$$\alpha = \frac{\eta / r_o^2}{(\delta_\infty / r_o) r_{eD}^2 - 1} \frac{2}{8^2 - 1} = \frac{0,21908}{1,3880} \frac{2}{8^2 - 1} = 0,0050107 \text{ d}^{-1}$$

$$e^{-\alpha \Delta t} = e^{-0,0050107 \times 100} = 0,60588$$

$$\frac{e^{-\alpha \Delta t} - 1}{\alpha \Delta t} = \frac{0,60588 - 1}{0,0050107 \times 100} = -0,78655$$

Resumo de cálculo (esquema LIBP):

t (d)	p (kgf/cm ²)	$p_{n+1} - p_n$ (kgf/cm ²)	$\bar{p}_{a_{n+1}}$ (kgf/cm ²) Eq. (6.98)	$W_{e_{n+1}}$ (m ³) Eq. (6.85)	ΔW_e (m ³) Eq. (6.86)
0	246,13	–	246,1300	0	0
100	245,43	– 0,700	245,9806	6.884,7	6.884,7
200	244,44	– 0,990	245,5523	26.621,6	19.736,9
300	243,18	– 1,260	244,8450	59.215,4	32.593,8
400	242,19	– 0,990	243,9775	99.191,5	39.976,1
500	240,51	– 1,680	242,9144	148.181,3	49.989,8

Resposta: Após 500 dias $W_e = 148.181 \text{ m}^3$ com LIBP.

Esquema SIBP:

Tabela 6.2: $(\delta_\infty / r_o) = 1,4572$

Tabela 6.3:
$$\alpha = \frac{\eta / r_o^2}{(\delta_\infty / r_o) r_{eD}^2 - 1} \frac{2}{8^2 - 1} = \frac{0,21908}{1,4572} \frac{2}{8^2 - 1} = 0,0047727 \text{ d}^{-1}$$

$$e^{-\alpha \Delta t} = e^{-0,0047727 \times 100} = 0,62047$$

$$1 - e^{-\alpha \Delta t} = 1 - 0,62047 = 0,37953$$

Resumo de cálculo (esquema SIBP):

t (d)	p (kgf/cm ²)	$\frac{p_n + p_{n+1}}{2}$ (kgf/cm ²)	$\bar{p}_{a_{n+1}}$ (kgf/cm ²) Eq. (6.99)	$W_{e_{n+1}}$ (m ³) Eq. (6.85)	ΔW_e (m ³) Eq. (6.86)
0	246,13	–	246,1300	0	0
100	245,43	245,780	245,9972	6.119,7	6.119,7
200	244,44	244,935	245,5941	24.695,3	18.575,7
300	243,18	243,810	244,9170	55.897,5	31.202,1
400	242,19	242,685	243,0699	94.933,5	39.036,1

500	240,51	241,350	243,0376	142.504,0	47.570,4
-----	--------	---------	----------	-----------	----------

Resposta: Após 500 dias $W_e = 142.504 m^3$ com SIBP.

6.6.2. Modelo pseudopermanente modificado (“MPSS model”)

Leung mostrou que, para aquíferos grandes ($r_{eD} > 10$), o modelo PSS apresenta uma certa imprecisão pelo fato de o modelo não levar em conta os efeitos transientes que ocorrem no curto tempo. Como uma alternativa para sanar este inconveniente, Leung desenvolveu um novo modelo simplificado, denominado *modelo pseudopermanente modificado* (“MPSS model”). O fundamento teórico do modelo MPSS está apresentado no Apêndice D do trabalho de Leung.

No modelo MPSS, a pressão média do aquífero é definida como:

$$\bar{p}_{a,mpss}(t) = (1 - \beta_1)p_I(t) + \beta_1 \bar{p}_{a,pss}(t), \quad (6.100)$$

onde $p_I(t)$ é a pressão interpolada dada pela Eq. (6.96) ou (6.97), e $\bar{p}_{a,pss}$ é a pressão média do aquífero obtida do modelo PSS. O coeficiente-peso β_1 é dado pela expressão:

$$\beta_1 = \frac{4}{a_1^2 \left[\frac{J_0(a_1)^2}{J_1(a_1 r_{eD})^2} - 1 \right] (r_{eD}^2 - 1)}, \quad (6.101)$$

sendo a_1 a primeira raiz da equação de Bessel: $J_1(a_m r_{eD})Y_0(a_m) - J_0(a_m)Y_1(a_m r_{eD}) = 0$, onde J_0 e J_1 são as funções de Bessel de primeira espécie e Y_0 e Y_1 as funções de Bessel de segunda espécie. Na Tabela 6.4 estão apresentados valores de a_1 e β_1 em função dos valores de r_{eD} normalmente encontrados nos estudos de reservatório. A Tabela 6.4 apresenta também o intervalo de validade dos modelos MPSS e PSS. Como se pode observar, para r_{eD} entre 1 e 50, o tempo inicial de validade do modelo MPSS foi reduzido em relação ao do modelo PSS de aproximadamente um ciclo logarítmico.

Tabela 6.4 – Parâmetros do modelo PSS modificado (Leung, 1986)

r_{eD}	a_1	β_1	Modelo válido para $t_D >$	
			MPSS	PSS
1,1	15,3348	0,8105		
1,5	2,8899	0,8417	0,04	0,675
2	1,3606	0,8705	0,08	1,2
3	0,6256	0,9000	0,35	2,7
4	0,3935	0,9171	0,8	4,8
5	0,2823	0,9307	1,3	7,5
6	0,2182	0,9389	2	10,8
7	0,1767	0,9441	3	14,7
8	0,1476	0,9508	3,7	19,2
9	0,1264	0,9539	5	24,3
10	0,1104	0,9580	6	30

20	0,0471	0,9723	40	120
50	0,0160	0,9855	200	750

Obs.: (i) δ_∞/r_o obtido da Tabela 6.2 (SIBP); (ii) Para o modelo MPSS, o t_D limite para validade do modelo foi obtido a partir da comparação com a solução exata, com erro menor que 5%; (iii) Para o modelo PSS, $t_D > 0,25r_{eD}^2$ (vide Tabela 6.3); e (iv) quando $r_{eD} \rightarrow \infty$, $a_1 \rightarrow 0$ e $\beta_1 \rightarrow 1,0$.

Exemplo 6.8 – Resolva o Exemplo 6.4 utilizando o modelo MPSS de Leung com o esquema SIBP de interpolação da pressão no contato.

Solução:

Tabela 6.4: $(t_D)_{mpss} = 3,7 < \Delta t_D \Rightarrow$ o modelo MPSS é válido
 $\beta_1 = 0,9508$

No Exemplo 6.7 já foram calculados: $e^{-\alpha\Delta t} = e^{-0,0047727 \times 100} = 0,62047$
 $1 - e^{-\alpha\Delta t} = 1 - 0,62047 = 0,37953$

Resumo de cálculo (esquema SIBP):

t (d)	p (kgf/cm ²)	$\frac{p_n + p_{n+1}}{2}$ (kgf/cm ²)	$\bar{p}_{a,pss\ n+1}$ (kgf/cm ²) Eq. (6.99)	$\bar{p}_{a,mpss\ n+1}$ (kgf/cm ²) Eq. (6.100)	$W_{e\ n+1}$ (m ³) Eq. (6.85)	ΔW_e (m ³) Eq. (6.86)
0	246,13	–	246,1300	246,1300	0	0
100	245,43	245,780	245,9972	245,9865	6.612,8	6.612,8
200	244,44	244,935	245,5941	245,5616	26.193,0	19.580,2
300	243,18	243,810	244,9170	244,8625	58.408,9	38.828,7
400	242,19	242,685	243,0699	244,0081	98.071,7	59.243,0
500	240,51	241,350	243,0376	242,9546	146.328,8	87.085,8

Resposta: Após 500 dias $W_e = 146.329\ m^3$.

6.7. Comparação Entre os Modelos

Nas seções anteriores foram apresentados vários modelos para o cálculo do influxo acumulado proveniente de aquíferos. Cada um dos modelos foi utilizado para estimar o influxo acumulado do aquífero circular limitado apresentado no Exemplo 6.4. Para cada um dos modelos, calculou-se, no tempo $t = 500$ dias, o influxo acumulado fornecido pelo aquífero sujeito a um histórico de pressão variável no contato. Os resultados estão apresentados na Tabela 6.5. Como discutido anteriormente, o modelo de van Everdingen & Hurst é o mais preciso deles e foi escolhido como referência para o cálculo do erro relativo.

Tabela 6.5 – Comparação entre os vários modelos de influxo de água para $t = 500$ dias

Modelo	W_e (m^3)	Erro (%)
van Everdingen & Hurst (Exemplo 6.4)	146.190	–
Fetkovich (Exemplo 6.5)	148.841	+1,8
Carter-Tracy (Exemplo 6.6)	160.705	+9,9
Carter-Tracy (Exemplo 6.6 – pressão em degrau)	134.448	–8,0
PSS-LIBP de Leung (Exemplo 6.7)	148.181	+1,4
PSS-SIBP de Leung (Exemplo 6.7)	142.504	–2,5
MPSS-SIBP de Leung (Exemplo 6.8)	146.329	+0,1

Como pode ser observado na Tabela 6.5, o modelo aproximado de melhor performance foi o MPSS-SIBP de Leung, com erro aproximado de 0,1%, seguido dos modelos PSS-LIBP com erro de 1,4%, Fetkovich com erro de 1,8%, PSS-SIBP com erro de 2,5% e Carter-Tracy com erro de 9,9%.

6.8. Modelo de Influxo de Água de Fundo

Na Seção 6.1 é apresentado o modelo de van Everdingen & Hurst (1949) para aquífero radial. Esse modelo é a solução da equação da difusividade radial e como tal é válido para todos os regimes de fluxo, desde que a geometria de fluxo seja efetivamente radial.

A geometria de fluxo radial admitida por van Everdingen & Hurst é melhor entendida através de uma ilustração. A Figura 6.6 apresenta a seção transversal de um reservatório conectado a um aquífero lateral e o modelo de fluxo radial idealizado, que representa este sistema reservatório-aquífero.

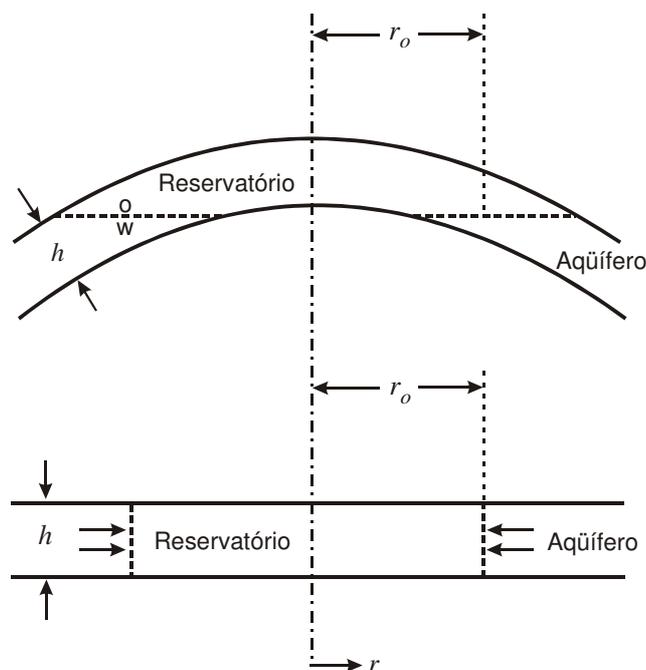


Figura 6.6 – Modelo idealizado de aquífero radial. Reproduzida de Allard, D. R. & Chen, S. M., Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs, Copyright © 1984, com permissão de SPE-AIME.

As linhas de fluxo neste caso são horizontais e a invasão da água se dá através de uma superfície cilíndrica que circunda o reservatório. Esta situação pode ser comparada com o modelo de influxo de fundo ilustrado na Figura 6.7, onde as linhas de fluxo têm uma componente vertical e a invasão da água ocorre através de um plano circular horizontal que representa o contato óleo/água. Portanto, o modelo de influxo de fundo deve levar em conta o fluxo vertical, e como mostrado a seguir, o efeito do fluxo vertical é tanto mais pronunciado quanto maior é a razão entre a espessura do aquífero, h , e o raio do reservatório, r_o .

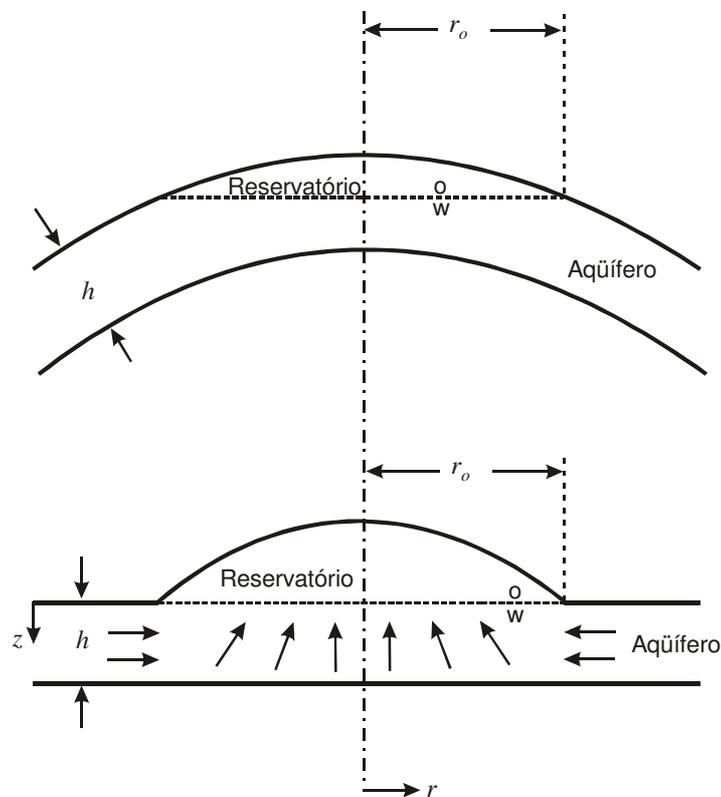


Figura 6.7 – Modelo idealizado de aquífero de fundo. Reproduzida de Allard, D. R. & Chen, S. M., Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs, Copyright © 1984, com permissão de SPE-AIME.

Allard & Chen (1984), seguindo procedimento semelhante ao do modelo de van Everdingen & Hurst, montaram matematicamente o problema que considera o influxo de fundo. Neste caso, porém, a solução foi obtida com o uso de um simulador numérico.

6.8.1. Equações do problema

A equação diferencial parcial que governa o fluxo de um fluido levemente compressível em um sistema como o mostrado na Figura 6.6 é a equação da difusividade,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (6.102)$$

Para o modelo de influxo ilustrado na Figura 6.7, um novo termo é adicionado a esta equação, resultando em:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + k_R \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (6.103)$$

onde k_R é a razão entre a permeabilidade vertical e a permeabilidade horizontal (k).

Existem infinitas soluções para a Eq. (6.103), representando todos os possíveis sistemas reservatório-aqüífero. É possível obter-se uma solução geral aplicável às várias situações, pela introdução das seguintes variáveis adimensionais:

$$\text{raio adimensional: } r_D = \frac{r}{r_o}, \quad (6.104)$$

$$\text{distância vertical adimensional: } z_D = \frac{z}{r_o \sqrt{k_R}} \quad (6.105)$$

e

$$\text{tempo adimensional: } t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t r_o^2}. \quad (6.106)$$

A substituição destas novas variáveis na Eq. (6.103) resulta na seguinte forma adimensional para a equação da difusividade:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p}{\partial r_D} + \frac{\partial^2 p}{\partial z_D^2} = \frac{\partial p}{\partial t_D}. \quad (6.107)$$

Em vez de tentar formular uma solução analítica para a Eq. (6.107) considerando pressão constante no contato, Allard & Chen derivaram diretamente uma equação para o influxo e usaram um simulador numérico para obter a solução desta equação.

Para obter a equação do influxo é conveniente definir a queda de pressão adimensional como:

$$p_D = \frac{\pi r_o k \sqrt{k_R}}{q \mu} \Delta p. \quad (6.108)$$

Resolvendo-se as Eqs. (6.106) e (6.108) para t e q , respectivamente, obtém-se:

$$t = \frac{\phi \mu c_t r_o^2}{k} t_D \quad (6.109)$$

e

$$q = \frac{\pi r_o k \sqrt{k_R}}{\mu} \frac{\Delta p}{p_D}. \quad (6.110)$$

A equação do influxo, W_e , escrita na forma de diferenças finitas é dada por:

$$W_e = \sum q \Delta t. \quad (6.111)$$

Substituindo as Eqs. (6.109) e (6.110) nesta expressão obtém-se:

$$W_e = \pi \phi c_t r_o^3 \sqrt{k_R} \Delta p \sum \frac{\Delta t_D}{p_D}. \quad (6.112)$$

Finalmente, para converter esta expressão para uma forma comparável com aquela de van Everdingen & Hurst, definem-se a constante de influxo, U , e o influxo adimensional, W_D , como:

$$U = 2\pi\phi c_t h r_o^2 \quad (6.113)$$

e

$$W_D = \frac{r_o \sqrt{k_R}}{2h} \sum \frac{\Delta t_D}{p_D}, \quad (6.114)$$

onde h é a espessura do aquífero. Isto reduz a Eq. (6.112) a:

$$W_e = U \Delta p W_D, \quad (6.115)$$

que é idêntica à expressão formulada por van Everdingen & Hurst, exceto que aqui os valores de W_D em função de t_D são, evidentemente, diferentes daqueles do sistema radial.

A solução do problema em termos do influxo adimensional, W_D , é obtida através de um simulador numérico. Deve-se observar que neste caso W_D não é função somente de t_D mas também da geometria do sistema reservatório-aquífero. Allard & Chen introduziram as seguintes constantes ou parâmetros adimensionais, que descrevem a geometria do sistema:

$$r'_D = \frac{r_e}{r_o} \quad (6.116)$$

e

$$z'_D = \frac{h}{r_o \sqrt{k_R}}, \quad (6.117)$$

onde r_e é o raio externo do aquífero. Para valores fixos destes dois parâmetros, W_D é função somente de t_D .

6.8.2. Solução do problema

Antes de descrever o modelo numérico empregado no estudo de Allard & Chen, é interessante rever as condições de fluxo impostas para o caso de pressão constante no contato. Admite-se que o reservatório e o aquífero estejam inicialmente em equilíbrio na pressão $p = p_i$. No instante $t = 0$, a pressão do reservatório sofre um decréscimo, Δp , e é mantida neste nível. Em resposta a esta queda de pressão, a água invade o reservatório a uma vazão tal que o influxo, W_e , é governado pela Eq. (6.115). Para aquíferos finitos, W_e eventualmente atingirá um valor máximo quando a pressão do aquífero atingir a pressão do reservatório.

Se um simulador pode ser ajustado para reproduzir as condições descritas no parágrafo anterior, então é possível avaliar numericamente a Eq. (6.115). Isto é exatamente o que Allard & Chen fizeram.

O modelo numérico de simulação que descreve o aquífero de fundo é mostrado na Figura 6.8. As dimensões e propriedades deste modelo são selecionadas para obter os valores desejados de r'_D e z'_D . A produção dos poços é ajustada de tal modo que, a cada "time step", a pressão no contato reservatório-aquífero se mantenha constante. Portanto, determinar o influxo adimensional torna-se simplesmente uma questão de rodar o simulador e gerar tabelas de W_e versus t . Estes valores são substituídos nas Eqs. (6.115) e (6.106), respectivamente, para obter tabelas de W_D versus t_D .

O procedimento anteriormente descrito foi repetido para várias combinações de r'_D e z'_D . Os resultados estão apresentados nas Tabelas K.7 a K.11. A Figura 6.9 mostra o comportamento do influxo acumulado adimensional W_D para $z'_D = 0,1$ em função do tamanho do aquífero r'_D .

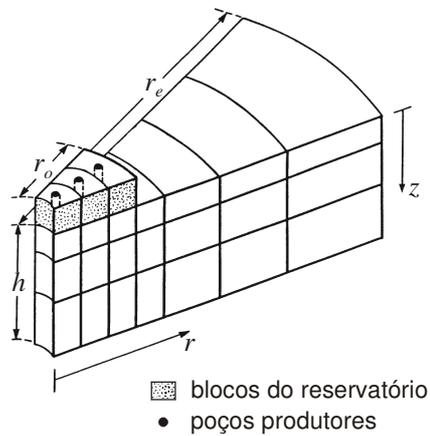


Figura 6.8 – Modelo numérico para o aquífero de fundo. Reproduzida de Allard, D. R. & Chen, S. M., Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs, Copyright © 1984, com permissão de SPE-AIME.

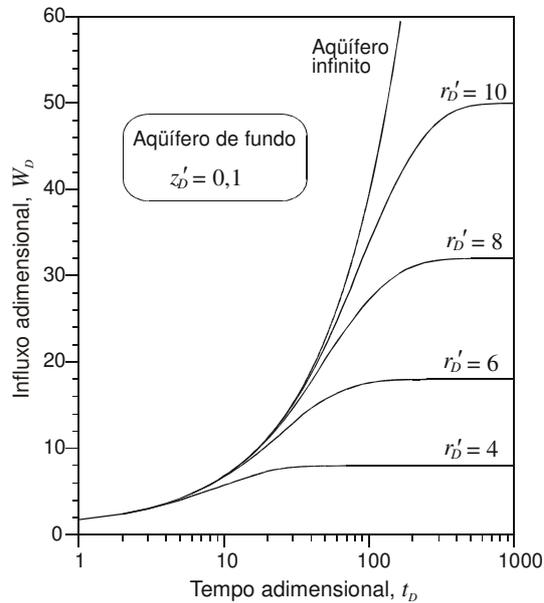


Figura 6.9 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo em função do tempo adimensional t_D , do parâmetro z'_D e do tamanho do aquífero r'_D .

6.9. Cálculo das Pressões Média e no Contato

Conforme foi discutido nas seções anteriores deste capítulo, a aplicação dos modelos de cálculo do influxo de água requer o conhecimento da pressão no contato reservatório-aquífero. Por outro lado, o estudo de balanço de materiais em reservatórios de petróleo, a ser discutido nos Capítulos 7 e 8, requer o conhecimento da pressão média do reservatório, necessária para a determinação das propriedades PVT dos fluidos e da rocha.

6.9.1. Cálculo da pressão média do reservatório

A Figura 6.10 mostra um exemplo de reservatório sendo drenado através de diversos poços, com diferentes vazões de produção.

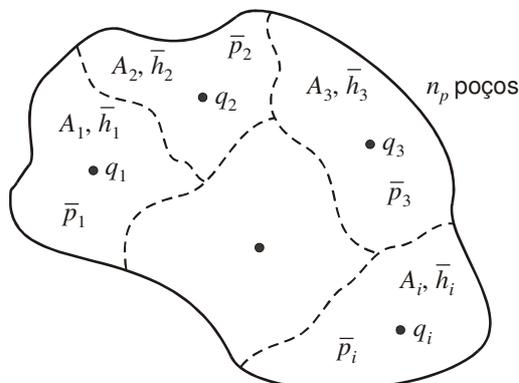


Figura 6.10 – Reservatório produzindo através de vários poços.

A área de influência do poço i , cuja vazão é q_i , é denominada A_i , onde a espessura média da formação é \bar{h}_i e a pressão média \bar{p}_i . A espessura média da formação em cada área de drenagem pode ser estimada através de perfis e a pressão média a partir de testes de pressão nos poços.

a) Determinação das áreas de drenagem de cada poço

A determinação das áreas drenadas por cada poço em um reservatório desenvolvido, ou seja, em um reservatório com diversos poços em produção, pode ser feita através do método proposto por Rosa & Carvalho (2001), que se baseia no conceito mencionado por Matthews & Russel (1967), segundo o qual, no regime pseudopermanente de um fluxo monofásico os volumes drenados por cada poço são proporcionais às suas vazões, isto é:

$$V_{di} = V_d \frac{q_i}{q_t}, \quad (6.118)$$

onde V_{di} é o volume drenado pelo poço i e q_t é a vazão total do reservatório. O volume drenado por cada poço é dado por:

$$V_{di} = A_i \bar{h}_i. \quad (6.119)$$

A relação entre os volumes drenados por um poço j qualquer e cada um dos poços i é dada por:

$$\frac{V_{dj}}{V_{di}} = \frac{q_j}{q_i} \quad (6.120)$$

ou ainda:

$$\frac{A_j \bar{h}_j}{A_i \bar{h}_i} = \frac{q_j}{q_i}. \quad (6.121)$$

Tomando $j=1$, tem-se:

$$\frac{A_1 \bar{h}_1}{A_i \bar{h}_i} = \frac{q_1}{q_i}, \quad (6.122)$$

onde $i = 2, 3, \dots, n_p$ e n_p é o número total de poços. Rearranjando-se os termos da Eq. (6.122), obtém-se:

$$A_1 \bar{h}_1 q_i - A_i \bar{h}_i q_1 = 0. \quad (6.123)$$

A Eq. (6.123) gera $n_p - 1$ equações. A n_p -ésima equação é dada por:

$$A_1 + A_2 + \dots + A_{n_p} = A_t, \quad (6.124)$$

onde A_t é a área total do reservatório. Tem-se portanto um sistema de n_p equações lineares e n_p incógnitas:

$$\begin{cases} A_1 \bar{h}_1 q_i - A_i \bar{h}_i q_1 = 0 & i = 2, 3, \dots, n_p \\ \sum_{i=1}^{n_p} A_i = A_t \end{cases} \quad (6.125)$$

cuja solução resulta na determinação das áreas drenadas por cada poço (A_i). Os volumes drenados são calculados pela Eq. (6.119).

b) Determinação da pressão média do reservatório

A pressão média do reservatório é obtida através de uma média ponderada das pressões nos volumes de drenagem de cada poço:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i \bar{p}_i}{\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i}. \quad (6.126)$$

Usando a Eq. (6.118), a pressão média pode também ser calculada com a expressão:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} q_i \bar{p}_i}{\sum_{i=1}^{n_p} q_i}. \quad (6.127)$$

Exemplo 6.9 – Um reservatório com área de $1,943 \text{ km}^2$ contém três poços produtores de óleo. Após um certo período de produção, os poços foram fechados e realizados testes de crescimento de pressão para se obter as pressões médias nas suas respectivas áreas de drenagem. Outros dados são:

	Poço 1	Poço 2	Poço 3
Vazão de produção de óleo, q_i ($m^3 \text{ std/d}$)	16	32	13
Espessura média da formação, \bar{h}_i (m)	12	12,5	11
Pressões médias obtidas dos testes, \bar{p}_i (kgf/cm^2)	160,9	155,2	167,5

Pede-se que sejam calculadas a:

- área drenada por cada poço.
- pressão média do reservatório.

Solução:

Parte (a):

As áreas drenadas são calculadas a partir do sistema de equações da Eq. (6.125). Substituindo-se os valores de q_i e \bar{h}_i do problema, a Eq. (6.125) pode ser escrita como:

$$\begin{cases} 12 \times 32 A_1 - 12,5 \times 16 A_2 = 0 \\ 12 \times 13 A_1 - 11 \times 16 A_3 = 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 384 A_1 - 200 A_2 = 0 \quad (:8) \\ 156 A_1 - 176 A_3 = 0 \quad (:4) \\ A_1 + A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 48 A_1 - 25 A_2 = 0 \\ 39 A_1 - 44 A_3 = 0 \\ A_1 + A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases}$$

Da 1ª equação do sistema de equações: $A_1 = \frac{25}{48} A_2$. Substituindo esta expressão nas demais equações, tem-se:

$$\begin{cases} \frac{39 \times 25}{48} A_2 - 44 A_3 = 0 \\ \left(\frac{25}{48} + 1 \right) A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{39 \times 25}{48 \times 44} A_2 - A_3 = 0 \\ \frac{73}{48} A_2 + A_3 = 1,943 \end{cases}$$

Logo,

$$A_2 = 1,943 : \frac{1}{48} \left(\frac{39 \times 25}{44} + 73 \right) = 0,9801 \text{ km}^2.$$

Substituindo-se o valor de A_2 na 1ª equação:

$$A_1 = \frac{25}{48} A_2 = \frac{25}{48} \times 0,9801 = 0,5105 \text{ km}^2.$$

Finalmente, da 3ª equação:

$$A_3 = 1,943 - A_1 - A_2 = 1,943 - 0,5105 - 0,9801 = 0,4524 \text{ km}^2.$$

Parte (b):

Da Eq. (6.127):

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} q_i \bar{p}_i}{\sum_{i=1}^{n_p} q_i} = \frac{16 \times 160,9 + 32 \times 155,2 + 13 \times 167,5}{16 + 32 + 13} = 159,3 \text{ kgf / cm}^2.$$

Equivalentemente, da Eq. (6.126):

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i \bar{p}_i}{\sum_{i=1}^{n_p} A_i \bar{h}_i} = \frac{0,5105 \times 12 \times 160,9 + 0,9801 \times 12,5 \times 155,2 + 0,4524 \times 11 \times 167,5}{0,5105 \times 16 + 0,9801 \times 12,5 + 0,4524 \times 11} = 159,3 \text{ kgf / cm}^2.$$

6.9.2. Cálculo da pressão no contato

O processo de determinação do influxo acumulado de água proveniente de aquífero requer o conhecimento da pressão na posição correspondente ao contato original (óleo/água no caso de

reservatório de óleo ou gás/água no caso de reservatório de gás). A Figura 6.11 mostra um esquema de reservatório de óleo submetido a influxo de água oriunda de aquífero. Nessa figura, L_i é a menor distância entre o poço i e o contato original.

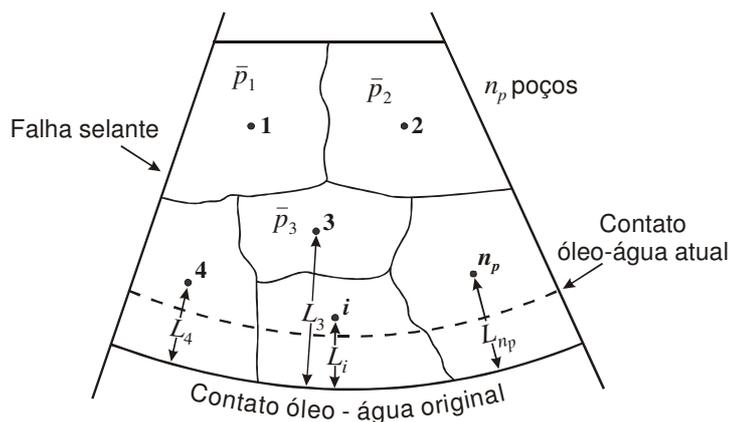


Figura 6.11 – Reservatório de óleo com mecanismo de influxo de água - Determinação da pressão no contato.

A pressão no contato original pode ser obtida a partir de um gráfico como o da Figura 6.12. Em um determinado instante da vida produtiva do reservatório, são colocados em um gráfico de coordenadas cartesianas os valores das pressões médias nas áreas de drenagem dos poços (\bar{p}_i) em função das distâncias dos poços até a posição original do contato (L_i). Ajustando-se uma curva média pelos pontos do gráfico, o valor da pressão média no contato óleo/água original ($\bar{p}_{o/w}$) é estimado como sendo a extrapolação da curva para $L_i = 0$.

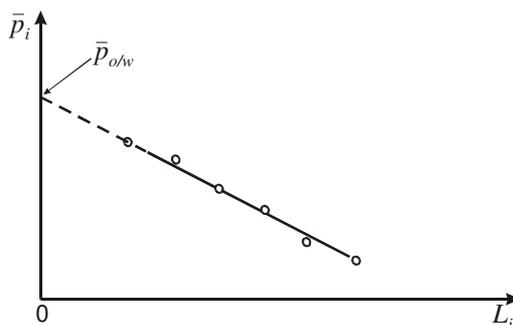


Figura 6.12 – Determinação da pressão média no contato original.

As informações de pressão estática obtidas de testes de pressão e, principalmente, de registros de pressão estática em reservatórios com influxo de água devem merecer um cuidado especial. Por exemplo, um registro de pressão estática em um poço situado nas imediações de um aquífero, que tenha permanecido fechado durante vários dias (ou mesmo horas) pode não ser representativo da pressão média na sua área de drenagem, devido à influência do aquífero. O uso desse tipo de informação pode levar à conclusão errônea de que a pressão no contato mantém-se praticamente constante.

Embora a metodologia apresentada nesta seção seja recomendada, na prática, por simplicidade normalmente utiliza-se a pressão média do reservatório para representar a pressão média no contato.

6.10. Problemas

Problema 6.1 – O histórico das pressões no contato óleo/água original de um reservatório é apresentado na tabela a seguir:

t (ano)	0	1	2	3	4
p (kgf/cm^2)	220	180	160	160	160

Outros dados disponíveis são:

Raio do reservatório	$r_o = 1.200\ m$
Espessura da formação	$h = 10\ m$
Porosidade	$\phi = 0,15$
Permeabilidade	$k = 50\ md$
Viscosidade da água	$\mu = 1,0\ cp$
Compressibilidade da formação	$c_f = 55 \times 10^{-6} (kgf/cm^2)^{-1}$
Compressibilidade da água	$c_w = 45 \times 10^{-6} (kgf/cm^2)^{-1}$

Admitindo que durante os primeiros 4 anos de produção o sistema real possa ser representado por um reservatório associado a um aquífero radial infinito, determine o influxo acumulado de água:

- (a) Ao final do 1º ano de produção.
 (b) Ao final do 4º ano de produção.

Respostas:

- (a) $156.892\ m^3$ (b) $1.087.117\ m^3$

Problema 6.2 – Um reservatório de óleo com $500\ m$ de raio está sendo alimentado por um aquífero radial cujas características são:

Raio	$r_e = 4.000\ m$
Espessura	$h = 10,3\ m$
Porosidade	$\phi = 0,13$
Permeabilidade	$k = 20\ md$
Viscosidade da água	$\mu = 1,0\ cp$
Compressibilidade total do aquífero	$c_t = 93,9 \times 10^{-6} (kgf/cm^2)^{-1}$
Pressão inicial	$p_i = 200\ kgf/cm^2$

Esse reservatório foi produzido com uma pressão de $180\ kgf/cm^2$ no contato óleo/água durante $1\ ano$, após o que esta pressão foi reduzida para $150\ kgf/cm^2$ e mantida neste nível. Calcular:

- (a) O influxo acumulado de água no final do 1º ano de produção.
 (b) O influxo acumulado de água no final do 2º ano de produção.

(c) A quantidade máxima de água que esse aquífero poderia fornecer ao reservatório, para uma pressão de abandono de 20 kgf/cm^2 no contato óleo/água.

Respostas:

(a) 47.900 m^3 (b) 146.700 m^3 (c) $1,120 \times 10^6 \text{ m}^3$

Problema 6.3 – O histórico das pressões no contato óleo/água original de um sistema reservatório-aquífero é apresentado na tabela a seguir:

t (ano)	0	1	2	3	4
p (kgf/cm^2)	200	150	100	100	100

Dados adicionais:

Área transversal do aquífero	$A = 10.000 \text{ m}^2$
Espessura da formação	$h = 10 \text{ m}$
Porosidade	$\phi = 0,10$
Permeabilidade	$k = 50 \text{ md}$
Viscosidade da água	$\mu = 1,0 \text{ cp}$
Compressibilidade da formação	$c_f = 40 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da água	$c_w = 50 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Fator volume-formação do óleo	$B_o = 1,3 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação da água	$B_w = 1,0 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$

Admita que durante os primeiros 4 anos de produção o sistema real possa ser representado por um reservatório conectado a um aquífero linear infinito. Determine a vazão de óleo ao final do 4º ano, sabendo que 15% da água de influxo é produzida juntamente com o óleo.

Resposta: $22,1 \text{ m}^3 \text{ std/d}$

Problema 6.4 – Um reservatório de óleo com um grande número de poços produtores está conectado a um aquífero linear infinito. Deseja-se produzir o reservatório de tal maneira que a pressão em seu contato óleo/água original seja o dobro da pressão de bolha do óleo, que é de 100 atm . Para isso, admita que a vazão total de óleo em condições de reservatório seja igual à vazão instantânea fornecida pelo aquífero. Outras informações do sistema são:

Pressão original.....	$p_i = 300 \text{ atm}$
Permeabilidade do aquífero.....	$k = 100 \text{ md}$
Espessura da formação.....	$h = 100 \text{ m}$
Largura do aquífero.....	$b = 1.000 \text{ m}$
Porosidade da rocha.....	$\phi = 0,10$
Viscosidade da água.....	$\mu_w = 0,5 \text{ cp}$
Compressibilidade total do aquífero	$c_t = 100 \times 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$
Fator volume-formação do óleo.....	$B_o = 1,25 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$

Pedem-se:

- Qual a pressão no aquífero a uma distância de 5.000 m do contato original óleo/água, nos instantes 1, 6 e 12 meses após o início da produção?
- Qual deverá ser a vazão de óleo e a produção acumulada nos instantes citados no item (a)?

Obs.: Para resolver este problema você precisará obter a solução para o comportamento da pressão em um aquífero linear infinito que produz com pressão constante (vide Apêndice G).

Respostas:

t (mês)	p (atm)	q_o ($m^3 std/d$)	N_p ($m^3 std$)
1	288	3.426	$0,206 \times 10^6$
6	247	1.398	$0,503 \times 10^6$
12	235	989	$0,712 \times 10^6$

Problema 6.5 – Um reservatório de petróleo e um aquífero contíguo a ele apresentam as seguintes características:

a) Reservatório:

Pressão inicial	250 kgf / cm^2
Pressão \times tempo	$p \text{ (kgf / cm}^2\text{)} = 250 - 30\sqrt{t \text{ (ano)}}$
Raio circularizado	500 m

b) Aquífero:

Raio	infinito
Espessura média	20 m
Porosidade	10%
Permeabilidade	100 md
Compressibilidade da formação	$20 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Compressibilidade da água	$10 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Viscosidade.....	1 cp

Admitindo que o regime de influxo seja não-permanente e que o ano tenha 365 dias, calcular os influxos acumulados de água aos:

- (a) 3 (três) anos após o início da produção.
 (b) 5 (cinco) anos após o início da produção.

Respostas:

(a) $1.114.700 \text{ m}^3$ (b) $2.322.600 \text{ m}^3$

Problema 6.6 – A tabela a seguir apresenta os resultados da simulação numérica de um reservatório hipotético conectado a um aquífero de fundo infinito (Allard & Chen, 1984):

t (d)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
p (kgf/cm^2)	210,92	207,83	205,09	202,27	199,95	197,63	196,23	194,96	193,70

Influxo simulado $W_e (10^3 m^3)$	0	17,5	49,9	96,4	153,3	219,7	290,8	364,9	442,8
--------------------------------------	---	------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------

As características do sistema reservatório-aquífero são:

Raio do reservatório	$r_o = 609,6 m$
Espessura da formação	$h = 61,0 m$
Porosidade	$\phi = 0,10$
Permeabilidade horizontal	$k = 50 md$
Razão entre as permeabilidades vertical e horizontal	$k_R = 0,04$
Viscosidade da água	$\mu = 0,395 cp$
Compressibilidade total do aquífero	$c_t = 1,138 \times 10^{-4} (kgf/cm^2)^{-1}$
Pressão inicial... ..	$p_i = 210,92 kgf/cm^2$

Admitindo que o sistema possa ser representado por um reservatório associado a um aquífero radial infinito, determine o influxo acumulado de água para cada um dos tempos da tabela. Utilize os modelos de van Everdingen & Hurst (aquífero lateral) e de Allard & Chen (aquífero de fundo) e compare os resultados com os dados da simulação numérica.

Respostas:

$t (d)$	0	30	60	90	120	150	180	210	240
Aquífero lateral $W_e (10^3 m^3)$	0	15,1	53,4	107,8	175,4	253,4	338,0	425,5	516,8
Aquífero de fundo $W_e (10^3 m^3)$	0	12,6	44,8	90,9	148,3	215,1	287,8	363,2	442,3

Problema 6.7 – Um reservatório de petróleo circundado por um aquífero apresentou as seguintes características durante 20 meses de sua vida produtiva:

Pressão média do reservatório constante	142 atm
Vazão de óleo constante	$7.011 m^3 std/d$
Pressão média do aquífero constante	155 atm
Produção de água	nula
Razão gás/óleo de produção constante	$147 m^3 std/m^3 std$
Razão de solubilidade original	$107 m^3 std/m^3 std$
Fator volume-formação 2 fases (B_o)	$1,34 m^3/m^3 std$
Fator volume-formação do gás (B_g)	$0,00693 m^3/m^3 std$
Lei de influxo de água	permanente

- (a) Calcular a constante de influxo de água do aquífero.
- (b) Admitindo que após os 20 meses a pressão na zona de óleo caia para 130 atm e assim se mantenha por 12 meses, calcular a quantidade de água que entrará no reservatório nesse último ano.

Respostas:

(a) $872 \text{ m}^3/\text{d/atm}$ (b) $7,957 \times 10^6 \text{ m}^3$

Bibliografia

- Allard, D. R. & Chen, S. M.: Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 59. Houston, TX, Sept. 16-19, 1984. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1984. (SPE 13170.)
- Carslaw, H. S. & Jaeger, J. C.: *Conduction of Heat in Solids*. Oxford, Great Britain, Oxford University Press, 1959.
- Carter, R. D. & Tracy, G. W.: An Improved Method for Calculating Water Influx. *J. Pet. Tech.*, 58-60, Dec. 1960.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Dietz, D. N.: Determination of Average Reservoir Pressure from Build-up Surveys. *J. Pet. Tech.*, 955-959, Aug. 1965; *Trans. AIME*, 234.
- Earlougher, R. C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. New York, SPE of AIME, 1977. (Monograph Series, 5.)
- Fetkovich, M. J.: A Simplified Approach to Water Influx Calculations – Finite Aquifer Systems. *J. Pet. Tech.*, 814-828, July 1971.
- Leung, W. F.: A Fast Convolution Method for Implementing Single-Porosity Finite/Infinite Aquifer Models for Water-Influx Calculations. *SPE Res. Eng.*, 490-510, Sept. 1986.
- Matthews, C. S. & Russel, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1967. (Henry L. Doherty Series, Monograph Volume 1.)
- Pirson, S. J.: *Elements of Oil Reservoir Engineering*. New York, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1958. (2nd ed.)
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.
- Rosa, A. J. & Corrêa, A. C. F.: *Análise de Testes de Pressão em Poços*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/CENPES/DIVEN/SEN-BA, 1987. (Apostila.)
- Schilthuis, R. J.: Active Oil and Reservoir Energy. *Trans. AIME*, 118: 31, 1936.
- Stehfest, H.: Algorithm 386, Numerical Inversion of Laplace Transforms - D5. *Communications of the ACM*, 13 (1): 47, Jan. 1970.

van Everdingen, A. F. & Hurst, W.: The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. *Trans. AIME*, 186: 305-324, 1949.

Tabela de figuras que já foram preparadas em Corel Draw, mas que necessitam de autorização para serem reproduzidas

Figura deste livro	Fonte		
	Artigo técnico	Figura	Página
Figura 6.6	Allard, D. R. & Chen, S. M.: Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 59. Houston, TX, Sept. 16-19, 1984. <i>Proceedings</i> . Richardson, TX, SPE, 1984. (SPE 13170.)	1	370
Figura 6.7	Allard, D. R. & Chen, S. M.: Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 59. Houston, TX, Sept. 16-19, 1984. <i>Proceedings</i> . Richardson, TX, SPE, 1984. (SPE 13170.)	2	370
Figura 6.8	Allard, D. R. & Chen, S. M.: Calculation of Water Influx for Bottom-Water Drive Reservoirs. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 59. Houston, TX, Sept. 16-19, 1984. <i>Proceedings</i> . Richardson, TX, SPE, 1984. (SPE 13170.)	3	370

7.

BALANÇO DE MATERIAIS EM RESERVATÓRIOS DE GÁS

Antes de se iniciar o estudo do tópico específico deste capítulo será apresentada uma introdução geral ao balanço de materiais, abordando tanto o caso de reservatórios de gás quanto o de óleo (Capítulo 8).

7.1. Introdução ao Balanço de Materiais

O balanço de materiais em reservatórios de petróleo nada mais é do que um balanço das massas dos fluidos existentes no interior dos poros da rocha-reservatório. Matematicamente o balanço de materiais é representado através de uma equação, denominada *equação de balanço de materiais (EBM)*.

A massa de fluidos existente no reservatório em um determinado instante é a diferença entre a massa original e a massa produzida. Como os volumes dos fluidos produzidos são geralmente medidos em uma determinada condição-padrão de pressão e de temperatura, a equação de balanço de materiais é comumente escrita de tal maneira que, em um instante qualquer, o volume de fluidos existente no reservatório seja a diferença entre o volume inicialmente existente e o produzido, ambos medidos nessa condição-padrão.

A equação de balanço de materiais será estudada para reservatórios de gás e de óleo sujeitos aos mais diversos mecanismos de produção, tais como, expansão de fluidos, gás em solução, capa de gás e influxo de água.

Como principais utilizações práticas da equação de balanço de materiais podem ser citadas:

- Determinação do volume original de gás;
- Determinação do volume original de óleo;
- Determinação do influxo de água proveniente de aquíferos;
- Previsão do comportamento de reservatórios.

Inicialmente, neste capítulo e no próximo, a EBM será utilizada para a determinação dos volumes originais de gás e/ou de óleo existente(s) em um reservatório de petróleo, enquanto no Capítulo 10 ela será a base para os estudos de previsão de comportamento utilizando métodos analíticos.

Conhecendo-se o volume do reservatório, a porosidade da rocha e a saturação de água conata, podem ser calculados os volumes originais de gás e de óleo através do chamado *método volumétrico*. O volume de gás, medido em condições-padrão, é dado por:

$$G = \frac{V_r \phi S_{gi}}{B_{gi}} \quad (7.1)$$

ou

$$G = \frac{V_r \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}}, \quad (7.2)$$

onde V_r é o volume total do reservatório, ϕ a porosidade da rocha, S_g a saturação de gás, B_g o fator volume-formação do gás, S_w a saturação de água e o índice i se refere às condições iniciais. O volume original de óleo, em condições-padrão, é calculado por:

$$N = \frac{V_r \phi S_{oi}}{B_{oi}}, \quad (7.3)$$

ou ainda:

$$N = \frac{V_r \phi (1 - S_{wi})}{B_{oi}}, \quad (7.4)$$

onde S_{oi} é a saturação inicial de óleo e B_{oi} é o fator volume-formação inicial do óleo.

Os fatores volume-formação do gás (B_g) e do óleo (B_o), assim como outras propriedades dos fluidos e da rocha-reservatório, podem ser determinados em laboratório ou estimados através de equações de estado, cartas, ábacos e correlações empíricas, conforme discutido no Capítulo 1.

Em muitos casos a porosidade, a saturação de água conata e/ou o volume do reservatório não são conhecidos com a precisão desejada e o método volumétrico, portanto, não pode ser aplicado. Nessas situações, a EBM pode ser empregada.

A utilização do método do balanço de materiais exige a existência de um histórico de produção do reservatório em estudo. A qualidade dos resultados a serem obtidos depende muito da qualidade dos dados registrados no histórico de produção. Isso significa que as quantidades de água, gás e óleo produzidas em um campo de petróleo, bem como as pressões do reservatório, devem ser medidas com o máximo de rigor possível, já que são instrumentos valiosos para o estudo dos reservatórios portadores desses fluidos.

O balanço de materiais deve ser aplicado ao reservatório como um todo e não permite, como no caso do método volumétrico, o cálculo dos volumes de gás e de óleo somente em determinadas porções do reservatório. Isso se deve ao fato de que há migração de fluido de uma parte para outra no interior do meio poroso, que só pode ser levada em conta através do balanço total de massa ou de volume.

7.2. Equação de Balanço de Materiais Generalizada

A equação de balanço de materiais pode ser obtida a partir do princípio da conservação de massa no interior do reservatório, representado pela expressão:

$$\text{massa produzida} = \text{massa inicial} - \text{massa atual}. \quad (7.5)$$

Se a composição do gás produzido é constante, os volumes produzido e restante no reservatório são diretamente proporcionais às massas, já que pela equação de estado dos gases tem-se:

$$V = \frac{\text{Massa}}{\text{Massa molecular}} \frac{ZRT}{p}, \quad (7.6)$$

onde Z é o fator de compressibilidade do gás, R a constante universal dos gases, T a temperatura e p a pressão. O Apêndice B apresenta métodos, cartas e correlações para a determinação de Z .

Dada a massa molecular do gás (obtida a partir da sua composição), o volume de gás (medido numa certa condição de pressão e de temperatura) depende apenas da massa. Portanto, a equação de conservação da massa pode ser expressa através de um balanço de volumes medidos numa condição p e T qualquer de referência:

$$\text{volume produzido} = \text{volume inicial} - \text{volume atual}. \quad (7.7)$$

Ao se aplicar a Eq. (7.7), geralmente são utilizadas como referência as chamadas condições-standard ou padrão de pressão e temperatura.

Uma outra maneira de se expressar o balanço de massa é através do balanço do número de mols de gás:

$$n_p = n_i - n, \quad (7.8)$$

onde n_p , n_i e n são os números de mols produzidos, iniciais e restantes no reservatório, respectivamente.

O número de mols pode ser calculado através da equação de estado dos gases reais,

$$pV = ZnRT. \quad (7.9)$$

Assim,

$$n_p = \frac{p_0 G_p}{Z_0 RT_0}, \quad (7.10)$$

onde G_p é o volume de gás produzido acumulado, medido nas condições-padrão, e o índice "0" representa as condições-padrão. Como nestas condições o fator Z_0 é aproximadamente igual a 1, a Eq. (7.10) se transforma em:

$$n_p = \frac{p_0 G_p}{RT_0}. \quad (7.11)$$

Analogamente,

$$n_i = \frac{p_i V_i}{Z_i RT}, \quad (7.12)$$

onde V_i é o volume inicial de gás no reservatório, medido à pressão p_i e à temperatura T . Normalmente admite-se que a temperatura do reservatório permanece constante durante a sua vida produtiva.

O número de mols existente no reservatório em um instante qualquer, quando a pressão média é igual a p , é:

$$n = \frac{pV}{ZRT}, \quad (7.13)$$

onde V é o volume ocupado pelo gás, medido nas condições de reservatório.

Substituindo-se as Eqs. (7.11), (7.12) e (7.13) na Eq. (7.8), obtém-se a equação de balanço de materiais generalizada para um reservatório de gás:

$$\frac{p}{Z} = \frac{1}{V} \left(\frac{p_i V_i}{Z_i} - \frac{T p_0}{T_0} G_p \right). \quad (7.14)$$

7.3. Reservatórios Volumétricos de Gás Seco

Reservatório volumétrico é aquele que produz somente por depleção, ou seja, por expansão da massa de gás existente no meio poroso, não havendo, portanto, influxo de água proveniente de aquífero. Neste tipo de reservatório normalmente não há produção de água, e as variações do volume poroso (devidas à compressibilidade da rocha) e da água conata (devidas à compressibilidade da água) são desprezíveis quando comparadas com a expansão do gás. Assim, o volume V ocupado pelo gás, numa pressão média p qualquer, é igual ao volume inicial V_i e a equação de balanço de materiais generalizada, Eq. (7.14), reduz-se a:

$$\frac{p}{Z} = \frac{p_i}{Z_i} - \frac{T p_0}{V_i T_0} G_p, \quad (7.15)$$

que é a equação de balanço de materiais para um reservatório volumétrico de gás seco. Note que p/Z e G_p são as variáveis desta equação.

Alternativamente, o volume inicial (V_i) pode ser escrito em função do volume original de gás G (medido nas condições-padrão):

$$V_i = G B_{gi}, \quad (7.16)$$

onde o fator volume-formação inicial do gás (B_{gi}) é dado por:

$$B_{gi} = \frac{Z_i T p_0}{T_0 p_i}. \quad (7.17)$$

Assim, utilizando as Eqs. (7.16) e (7.17), a equação de balanço de materiais para um reservatório volumétrico de gás seco, Eq. (7.15), pode também ser escrita como:

$$\frac{p}{Z} = \frac{p_i}{Z_i} - \frac{p_i}{Z_i G} G_p. \quad (7.18)$$

A Eq. (7.15) ou a Eq. (7.18) sugere que um gráfico de p/Z contra G_p resultará em uma linha reta, com a seguinte equação:

$$\frac{p}{Z} = a - b G_p, \quad (7.19)$$

onde:

$$a = \frac{p_i}{Z_i} \quad (7.20)$$

e

$$b = \frac{T p_0}{V_i T_0} = \frac{p_i}{Z_i G}. \quad (7.21)$$

A partir de um histórico de *pressão* versus *produção acumulada* pode-se traçar um gráfico semelhante ao mostrado na Figura 7.1, de onde b é obtido a partir da inclinação da reta.

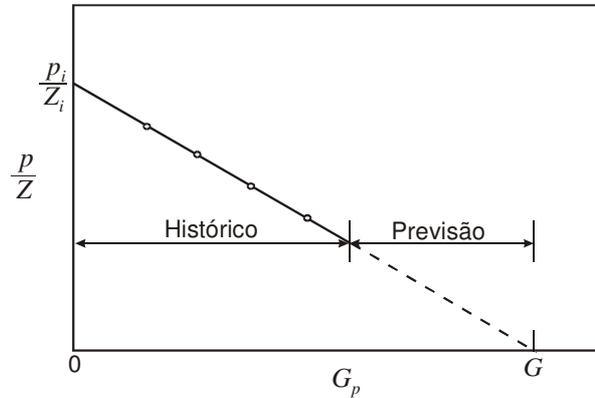


Figura 7.1 – Reservatório volumétrico de gás seco.

O cálculo do volume original de gás G pode ser feito de duas maneiras:

- Graficamente, extrapolando-se a produção acumulada (G_p) para $p/Z=0$, já que todo o gás originalmente existente teria sido produzido quando a pressão no interior dos poros fosse nula (na prática isso não ocorre, mas, estabelecido um limite econômico, ou seja, uma pressão de abandono, pode-se prever através da extrapolação qual será a produção acumulada até o instante de abandono).
- Analiticamente, a partir da Eq. (7.21):

$$G = \frac{P_i}{Z_i b} \quad (7.22)$$

Uma outra forma de apresentar a EBM para reservatórios de gás volumétricos, que pode ser útil em algumas aplicações práticas, é através do balanço volumétrico $V = V_i$, isto é,

$$(G - G_p) B_g = G B_{gi} \quad (7.23)$$

Resolvendo a Eq. (7.23) para G , obtém-se:

$$G = \frac{G_p B_g}{B_g - B_{gi}} \quad (7.24)$$

As equações de balanço de materiais apresentam forte dependência dos chamados parâmetros PVT. Nos casos de reservatórios de gás o parâmetro PVT importante é o fator volume-formação do gás (B_g). Como os valores de B_g são normalmente números pequenos e estes aparecem muitas vezes no denominador de frações que compõem a equação de balanço de materiais, é necessário que sejam medidos com precisão, para que sejam evitados erros significativos nos cálculos. Na equação anterior, por exemplo, a situação é ainda pior, já que o que aparece no denominador da fração é uma diferença ($B_g - B_{gi}$) entre dois números muito pequenos.

7.3.1. Reservatórios volumétricos anormalmente pressurizados

No caso de reservatórios de gás, as hipóteses de que os efeitos das compressibilidades da rocha e da água conata são desprezíveis geralmente são válidas pois o gás possui compressibilidade muito maior que as compressibilidades da rocha e da água. No entanto, podem ocorrer casos de

reservatórios anormalmente pressurizados, onde a rocha em geral é inconsolidada e portanto altamente compressível. Além disso, em reservatórios altamente pressurizados a compressibilidade do gás é menor que a usual.

Reservatórios anormalmente pressurizados podem apresentar gradientes de pressão da ordem de $0,20 \text{ kgf/cm}^2/\text{m}$, sendo que valores normais situam-se em torno de $0,10 \text{ kgf/cm}^2/\text{m}$ (o que reduziria a compressibilidade do gás a aproximadamente a metade da usual). No primeiro caso, compressibilidades da rocha de até $430 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$ são encontradas, comparadas a valores da ordem de $70 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$ para rochas consolidadas. Isso significa que os seus efeitos não devem ser desprezados, principalmente no início da vida produtiva do reservatório, quando a compressibilidade do gás é menor. Ramagost (1981) apresentou um método para se efetuar o balanço de materiais em reservatórios de gás anormalmente pressurizados.

Considerando-se os efeitos das compressibilidades da rocha e da água, e admitindo que não haja produção de água, o volume ocupado pelo gás em um instante qualquer é dado por:

$$V = V_i - \Delta V, \quad (7.25)$$

onde:

$$\Delta V = (c_w V_{wi} + c_f V_{pi}) \Delta p, \quad (7.26)$$

c_w e c_f são as compressibilidades da água e da rocha, V_{wi} o volume inicial da água conata, V_{pi} o volume poroso inicial e $\Delta p = p_i - p$ a queda de pressão no reservatório em relação à pressão inicial p_i . Portanto:

$$V = V_i - (c_w V_{wi} + c_f V_{pi}) \Delta p. \quad (7.27)$$

Utilizando-se a definição de saturação de fluidos pode-se escrever que:

$$V_{wi} = S_{wi} V_{pi} \quad (7.28)$$

e

$$V_{pi} = \frac{V_i}{1 - S_{wi}}. \quad (7.29)$$

Substituindo-se a Eq. (7.28) na Eq. (7.27) obtém-se:

$$V = V_i - (c_w S_{wi} + c_f) V_{pi} \Delta p. \quad (7.30)$$

A substituição das Eqs. (7.29) e (7.30) na Eq. (7.14) produz:

$$\frac{p}{Z} \left[1 - \frac{(c_w S_{wi} + c_f) \Delta p}{1 - S_{wi}} \right] = \frac{p_i}{Z_i} - \frac{T p_0}{V_i T_0} G_p. \quad (7.31)$$

Utilizando as Eqs. (7.16) e (7.17), a Eq. (7.31) pode também ser escrita como:

$$\frac{p}{Z} \left[1 - \frac{(c_w S_{wi} + c_f) \Delta p}{1 - S_{wi}} \right] = \frac{p_i}{Z_i} - \frac{p_i}{Z_i G} G_p. \quad (7.32)$$

Definindo-se a *compressibilidade efetiva do sistema água-formação* como:

$$c_{ewf} = \frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \quad (7.33)$$

e

$$b = \frac{p_i}{Z_i G} , \tag{7.34}$$

a Eq. (7.32) reduz-se a:

$$\frac{p}{Z} (1 - c_{ewf} \Delta p) = \frac{p_i}{Z_i} - b G_p . \tag{7.35}$$

Um gráfico de $(1 - c_{ewf} \Delta p) p / Z$ versus G_p deve resultar em uma linha reta com coeficiente angular igual a $-b$.

A Figura 7.2 mostra que, desprezando-se os efeitos de compressibilidade da água e da rocha, a extrapolação do volume original de gás poderá tornar-se exageradamente otimista quando o reservatório volumétrico de gás for anormalmente pressurizado.

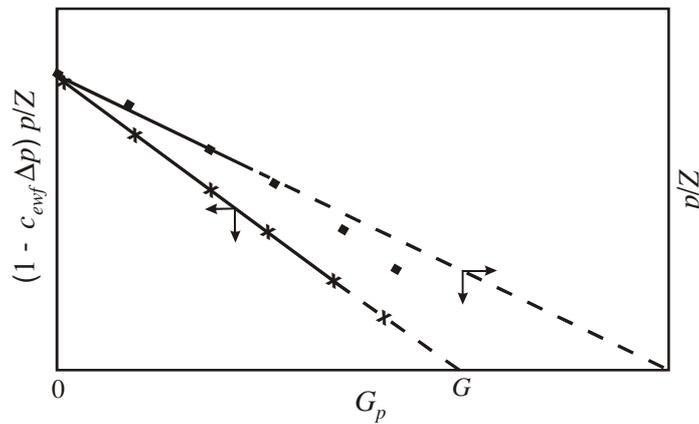


Figura 7.2 – Reservatório volumétrico de gás seco anormalmente pressurizado.

Exemplo 7.1 – Um reservatório de gás ocorre a 4.050 m de profundidade e possui temperatura de 128,4 °C. Outros dados são: $S_{wi} = 22\%$, $c_w = 4,3 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$, $c_f = 27,7 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$ e o histórico de produção apresentado na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Dados de produção do reservatório de gás do Exemplo 7.1

G_p ($10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$)	p (kgf/cm^2)	Z
0	805	1,496
81	712	1,397
152	651	1,330
220	603	1,280
287	556	1,230
341	519	1,192
411	482	1,154
455	449	1,122

Balanco de Materiais em Reservatórios de Gás

516	410	1,084
611	352	1,033
696	293	0,988

Pede-se estimar o volume inicial de gás existente no reservatório.

Solução:

A compressibilidade da formação mostra um valor muito acima dos valores considerados normais. Trata-se portanto de um reservatório com pressão anormalmente alta e a estimativa do volume inicial de gás deve ser feita utilizando-se a Eq. (7.35). O valor da compressibilidade efetiva será:

$$c_{ewf} = \frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} = \frac{4,3 \times 10^{-5} \times 0,22 + 27,7 \times 10^{-5}}{1 - 0,22} = 36,7 \times 10^{-5} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}.$$

Os demais termos da Eq. (7.35) foram calculados e estão mostrados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Cálculo dos termos da EBM para o reservatório do Exemplo 7.1

G_p ($10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$)	p (kgf/cm^2)	Z	p/Z (kgf/cm^2)	$\frac{p}{Z}(1 - c_{ewf} \Delta p)$ (kgf/cm^2)
0	805	1,496	538,1	538,1
81	712	1,397	509,7	492,3
152	651	1,330	489,5	461,8
220	603	1,280	471,1	436,2
287	556	1,230	452,0	410,7
341	519	1,192	435,4	389,7
411	482	1,154	417,7	368,2
455	449	1,122	400,2	347,9
516	410	1,084	378,2	323,4
611	352	1,033	340,8	284,1
696	293	0,988	296,6	240,9

Os valores de p/Z e de $(p/Z)_{corr.} = (1 - c_{ewf} \Delta p)p/Z$ da Tabela 7.2 foram colocados no gráfico cartesiano da Figura 7.3 em função da produção acumulada de gás.

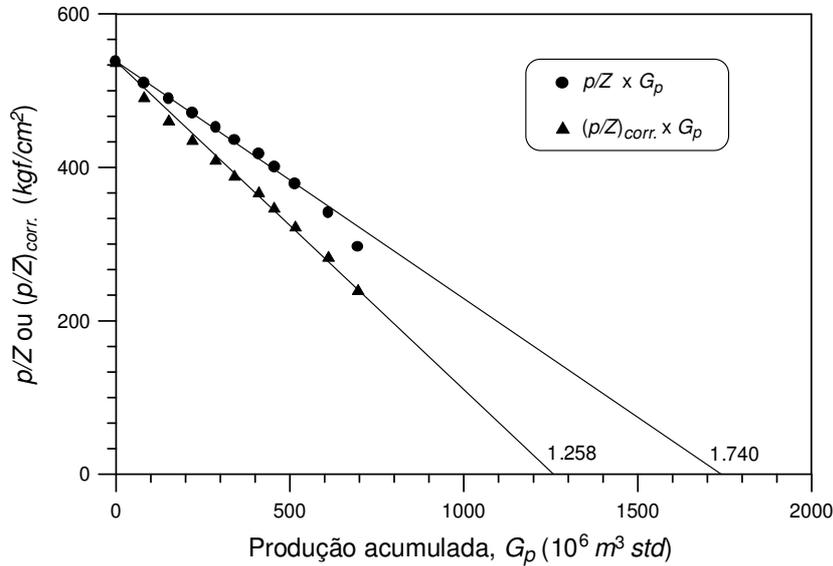


Figura 7.3 – Gráfico para análise de balanço de materiais no Exemplo 7.1.

Conforme esperado, o gráfico com os valores de p/Z resultou em uma curva com concavidade para baixo, enquanto os valores de $(p/Z)_{corr.}$ produziram uma linha aproximadamente reta. Extrapolando-se essa reta para $p/Z = 0$ obtém-se:

$$G = 1.258 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

Note que a curva $p/Z \times G_p$ fornece uma falsa estimativa de $G = 1.740 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$

7.4. Reservatórios de Gás Seco sob Influxo de Água

Neste tipo de reservatório, à medida que ocorre a retirada de massa através da produção dos poços há influxo de água para o seu interior, proveniente de um aquífero contíguo à zona de gás. A atuação do aquífero é função da velocidade com que o gás é produzido.

O volume V ocupado pelo gás não é igual ao volume inicial V_i quando há influxo e/ou produção de água. Desprezando-se a variação do volume poroso devida à compressibilidade da rocha, bem como a expansão da água conata, o volume V pode ser calculado por:

$$V = V_i - W_e + B_w W_p , \quad (7.36)$$

onde W_e é o influxo acumulado de água (medido em condições de reservatório), W_p é a produção acumulada de água (medida em condições-padrão) e B_w é o fator volume-formação da água.

Substituindo-se a Eq. (7.36) na Eq. (7.14) resulta em:

$$\frac{p}{Z} = \frac{1}{V_i - W_e + W_p B_w} \left(\frac{p_i V_i}{Z_i} - \frac{T p_0}{T_0} G_p \right) , \quad (7.37)$$

que é a equação de balanço de materiais para um reservatório de gás produzindo sob mecanismo de influxo de água. Note que p/Z , G_p , W_e e W_p são as variáveis da Eq. (7.37), de modo que um gráfico de p/Z versus G_p resulta em uma curva como mostrada na Figura 7.4.

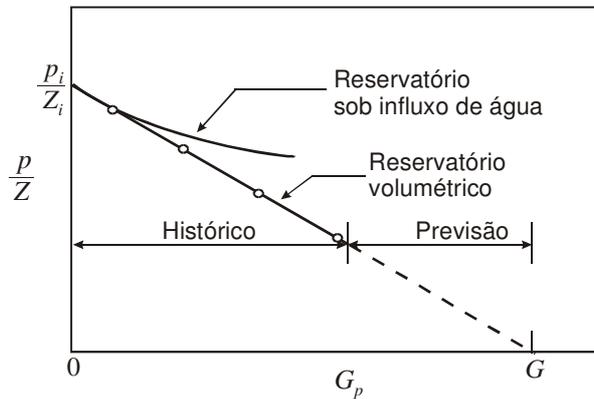


Figura 7.4 – Reservatório de gás seco.

Caso o influxo acumulado de água (W_e) seja conhecido, o que geralmente não ocorre, o volume inicial de gás em condições de reservatório (V_i) pode ser obtido a partir da Eq. (7.37), e o volume original de gás (G), medido nas condições-padrão, calculado com a equação:

$$G = \frac{V_i}{B_{gi}} \quad (7.38)$$

A Eq. (7.37) poderá também ser utilizada para calcular o influxo acumulado (W_e). Neste caso espera-se que o volume inicial de gás (V_i) possa ser determinado com precisão através do método volumétrico, apresentado na Seção 7.1.

A equação de balanço de materiais pode ser expressa de outra forma, utilizando-se os fatores volume-formação do gás. Em condições de reservatório pode-se escrever:

$$\text{Produção de Gás} = \text{Expansão do Gás} + \text{Influxo de Água} - \text{Produção de Água} \quad (7.39)$$

Esta igualdade pode ser traduzida matematicamente por:

$$G_p B_g = (G B_g - G B_{gi}) + W_e - W_p B_w \quad (7.40)$$

ou, explicitando-se o valor de G :

$$G = \frac{G_p B_g - W_e + W_p B_w}{B_g - B_{gi}} \quad (7.41)$$

Em qualquer instante do histórico de produção, o cálculo do volume original de gás (G) deve fornecer o mesmo resultado. Observa-se através da Eq. (7.41) que se for calculado o valor de G em diversos instantes da vida produtiva de um reservatório com influxo de água, ignorando-se a existência do influxo, serão obtidos, sucessivamente, valores mais altos que o verdadeiro.

7.4.1. Linearização da equação de balanço de materiais

A Eq. (7.37) não fornece uma linha reta quando são colocados em um gráfico os valores de p/Z em função da produção acumulada de gás G_p , o que impede a extrapolação para se obter o volume original de gás G . O método descrito a seguir permite a determinação simultânea dos valores de G e do influxo acumulado de água W_e .

A Eq. (7.41) pode ser escrita como:

$$\frac{G_p B_g + W_p B_w}{B_g - B_{gi}} = G + \frac{W_e}{B_g - B_{gi}}, \quad (7.42)$$

cuja forma mais geral é:

$$y = G + x, \quad (7.43)$$

onde:

$$y = \frac{G_p B_g + W_p B_w}{B_g - B_{gi}} \quad (7.44)$$

e

$$x = \frac{W_e}{B_g - B_{gi}}. \quad (7.45)$$

Um gráfico de y versus x fornece uma linha reta, com coeficiente angular unitário e coeficiente linear igual a G . O influxo acumulado W_e deve ser calculado admitindo-se um modelo para o aquífero, ou seja, utilizando-se uma lei de influxo de água em função do tempo, cujo estudo detalhado foi apresentado no Capítulo 6. A escolha correta desse modelo fornece uma linha reta no gráfico de y versus x , a qual pode ser extrapolada para a obtenção de G , enquanto valores incorretos de W_e resultam em desvios da linha reta, conforme pode ser visualizado na Figura 7.5.

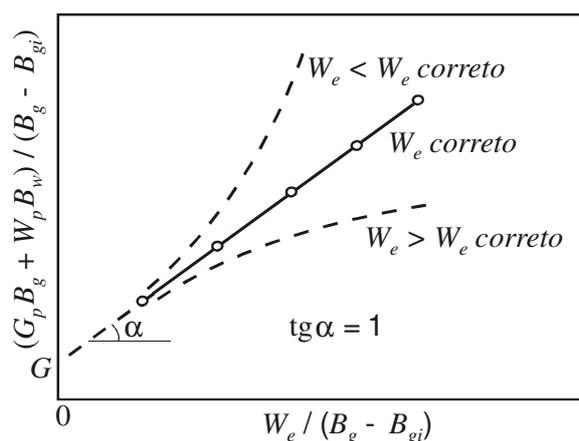


Figura 7.5 – Reservatório de gás seco sob influxo de água.

Como se pode observar, a determinação simultânea de G e de W_e é feita por tentativas. Obtida a linha reta, estão determinados o volume original de gás (G) e o modelo de aquífero que permite o cálculo correto do influxo acumulado (W_e).

Exemplo 7.2 – O arenito "M" é um pequeno reservatório de gás com uma pressão inicial de 225 kgf/cm^2 e temperatura de 104 °C. O histórico de produção e os fatores volume-formação são apresentados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Dados do reservatório do Exemplo 7.2

G_p ($10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$)	p (kgf/cm^2)	B_g ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)
0	225,00	0,0052622
2,237	205,70	0,0057004
6,258	177,57	0,0065311
12,799	149,44	0,0077360

Pedem-se:

- Calcular o volume original de gás para cada um dos dados do histórico de produção, admitindo comportamento de reservatório volumétrico.
- Explicar porque os cálculos do item anterior indicam a presença de influxo de água.
- Traçar o gráfico de p/Z em função da produção acumulada de gás.
- Admitindo que o volume original de gás seja de $28,826 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ e que a produção acumulada de água tenha sido desprezível, calcular o influxo acumulado de água (medido em condições de reservatório) ao final de cada período do histórico de produção.

Solução:

Parte (a):

Admitindo comportamento de reservatório volumétrico, os valores do volume original de gás (G) podem ser calculados pela Eq. (7.24), ou seja, $G = G_p B_g / (B_g - B_{gi})$. Os resultados estão mostrados na coluna 4 da Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Valores de G e W_e no Exemplo 7.2

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p (kgf/cm^2)	G_p ($10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$)	B_g ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)	G ($10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$)	p/Z (kgf/cm^2)	W_e (m^3)
225,00	0	0,0052622	–	256,44	–
205,70	2,237	0,0057004	29,100	236,72	120
177,57	6,258	0,0065311	32,210	206,61	4.294
149,44	12,799	0,0077360	40,025	174,43	27.703

Parte (b):

Conforme pode ser observado na coluna 4 da Tabela 7.4, os cálculos resultaram em valores crescentes para o volume original de gás G . Isso ocorreu porque os valores usados no numerador da

EBM, $G = G_p B_g / (B_g - B_{gi})$, foram maiores que os valores reais, ou seja, os valores de G_p do histórico são maiores do que os que poderiam ter sido produzidos com a hipótese de reservatório volumétrico. Em outras palavras, para resultar sempre no mesmo valor de G os valores do numerador da EBM devem ser continuamente reduzidos ao longo do tempo, indicando a possível presença de influxo de água no reservatório. Como não há relato de produção de água no histórico de produção, a equação de balanço de materiais aplicável a este caso, Eq. (7.41), reduz-se para:

$$G = \frac{G_p B_g - W_e}{B_g - B_{gi}}.$$

Como o influxo acumulado é crescente com o tempo, os valores do numerador desta equação poderiam então gerar resultados constantes para os cálculos de G .

Parte (c):

Os valores de p/Z , apresentados na coluna 5 da Tabela 7.4, foram calculados através da expressão de B_g obtida a partir da lei dos gases reais, conforme apresentada no Capítulo 1:

$$B_g = \frac{ZT p_0}{T_0 p},$$

ou seja,

$$\frac{p}{Z} = \frac{T p_0}{T_0 B_g}.$$

Admitindo-se $p_0 = 1,033 \text{ kgf/cm}^2$ (1 atm) e $T_0 = 15,6 \text{ }^\circ\text{C}$ (288,6 K) como sendo as condições-padrão de pressão e temperatura, os valores de p/Z são calculados por:

$$\frac{p}{Z} (\text{kgf/cm}^2) = \frac{T(K) p_0 (\text{kgf/cm}^2)}{T_0(K) B_g (\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std})} = \frac{(104 + 273) \times 1,033}{288,6 B_g (\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std})} = \frac{1,3494}{B_g (\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std})}.$$

A Figura 7.6 mostra o gráfico de p/Z em função da produção acumulada de gás (G_p). A concavidade para cima da curva indica que o comportamento é de reservatório submetido ao influxo de água.

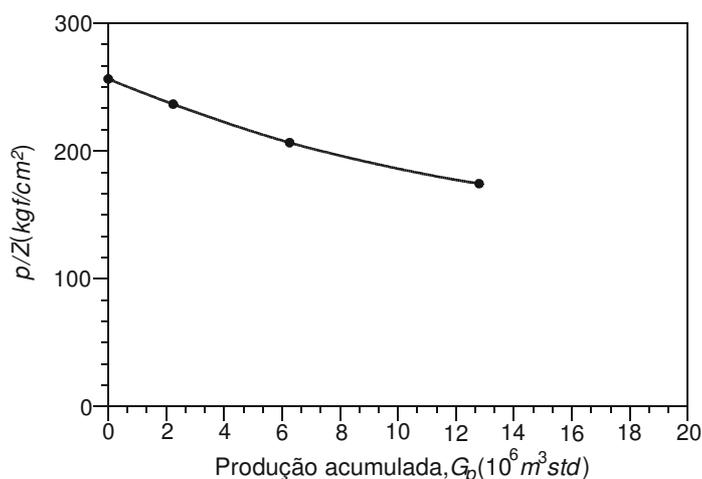


Figura 7.6 – Gráfico p/Z versus G_p - Exemplo 7.2.

Parte (d):

A coluna 6 da Tabela 7.4 apresenta os valores de W_e , os quais foram calculados com a equação de balanço de materiais, Eq. (7.40), escrita na forma:

$$W_e (m^3) = G_p B_g - G(B_g - B_{gi}) = G_p B_g - 28,826 \times 10^6 (B_g - 0,0052622).$$

7.5. Reservatórios de Gás Condensado Não-Retrógrado

No caso de reservatórios de gás condensado que não apresentem o fenômeno da condensação retrógrada, a aplicação da EBM pode ser feita normalmente de maneira similar ao caso de gás seco, desde que sejam calculados os volumes equivalentes de gás e de água produzidos, correspondentes às parcelas que se encontram no estado líquido após o processo de separação dos fluidos na superfície mas que no reservatório estavam no estado gasoso. Essas parcelas devem ser adicionadas ao volume de gás medido na superfície antes da utilização da EBM.

7.5.1. Cálculo do volume de gás equivalente ao condensado produzido

O volume de gás equivalente ao condensado produzido é obtido aplicando-se a equação de estado dos gases, admitindo-se comportamento de gás ideal:

$$V = \frac{nRT}{p} \quad (7.46)$$

ou

$$(GE)_c = \frac{n_c RT_0}{p_0}, \quad (7.47)$$

onde T_0 e p_0 são as condições-padrão de temperatura e pressão, n_c é o número de mols de condensado produzido e $(GE)_c$ é o volume de gás equivalente.

O número de mols de condensado produzido pode ser determinado empregando-se a definição:

$$n_c = \frac{\text{massa de condensado}}{\text{massa molecular do condensado}}. \quad (7.48)$$

Como a massa específica da água é de 1.000 kg/m^3 , o número de mols em $1 \text{ m}^3 \text{ std}$ de condensado produzido é dado por:

$$n_c = \frac{1.000 d_c}{M_c}, \quad (7.49)$$

onde d_c e M_c são, respectivamente, a densidade e a massa molecular do condensado.

Admitindo-se $1,033 \text{ kgf/cm}^2$ (1 atm) e $15,6^\circ\text{C}$ (60°F) como sendo as condições-padrão (ou standard), e considerando que a constante universal dos gases para o sistema de unidades em questão vale $0,08478 (\text{kgf/cm}^2) \cdot \text{m}^3 / (\text{mol} \cdot \text{kg} \cdot \text{K})$, o volume de gás equivalente a $1 \text{ m}^3 \text{ std}$ de condensado produzido, dado pela Eq. (7.47), será:

$$(GE)_c = \frac{1.000d_c}{M_c} \times \frac{0,08478 \times (15,6 + 273)}{1,033} \quad (7.50)$$

ou simplesmente:

$$(GE)_c = \frac{23,686d_c}{M_c}, \quad (7.51)$$

onde $(GE)_c$ é obtido em $m^3 \text{ std}/m^3 \text{ std}$.

Quando não disponível a partir de análises de laboratório, a massa molecular do condensado pode ser estimada pela correlação de Cragoe (Craft & Hawkins, 1959, p. 67):

$$M_c = \frac{6,084}{(\text{°API})_c - 5,9}. \quad (7.52)$$

Como:

$$(\text{°API})_c = \frac{141,5}{d_c} - 131,5 \quad (7.53)$$

pode-se utilizar também a equação:

$$M_c = \frac{44,29d_c}{1,03 - d_c}. \quad (7.54)$$

7.5.2. Cálculo do volume de vapor de água equivalente à água produzida

O volume de gás (vapor d'água) equivalente à água produzida, que nas condições de reservatório se encontrava vaporizada, é dado por:

$$(GE)_w = \frac{n_w RT_0}{P_0}, \quad (7.55)$$

onde n_w é o número de mols de água produzida.

Usando-se o fato de que a densidade da água é igual à unidade, que a sua massa molecular é 18 e que a constante universal dos gases para o sistema de unidades em questão vale $0,08478 \text{ (kgf/cm}^2) \cdot \text{m}^3 / (\text{mol} \cdot \text{kg} \cdot \text{K})$, o volume equivalente de vapor d'água, para $1 \text{ m}^3 \text{ std}$ de água produzida, é dado pela expressão:

$$(GE)_w = \frac{1.000 \times 1}{18} \times \frac{0,08478 \times (15,6 + 273)}{1,033} \quad (7.56)$$

ou simplesmente:

$$(GE)_w = 1.316 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}. \quad (7.57)$$

Então, cada $\text{m}^3 \text{ std}$ de água produzida na superfície equivale a $1.316 \text{ m}^3 \text{ std}$ de vapor d'água, os quais devem ser adicionados ao volume de gás produzido no estudo de balanço de materiais.

7.5.3. Cálculo da densidade do fluido do reservatório

O uso de correlações para a determinação de propriedades do fluido do reservatório requer o conhecimento da sua densidade.

Considere como base de cálculo $1 \text{ m}^3 \text{ std}$ de condensado (líquido) produzido e uma razão gás/líquido de produção igual a $R_{g-l} (\text{m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std})$.

A massa de fluido produzido é dada pela soma das massas produzidas de gás e de condensado:

$$m_f = m_g + m_c . \quad (7.58)$$

A massa de gás produzido é obtida de:

$$m_g = n_g M_g = n_g d_g M_{ar} , \quad (7.59)$$

onde o número de mols de gás é calculado pela lei dos gases ideais:

$$n_g (\text{mol} - \text{kg}) = \frac{p_0 V_g}{RT_0} = \frac{1,033 R_{g-l}}{0,08478 \times (15,6 + 273)} = 0,04222 R_{g-l} . \quad (7.60)$$

Então,

$$m_g (\text{kg}) = 0,04222 R_{g-l} d_g M_{ar} . \quad (7.61)$$

Como a massa de condensado é dada por:

$$m_c (\text{kg}) = V_c \rho_c = V_c d_c \rho_{\text{água}} = 1 \text{ m}^3 \text{ std} \times d_c \times 1.000 (\text{kg} / \text{m}^3) = 1.000 d_c , \quad (7.62)$$

a massa de fluido produzido é:

$$m_f (\text{kg}) = 0,04222 R_{g-l} d_g M_{ar} + 1.000 d_c . \quad (7.63)$$

O número total de mols produzidos é:

$$n_t (\text{mol} - \text{kg}) = n_g + n_c = 0,04222 R_{g-l} + \frac{m_c}{M_c} = 0,04222 R_{g-l} + \frac{1.000 d_c}{M_c} . \quad (7.64)$$

A massa molecular do fluido produzido é determinada por:

$$M_f = \frac{m_f}{n_t} = \frac{0,04222 R_{g-l} d_g M_{ar} + 1.000 d_c}{0,04222 R_{g-l} + 1.000 d_c / M_c} \quad (7.65)$$

e portanto a densidade do fluido produzido, ou seja, do fluido existente no reservatório, é dada por:

$$d_f = \frac{M_f}{M_{ar}} = \frac{1}{M_{ar}} \left(\frac{0,04222 R_{g-l} d_g M_{ar} + 1.000 d_c}{0,04222 R_{g-l} + 1.000 d_c / M_c} \right) \quad (7.66)$$

ou

$$d_f = \frac{0,04222 R_{g-l} d_g + 1.000 d_c / 28,97}{0,04222 R_{g-l} + 1.000 d_c / M_c} , \quad (7.67)$$

que finalmente resulta em:

$$d_f = \frac{R_{g-l} d_g + 818 d_c}{R_{g-l} + 23.685 d_c / M_c} . \quad (7.68)$$

7.5.4. Aplicação da equação de balanço de materiais

Conhecendo-se os volumes equivalentes totais de gás $(GE)_{ct}$ e $(GE)_{wr}$, correspondentes às produções acumuladas de condensado e de água, respectivamente, que encontravam-se no estado

gasoso no reservatório, o volume total de gás produzido, medido em condições-padrão, é dado pela soma de três parcelas:

$$(G_p)_t = G_p + (GE)_{ct} + (GE)_{wt}, \quad (7.69)$$

onde G_p é o volume de gás produzido que na superfície permanece no estado gasoso.

Dispondo-se de um histórico de valores de pressão do reservatório e de volume produzido, todas as técnicas descritas em seções anteriores deste capítulo podem ser empregadas, bastando substituir o volume acumulado de gás G_p pelo volume total de gás produzido, $(G_p)_t$, calculado pela Eq. (7.69).

7.6. Reservatórios de Gás Condensado Retrógrado

Nos reservatórios de gás condensado retrógrado há formação de líquido (condensação do gás) no interior do reservatório à medida que a pressão do sistema declina. Nesse caso, as técnicas discutidas nas Seções 7.3 e 7.4 também podem ser aplicadas, utilizando-se o valor total de gás produzido, isto é, incluindo-se os valores de gás equivalente, e empregando-se o *fator de compressibilidade duas fases* Z_{2f} no lugar do fator de compressibilidade Z . O valor de Z_{2f} pode ser obtido através de análises PVT ou de correlações empíricas, conforme descritas no Apêndice C.

Uma questão que se apresenta é como saber se o reservatório de gás apresenta o fenômeno de condensação retrógrada quando não se dispõe de análise PVT. Uma solução é obter a curva de pressão de orvalho utilizando a correlação de Nemeth & Kennedy (1967) e comparar as condições de pressão e de temperatura do reservatório com essa curva. A correlação de Nemeth & Kennedy pode ser encontrada no Apêndice D.

Exemplo 7.3 – A análise PVT de uma amostra representativa do fluido original de um reservatório de gás condensado retrógrado, cuja temperatura é de 93 °C, apresentou o comportamento mostrado na Figura 7.7.

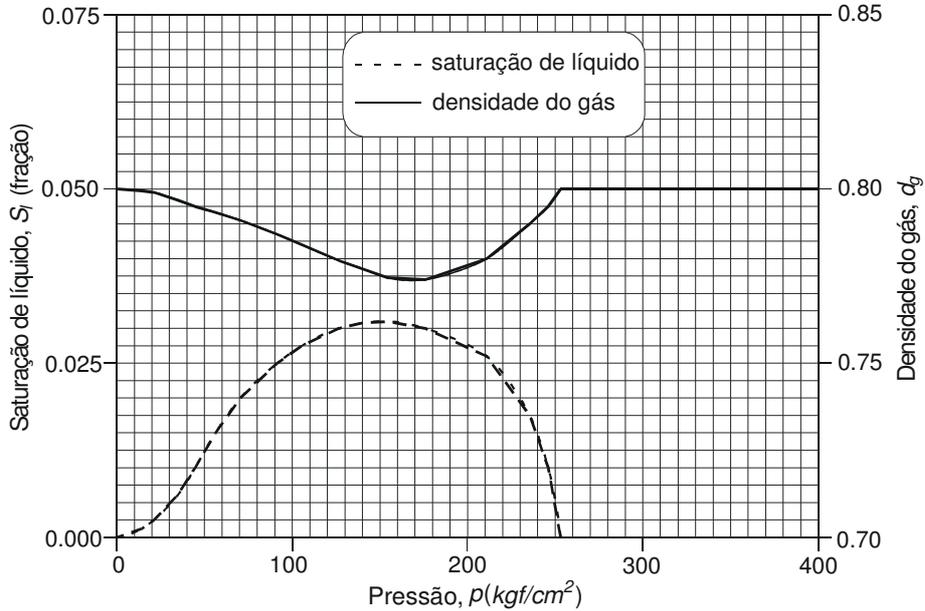


Figura 7.7 – Resultados da análise PVT do fluido do reservatório - Exemplo 7.3.

A densidade e a massa molecular do líquido condensado durante a análise PVT apresentaram os seguintes valores:

Densidade do líquido $d_l = 0,65$

Massa molecular do líquido $M_l = 70$

Construir em um mesmo gráfico as curvas dos fatores de compressibilidade Z e Z_{2f} contra a pressão.

Solução:

O fator de compressibilidade duas fases pode ser calculado pela lei dos gases como:

$$Z_{2f} = \frac{pV_t}{n_t RT} = \frac{p}{RT} \frac{1}{(n_t/V_t)} = \frac{p}{0,08478 \times (93 + 273)} \frac{1}{(n_t/V_t)} = 0,032227 \frac{p}{(n_t/V_t)},$$

onde:

$$\frac{n_t}{V_t} = \frac{n_g + n_l}{V_t}.$$

- Cálculo do número de mols de gás por volume unitário de fluido (gás + líquido condensado)

$$\frac{n_g}{V_t} = \frac{p}{ZRT} \frac{V_g}{V_t} = \frac{p S_g}{ZRT} = \frac{p (1 - S_l)}{Z \times 0,08478 \times (93 + 273)} = 0,032227 \frac{p}{Z} (1 - S_l)$$

- Cálculo do número de mols de líquido por volume unitário de fluido (gás + líquido condensado)

$$\frac{n_l}{V_t} = \frac{d_l \rho_w}{M_l} \frac{V_l}{V_t} = \frac{d_l \rho_w}{M_l} S_l = \frac{0,65 \times 1.000}{70} S_l = 9,2875 S_l$$

- Cálculo de Z

A pressão e a temperatura pseudocríticas são calculadas com as correlações apresentadas no Apêndice B, que nas unidades deste exemplo são dadas por:

$$p_{pc}(\text{kgf/cm}^2) = (677 + 15,0d_g - 37,5d_g^2)/14,22334$$

e

$$T_{pc}(K) = \frac{5}{9}(168 + 325d_g - 12,5d_g^2).$$

A pressão e a temperatura pseudoreduzidas são calculadas com as equações:

$$p_{pr} = \frac{p}{p_{pc}} = \frac{14,22334 \times p}{677 + 15,0d_g - 37,5d_g^2}$$

e

$$T_{pr} = \frac{T(^{\circ}C) + 273}{T_{pc}} = \frac{93 + 273}{\frac{5}{9}(168 + 325d_g - 12,5d_g^2)} = \frac{658,8}{168 + 325d_g - 12,5d_g^2}.$$

Os valores de Z são obtidos da Figura B.1 em função de p_{pr} e T_{pr} .

A Tabela 7.5 apresenta o resumo de cálculo para a obtenção do fator de compressibilidade duas fases, onde os valores de d_g e S_l vêm dos dados de laboratório apresentados na Figura 7.7. Os valores de pressão da primeira coluna da tabela são arbitrários, e neste caso correspondem às pressões em *psia* de 5.000, 3.600, 3.000, 2.500, 2.000, 1.500, 1.000 e 500, para as quais foram gerados os dados originais de laboratório.

Tabela 7.5 – Resumo de cálculo do Exemplo 7.3

P (kgf/cm^2)	d_g	S_l	p_{pr}	T_{pr}	Z	n_g/V_t ($\text{mol}\cdot\text{kg/m}^3$)	n_l/V_t ($\text{mol}\cdot\text{kg/m}^3$)	n_t/V_t ($\text{mol}\cdot\text{kg/m}^3$)	Z_{2f}
351,53	0,800	0	7,52	1,57	0,978	11,58	0	11,58	0,978
253,11	0,800	0	5,41	1,57	0,855	9,54	0	9,54	0,855
210,92	0,780	0,0260	4,51	1,59	0,828	8,00	0,241	8,24	0,825
175,77	0,774	0,0300	3,75	1,60	0,817	6,73	0,279	7,01	0,808
140,61	0,777	0,0308	3,00	1,60	0,825	5,32	0,286	5,61	0,808
105,46	0,784	0,0275	2,25	1,59	0,848	3,90	0,255	4,16	0,818
70,31	0,791	0,0200	1,50	1,58	0,884	2,51	0,186	2,70	0,840
35,15	0,797	0,0063	0,75	1,57	0,938	1,20	0,059	1,26	0,900
0	0,800	0	0	–	1,000	–	–	–	1,000

A Figura 7.8 apresenta as curvas de Z e Z_{2f} contra a pressão.

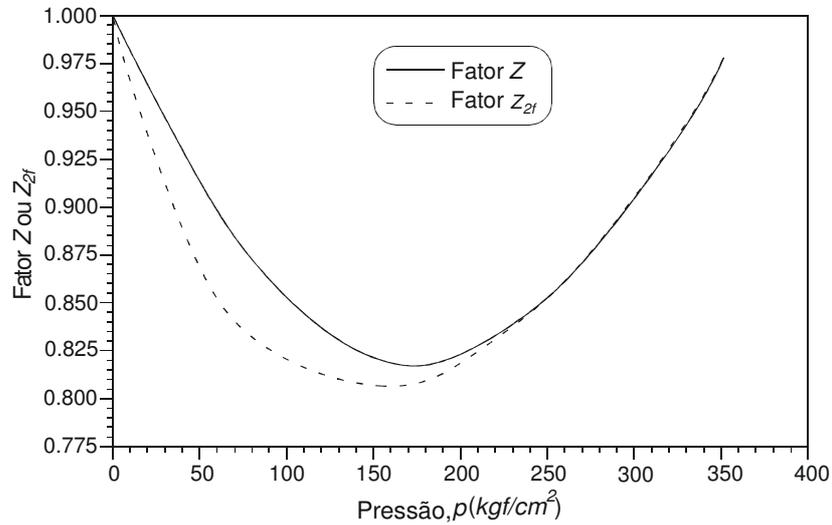


Figura 7.8 – Gráfico dos fatores de compressibilidade Z e Z_{2f} contra a pressão - Exemplo 7.3.

7.7. Fator de Recuperação

O fator de recuperação (FR) de um reservatório de gás é definido como o quociente entre a produção acumulada (G_p) e o volume original (G), na condição de abandono:

$$FR = \left(\frac{G_p}{G} \right)_{ab} \quad (7.70)$$

Considere três reservatórios de gás com o mesmo volume original G mas com aquíferos cujas influências nos comportamentos desses reservatórios sejam as mostradas na Figura 7.9. A linha tracejada representaria o comportamento desse reservatório caso não houvesse a presença do aquífero (reservatório volumétrico).

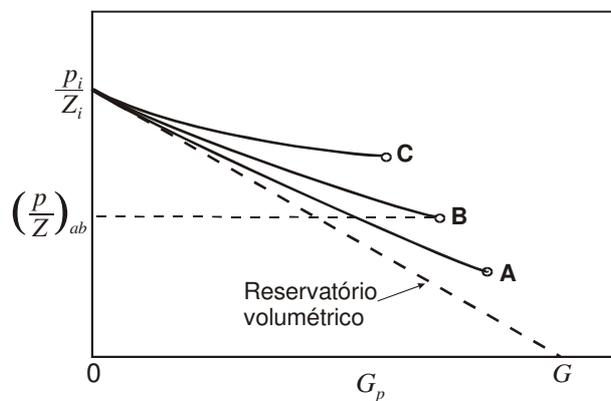


Figura 7.9 – Influência do aquífero e da pressão de abandono no fator de recuperação de um reservatório de gás (Dake, 1978).

Como se pode observar na Figura 7.9, o fator de recuperação é função tanto da pressão de abandono como da natureza do aquífero (sua dimensão ou intensidade com que atua). Para a relação p/Z de abandono indicada na figura, o reservatório *B* é o que apresenta o maior *FR*. Sendo *A*, *B* e *C* os pontos que representam as máximas produções acumuladas possíveis, correspondentes a aquíferos com influências crescentes, concluímos que reservatórios de gás com influxos de água mais atuantes podem apresentar menores fatores de recuperação. Isso se deve ao fato de que, no deslocamento imiscível de um fluido por outro, neste caso água deslocando gás, sempre permanece no meio poroso uma saturação residual do fluido deslocado, cujo valor pode ser considerado independente da pressão atuante. A saturação residual de gás (S_{gr}) pode atingir valores da ordem de 30 a 50% do volume poroso (Craft & Hawkins, 1959; Agarwal *et alii*, 1965).

Para uma dada saturação residual de gás, estará determinado o volume de gás residual no reservatório (V_{gr}). A partir da equação de estado dos gases pode-se escrever que:

$$n_{gr} = \frac{pV_{gr}}{ZRT}, \quad (7.71)$$

onde n_{gr} é o número de mols de gás residual. Para uma temperatura do reservatório constante, pode-se dizer que:

$$n_{gr} \propto \frac{p}{Z}, \quad (7.72)$$

de onde se conclui que quanto maior a manutenção de pressão proporcionada pelo aquífero, maior o número de mols de gás restante no reservatório e, conseqüentemente, menor a recuperação final.

7.8. Problemas

Problema 7.1 – Um reservatório volumétrico de gás tem uma pressão inicial de 295 kgf/cm^2 , porosidade de 17,2% e saturação de água conata irreduzível de 23%. O fator volume-formação do gás a 295 kgf/cm^2 é de $0,003425 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$ e a 53 kgf/cm^2 é de $0,01852 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$.

- Calcule o volume original de gás nas condições-padrão para um volume de rocha de 1.000 m^3 .
- Calcule a reserva original de gás (nas condições-padrão), ou seja, o volume original de gás possível de ser produzido, para um volume de rocha de 1.000 m^3 , admitindo uma pressão de abandono de 53 kgf/cm^2 .
- Explique porque o cálculo da reserva depende da pressão de abandono selecionada.
- Calcule a reserva original de gás (nas condições-padrão), admitindo uma área de reservatório de $3 \times 10^6 \text{ m}^2$, espessura média da formação de 170 m e pressão de abandono de 53 kgf/cm^2 .
- Calcule o fator de recuperação na pressão de abandono de 53 kgf/cm^2 .

Respostas:

- | | |
|---|---|
| (a) $38.672 \text{ m}^3 \text{ std} / 1.000 \text{ m}^3 \text{ de rocha}$ | (b) $31.520 \text{ m}^3 \text{ std} / 1.000 \text{ m}^3 \text{ de rocha}$ |
| (d) $16,075 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$ | (e) 0,815 (81,5%) |

Problema 7.2 – Os dados de produção de um reservatório volumétrico de gás são: densidade do gás = 0,80; temperatura do reservatório = 65 °C; pressão inicial = 178,44 kgf/cm^2 . O histórico de produção encontra-se na Tabela 7.6.

Tabela 7.6 – Histórico de produção do reservatório do Problema 7.2

Produção acumulada de gás ($10^6 m^3 std$)	Pressão do reservatório (kgf/cm^2)
0	178,44
283,168	167,40
566,337	156,29
849,505	146,59
1.132,674	136,40
1.415,843	126,62

Pede-se determinar:

- O volume original de gás.
- O fator de recuperação para uma pressão de abandono de 32 kgf/cm^2 .
- A reserva atual.

Respostas:

- (a) $4,672 \times 10^9 m^3 std$ (b) 0,86 (86%) (c) $2,591 \times 10^9 m^3 std$

Problema 7.3 – Os dados da Tabela 7.7 referem-se a um reservatório volumétrico de gás:

Tabela 7.7 – Dados do reservatório do Problema 7.3

G_p ($10^6 m^3 std$)	p (kgf/cm^2)	Z
0	146,24	0,759
194,622	132,53	0,767
397,059	113,90	0,787
670,741	84,72	0,828
878,077	62,43	0,866
1.025,268	45,35	0,900

- Traçar um gráfico da pressão em função da produção acumulada de gás.
- Traçar um gráfico de p/Z versus G_p .
- Estimar o volume original de gás.
- Estimar a reserva atual admitindo uma pressão de abandono de 8,4 kgf/cm^2 .

Dado adicional: $Z = 0,98$ para $p = 8,4 kgf/cm^2$.

Respostas:

(c) $1,387 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$ (d) $0,300 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 7.4 – Um reservatório de gás seco apresentou o histórico mostrado na Tabela 7.8.

Tabela 7.8 – Histórico de produção - Problema 7.4

Data	Produção acumulada ($10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$)	Pressão estática (kgf/cm^2)	Z
07.01.1965	0		
07.01.1966	50,970	243,33	0,796
09.01.1967	110,436	236,93	0,790
10.01.1968	165,654	225,62	0,778
11.01.1969	267,594	212,96	0,765

Outros dados são:

Temperatura do reservatório	37,8 °C
Densidade do gás	0,68
Temperatura pseudocrítica do gás	213,6 K
Pressão pseudocrítica do gás	46,93 kgf/cm^2

Calcular:

- A pressão original do reservatório.
- O volume original de gás no reservatório.
- A pressão média no reservatório em 11.01.1974, sabendo-se que foi mantida uma produção diária de $566.337 \text{ m}^3 \text{ std}$ a partir de 11.01.1969.

Respostas:

(a) $249,73 \text{ kgf/cm}^2$ (b) $2,465 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$ (c) $114,25 \text{ kgf/cm}^2$

Problema 7.5 – Para um reservatório de gás com 0,6 de densidade, pressão original de 246 kgf/cm^2 e temperatura de $65,6 \text{ }^\circ\text{C}$, calculou-se o volume inicial de gás pelo método volumétrico como sendo de $5,663 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$, com uma área produtiva de $9.105.426 \text{ m}^2$. O histórico de produção está apresentado na Tabela 7.9.

Tabela 7.9 – Dados de produção do reservatório de gás do Problema 7.5

p (kgf/cm^2)	G_p ($10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$)	Z (@ $65,6 \text{ }^\circ\text{C}$)
246	–	0,885
176	2,124	0,855

Pedem-se:

- (a) Qual é o volume original de gás calculado a partir do histórico de produção, admitindo que não haja influxo de água?
- (b) Admitindo que o volume inicial de gás calculado no item anterior seja o correto, qual é a área do reservatório?
- (c) Admitindo que o volume de gás inicial calculado pelo método volumétrico seja o correto, qual é o volume acumulado de influxo de água que deve ter ocorrido durante a produção dos 2,124 $\times 10^9 m^3 std$ de gás?

Respostas:

(a) $G = 8,187 \times 10^9 m^3 std$

(b) $A = 13.163.716 m^2$

(c) $W_e = 3,855 \times 10^6 m^3$

Problema 7.6 – Calcular a produção diária de gás, incluindo o gás equivalente de condensado e água, para um reservatório com as seguintes produções diárias:

Gás do separador	$169,9 \times 10^3 m^3 std$
Condensado	$15,9 m^3 std$
Gás do tanque	$595 m^3 std$
Água	$1,6 m^3$

Outras informações disponíveis são:

Pressão inicial	$422,0 kgf/cm^2$
Pressão atual	$140,6 kgf/cm^2$
Temperatura	$107 ^\circ C$
Densidade do condensado	$50 ^\circ API$
Vapor d'água no gás a $140,6 kgf/cm^2$ e $107 ^\circ C$	$\frac{4,83 m^3 \text{ de água}}{10^6 m^3 std \text{ de gás}}$

Resposta: $173,7 \times 10^3 m^3 std/d$

Problema 7.7 – Um poço produz gás e condensado, através de um separador, com densidades 0,70 e $59 ^\circ API$, respectivamente. A razão gás/líquido de produção é de $2.618 m^3 std/m^3 std$. A pressão do reservatório é de $182,80 kgf/cm^2$ ($2.600 psia$) e a temperatura é de $94,4 ^\circ C$ ($202 ^\circ F$). Admitindo que esses fluidos ocorram em uma única fase gasosa no reservatório, pede-se determinar:

- (a) A densidade do gás do reservatório.
- (b) A massa específica do gás no reservatório.
- (c) O gradiente de pressão no reservatório.
- (d) A viscosidade do gás no reservatório.

Respostas:

(a) 0,88

(b) $185 kg/m^3$

(c) $0,0185 kgf/cm^2/m$

(d) 0,0191 cp

Bibliografia

Agarwal, R. G.; Al-Hussainy, R. & Ramey, H. J., Jr.: The Importance of Water Influx in Gas Reservoirs. *J. Pet. Tech.*, 1336-1342, Nov. 1965; *Trans. AIME*, 1965.

- Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: *Petroleum Reservoir Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Havlena, D. & Odeh, A. S.: The Material Balance as an Equation of a Straight Line. *J. Pet. Tech.*, 896-900, Aug. 1963.
- Havlena, D. & Odeh, A. S.: The Material Balance as an Equation of a Straight Line - Part II, Field Cases. *J. Pet. Tech.*, 815-822, July 1964.
- Nemeth, L. K. & Kennedy, H. J.: A Correlation of Dew Point Pressure with Fluid Composition and Temperature. *SPEJ*, 99-104, June 1967.
- Ramagost, B. P.: P/Z Abnormally Pressured Gas Reservoirs. In: Annual Fall Technical Conference and Exhibition of the SPE of AIME, 56. San Antonio, TX, USA, Oct. 5-7, 1981. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1981. (SPE 10125.)
- Rosa, A. J.: *Equação de Balanço de Materiais*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/ SEPES/ DIVEN/SEN-BA, 1980. (Apostila.)
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.

8.

BALANÇO DE MATERIAIS EM RESERVATÓRIOS DE ÓLEO

Inicialmente será deduzida uma equação geral válida para qualquer tipo de reservatório de óleo, submetido aos mais diversos mecanismos de produção. Nas seções seguintes serão considerados casos particulares, a depender do(s) mecanismo(s) de produção mais atuante(s) no reservatório.

Além dos símbolos já definidos em capítulos anteriores, a seguinte simbologia específica será utilizada na dedução da equação de balanço de materiais (EBM) para reservatórios de óleo:

- B_g Fator volume-formação do gás proveniente da zona de óleo (volume nas condições de reservatório por volume nas condições-padrão)

- B_{gc} Fator volume-formação do gás proveniente da capa

- B_{ginj} Fator volume-formação do gás injetado

- B_t Fator volume-formação total do óleo, $B_t = B_o + (R_{si} - R_s)B_g$

- B_{tw} Fator volume-formação total da água, $B_{tw} = B_w + (R_{swi} - R_{sw})B_g$

- B_{winj} Fator volume-formação da água injetada

- G Volume original de gás na capa (condições-padrão)

- G_{inj} Volume de gás injetado acumulado (condições-padrão)

- m Quociente entre o volume original de gás na capa (condições de reservatório) e o volume original de óleo (condições de reservatório), ou seja, $m = GB_{gic} / NB_{oi}$

- N Volume original de óleo (condições-padrão)

- N_p Volume acumulado de óleo produzido (condições-padrão)
- p Pressão média do reservatório
- R Razão gás/óleo de produção instantânea
- R_p Razão gás/óleo acumulada, isto é, $R_p = G_p / N_p$
- R_s Razão de solubilidade gás/óleo ou razão gás/óleo de solução (volume de gás nas condições-padrão por volume de óleo nas condições-padrão)
- R_{sw} Razão de solubilidade gás/água ou razão gás/água de solução
- S_g Saturação de gás na zona de óleo
- S_{gc} Saturação de gás na capa de gás
- S_{wig} Saturação de água conata ou inicial na capa de gás
- S_{wio} Saturação de água conata ou inicial na zona de óleo
- W_{inj} Volume acumulado de água injetada (condições-padrão).

8.1. Equação de Balanço de Materiais Generalizada

A Figura 8.1 mostra um esquema da distribuição de fluidos durante a produção de um reservatório de hidrocarbonetos. O reservatório inicialmente possui três zonas distintas: (1) capa de gás, que contém gás e água conata; (2) zona de óleo, contendo óleo e água conata; (3) aquífero contíguo à zona de óleo.

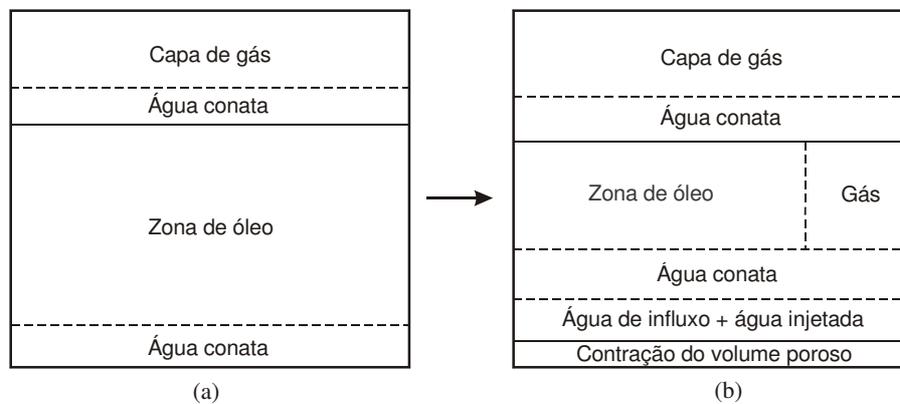


Figura 8.1 – Distribuição de fluidos em um reservatório - (a) Condições iniciais; (b) Condições após a produção de volumes N_p de óleo, G_p de gás e W_p de água.

Considera-se que, após um certo período de tempo, tenham sido produzidos os volumes N_p de óleo, G_p de gás e W_p de água, além de terem sido injetados os volumes G_{inj} de gás e W_{inj} de água, com a finalidade de retardar o decréscimo de pressão no reservatório. Admite-se também que tenha ocorrido um influxo acumulado de água proveniente do aquífero igual a W_e e que a pressão média do reservatório tenha declinado de p_i até p . O volume de poros reduziu-se, devido à compressibilidade da rocha, em função da queda de pressão ocorrida.

A EBM é obtida baseando-se no seguinte princípio: a expansão total dos fluidos existentes no reservatório, somada à contração do volume poroso, é igual à produção total de fluidos. Em condições de reservatório, essa igualdade poderia ser expressa como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Variação do volume de óleo original e do gás associado} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Variação do volume de gás da capa} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Variação do volume de água conata na zona de óleo} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Variação do volume de água conata na capa de gás} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Contração do volume de poros} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Injeção acumulada de água} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Injeção acumulada de gás} \\
 & \quad + \\
 & \quad \text{Influxo acumulado de água} \\
 & = \\
 & \text{Produção acumulada de fluidos (óleo, gás e água) medida} \\
 & \text{nas condições atuais (p,T) do reservatório}
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

Deve-se mencionar que as variações de volumes de fluidos que compõem a Eq. (8.1) correspondem às diferenças entre os volumes desses fluidos na pressão atual p e na pressão original p_i , sendo portanto valores positivos. A contração do volume de poros também deve ser tomada como sendo um número positivo, equivalendo portanto ao valor absoluto (módulo) da variação de volume poroso ocorrida entre as pressões original e atual.

O detalhamento da dedução de cada uma das parcelas que compõem a Eq. (8.1) pode ser encontrado no Apêndice J. A substituição das expressões matemáticas representativas dos termos da Eq. (8.1) resulta em:

$$\begin{aligned}
 & N(B_t - B_{ti}) + \frac{mNB_{ti}}{B_{gic}}(B_{gc} - B_{gic}) + \frac{NB_{ti}S_{wio}}{1 - S_{wio}} \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) + \\
 & + \frac{mNB_{ti}S_{wig}}{1 - S_{wig}} \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) + \left(\frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} + \frac{mNB_{ti}}{1 - S_{wig}} \right) c_f \Delta p + W_{inj} B_{winj} + G_{inj} B_{ginj} + W_e \\
 & = N_p [B_t - (R_{si} - R_s) B_g] + N_p (R_p - R_s) B_g + W_p B_w,
 \end{aligned} \tag{8.2}$$

onde $\Delta p = p_i - p$. Explicitando o valor do volume original de óleo tem-se:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj}}{B_t - B_{ti} + \frac{mB_{ti}}{B_{gic}} (B_{gc} - B_{gic}) + \left(\frac{B_{ti} S_{wio}}{1 - S_{wio}} + \frac{mB_{ti} S_{wig}}{1 - S_{wig}} \right) \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) + \left(\frac{B_{ti}}{1 - S_{wio}} + \frac{mB_{ti}}{1 - S_{wig}} \right) c_f \Delta p} \quad (8.3)$$

A Eq. (8.3) permite estimar o volume de óleo original N quando são disponíveis dados geológicos, de produção e de laboratório. Mais especificamente, dados de geologia e/ou perfilagem são necessários para a estimativa dos tamanhos relativos da capa de gás e da zona de óleo, de modo que possa ser estimado o valor de m . Dados de produção e de injeção de fluidos, incluindo produções acumuladas de óleo, água e gás, e injeções acumuladas de gás e/ou de água, bem como um histórico de pressão ao longo do tempo, são também necessários. Finalmente, é fundamental o conhecimento das saturações iniciais dos fluidos no reservatório, bem como das propriedades físicas dos fluidos e da rocha, tais como: fator volume-formação, razão gás/óleo de solução e compressibilidade da formação. O valor do influxo acumulado W_e não necessariamente precisa ser conhecido, já que, conforme será discutido em seções posteriores, é possível a determinação simultânea de dois parâmetros da EBM, que podem ser N e W_e ou mesmo N e m , desde que se conheça o valor de W_e .

Na prática, muitas vezes é empregada uma versão simplificada da Eq. (8.3). Admitindo-se, por exemplo, que $B_{gc} = B_g$, $B_{tw} = B_w$ e $S_{wio} = S_{wig} = S_{wi}$, e dado que:

$$c_w = \frac{B_w - B_{wi}}{B_{wi} \Delta p}, \quad (8.4)$$

a Eq. (8.3) reduz-se a:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj}}{B_t - B_{ti} + mB_{ti} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m)B_{ti} \left(\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p} \quad (8.5)$$

A Eq. (8.5) pode também ser escrita em termos do fator volume-formação do óleo (B_o):

$$N = \frac{N_p [B_o + (R_p - R_s)B_g] + W_p B_w - W_e - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj}}{B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s)B_g + mB_{oi} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m)B_{oi} \left(\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p} \quad (8.6)$$

Como se pode observar, a equação de balanço de materiais apresenta forte dependência dos chamados parâmetros PVT (fator volume-formação, razão de solubilidade, pressão de bolha ou de saturação). Nas várias técnicas utilizadas na manipulação dessa equação, conforme foi visto no Capítulo 7 para o caso de reservatórios de gás e será discutido nas próximas seções para o caso de reservatórios de óleo, muitas vezes aparecem divisões por números muito pequenos, que podem conduzir a erros significativos nos cálculos de balanço de materiais se houver erros significativos nos dados de parâmetros PVT. Além de eventuais erros experimentais na determinação desses parâmetros, muitas vezes as amostras dos fluidos do reservatório são obtidas em condições inadequadas, resultando em valores completamente incorretos para a pressão de bolha, razão de solubilidade, etc. Assim, é sempre importante aplicar um teste de consistência aos dados PVT que estiverem sendo utilizados em um estudo de balanço de materiais.

8.2. Linearização da Equação de Balanço de Materiais

Uma das maneiras de se estimar simultaneamente os parâmetros desconhecidos da EBM é estudar o seu comportamento quando expressa como uma função linear (Havlena & Odeh, 1963). Visando simplificar a apresentação da Eq. (8.3), alguns dos termos podem ser agrupados. Os fluidos produzidos e injetados no reservatório podem compor a seguinte variável:

$$F = N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj} \quad (8.7)$$

As expansões do óleo e do gás originalmente em solução podem ser representadas por:

$$E_o = B_t - B_{ti}, \quad (8.8)$$

o termo que representa a expansão do gás da capa pode ser denominado como:

$$E_g = \frac{B_{ti}}{B_{gic}} (B_{gc} - B_{gic}) \quad (8.9)$$

e os efeitos devidos à expansão da água conata e à redução do volume poroso podem ser agrupados em:

$$E_{f,w} = \left(\frac{B_{ti} S_{wio}}{1 - S_{wio}} + \frac{m B_{ti} S_{wig}}{1 - S_{wig}} \right) \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) + \left(\frac{B_{ti}}{1 - S_{wio}} + \frac{m B_{ti}}{1 - S_{wig}} \right) c_f \Delta p. \quad (8.10)$$

Empregando-se as Eqs. (8.7), (8.8), (8.9) e (8.10), a Eq. (8.3) pode ser escrita como:

$$F = N(E_o + mE_g + E_{f,w}) + W_e \quad (8.11)$$

Em muitos casos a Eq. (8.11) se transforma em uma função linear. Por exemplo, para um reservatório sem capa de gás inicial ($m = 0$), sem influxo de água ($W_e = 0$) e compressibilidades da água conata e da rocha desprezíveis ($E_{f,w} \cong 0$), a Eq. (8.11) reduz-se a:

$$F = N E_o \quad (8.12)$$

Os valores de F são calculados a partir de dados de produção e de injeção de fluidos e os de E_o a partir de análises dos fluidos em célula PVT, por exemplo. Portanto, as variáveis F e E_o podem ser colocadas em um gráfico com coordenadas cartesianas, resultando em uma linha reta cujo coeficiente angular vale N . Caso não se obtenha uma linha reta, será uma indicação de que o mecanismo de produção é outro.

Mesmo no caso em que houvesse a presença de influxo de água para o interior do reservatório, a Eq. (8.11) poderia ser expressa como uma função linear:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{W_e}{E_o} \quad (8.13)$$

Um gráfico de F/E_o contra W_e/E_o resultaria em uma linha reta, cujo coeficiente linear seria N .

Para que seja possível a determinação do volume de óleo original N e do influxo acumulado W_e , os valores de F e de E_o devem ser avaliados em vários instantes da vida produtiva do reservatório. A determinação do influxo acumulado significa definir o modelo que representa o comportamento do sistema reservatório-aquífero, permitindo previsões futuras.

Os reservatórios de óleo em geral produzem sujeitos a um ou mais dos seguintes mecanismos de produção: gás em solução, capa de gás e influxo natural de água. Nas próximas seções serão estudados detalhadamente os casos particulares, onde há predominância de um ou mais mecanismos de produção. Serão objetos de discussão os seguintes tópicos:

- Redução da EBM para uma forma compacta, visando quantificar a performance do reservatório;
- Previsão do comportamento de características da produção tais como razão gás/óleo e corte "cut" de água;
- Previsão do declínio de pressão no reservatório;
- Estimativa do fator de recuperação;
- Investigação da possibilidade de aumento da recuperação primária.

8.3. Reservatórios com Mecanismo de Gás em Solução

Neste tipo de reservatório o principal mecanismo é a expansão do gás inicialmente dissolvido no óleo e que foi liberado devido à redução de pressão, consequência da produção de fluidos. O aquífero, ainda que presente, não influencia significativamente no comportamento do reservatório, seja porque o volume de água é relativamente pequeno ou porque a velocidade com que o reservatório é produzido não permite a atuação do aquífero. Portanto, no caso de reservatório que produz sob o mecanismo de gás em solução, o aumento dos volumes dos fluidos existentes no seu interior, durante o processo de produção, corresponde aos volumes dos fluidos produzidos.

Como mostra a Figura 8.2, duas fases podem ser distinguidas nesse tipo de reservatório: (a) quando o reservatório de óleo é subsaturado e (b) quando a pressão já reduziu-se a um valor menor que a do ponto de bolha, havendo portanto uma fase de gás livre no reservatório.

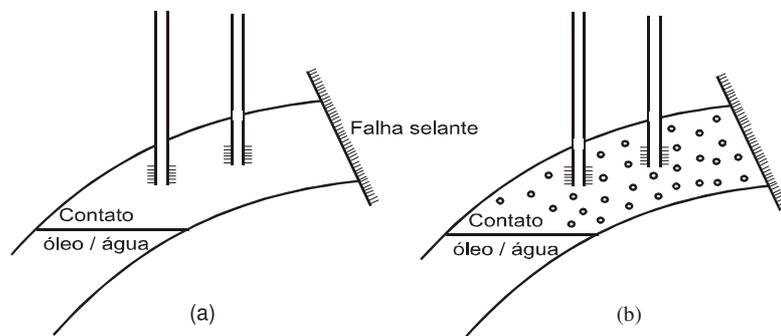


Figura 8.2 – Reservatório de óleo com mecanismo de gás em solução - (a) Acima da pressão de bolha: somente óleo; (b) Abaixo da pressão de bolha: óleo e gás liberado de solução (Dake, 1978).

8.3.1. Reservatório acima da pressão de bolha (óleo subsaturado)

Para um reservatório cujo mecanismo é o de gás em solução, admite-se que não existe capa de gás inicial ($m = 0$) e que o aquífero é relativamente pequeno em volume, de tal sorte que pode ser desprezado o influxo natural de água. Além disso, para produção acima do ponto de bolha, $R_p = R_s = R_{si}$, já que todo gás produzido na superfície é proveniente do que estava dissolvido no óleo no reservatório. Para reservatório subsaturado tem-se também que $B_l = B_o$ e $B_{nw} = B_w$. Considerando-

se ainda que não há produção de água nem injeção de água ou de gás, a EBM, Eq. (8.3), pode ser simplificada para:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_o - B_{oi} + \frac{B_{oi} S_{wio}}{1 - S_{wio}} \left(\frac{B_w - B_{wi}}{B_{wi}} \right) + \frac{B_{oi}}{1 - S_{wio}} c_f \Delta p}. \quad (8.14)$$

A componente que descreve a redução do volume poroso ocupado pelos hidrocarbonetos, devida à expansão da água conata e à contração do volume dos poros, não pode ser desprezada para um reservatório subsaturado, pois as compressibilidades da água (c_w) e da formação (c_f) são geralmente da mesma ordem de grandeza da compressibilidade do óleo (c_o).

As compressibilidades dos fluidos podem ser expressas como:

$$c_w = -\frac{1}{V_{wi}} \frac{\Delta V_w}{\Delta p} = \frac{V_w - V_{wi}}{V_{wi} \Delta p} \quad (8.15)$$

e

$$c_o = -\frac{1}{V_{oi}} \frac{\Delta V_o}{\Delta p} = \frac{V_o - V_{oi}}{V_{oi} \Delta p}, \quad (8.16)$$

ou, em função dos fatores volume-formação,

$$c_w = \frac{B_w - B_{wi}}{B_{wi} \Delta p} \quad (8.17)$$

e

$$c_o = \frac{B_o - B_{oi}}{B_{oi} \Delta p}. \quad (8.18)$$

Rearranjando-se os termos da Eq. (8.14) obtém-se:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} \left[\frac{B_o - B_{oi}}{B_{oi}} + \frac{S_{wio}}{1 - S_{wio}} \left(\frac{B_w - B_{wi}}{B_{wi}} \right) + \frac{c_f \Delta p}{1 - S_{wio}} \right]}. \quad (8.19)$$

A substituição das Eqs. (8.17) e (8.18) na Eq. (8.19) produz:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} \left[c_o \Delta p + \frac{S_{wio}}{1 - S_{wio}} c_w \Delta p + \frac{c_f \Delta p}{1 - S_{wio}} \right]} \quad (8.20)$$

ou ainda:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} \left(c_o + \frac{c_w S_{wio} + c_f}{1 - S_{wio}} \right) \Delta p}. \quad (8.21)$$

Como existem somente dois fluidos no reservatório, óleo e água conata, as suas saturações devem somar 100% do volume poroso, ou seja:

$$S_{oi} + S_{wio} = 1. \quad (8.22)$$

Usando-se a Eq. (8.22) na Eq. (8.21) resulta em:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} \left(\frac{c_o S_{oi} + c_w S_{wio} + c_f}{1 - S_{wio}} \right) \Delta p} \quad (8.23)$$

Definindo-se *compressibilidade efetiva da zona de óleo* como sendo:

$$c_{eo} = \frac{c_o S_{oi} + c_w S_{wio} + c_f}{1 - S_{wio}}, \quad (8.24)$$

obtem-se finalmente a EBM para um reservatório produzindo acima da pressão de bolha:

$$N = \frac{N_p B_o}{B_{oi} c_{eo} \Delta p} \quad (8.25)$$

A Eq. (8.25) pode ainda ser escrita como:

$$N_p B_o = N B_{oi} c_{eo} \Delta p \quad (8.26)$$

ou

$$c_{eo} = \frac{N_p B_o}{N B_{oi} \Delta p} \quad (8.27)$$

Observa-se então que a EBM pode ser reduzida a uma simples equação de compressibilidade, da forma:

$$c = \frac{\Delta V}{V \Delta p}, \quad (8.28)$$

onde $\Delta V = N_p B_o$ é a produção acumulada de fluidos, medida em condições de reservatório, e $V = N B_{oi}$ é o volume poroso ocupado por hidrocarbonetos inicialmente. Esse fato mostra que, acima da pressão de bolha, a produção é devida simplesmente à compressibilidade efetiva, traduzida em termos de expansão dos líquidos e de redução do volume poroso.

8.3.2. Reservatório abaixo da pressão de bolha (óleo saturado)

Admitindo novamente que não haja injeção de fluidos nem produção de água e que o reservatório seja volumétrico ($m = 0$ e $W_e = 0$), a EBM, Eq. (8.3), pode ser simplificada para:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si}) B_g]}{B_t - B_{ti} + \left(\frac{B_{ti} S_{wio}}{1 - S_{wio}} \right) \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) + \left(\frac{B_{ti}}{1 - S_{wio}} \right) c_f \Delta p} \quad (8.29)$$

Com a hipótese adicional de que $B_{tw} = B_w$ (i.e., desprezando-se a quantidade de gás dissolvida na água), a Eq. (8.29) pode ser escrita como:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si}) B_g]}{B_t - B_{ti} (1 - c_{ewf} \Delta p)}, \quad (8.30)$$

ou, em termos de B_o ,

$$N = \frac{N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g]}{(R_{si} - R_s) B_g + B_o - B_{oi} (1 - c_{ewf} \Delta p)}, \quad (8.31)$$

onde:

$$c_{ewf} = \frac{c_w S_{wio} + c_f}{1 - S_{wio}} \quad (8.32)$$

é denominada *compressibilidade efetiva do sistema água-formação*.

Ao atingir uma pressão abaixo do ponto de bolha certa quantidade de gás terá sido liberada do óleo saturado e uma saturação de gás terá aparecido no reservatório. Como uma primeira aproximação, admitindo que o gás tenha comportamento de gás ideal, pode-se calcular a sua compressibilidade através da expressão $c = 1/p$. O valor mínimo dessa compressibilidade ocorre na pressão de bolha. Admitindo-se, por exemplo, uma pressão de bolha de 200 kgf/cm^2 , a compressibilidade do gás é de $c_g = 1/p_b = 5.000 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$, muito maior, portanto, que os valores usuais das compressibilidades da água e da formação. Por isso, quando se aplica a EBM abaixo da pressão de bolha, geralmente desprezam-se a expansão da água conata e a contração do volume poroso, não só por causa das suas pequenas compressibilidades mas também devido à pequena participação da água na saturação do meio poroso.

Portanto, desprezando-se os efeitos das compressibilidades da água e da formação, e empregando-se a Eq. (8.30) a partir do ponto de bolha, pode-se escrever que:

$$N_b = \frac{N_{ps} [B_t + (R_{ps} - R_{sb}) B_g]}{B_t - B_{tb}}, \quad (8.33)$$

onde N_b é o volume de óleo existente no reservatório (mas medido em condições-padrão) no ponto de bolha, R_{sb} e B_{tb} são propriedades dos fluidos na pressão de bolha, e N_{ps} e R_{ps} são respectivamente a produção acumulada de óleo e a razão gás/óleo acumulada desde a pressão de bolha até a pressão considerada. A razão gás/óleo acumulada desde a pressão de bolha é calculada por:

$$R_{ps} = \frac{G_{ps}}{N_{ps}}, \quad (8.34)$$

onde G_{ps} é a produção acumulada de gás desde a pressão de bolha até a pressão considerada.

Utilizando-se novamente a equação mais geral, ou seja, a Eq. (8.30), a *fração recuperada* ($f_R = N_p / N$) pode ser calculada por:

$$f_R = \frac{B_t - B_{ti} (1 - c_{ewf} \Delta p)}{B_t + (R_p - R_{si}) B_g}. \quad (8.35)$$

A Eq. (8.35) demonstra existir uma relação inversa entre a fração recuperada e a razão de produção acumulada de gás R_p . Portanto, para se obter uma alta recuperação primária, o máximo de gás possível deve ser mantido no reservatório, o que requer que a razão gás/óleo acumulada seja mantida no menor nível possível. Mantendo-se o gás no interior do reservatório, a compressibilidade total do sistema será sensivelmente aumentada, e o valor da expressão:

$$\Delta V = cV\Delta p, \quad (8.36)$$

que é, simplifadamente, a produção, será maior para uma determinada queda de pressão Δp . Na prática, no entanto, não é tão fácil impedir ou mesmo reduzir a produção de gás. Uma vez que a

saturação de gás livre na zona de óleo tenha excedido a saturação crítica, o gás começará a ser produzido em quantidades desproporcionais ao óleo, devido à sua facilidade de fluir.

Uma produção de gás relativamente baixa muitas vezes pode ser conseguida naturalmente, quando existe segregação gravitacional fazendo com que o gás dirija-se para as partes mais altas da estrutura, ao invés de fluir para o poço. Essa situação, porém, depende de inclinações de camadas e de permeabilidades verticais relativamente favoráveis, além das vazões de produção.

Reduzindo-se a vazão de óleo ou fechando-se temporariamente o poço pode-se obter uma pequena redução na razão gás/óleo de produção, pois nesses casos uma certa quantidade de gás livre volta a entrar em solução no óleo devido ao aumento de pressão nas imediações do poço, ou ocorre uma separação gás-óleo no interior do reservatório.

Um histórico de produção primária típico de um reservatório de óleo com mecanismo de gás em solução pode ser visto na Figura 8.3. A razão gás/óleo instantânea de produção (R) excede em muito a razão de solubilidade inicial (R_{si}) para pressões menores que a de bolha. O mesmo ocorre com o valor de R_p . O declínio de pressão é mais rápido acima da pressão de bolha por causa da baixa compressibilidade total do sistema, ao passo que abaixo desta pressão, devido à presença de gás livre, que aumenta a compressibilidade do sistema, o declínio se torna menos acentuado. O fator de recuperação primária de reservatórios desse tipo é muito baixo e raramente ultrapassa os 20% do volume de óleo original.

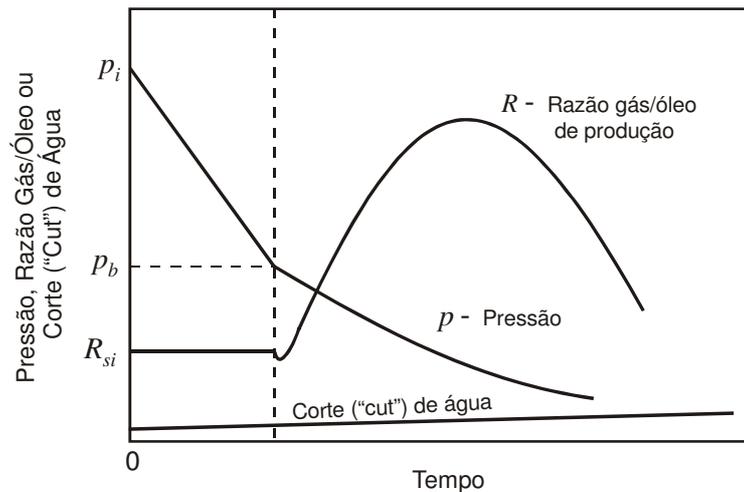


Figura 8.3 – Histórico de produção em reservatório de óleo com mecanismo de gás em solução.

Duas maneiras de se aumentar a recuperação de óleo em reservatórios cujo mecanismo natural de produção é o de gás em solução estão ilustradas na Figura 8.4, onde o reservatório está submetido a injeções de água e de gás.

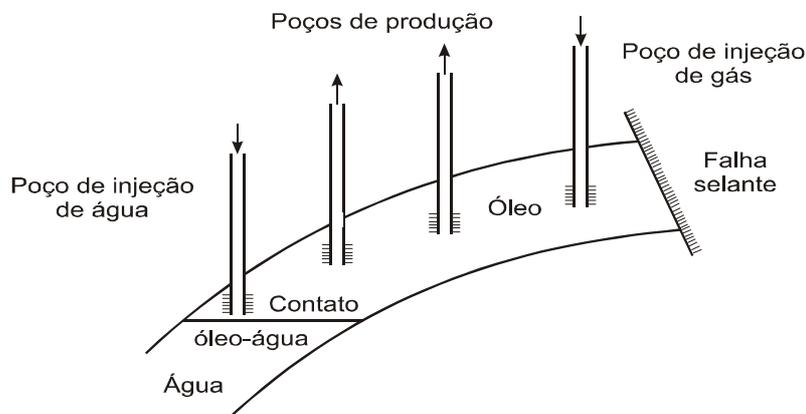


Figura 8.4 – Aumento da recuperação de óleo por injeção de água e de gás.

A injeção de água visa manter a pressão no reservatório acima de um valor para o qual o gás começa a ser móvel, e também proporcionar o deslocamento do óleo em direção aos poços produtores. O gás injetado, devido à sua expansão, também auxilia na produção do óleo. A viabilidade econômica desse tipo de projeto deve ser estudada, tendo em vista a recuperação adicional a ser obtida e os investimentos necessários. Muitas vezes, para pequenos reservatórios cujo mecanismo natural é o de gás em solução, projetos dessa natureza são inviáveis, preferindo-se produzir somente com os recursos naturais, apesar da baixa recuperação final.

No caso de haver injeção de gás e/ou de água, bem como produção de água, a EBM deve incluir os termos correspondentes, conforme a Eq. (8.3).

Exemplo 8.1 – Os resultados da análise PVT de uma amostra de óleo de um reservatório estão apresentados na Tabela 8.1. A pressão de bolha do sistema é de $234,18 \text{ kgf/cm}^2$. Os dados da Tabela 8.1 referem-se à produção através de um único separador operando a uma pressão absoluta de $10,5 \text{ kgf/cm}^2$ e a uma temperatura de 82°C . Outros dados são: $c_f = 122,3 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$; $c_w = 42,7 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$ e $S_{wi} = 0,20$.

Tabela 8.1 – Dados de análise PVT do reservatório do Exemplo 8.1

p (kgf/cm^2)	B_o ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)	R_s ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)	B_g ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)
281,29	1,2417	90,83	–
246,13	1,2480	90,83	–
234,18	1,2511	90,83	0,00488
210,97	1,2222	80,15	0,00539
189,87	1,2022	71,42	0,00600
168,78	1,1822	62,69	0,00668
146,68	1,1633	54,14	0,00769
126,58	1,1450	45,77	0,00904
105,48	1,1287	38,11	0,01100
84,39	1,1115	29,74	0,01398

63,30	1,0940	21,73	0,01903
42,19	1,0763	13,89	0,02914
21,10	1,0583	6,23	0,05985

- (a) Determine a fração recuperada (f_R) de óleo até a pressão de bolha, admitindo comportamento de reservatório volumétrico.

Considerando que o reservatório em questão será produzido até a pressão de abandono de $63,3 \text{ kgf/cm}^2$, e desprezando os efeitos da expansão da água conata e da contração do volume poroso abaixo da pressão de bolha, determine:

- (b) Uma expressão para a fração recuperada (f_R) de óleo no instante do abandono, como uma função da razão gás/óleo acumulada a partir da pressão de bolha (R_{ps}).
- (c) A saturação de gás livre no reservatório quando for atingida, na pressão de abandono, uma recuperação final de 12% do volume de óleo original.

Solução:

Parte (a):

Acima da pressão de bolha a EBM é dada pela Eq. (8.25). Assim, a fração recuperada é calculada por:

$$f_R = \frac{N_p}{N} = \frac{B_{oi} c_{eo} \Delta p}{B_o}$$

Especificamente no ponto de bolha essa expressão se torna: $f_{Rb} = \frac{B_{oi} c_{eo} (p_i - p_b)}{B_{ob}}$, onde:

$$c_o = \frac{B_{ob} - B_{oi}}{B_{oi} (p_i - p_b)} = \frac{1,2511 - 1,2417}{1,2417 \times (281,29 - 234,18)} = 160,7 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$$

$$c_{eo} = \frac{c_o S_{oi} + c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} = \frac{(160,7 \times 0,80 + 42,7 \times 0,20 + 122,3) \times 10^{-6}}{1 - 0,20} = 324,3 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$$

Portanto,

$$f_{Rb} = \frac{1,2417 \times 324,3 \times 10^{-6} \times (281,29 - 234,18)}{1,2511} = 0,0152 (1,52\%)$$

Parte (b):

A partir da pressão de bolha, quando os efeitos de contração do volume poroso e expansão da água conata não são muito importantes e portanto podem ser desprezados, a produção acumulada é calculada pela Eq. (8.33):

$$N_{ps} = \frac{N_b (B_t - B_{tb})}{B_t + (R_{ps} - R_{sb}) B_g}$$

Mas, o volume de óleo existente no reservatório na pressão de bolha (N_b) é dado por $N_b = N - N_{pb}$, onde N_{pb} é a produção acumulada até a pressão de bolha. Então, a fração recuperada a partir da pressão de bolha (Δf_R), em relação ao volume original de óleo N , é:

$$\Delta f_R = \frac{N_{ps}}{N} = \left(\frac{1}{N} \right) \frac{N_b (B_t - B_{tb})}{B_t + (R_{ps} - R_{sb}) B_g} = \left(\frac{N - N_{pb}}{N} \right) \frac{B_t - B_{tb}}{B_t + (R_{ps} - R_{sb}) B_g}$$

ou

$$\Delta f_R = \left(1 - \frac{N_{pb}}{N}\right) \frac{B_t - B_{tb}}{B_t + (R_{ps} - R_{sb})B_g} = (1 - f_{Rb}) \frac{B_t - B_{tb}}{B_t + (R_{ps} - R_{sb})B_g}.$$

A fração recuperada total será $f_R = f_{Rb} + \Delta f_R$, ou seja:

$$f_R = f_{Rb} + (1 - f_{Rb}) \frac{B_t - B_{tb}}{B_t + (R_{ps} - R_{sb})B_g},$$

ou, em termos de B_o ,

$$f_R = f_{Rb} + (1 - f_{Rb}) \frac{B_o + (R_{si} - R_s)B_g - B_{ob}}{B_o + (R_{ps} - R_s)B_g}.$$

Substituindo-se os valores numéricos:

$$f_R = 0,0152 + (1 - 0,0152) \frac{1,0940 + (90,83 - 21,73) \times 0,01903 - 1,2511}{1,0940 + (R_{ps} - 21,73) \times 0,01903}$$

$$f_R = 0,0152 + \frac{1,1403}{1,0940 + (R_{ps} - 21,73) \times 0,01903} = 0,0152 + \frac{1,1403}{0,6805 + 0,01903R_{ps}}.$$

Parte (c):

A saturação de gás no reservatório em um determinado instante da vida produtiva pode ser determinada a partir da definição de saturação de fluidos. Após a produção de um volume N_p , a saturação de óleo no reservatório é dada por:

$$S_o = \frac{V_o}{V_p} = \frac{(N - N_p)B_o}{V_p}.$$

O volume poroso pode ser calculado em função da saturação inicial de óleo, isto é:

$$S_{oi} = \frac{V_{oi}}{V_p} = \frac{NB_{oi}}{V_p} \Rightarrow V_p = \frac{NB_{oi}}{S_{oi}} = \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}}.$$

Substituindo esta expressão para V_p na equação de S_o obtém-se:

$$S_o = \frac{(N - N_p)B_o}{V_p} = \frac{(N - N_p)B_o(1 - S_{wi})}{NB_{oi}} = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \left(\frac{B_o}{B_{oi}}\right) (1 - S_{wi}).$$

Tem-se ainda que:

$$S_g = 1 - S_o - S_{wi}.$$

Admitindo-se que a saturação de água seja aproximadamente igual à inicial S_{wi} , a saturação de gás é dada por:

$$S_g = 1 - S_o - S_{wi} = 1 - \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \left(\frac{B_o}{B_{oi}}\right) (1 - S_{wi}) - S_{wi}.$$

Para uma recuperação de 12% do volume original ($N_p / N = 0,12$) e uma pressão de abandono de $63,3 \text{ kgf/cm}^2$, quando $B_o = 1,0940 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$, tem-se:

$$S_g = 1 - (1 - 0,12) \left(\frac{1,0940}{1,2417}\right) (1 - 0,20) - 0,20 = 0,18 \text{ (18 \%)}.$$

8.4. Reservatórios com Mecanismo de Capa de Gás

Um reservatório típico cujo mecanismo predominante é o de capa de gás está apresentado na Figura 8.5.

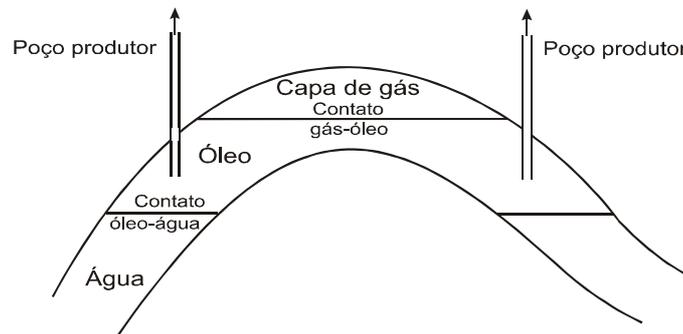


Figura 8.5 – Reservatório de óleo com mecanismo de capa de gás.

Nas condições iniciais, o óleo no contato gás/óleo deve estar saturado. À medida que a profundidade aumenta, a partir desse contato, o óleo encontra-se progressivamente menos saturado, devido ao aumento de pressão. Este efeito geralmente é pequeno e o reservatório pode ser estudado admitindo-se que os valores das propriedades dos fluidos sejam independentes da profundidade. Existem casos raros, no entanto, em que as propriedades dos fluidos variam consideravelmente ao longo da profundidade, e isto pode ser atribuído à segregação gravitacional dos componentes mais leves do óleo.

Para reservatórios cujo mecanismo de produção predominante é a expansão da capa de gás, admite-se que o influxo natural de água seja desprezível ($W_e = 0$) e que, em virtude da alta compressibilidade do gás, os efeitos das compressibilidades da água conata e dos poros sejam negligenciados. Sob essas circunstâncias, a equação geral do balanço de materiais, Eq. (8.3), pode ser simplificada para:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g]}{B_t - B_{ti} + \frac{mB_{ti}}{B_{gic}}(B_{gc} - B_{gic})}, \quad (8.37)$$

onde se admite também que não há produção de água nem injeção de água ou de gás.

O denominador da Eq. (8.37) engloba as expansões dos fluidos existentes na zona de óleo e na capa de gás, principais responsáveis pela produção do óleo. Para um melhor entendimento dessa equação pode-se escrevê-la na forma:

$$F = N(E_o + mE_g), \quad (8.38)$$

onde F , E_o e E_g são dados pelas Eqs. (8.7), (8.8) e (8.9), respectivamente.

O uso da Eq. (8.38) para a determinação de parâmetros do reservatório depende do nível de conhecimento das suas características. Para um reservatório com capa de gás, o parâmetro

conhecido com menos certeza é freqüentemente m , ou seja, a razão entre os volumes da capa de gás e da zona de óleo. Se o valor de N for conhecido com certa precisão (por exemplo, através do método volumétrico), uma das maneiras de se utilizar a Eq. (8.38) é colocar em um gráfico de coordenadas cartesianas os valores de F como uma função de $(E_o + mE_g)$, admitindo-se diferentes valores para m . Quando o valor correto de m tiver sido escolhido, o gráfico resultará em uma linha reta passando pela origem e com inclinação N , como ilustrado na Figura 8.6. Se o valor de m selecionado for maior ou menor que o verdadeiro, a curva desviar-se-á da reta de inclinação N .

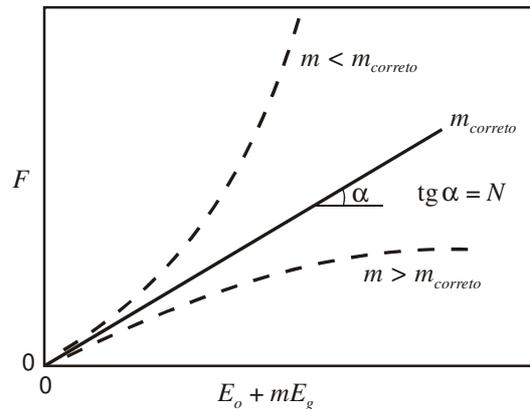


Figura 8.6 – Reservatório de óleo com mecanismo de capa de gás -
Determinação do volume da capa (Havlena & Odeh, 1963).

Para se construir o gráfico da Figura 8.6, o valor de F deve ser calculado em vários instantes da vida produtiva do reservatório, em função dos dados de produção (N_p e R_p) e dos parâmetros PVT (B_o , B_g e R_s) para a pressão média do reservatório nesses instantes. Os valores de E_o e E_g são também obtidos a partir dos dados de PVT. Alternativamente, se N for desconhecido mas m puder ser estimado com razoável grau de certeza, o método poderá ser utilizado para se obter N , através da inclinação da reta da Figura 8.6.

Uma vantagem do caso particular estudado nesta seção é que a linha reta deve obrigatoriamente passar pela origem, ponto este que age como ponto de controle, conforme pode ser visualizado na Figura 8.6.

Se existe incerteza tanto a respeito de m como de N , a Eq. (8.38) deve ser transformada em:

$$\frac{F}{E_o} = N + mN \frac{E_g}{E_o} . \quad (8.39)$$

Neste caso, um gráfico de F/E_o contra E_g/E_o produz uma linha reta cujos coeficientes angular e linear são respectivamente mN e N . Portanto, quando $E_g/E_o = 0$ obtém-se $F/E_o = N$. Determinado o valor de N , pode-se facilmente calcular m , já que a inclinação da reta é igual a mN . Esse procedimento encontra-se ilustrado na Figura 8.7.

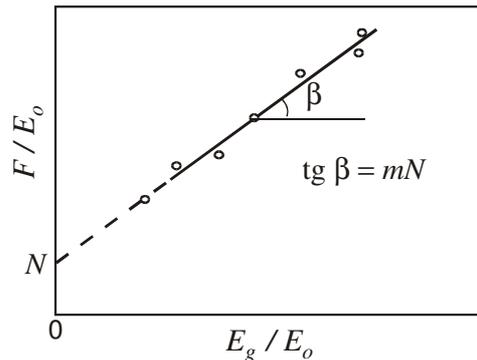


Figura 8.7 – Reservatório de óleo com mecanismo de capa de gás - Determinação de m e N .

Deve-se ressaltar que em reservatórios onde o volume da capa de gás é muito grande em relação à zona de óleo, a aplicação da EBM conforme ilustrada na Figura 8.6 e na Figura 8.7 pode produzir diferentes valores de m que resultam em linhas retas. Isso se deve ao fato de que a pressão do reservatório, nesse caso, é controlada basicamente pela capa de gás, e não pela zona de óleo, ou seja, a pressão medida na zona de óleo não é representativa do sistema como um todo.

Um histórico de pressão e de produção para um reservatório com mecanismo de capa de gás é apresentado na Figura 8.8. Devido à expansão da capa de gás, o declínio de pressão é menos acentuado do que para um reservatório de gás em solução e conseqüentemente a recuperação de óleo é maior, variando entre 20 e 30% do volume original, dependendo do volume da capa de gás.

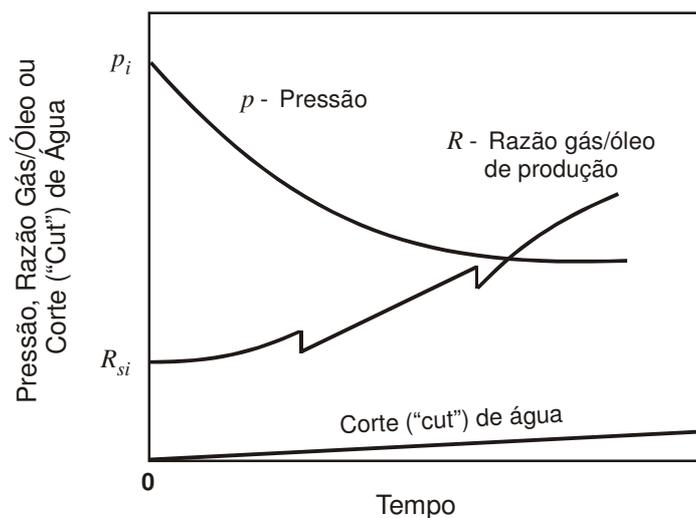


Figura 8.8 – Históricos de produção e de pressão em reservatório de óleo com mecanismo de capa de gás (Dake, 1978).

Os picos observados na curva de razão gás/óleo da Figura 8.8 são devidos ao controle exercido na operação dos poços: à medida que a capa se expande, poços completados nas partes mais altas da estrutura começam a produzir gás da capa (a altura do contato gás/óleo diminui) e são fechados, reduzindo instantaneamente a razão gás/óleo de produção.

Quando há viabilidade econômica, projetos de injeção de gás na capa e/ou água na zona de água podem ser implementados, visando aumentar a recuperação final de óleo.

Exemplo 8.2 – Os dados de propriedades dos fluidos e o histórico de produção de um reservatório que produz sob o mecanismo de capa de gás são mostrados na Tabela 8.2.

Tabela 8.2 – Propriedades dos fluidos e histórico de produção - Exemplo 8.2

p (kgf/cm^2)	N_p ($10^6 m^3 std$)	R_p ($m^3 std/m^3 std$)	B_o ($m^3/m^3 std$)	R_s ($m^3 std/m^3 std$)	B_g ($m^3/m^3 std$)
234,18	0	–	1,2511	90,83	0,00488
221,47	0,5239	187,01	1,2353	84,96	0,00517
210,92	0,9385	188,79	1,2222	80,15	0,00539
200,37	1,4074	206,60	1,2122	75,70	0,00567
189,83	1,8288	219,96	1,2022	71,42	0,00601
179,28	2,3074	225,31	1,1922	66,79	0,00634
168,74	2,8188	231,54	1,1822	62,69	0,00674

A pressão de bolha do óleo é de 234,18 kgf/cm^2 e não há produção ou influxo de água. Com o auxílio da equação de balanço de materiais, pede-se determinar:

- O volume original de óleo.
- O volume original de gás na capa.

Solução:

Parte (a):

Na presença de capa de gás os efeitos de contração do volume poroso e expansão da água conata podem ser desprezados e o balanço de materiais é representado pela Eq. (8.39). Os valores calculados para os termos dessa equação estão apresentados na Tabela 8.3.

Tabela 8.3 – Valores das variáveis dependente e independente da Eq. (8.39) - Exemplo 8.2

p (kgf/cm^2)	F ($10^6 m^3$)	E_o ($m^3/m^3 std$)	E_g ($m^3/m^3 std$)	F/E_o ($10^6 m^3 std$)	E_g/E_o (<i>adimensional</i>)
221,47	0,92358	0,01460	0,07435	63,26	5,09
210,92	1,69659	0,02872	0,13075	59,07	4,55
200,37	2,75063	0,04694	0,20253	58,60	4,31
189,83	3,83120	0,06781	0,28970	56,50	4,27
179,28	5,06986	0,09358	0,37430	54,18	4,00
168,74	6,54032	0,12083	0,47685	54,13	3,95

Colocando-se os valores de F/E_o versus E_g/E_o em um sistema de coordenadas cartesianas e ajustando-se uma reta aos pontos obtém-se o gráfico da Figura 8.9. Do coeficiente linear da reta obtém-se: $N = 22,255 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$.

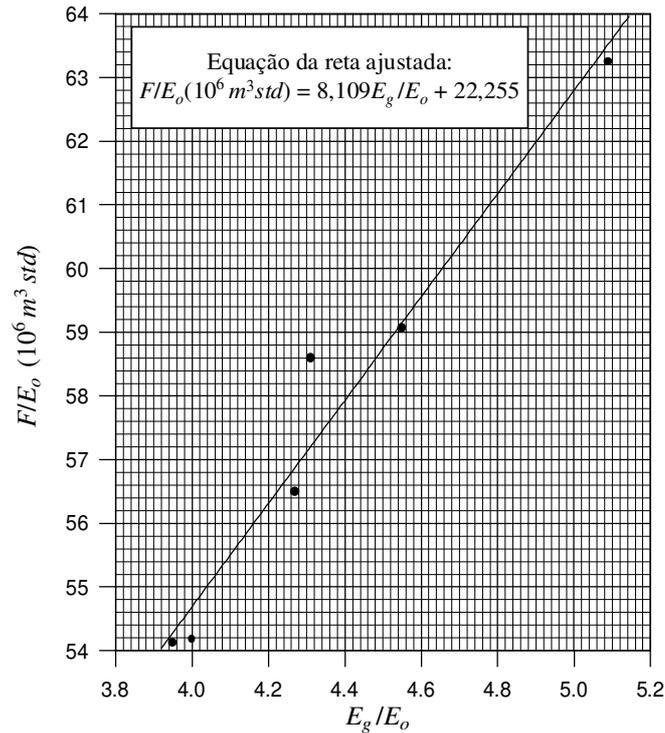


Figura 8.9 – Gráfico F/E_o versus E_g/E_o para os dados do Exemplo 8.2.

Parte (b):

A inclinação da reta do gráfico da Figura 8.9 é igual a $8,109 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$. Como o coeficiente angular da Eq. (8.39) é mN , tem-se que $mN = 8,109 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$. Mas,

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}} \Rightarrow G = \frac{mNB_{oi}}{B_{gi}} = \frac{8,109 \times 10^6 \times 1,2511}{0,00488} = 2,079 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}.$$

Neste caso, o valor de m é calculado como:

$$m = \frac{mN}{N} = \frac{8,109 \times 10^6}{22,255 \times 10^6} = 0,364.$$

Verificação: se os resultados estão corretos, um gráfico de F versus $E_o + mE_g$ (com o valor de $m = 0,364$) deve apresentar uma linha reta com inclinação aproximadamente igual ao valor de N obtido anteriormente. A Figura 8.10 mostra a existência dessa linha reta com coeficiente angular $N = 22,189 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$, o que confirma o resultado anterior.

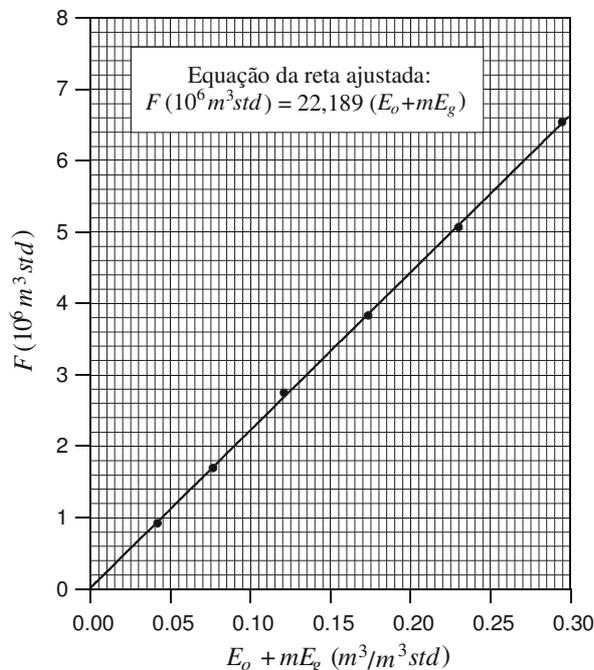


Figura 8.10 – Gráfico F versus $(E_o + mE_g)$ com $m = 0,364$ - Exemplo 8.2.

8.5. Reservatórios com Mecanismo de Influxo de Água

Neste tipo de reservatório, a queda de pressão devida à produção de fluidos causa uma expansão da água do aquífero contíguo à zona de óleo. Essa expansão provoca um fluxo de água para o interior do reservatório. De acordo com a definição de compressibilidade, aplicada ao aquífero, pode-se dizer que (Dake, 1978):

$$\left(\begin{array}{c} \text{Influxo} \\ \text{de água} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Compressibilidade} \\ \text{do aquífero} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{Volume inicial} \\ \text{de água} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{Queda de} \\ \text{pressão} \end{array} \right) \quad (8.40)$$

ou

$$W_e = (c_w + c_f) W_i \Delta p \quad , \quad (8.41)$$

onde W_i é o volume inicial de água no aquífero (numericamente igual ao volume poroso inicial do aquífero), Δp é a queda de pressão no aquífero e a compressibilidade total do aquífero é a soma das compressibilidades da água (c_w) e dos poros (c_f), já que o meio poroso encontra-se 100% saturado com água. Nesse modelo admite-se que a queda de pressão no aquífero em um determinado instante seja igual à queda de pressão no contato reservatório-aquífero. A soma de c_w e c_f é geralmente muito pequena, da ordem de $10^{-4} (kgf/cm^2)^{-1}$. Portanto, a menos que o volume de água seja muito grande, o influxo será relativamente pequeno e sua influência como um mecanismo de produção será desprezível.

Se, por outro lado, o aquífero é grande, a Eq. (8.41) é inadequada para descrever o influxo de água, porque a queda de pressão no limite do reservatório (contato óleo/água) não se transmite

instantaneamente através do aquífero, como admite aquela equação. A hipótese na qual se baseia a Eq. (8.41) somente é válida quando o tamanho do aquífero é próximo ao do reservatório.

Para um aquífero relativamente grande há um intervalo de tempo entre a queda de pressão no reservatório e a resposta do aquífero. Conclui-se então que a eficiência do mecanismo de influxo de água depende da velocidade com que o reservatório é produzido. Se o reservatório é produzido rapidamente, com altas vazões, o aquífero pode não chegar a atuar em termos de manutenção de pressão.

O cálculo rigoroso do influxo de água exige o emprego dos modelos e equações apresentados no Capítulo 6. Por simplicidade, porém, será utilizada a Eq. (8.41) como ilustração do efeito do influxo de água no balanço de materiais.

Admitindo-se que não haja capa de gás e desprezando-se o termo referente ao efeito das compressibilidades da rocha e da água conata (E_{fw}), dado pela Eq. (8.10), não só por causa das pequenas compressibilidades, mas também porque o influxo ajuda a manter a pressão no reservatório, decorrendo daí um pequeno Δp , a Eq. (8.11) reduz-se a:

$$F = NE_o + W_e . \quad (8.42)$$

Na tentativa de ajustar os históricos de pressão e de produção a uma equação desse tipo surge sempre a incerteza quanto à determinação do influxo acumulado W_e , cujo cálculo requer um modelo matemático que depende das características do aquífero. Essas características, no entanto, raramente são determinadas diretamente, já que dificilmente são perfurados poços no aquífero.

Como exemplo suponha que o influxo possa ser descrito utilizando-se o modelo simples representado pela Eq. (8.41). Para um aquífero com geometria radial o influxo de água pode ser calculado por (Dake, 1978):

$$W_e = (c_w + c_f) \pi (r_e^2 - r_o^2) h \phi \Delta p , \quad (8.43)$$

onde r_e é o raio do aquífero, r_o o raio do reservatório e h a espessura da formação. Conforme mencionado por Dake (1978), o único parâmetro da Eq. (8.43) conhecido com absoluta certeza é π ! Os demais são estimados baseando-se em informações obtidas no reservatório de óleo.

Observa-se portanto que a escolha do modelo correto de aquífero deve ser feita através de tentativas, procurando-se ajustar ao histórico de produção vários modelos. Para isso, a Eq. (8.42) pode ser expressa como:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{W_e}{E_o} . \quad (8.44)$$

Um gráfico da variável F / E_o em função de W_e / E_o resulta em uma linha reta para o modelo de aquífero correto, como mostra a Figura 8.11. Se o modelo de aquífero escolhido for incorreto, a curva obtida desviar-se-á da linha reta teórica, cujo coeficiente angular é unitário e intercepta o eixo das ordenadas em N , quando $W_e / E_o = 0$.

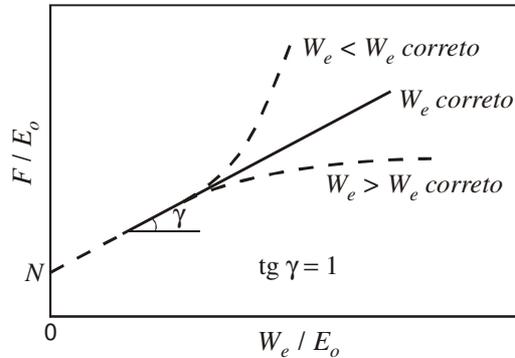


Figura 8.11 – Determinação do modelo de aquífero em reservatório com influxo de água (Havlena & Odeh, 1963).

Uma vez determinado o modelo de aquífero pelo ajustamento dos dados, o mesmo pode ser usado na previsão do comportamento futuro do reservatório. Porém, como existem muitas incertezas envolvidas e como geralmente a solução de problemas inversos desse tipo não é única, a sua validade deve ser continuamente verificada em função de novos dados de produção e de pressão disponíveis.

Alguns dos modelos mais sofisticados de cálculo do influxo do aquífero (apresentados no Capítulo 6) levam em conta o comportamento do reservatório através da queda de pressão Δp no limite original reservatório-aquífero (contato óleo/água inicial). Na impossibilidade de se determinar a queda de pressão na posição original do contato, o valor de Δp é tomado como sendo a queda da pressão média do reservatório, devida à produção de fluidos.

Caso o reservatório possua capa de gás inicial, a Eq. (8.11) passa a ser:

$$F = N(E_o + mE_g) + W_e \quad (8.45)$$

que ainda pode ser transformada em:

$$\frac{F}{E_o + mE_g} = N + \frac{W_e}{E_o + mE_g} \quad (8.46)$$

Na Eq. (8.46) admite-se que pelo menos o valor de m seja conhecido. Neste caso, a interpretação é semelhante à da Figura 8.11, desde que a variável $F / (E_o + mE_g)$ seja a ordenada e $W_e / (E_o + mE_g)$ a abscissa.

Os históricos de pressão e de produção de um reservatório sob forte influxo natural de água são mostrados na Figura 8.12. Observa-se que, em função da manutenção de pressão, o reservatório permanece subsaturado ($R = R_{si}$). O declínio de pressão é relativamente pequeno devido à expansão da água do aquífero. Recuperações primárias nesse tipo de reservatório podem atingir 40% ou mais do volume original. Certa quantidade de óleo residual normalmente é trapeada atrás da frente de avanço da água e só pode ser recuperada através de métodos especiais de recuperação, “infill drilling” ou recompletações.

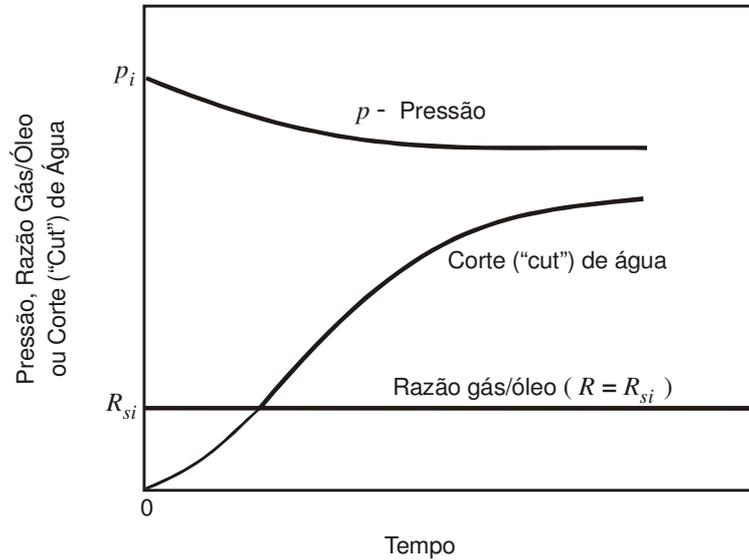


Figura 8.12 – Históricos de pressão e de produção em reservatório com influxo de água (Dake, 1978).

Exemplo 8.3 – Um reservatório de petróleo circundado por um aquífero apresentou as seguintes características:

Propriedades dos fluidos	Tabela 8.4
Histórico de pressões no reservatório	Figura 8.13
Produção acumulada de óleo durante os primeiros 36 meses.....	$2 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Produção acumulada de gás durante os primeiros 36 meses.....	$400 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Produção acumulada de água durante os primeiros 36 meses.....	$500 \text{ m}^3 \text{ std}$
Vazão de óleo constante no período entre 36 e 60 meses.....	$1.343 \text{ m}^3 \text{ std/d}$
Razão gás/óleo constante no período entre 36 e 60 meses	$187 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$
Produção de água durante o período entre 36 e 60 meses	nula
Volume de água injetada durante os 60 meses	nulo
Compressibilidade da formação	desprezível
$m = (\text{volume original de gás na capa}) / (\text{volume original de óleo})$	$0,05 \text{ m}^3/\text{m}^3$

Tabela 8.4 – Propriedades dos fluidos do Exemplo 8.3

p (atm abs)	R_s ($\text{m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$)	B_t ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)	B_g ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)	B_w ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)
204	128	1,42	0,0021	1,00
184	115	1,53	0,0037	1,00
170	100	1,61	0,0049	1,00

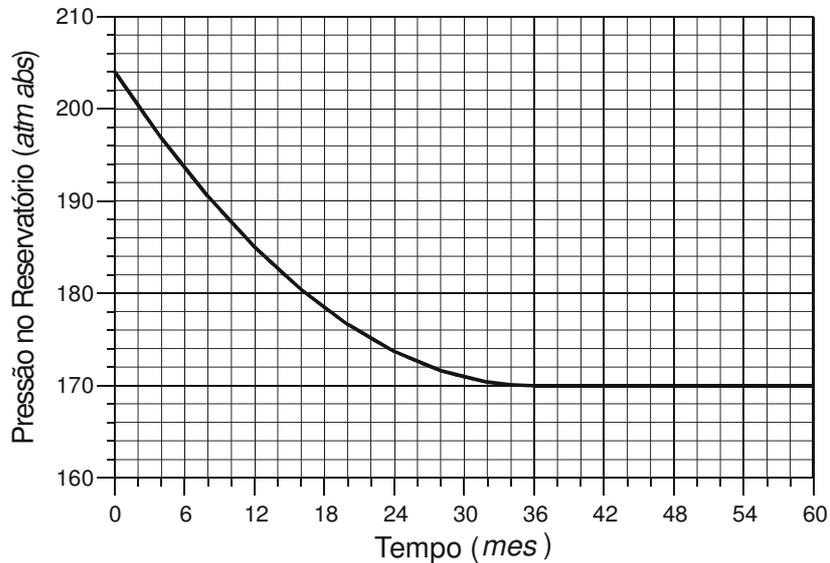


Figura 8.13 – Histórico de pressões no Exemplo 8.3.

O comportamento da pressão no reservatório durante os primeiros 36 *meses* é dado pela equação:

$$p(\text{atm abs}) = 0,026543[t(\text{mês})]^2 - 1,9t(\text{mês}) + 204.$$

Admitindo que o influxo de água seja descrito pela lei de influxo permanente, conhecida como equação de Schilthuis (1936),

$$W_e = J \int_0^t (p_i - p) dt, \quad (8.47)$$

onde J é denominada constante de influxo de água, também conhecida como índice de produtividade do aquífero, p_i é a pressão inicial do sistema e p é a pressão no contato óleo/água, e admitindo também que a pressão no contato possa ser aproximada pela pressão média do reservatório, calcular:

- A constante de influxo de água.
- O influxo acumulado de água durante os primeiros 36 *meses* de produção.
- Os volumes originais de óleo (N) e de gás na capa (G).

Solução:

Parte (a):

Durante o período em que a pressão do reservatório manteve-se constante pode-se escrever que:

$$q_{\text{influxo}} = q_o + q_g + q_w, \quad (8.48)$$

onde as vazões são dadas em condições de reservatório. A Eq. (8.48) traduz o fato de que o volume de água fornecido pelo aquífero foi equivalente ao volume de fluido retirado do reservatório, de modo que a pressão manteve-se estabilizada.

Como as vazões são sempre medidas na superfície e referenciadas a uma condição-padrão, a Eq. (8.48) também pode ser escrita como:

$$q_{influxo} = B_o Q_o + B_g Q_g + B_w Q_w, \quad (8.49)$$

onde as vazões Q são usadas nas condições-padrão. A vazão de gás pode ser expressa como:

$$Q_g = (R - R_s) Q_o. \quad (8.50)$$

Portanto:

$$q_{influxo} = B_o Q_o + B_g (R - R_s) Q_o + B_w Q_w. \quad (8.51)$$

Mas,

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g, \quad (8.52)$$

ou seja,

$$B_o = B_t - (R_{si} - R_s) B_g. \quad (8.53)$$

Substituindo a Eq. (8.53) na Eq. (8.51):

$$q_{influxo} = B_t Q_o + B_g (R - R_{si}) Q_o + B_w Q_w. \quad (8.54)$$

A vazão de influxo de água em condições de reservatório é obtida derivando-se o influxo acumulado de água em relação ao tempo:

$$q_{influxo} = \frac{dW_e}{dt}. \quad (8.55)$$

Então:

$$\frac{dW_e}{dt} = B_t Q_o + B_g (R - R_{si}) Q_o + B_w Q_w. \quad (8.56)$$

Quando não são conhecidas as vazões instantâneas mas apenas o histórico das produções acumuladas, as vazões podem ser expressas como derivadas das produções acumuladas:

$$Q_o = \frac{dN_p}{dt} \quad (8.57)$$

e

$$Q_w = \frac{dW_p}{dt}. \quad (8.58)$$

No problema em questão, a vazão de influxo de água em condições de reservatório é obtida derivando-se a Eq.(8.47):

$$q_{influxo} = \frac{dW_e}{dt} = J(p_i - p). \quad (8.59)$$

Assim:

$$J(p_i - p) = B_t Q_o + B_g (R - R_{si}) Q_o + B_w Q_w. \quad (8.60)$$

Substituindo os valores numéricos na Eq. (8.60) obtém-se:

$$J(204 - 170) = 1,61 \times 1.343 + 0,0049 \times (187 - 128) \times 1.343 + 1,0 \times 0, \quad (8.61)$$

de onde se calcula: $J = 75 \text{ m}^3/d/atm$.

Parte (b):

Substituindo a equação da pressão para os primeiros 36 meses na Eq. (8.47) obtém-se:

$$W_e = J \int_0^{36} [p_i - (0,026543t^2 - 1,9t + 204)] dt$$

ou

$$W_e = J \int_0^{36} [204 - (0,026543t^2 - 1,9t + 204)] dt,$$

após a substituição dos valores numéricos da pressão inicial e do tempo no integrando. Resolvendo a integral:

$$W_e = -J(0,008847t^3 - 0,95t^2) \Big|_0^{36}$$

$$W_e = J \times 818,4 \text{ atm} \cdot \text{mês} = 75 \frac{\text{m}^3}{\text{d} \cdot \text{atm}} \times 818,4 \text{ atm} \cdot \text{mês} = 75 \frac{\text{m}^3}{\text{d} \cdot \text{atm}} \times 818,4 \text{ atm} \times 30 \text{ d}$$

$$W_e = 1.841.400 \text{ m}^3 .$$

Parte (c):

O volume original de óleo pode ser calculado através da equação de balanço de materiais, Eq. (8.5):

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj}}{B_t - B_{ti} + m B_{ti} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) B_{ti} \left(\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p} .$$

Como não há injeção de água nem de gás, e na presença de capa de gás e de influxo de água os efeitos das compressibilidades da água conata e da formação podem ser desprezados, a EBM reduz-se a:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e}{B_t - B_{ti} + m B_{ti} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right)} .$$

A razão gás óleo acumulada é de:

$$R_p = G_p / N_p = (400 \times 10^6) / (2 \times 10^6) = 200 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std} .$$

Substituindo os valores numéricos na EBM:

$$N = \frac{2 \times 10^6 \times [1,61 + (200 - 128) \times 0,0049] + 500 \times 1,0 - 1.841.400}{1,61 - 1,42 + 0,05 \times 1,42 \times \left(\frac{0,0049}{0,0021} - 1 \right)} = 7.323.302 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

O volume original de gás da capa é determinado a partir da definição de m :

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}} \Rightarrow 0,05 = \frac{G \times 0,0021}{7.323.302 \times 1,42} \Rightarrow G = 247.597.353 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

8.6. Problemas

Problema 8.1 – Um reservatório com mecanismo de gás em solução teve uma queda de pressão de 80 kgf/cm^2 , após uma produção de óleo de $0,20 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$. Outros dados do reservatório são:

Porosidade	$\phi = 10\%$
Saturação inicial de água	$S_{wi} = 20\%$
Salinidade da água conata	20.000 ppm
Temperatura do reservatório	$T = 93^\circ \text{C}$
Pressão inicial	$p_i = 260 \text{ kgf/cm}^2$
Pressão de bolha	$p_b = 180 \text{ kgf/cm}^2$
Dados de PVT	Tabela 8.5

Tabela 8.5 – Dados de PVT para o Problema 8.1

Pressão (kgf/cm^2)	Solubilidade ($\text{m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}$)	B_o ($\text{m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}$)
260	100	1,310
220	100	1,322
180	100	1,333
140	83	1,276
100	66	1,221
80	57	1,193
60	49	1,162
40	40	1,137

Pedem-se:

- Calcular o volume original de óleo nas condições-padrão.
- Supondo uma produção acumulada de água de $10.000 \text{ m}^3 \text{ std}$, calcular o volume de óleo original.

Respostas:

- $8,02 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
- $8,34 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 8.2 – Utilizando os dados do Exemplo 8.1 e considerando os efeitos da expansão da água conata e da contração do volume poroso tanto acima como abaixo da pressão de bolha, determine:

- Uma expressão para a fração recuperada (f_R) no instante do abandono do reservatório como função da razão gás/óleo acumulada R_p .
- A saturação de gás livre no reservatório para uma recuperação final de 12% do volume de óleo original.

Respostas:

- $f_R = \frac{1,2120}{0,6805 + 0,01903R_p} (\text{m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std})$
- $S_g = 0,16$ (16%)

Problema 8.3 – O arenito portador dos fluidos cujas propriedades PVT estão apresentadas na Tabela 8.6 é um reservatório de óleo volumétrico, cuja pressão de bolha é de $154,70 \text{ kgf/cm}^2$. Durante o período em que a pressão do reservatório reduziu-se da pressão inicial de $175,80 \text{ kgf/cm}^2$ para a pressão média atual de $112,50 \text{ kgf/cm}^2$ foram produzidos $4.133.670 \text{ m}^3 \text{ std}$ de óleo. A razão gás/óleo acumulada e a razão gás/óleo instantânea atual são, respectivamente, 170 e $401 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$. A porosidade média da rocha é de 18% , a saturação de água conata é de 18% , a temperatura do reservatório é de 66°C e não há produção de água.

Tabela 8.6 – Dados PVT para o reservatório do Problema 8.3

p (kgf/cm^2)	R_s ($\text{m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$)	B_o ($\text{m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$)	Z
175,80	102,41	1,290	0,871
154,70	102,41	1,300	0,835
140,60	90,83	1,272	0,820
126,55	79,26	1,244	0,816
112,50	68,57	1,215	0,820

Calcular:

- O volume original de óleo.
- O volume de gás livre (em condições-padrão) remanescente no reservatório na pressão de $112,50 \text{ kgf/cm}^2$.
- A saturação média de gás no reservatório a $112,50 \text{ kgf/cm}^2$.
- O volume de óleo que teria sido produzido até a pressão de $112,50 \text{ kgf/cm}^2$ se todo o gás produzido tivesse sido reinjetado no reservatório.
- O fator volume-formação total (B_f) na pressão de $112,50 \text{ kgf/cm}^2$.
- O volume de óleo que teria sido produzido até a pressão de $140,60 \text{ kgf/cm}^2$ se nenhum gás livre existente no reservatório tivesse sido produzido.
- O volume de gás livre existente no reservatório na pressão de $175,80 \text{ kgf/cm}^2$.

Respostas:

- (a) $37,876 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (b) $862,446 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (c) 13% (d) $14,346 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
 (e) $1,514 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$ (f) $1,90 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (g) zero

Problema 8.4 – São dados de um reservatório de hidrocarbonetos:

Volume original provado de óleo	$15 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Volume original provado de gás na capa	$2 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$
Saturação de óleo inicial na capa de gás	nula
Saturação de água conata irreduzível	20%
Saturação de óleo residual na zona invadida	30%
Pressão original	150 kgf/cm^2
Pressão atual	120 kgf/cm^2
Propriedades dos fluidos	Tabela 8.7

Tabela 8.7 – Propriedades dos fluidos do reservatório do Problema 8.4

p (kgf/cm ²)	R_s (m ³ std/m ³ std)	B_o (m ³ /m ³ std)	B_g (m ³ /m ³ std)	B_w (m ³ /m ³ std)
150	110	1,3	0,03	1,00
120	90	1,2	0,04	1,00

Desprezando o volume de gás que saiu de solução do óleo existente na zona invadida e considerando que não tenha havido produção de gás da capa, calcular:

- O volume poroso da zona invadida pelo gás da capa.
- A saturação média de gás na capa original.
- A saturação média de gás na capa atual (capa original + zona invadida).

Respostas:

- (a) $40 \times 10^6 \text{ m}^3$ (b) 80% (c) 70%

Problema 8.5 – São conhecidas as seguintes informações de um reservatório:

- Propriedades da rocha
 - Porosidade 12%
 - Permeabilidade 100 md
 - Compressibilidade $55 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kgf}$
 - Saturação de água conata 20%
- Propriedades dos fluidos
 - Pressão de bolha..... 250 kgf/cm²
 - Compressibilidade do óleo $60 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kgf}$
 - Compressibilidade da água $50 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{kgf}$
 - Solubilidade $R_s (\text{m}^3 \text{std}/\text{m}^3 \text{std}) = 0,5p (\text{kgf}/\text{cm}^2) + 19$
 - Fator volume-formação do óleo $B_o (\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std}) = 0,0011p (\text{kgf}/\text{cm}^2) + 1,17$
 - Fator volume-formação do gás $B_g (\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std}) = 1/[2,78 p (\text{kgf}/\text{cm}^2) - 123]$
 - Fator volume-formação da água $B_w (\text{m}^3/\text{m}^3 \text{std}) = 1,0$
- Dados de produção
 - Pressão $p (\text{kgf}/\text{cm}^2) = 250 - 30\sqrt{t(\text{ano})}$
 - Vazão de produção de óleo $Q (\text{m}^3 \text{std}/\text{ano}) = 3,65 \times 10^6 - 0,15N_p (\text{m}^3 \text{std})$
 - Vazão de produção de água nula
 - Produção acumulada de óleo $18 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{std}$
 - Produção acumulada de gás $G_p (\text{m}^3 \text{std}) = [N_p (\text{m}^3 \text{std})]^{1,358}$
 - Tempo de produção 9 anos
- Características do reservatório
 - Capa de gás $m = 0,50$
 - Volume original de óleo $60 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{std}$

Pedem-se:

- Calcular o volume original de óleo admitindo inexistência de influxo de água.

- (b) Utilizando o valor do volume original de óleo dado no enunciado e admitindo que a lei que rege o influxo de água do aquífero para o reservatório seja representada pela expressão $W_e = J \int_0^t (p_i - p) dt$, calcular o valor da constante de influxo de água J , também conhecida como índice de produtividade do aquífero.
- (c) Utilizando o valor do volume original de óleo dado no enunciado e admitindo que a lei de influxo do item anterior seja válida com $J = 9.000 \text{ m}^3/\text{ano}/(\text{kgf}/\text{cm}^2)$, calcular o valor da produção diária atual de óleo que deve ser adotada para que se obtenha manutenção completa de pressão no reservatório.

Respostas:

- (a) $66,722 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (b) $7.609 \text{ m}^3/\text{ano}/(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ (c) $819 \text{ m}^3 \text{ std/d}$

Bibliografia

- Amyx, J. W.; Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: *Petroleum Reservoir Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1960.
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Havlena, D. & Odeh, A. S.: The Material Balance as an Equation of a Straight Line. *J. Pet. Tech.*, 896-900, Aug. 1963.
- Havlena, D. & Odeh, A. S.: The Material Balance as an Equation of a Straight Line – Part II, Field Cases. *J. Pet. Tech.*, 815-822, July 1964.
- Rosa, A. J.: *Equação de Balanço de Materiais*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEPES/DIVEN/SEN-BA, 1980. (Apostila.)
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.
- Schilthuis, R. J.: Active Oil and Reservoir Energy. *Trans. AIME*, 118: 31, 1936.

9.

AJUSTE DE HISTÓRICO

O processo de *ajuste de histórico* tem como objetivo a determinação dos parâmetros do reservatório e do aquífero, bem como do modelo de influxo de água. Uma vez determinados, o modelo de aquífero e os volumes de óleo e/ou gás do reservatório podem ser utilizados doravante para a previsão do comportamento do reservatório.

O procedimento consiste no ajuste de um ou mais modelos matemáticos aos dados históricos, até que se obtenha uma discrepância aceitável entre os dados e o modelo. Durante o processo, os parâmetros do reservatório e/ou do aquífero podem ser alterados para que se obtenha o melhor ajuste possível. Portanto, o ajuste de histórico é basicamente um processo de *otimização*, onde se procura minimizar as discrepâncias entre o modelo e os dados. No caso de ajuste de histórico para a determinação de parâmetros do reservatório utilizando-se métodos e modelos analíticos, normalmente é empregada a equação de balanço de materiais.

O procedimento discutido nos Capítulos 7 e 8 para estimativa dos volumes originais de gás e/ou de óleo, bem como do modelo de influxo de água, através da linearização da equação de balanço de materiais, constitui um processo de ajuste de histórico. Neste capítulo, no entanto, será dado um tratamento matemático mais formal a esse processo. Serão também apresentadas aplicações onde é estimado o volume original de gás e/ou de óleo, bem como os parâmetros do modelo que rege o comportamento do influxo de água. No Capítulo 12 este assunto voltará a ser discutido, quando será considerado o uso do processo de ajuste de histórico nos estudos de reservatórios realizados através de simulação numérica

Quando o modelo matemático que representa o comportamento do sistema reservatório-aquífero é uma função linear dos parâmetros a serem estimados, o processo de ajuste de histórico reduz-se a um problema de *regressão linear*, que pode ser resolvido utilizando-se o critério dos *mínimos quadrados* ou dos *mínimos valores absolutos*. Quando, por outro lado, o modelo matemático é uma função não-linear dos parâmetros a serem estimados, o processo de ajuste de histórico consiste em um problema de otimização propriamente dito, ou seja, de estimativa de parâmetros não-lineares, que pode ser resolvido através de vários métodos, dentre eles os que serão apresentados neste capítulo.

9.1. Regressão Linear pelo Método dos Mínimos Quadrados

Conforme foi descrito nos Capítulos 7 e 8, a EBM muitas vezes pode ser expressa na forma de uma equação de linha reta. Assim, o processo de ajuste de histórico consiste em se obter o melhor ajuste de uma reta aos dados do histórico de produção.

A Figura 9.1 mostra o ajuste de uma linha reta a uma série de pontos em um gráfico com coordenadas cartesianas, onde e_i são os erros ou discrepâncias entre o modelo ajustado e os dados.

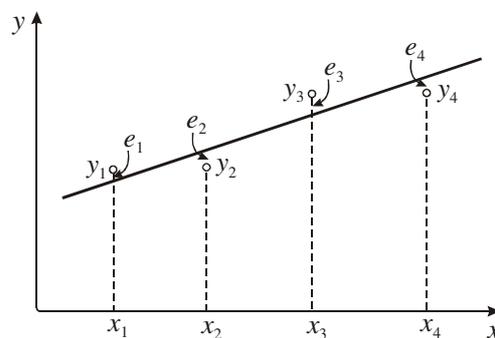


Figura 9.1 – Ajuste de uma reta a uma série de pontos.

O modelo matemático aplicável ao exemplo da Figura 9.1 é a equação de uma reta, na forma:

$$y = a + bx. \quad (9.1)$$

Admitindo-se que a variável independente x seja conhecida com precisão e que as discrepâncias entre os dados e o modelo estejam na variável dependente y , os erros ou resíduos em cada ponto são calculados por:

$$e_i = y_i - (a + bx_i). \quad (9.2)$$

O método dos mínimos quadrados consiste na minimização da soma dos quadrados dos erros, E , ou seja, da função:

$$E(a, b) = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (9.3)$$

ou

$$E(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2, \quad (9.4)$$

onde n é o número de pontos.

O objetivo do processo de ajuste é a estimativa dos parâmetros do modelo, neste caso os parâmetros a e b . No ponto de mínimo, as derivadas parciais da função em relação aos parâmetros desconhecidos devem ser nulas. Então:

$$\frac{\partial}{\partial a} \left(\sum_{i=1}^n e_i^2 \right) = 0 \quad (9.5)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial b} \left(\sum_{i=1}^n e_i^2 \right) = 0 \quad (9.6)$$

ou ainda:

$$\sum_{i=1}^n 2(y_i - a - bx_i) = 0 \quad (9.7)$$

e

$$\sum_{i=1}^n 2x_i(y_i - a - bx_i) = 0. \quad (9.8)$$

Das Eqs. (9.7) e (9.8) obtém-se:

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad (9.9)$$

e

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i. \quad (9.10)$$

A determinação de a e b é feita a partir da solução do sistema composto pelas Eqs. (9.9) e (9.10).Em algumas situações é desejável a atribuição de diferentes pesos w_i para os valores da variável independente. Nesses casos, o seguinte sistema de equações deve ser resolvido:

$$\begin{aligned} a \sum_{i=1}^n w_i + b \sum_{i=1}^n w_i x_i &= \sum_{i=1}^n w_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n w_i x_i + b \sum_{i=1}^n w_i x_i^2 &= \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i. \end{aligned} \quad (9.11)$$

Caso seja de interesse a minimização do erro na variável x , a equação do modelo deve ser escrita como:

$$x = -\frac{a}{b} + \frac{y}{b}, \quad (9.12)$$

ou, de maneira simplificada,

$$x = a' + b'y. \quad (9.13)$$

Os valores de a' e b' são determinados pela solução do sistema:

$$\begin{aligned} na' + b' \sum_{i=1}^n y_i &= \sum_{i=1}^n x_i \\ a' \sum_{i=1}^n y_i + b' \sum_{i=1}^n y_i^2 &= \sum_{i=1}^n y_i x_i. \end{aligned} \quad (9.14)$$

Procedimento semelhante ao que foi descrito pode ser empregado no ajuste de uma função qualquer $y=f(x)$ a uma série de pontos (x_i, y_i) . Por exemplo, antes da aplicação da equação de balanço de materiais e do modelo de influxo de água, pode ser desejável o ajuste de uma curva aos dados de pressão, de modo a se obter uma representação contínua do comportamento passado da pressão do reservatório, facilitando assim o tratamento analítico no processo de ajuste de histórico.

Considere agora o ajuste de um polinômio do segundo grau a uma série de n pontos (x_i, y_i) . Nesse caso, a *função-modelo* é dada por:

$$y = a + bx + cx^2 \quad (9.15)$$

e os erros são:

$$e_i = y_i - (a + bx_i + cx_i^2). \quad (9.16)$$

O método dos mínimos quadrados consiste na minimização da soma dos quadrados dos erros, E , ou seja, da função:

$$E(a, b, c) = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (9.17)$$

ou

$$E(a, b, c) = \sum_{i=1}^n y_i^2 - 2c \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i - 2b \sum_{i=1}^n x_i y_i - 2a \sum_{i=1}^n y_i + c^2 \sum_{i=1}^n x_i^4 + 2cb \sum_{i=1}^n x_i^3 + (b^2 + 2ca) \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2ba \sum_{i=1}^n x_i + na^2. \quad (9.18)$$

A minimização de $E(a, b, c)$ requer que as derivadas da Eq. (9.17) em relação aos parâmetros a , b e c sejam nulas, isto é:

$$\frac{\partial}{\partial a} \left(\sum_{i=1}^n e_i^2 \right) = 0, \quad (9.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} \left(\sum_{i=1}^n e_i^2 \right) = 0, \quad (9.20)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial c} \left(\sum_{i=1}^n e_i^2 \right) = 0, \quad (9.21)$$

o que resulta em:

$$a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^4 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \quad (9.22)$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i^3 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (9.23)$$

$$an + b \sum_{i=1}^n x_i + c \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i. \quad (9.24)$$

Os parâmetros a , b e c do modelo, Eq. (9.15), são obtidos resolvendo-se o sistema de equações lineares formado pelas Eqs. (9.22), (9.23) e (9.24).

9.1.1. Qualidade do ajuste

Para se ter uma idéia da performance do modelo (isto é, da qualidade do ajuste de um determinado modelo a uma série de dados), pode-se utilizar uma medida absoluta ou relativa. O *desvio padrão* dos erros ou resíduos – diferenças entre os dados medidos (observados) e o modelo – é uma

medida absoluta da qualidade do ajuste. Pode-se utilizar também o desvio padrão dos resíduos (ou o valor da soma dos quadrados dos resíduos) como um critério para decidir entre diferentes modelos de regressão. Parece razoável escolher o modelo de regressão correspondente ao menor desvio padrão.

O *coeficiente de determinação*, R^2 , é uma medida relativa do ajuste. Essa medida estatística mede a proporção da variabilidade total da variável dependente que é explicada pela regressão. Para a regressão pelo método dos mínimos quadrados, R^2 é dado por:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (9.25)$$

se o modelo f não tem um termo constante, ou por:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (9.26)$$

se o modelo f contém um termo constante. Aqui, \bar{y} representa a média aritmética dos valores y_i . O maior valor possível é $R^2 = 1$, quando o ajuste é perfeito. Note que se o modelo contém somente o termo independente (isto é, a função-modelo é dada por $f = a$), então $f = \bar{y}$ e, segundo a Eq. (9.26), $R^2 = 0$. Portanto, R^2 é uma medida da relevância dos parâmetros no modelo, com exceção do termo independente.

Ao invés do coeficiente de determinação, pode-se usar também, de maneira equivalente, o chamado *coeficiente de correlação* (R).

9.1.2. Ajuste de histórico utilizando o modelo de Schilthuis

O modelo de Schilthuis (1936) admite regime de influxo permanente e a vazão de água proveniente do aquífero pode ser expressa por:

$$\frac{dW_e}{dt} = J(p_i - p), \quad (9.27)$$

onde p é a pressão no contato e J o índice de produtividade do aquífero. O influxo acumulado é obtido integrando-se a Eq. (9.27):

$$W_e = J \int_0^t (p_i - p) dt. \quad (9.28)$$

Adotando-se a nomenclatura do Capítulo 8, a EBM para um reservatório de óleo sem capa de gás, submetido ao influxo de água, pode ser escrita como:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{W_e}{E_o}. \quad (9.29)$$

Substituindo a Eq. (9.28) na Eq. (9.29) tem-se:

$$\frac{F}{E_o} = N + J \frac{\int_0^t (p_i - p) dt}{E_o}. \quad (9.30)$$

A Eq. (9.30) pode ser representada na forma de uma equação de linha reta (Eq. (9.1)), onde:

$$y = \frac{F}{E_o}, \quad (9.31)$$

$$a = N, \quad (9.32)$$

$$b = J \quad (9.33)$$

e

$$x = \frac{\int_0^t (p_i - p) dt}{E_o}. \quad (9.34)$$

Assim, o método descrito na Seção 9.1 pode ser empregado para a estimativa do volume original de óleo N e do índice de produtividade do aquífero J .

9.1.3. Ajuste de histórico utilizando o modelo de Hurst modificado

No modelo de Hurst modificado, descrito por Pirson (1958, p. 608), a vazão de água fornecida pelo aquífero é dada pela expressão:

$$\frac{dW_e}{dt} = C \frac{(p_i - p)}{\log(ct)}, \quad (9.35)$$

onde C e c são duas constantes. O influxo acumulado é obtido da integral:

$$W_e = C \int_0^t \frac{(p_i - p)}{\log(ct)} dt. \quad (9.36)$$

Neste tipo de aplicação, admite-se que o volume original de óleo seja conhecido, calculado por exemplo através do método volumétrico, de modo que um histórico do influxo acumulado W_e pode ser obtido com a EBM.

A partir do modelo da Eq. (9.36), o influxo acumulado ΔW_e que o aquífero fornece durante o intervalo de tempo Δt é estimado por:

$$\Delta W_e = C \frac{(p_i - \bar{p})}{\log(c\bar{t})} \Delta t, \quad (9.37)$$

onde \bar{p} é a média das pressões no contato e \bar{t} é o tempo médio no intervalo de tempo Δt . Portanto, conhecendo-se o histórico dos valores de influxo acumulado W_e (obtido através da EBM) pode-se definir a variável:

$$v = \frac{\Delta W_e / \Delta t}{(p_i - \bar{p})}. \quad (9.38)$$

Das Eqs. (9.37) e (9.38) obtém-se:

$$v = \frac{C}{\log(c\bar{t})} \quad (9.39)$$

ou

$$\log(c\bar{t}) = C \left(\frac{1}{v} \right). \quad (9.40)$$

Se os valores da variável v forem admitidos como corretos, a Eq. (9.40) pode ser escrita na forma:

$$\log \bar{t} = -\log c + C \left(\frac{1}{v} \right), \quad (9.41)$$

ou seja, como a equação de uma reta do tipo $y = a + bx$, onde:

$$y = \log \bar{t}, \quad (9.42)$$

$$a = -\log c, \quad (9.43)$$

$$b = C \quad (9.44)$$

e

$$x = \frac{1}{v}. \quad (9.45)$$

Os valores de a e b são estimados resolvendo-se o sistema de equações lineares dado pelas Eqs. (9.9) e (9.10). Uma vez que os valores de a e b estejam determinados, as constantes do modelo de Hurst modificado (c e C) são calculadas com as Eqs. (9.43) e (9.44).

Caso os valores de \bar{t} sejam admitidos como corretos, a Eq. (9.40) passa a ser escrita como:

$$\frac{1}{v} = \frac{\log c}{C} + \frac{1}{C} \log \bar{t}. \quad (9.46)$$

Neste caso a equação assume a forma da Eq. (9.13), onde:

$$x = \frac{1}{v}, \quad (9.47)$$

$$a' = \frac{\log c}{C}, \quad (9.48)$$

$$b' = \frac{1}{C} \quad (9.49)$$

e

$$y = \log \bar{t}. \quad (9.50)$$

Os valores de a' e b' , e conseqüentemente de c e C , são determinados resolvendo-se o sistema de equações lineares (Eq. (9.14)).

9.1.4. Ajuste de histórico utilizando o modelo de van Everdingen & Hurst

Neste exemplo de aplicação do método de ajuste de histórico admite-se também que seja conhecido o histórico de influxo acumulado W_e , obtido através da EBM. Conforme mostrado no Capítulo 6, no modelo de van Everdingen & Hurst (1949) o influxo acumulado de água é calculado através da equação:

$$W_e = U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D (t_{Dn} - t_{Dj}), \quad (9.51)$$

onde U é a constante de influxo de água e W_D é o influxo de água adimensional. A Eq. (9.51) pode ser escrita na forma:

$$y = Ux, \quad (9.52)$$

onde:

$$\bar{y} = W_e \quad (9.53)$$

e

$$x = \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D (t_{Dn} - t_{Dj}). \quad (9.54)$$

Aplicando-se o método dos mínimos quadrados, define-se a *função-objetivo* (soma dos erros) como sendo:

$$E(U) = \sum_{i=1}^n (y_i - U x_i)^2. \quad (9.55)$$

Derivando a Eq. (9.55) em relação a U e igualando a zero resulta em:

$$U \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad (9.56)$$

de onde se obtém a constante de influxo como sendo:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}. \quad (9.57)$$

No exemplo de aplicação a seguir, o método dos mínimos quadrados é utilizado para a estimativa simultânea de vários parâmetros do sistema aquífero-reservatório, empregando a equação de balanço de materiais e o modelo de van Everdingen & Hurst para cálculo do influxo de água.

Exemplo 9.1 – Um reservatório de óleo e um aquífero que o circunda possuem as seguintes características:

- *Reservatório*

Raio circularizado	1.417 m
Porosidade média	25%
Permeabilidade média	500 md
m = volume da capa de gás/volume da zona de óleo	0,0731
Volume original de óleo determinado pelo método volumétrico	$3,673 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Razão de solubilidade inicial	$160,30 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$
Histórico de produção	Tabela 9.1
- *Aquífero*

Fator volume-formação da água	$1,0 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Viscosidade da água	1,0 cp

Tabela 9.1 – Histórico de produção do reservatório do Exemplo 9.1

Data	p (kgf/cm ²)	N_p (10 ³ m ³ std)	R_p $\left(\frac{m^3 \text{ std}}{m^3 \text{ std}}\right)$	W_p (10 ³ m ³ std)	W_{inj} (10 ³ m ³ std)	B_t $\left(\frac{m^3}{m^3 \text{ std}}\right)$	B_g $\left(\frac{10^{-3} m^3}{m^3 \text{ std}}\right)$
07-10-43	144,48	0	–	–	–	1,5166	1,2217
30-04-45	138,08	219,879	172,76	–	–	1,5451	1,2835
30-09-45	135,27	331,806	172,94	–	–	1,5623	1,3130
28-02-46	133,37	454,863	172,05	–	–	1,5730	1,3337
31-05-46	132,11	540,557	170,98	–	–	1,5808	1,3480
31-07-46	129,79	599,382	169,56	0,159	–	1,5957	1,3745
30-04-47	127,54	827,211	162,61	3,816	–	1,6107	1,4017
30-06-47	126,48	873,476	161,90	4,452	–	1,6179	1,4143
30-09-47	125,22	945,021	161,01	6,677	–	1,6270	1,4302
30-04-48	125,01	1.266,652	163,15	16,376	75,996	1,6285	1,4330
31-05-49	123,74	1.416,100	165,11	20,668	137,365	1,6376	1,4498
31-10-49	123,04	1.519,124	167,24	35,295	178,702	1,6429	1,4590
30-06-50	122,19	1.672,546	169,56	51,194	266,145	1,6491	1,4703
28-02-51	122,05	1.852,997	170,27	70,272	355,814	1,6502	1,4723
30-06-51	124,02	1.937,737	170,81	77,745	390,950	1,6355	1,4440
30-11-51	121,91	2.033,448	171,52	88,556	437,533	1,6513	1,4742
31-01-52	121,56	2.070,333	172,76	95,869	457,088	1,6541	1,4792
31-05-52	119,80	2.140,446	175,26	113,994	502,241	1,6681	1,5040
30-11-52	120,86	2.238,700	177,57	141,976	573,944	1,6597	1,4890
30-06-53	122,83	2.329,323	178,29	148,176	676,173	1,6446	1,4618
30-11-53	121,07	2.399,436	179,00	153,582	747,081	1,6580	1,4860

Admitindo que a permeabilidade do aquífero seja a mesma do reservatório e utilizando o modelo de influxo de água de van Everdingen & Hurst, pedem-se:

- Apresentar um gráfico mostrando o ajuste da equação de balanço de materiais linearizada aos dados de produção, usando o método dos mínimos quadrados, com o máximo coeficiente de correlação que for possível obter.
- Estimar o produto $\phi\mu c_t$ do aquífero.
- Estimar a constante de influxo de água do aquífero.
- Estimar o volume de óleo originalmente existente.

Solução:

Parte (a):

Devido à presença da capa de gás e do aquífero, os efeitos das compressibilidades da água e da formação na zona de óleo podem ser desprezados. Portanto, a equação de balanço de materiais, de acordo com a nomenclatura empregada no Capítulo 8, pode ser escrita como:

$$\frac{F}{E_o + mE_g} = N + \frac{W_e}{E_o + mE_g} \quad (9.58)$$

Substituindo-se a expressão do influxo de água, Eq. (9.51), na Eq. (9.58), obtém-se:

$$\frac{F}{E_o + mE_g} = N + \frac{U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D (t_{Dn} - t_{Dj})}{E_o + mE_g} . \quad (9.59)$$

A Eq. (9.59) pode ser escrita na forma de uma equação de linha reta do tipo:

$$y = a + bx ,$$

onde:

$$y = \frac{F}{E_o + mE_g} ,$$

$$x = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D (t_{Dn} - t_{Dj})}{E_o + mE_g} ,$$

$$a = N$$

e

$$b = U .$$

Assim, um gráfico de y versus x deve resultar em uma linha reta, cujo coeficiente linear é o volume original de óleo N e cujo coeficiente angular é a constante de influxo de água U .

A determinação dos valores da variável independente x , no entanto, depende do conhecimento dos valores do influxo adimensional W_D , os quais, de acordo com a teoria apresentada no Capítulo 6, dependem por sua vez da relação entre os raios do aquífero e do reservatório, definida por:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_o} ,$$

e dos valores do tempo adimensional, definido como:

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_o^2} ,$$

onde k , ϕ , μ e c_t são propriedades do aquífero.

No sistema de unidades usado neste exemplo, t_D é dado por:

$$t_D = \frac{0,0003484k(md)t(h)}{\phi \mu (cp)c_t (cm^2 / kgf)r_o^2 (m^2)} = \frac{0,0083616k(md)t(d)}{\phi \mu (cp)c_t (cm^2 / kgf)r_o^2 (m^2)} .$$

Substituindo os valores numéricos conhecidos tem-se:

$$t_D = \frac{0,0083616 \times 500 \times t(d)}{\phi \mu (cp)c_t (cm^2 / kgf) \times (1.417)^2} = \frac{2,082187 \times 10^{-6} \times t(d)}{\phi \mu (cp)c_t (cm^2 / kgf)} .$$

Como algumas das propriedades do aquífero (r_e , ϕ , μ e c_t) não são conhecidas, o problema deve ser resolvido por tentativas. Arbitrando-se diversas combinações de valores para o raio externo adimensional r_{eD} e para o grupo de parâmetros $\phi \mu c_t$, os valores de x e de y podem ser determinados. Aplicando-se a técnica descrita na Seção 9.1, os valores de a e de b (e portanto, N e U) podem ser estimados. A combinação de valores de r_{eD} e de $\phi \mu c_t$ que resultar no maior coeficiente de determi-

nação, ou pelo menos em um valor aceitável, será escolhida como sendo representativa das propriedades do sistema.

A Tabela 9.2 mostra os cálculos para o caso em que foram escolhidos os valores de $r_{eD} = 16$ e $\phi\mu c_t = 40 \times 10^{-6} \text{ cp}\cdot\text{cm}^2 / \text{kgf}$.

Tabela 9.2 – Cálculo dos valores da EBM linearizada – Exemplo 9.1

Data	p (kgf/cm ²)	F (m ³)	E_o (m ³ /m ³ std)	E_g (m ³ /m ³ std)	$\sum \Delta p W_D$ (kgf/cm ²)	x (kgf/cm ²)	y (10 ⁶ m ³ std)
07-10-43	144,48	–	–	–	–	–	–
30-04-45	138,08	343.251	0,0285	0,076718	53,13	1.557,69	10,064
30-09-45	135,27	523.887	0,0457	0,113338	92,70	1.717,14	9,704
28-02-46	133,37	722.628	0,0564	0,139035	136,03	2.043,61	10,856
31-05-46	132,11	862.295	0,0642	0,156787	165,32	2.185,01	11,397
31-07-46	129,79	964.222	0,0791	0,189684	188,37	2.026,23	10,372
30-04-47	127,54	1.338.882	0,0941	0,223449	294,86	2.670,01	12,124
30-06-47	126,48	1.419.625	0,1013	0,239091	321,36	2.705,56	11,952
30-09-47	125,22	1.545.186	0,1104	0,258829	362,36	2.802,03	11,948
30-04-48	125,01	2.008.296	0,1119	0,262305	452,56	3.452,69	15,322
31-05-49	123,74	2.212.184	0,1210	0,283160	613,14	4.327,06	15,612
31-10-49	123,04	2.367.744	0,1260	0,294581	676,69	4.586,67	16,049
30-06-50	122,19	2.566.016	0,1325	0,308608	776,60	5.010,34	16,549
28-02-51	122,05	2.799.473	0,1340	0,311091	873,95	5.575,77	17,860
30-06-51	124,02	2.885.372	0,1190	0,275960	915,45	6.577,80	20,732
30-11-51	121,91	3.042.490	0,1350	0,313450	968,46	6.132,86	19,267
31-01-52	121,56	3.101.477	0,1380	0,319657	993,71	6.158,08	19,220
31-05-52	119,80	3.230.391	0,1515	0,350443	1.044,50	5.897,22	18,239
30-11-52	120,86	3.341.171	0,1430	0,331822	1.117,76	6.682,92	19,976
30-06-53	122,83	3.364.064	0,1260	0,298057	1.185,41	8.021,02	22,763
30-11-53	121,07	3.451.442	0,1414	0,328098	1.234,21	7.462,69	20,869

O gráfico da Figura 9.2 apresenta os pontos calculados a partir do histórico (valores de x e de y) e a reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados. O coeficiente de correlação $R = 0,9923$ obtido indica um ajuste satisfatório.

Parte (b):

O produto $\phi\mu c_t$ decorre naturalmente do valor previamente arbitrado e que resultou no ajuste aceitável. Portanto, $\phi\mu c_t = 40 \times 10^{-6} \text{ cp}\cdot\text{cm}^2 / \text{kgf}$.

Parte (c):

A constante de influxo de água, dada pelo coeficiente angular da reta da Figura 9.2, é: $U = 2.000 \text{ m}^3 / (\text{kgf}/\text{cm}^2)$.

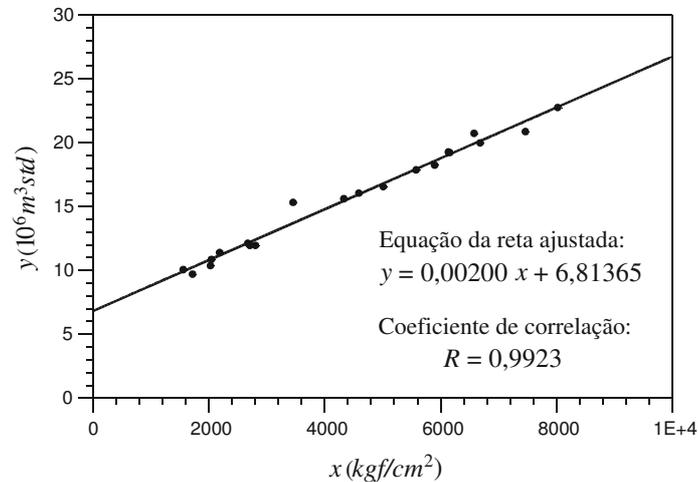


Figura 9.2 – Ajuste de histórico do reservatório do Exemplo 9.1.

Parte (d):

O volume original de óleo é o coeficiente linear da reta da Figura 9.2, obtido do processo de ajuste pelo método dos mínimos quadrados: $N = 6,814 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$.

Deve-se observar que a técnica utilizada permite ainda estimar as dimensões do aquífero a partir da relação $r_{eD} = 16$, isto é, o aquífero possui um raio 16 vezes maior que o raio do reservatório. Observa-se ainda que o valor de N calculado a partir do histórico de produção difere consideravelmente do valor que havia sido estimado inicialmente pelo método volumétrico.

9.2. Estimativa de Parâmetros Não-Lineares

Dependendo do modelo utilizado para representar o influxo de água proveniente do aquífero, o modelo matemático resultante que representa o balanço de materiais no sistema reservatório-aquífero pode se tornar uma função não-linear dos parâmetros a serem estimados através do processo de ajuste de histórico. Por exemplo, esse fato ocorreria se no caso do Exemplo 9.1 o objetivo fosse a estimativa dos parâmetros do sistema aquífero-reservatório sem o emprego da técnica de tentativa e erro. Nesse caso, ao se pretender estimar simultaneamente os parâmetros desconhecidos, o problema apresentado seria não-linear, ou seja, não seria possível expressar a EBM como uma linha reta, já que o influxo acumulado adimensional $W_D(t_D)$ é uma função não-linear das propriedades do aquífero.

A *estimativa de parâmetros não-lineares* consiste em um problema de *otimização*, também conhecido como *regressão não-linear*. Nesta seção diversos métodos utilizados para a estimativa de parâmetros não-lineares serão apresentados.

9.2.1. Método dos mínimos quadrados

Na estimativa de parâmetros não-lineares também é comum o emprego do método dos mínimos quadrados. Definindo $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{np})^T$ como sendo o vetor que contém os np parâmetros a serem estimados (no problema em questão, os parâmetros do sistema aquífero-reservatório), a chamada função-objetivo a ser minimizada é definida pela soma dos quadrados dos resíduos entre os dados medidos (observações) e os valores calculados da variável dependente (modelo).

Seja F a função-modelo (que representa matematicamente o modelo físico a ser ajustado aos dados) e $\{x_i, y_i\}$ o conjunto de n observações das variáveis dependente (x) e independente (y) do modelo. A função-objetivo é definida como:

$$E(\vec{\alpha}) = \sum_{i=1}^n [y_i - F(\vec{\alpha}, x_i)]^2. \quad (9.60)$$

Para aplicações na área de balanço de materiais, normalmente a variável independente x é representada pelo tempo ou pela pressão do reservatório, a variável dependente y contém os termos conhecidos da equação de balanço de materiais e a função-modelo F depende do modelo matemático utilizado para representar o influxo de água do aquífero para o reservatório.

Em muitos casos a função-modelo F é uma função não-linear dos parâmetros desconhecidos, de modo que a função-objetivo definida na Eq. (9.60) também se torna uma função não-linear dos parâmetros a serem estimados. Assim, o processo de minimização da função-objetivo requer algum tipo de linearização dessa função antes que o vetor $\vec{\alpha}$ possa ser estimado. Vários métodos podem ser utilizados nesse processo de minimização e alguns deles serão discutidos a seguir.

a) Método de Newton

Aproximando a função-objetivo E , definida na Eq. (9.60), por uma expansão em série de Taylor até o termo de segunda ordem em torno de uma estimativa inicial $\vec{\alpha}^0$ do vetor de parâmetros desconhecidos, pode-se escrever que (Gill *et alii*, 1989):

$$E^* = E|_{\vec{\alpha}^0} + (\delta\vec{\alpha})^T \cdot \vec{g} + \frac{1}{2} (\delta\vec{\alpha})^T H (\delta\vec{\alpha}), \quad (9.61)$$

onde E^* é uma aproximação de E , $\delta\vec{\alpha} = \vec{\alpha} - \vec{\alpha}^0$ é o deslocamento do argumento (variação do vetor de parâmetros) em relação à estimativa inicial, o sobrescrito T significa transposto(a), \vec{g} é o gradiente da função-objetivo com respeito aos parâmetros do sistema:

$$\vec{g} \equiv \{g_j\} = \left\{ \left(\frac{\partial E}{\partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}^0} \right\} \quad (9.62)$$

e H é a matriz Hessiana:

$$H \equiv \{h_{jm}\} = \left\{ \left(\frac{\partial^2 E}{\partial \alpha_m \partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}^0} \right\}, \quad (9.63)$$

sendo α_j e α_m componentes do vetor $\vec{\alpha}$.

Usando a Eq. (9.60), as Eqs. (9.62) e (9.63) podem ser escritas nas formas:

$$g_j = -2 \sum_{i=1}^n \left\{ [y_i - F(\vec{\alpha}_0, x_i)] \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \right)_{\vec{\alpha}^0} \right\} \quad (9.64)$$

e

$$h_{jm} = -2 \sum_{i=1}^n \left\{ -\frac{\partial F}{\partial \alpha_m} \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} + [y_i - F(\bar{\alpha}, x_i)] \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_m \partial \alpha_j} \right) \right\}_{\bar{\alpha}^0}. \quad (9.65)$$

Uma característica importante da matriz Hessiana H é que ela é uma matriz simétrica. As derivadas da função-modelo F em relação aos componentes do vetor $\bar{\alpha}$ podem ser calculadas analiticamente ou numericamente. Se, por exemplo, a função F for conhecida somente no campo de Laplace, as derivadas podem ser obtidas através do método proposto por Rosa & Horne (1983), segundo o qual as derivadas são determinadas primeiramente no campo de Laplace e posteriormente invertidas para o campo real através de um método numérico (algoritmo de Stehfest (1970), por exemplo). Assim, usando-se um dos teoremas da teoria das transformadas de Laplace:

$$\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x)}{\partial \alpha_j} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\partial f(\bar{\alpha}, u)}{\partial \alpha_j} \right\}, \quad (9.66)$$

onde f é a transformada de Laplace de F , j é o número do parâmetro, u é o argumento no campo de Laplace e \mathcal{L}^{-1} é a operação de inversão da transformada.

A minimização da função-objetivo E requer que as suas derivadas em relação ao vetor de parâmetros a serem estimados seja igual a zero no ponto de mínimo, ou seja, no ponto que representa a solução do problema. Portanto, utilizando a aproximação dada na Eq. (9.61), a condição de minimização da função requer que:

$$\frac{\partial E^*}{\partial \delta \bar{\alpha}} = 0. \quad (9.67)$$

Substituindo a Eq. (9.61) na Eq. (9.67) produz:

$$H \delta \bar{\alpha} = -\bar{g}, \quad (9.68)$$

onde $\delta \bar{\alpha}$ é a diferença entre o novo valor e a estimativa inicial (ou anterior) do vetor-solução. Como a Eq. (9.61) é apenas uma aproximação da função-objetivo, o problema deve ser resolvido iterativamente. Uma vez resolvida a Eq.(9.68), o novo vetor-solução é obtido por:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}^0 + \delta \bar{\alpha} \quad (9.69)$$

e substitui $\bar{\alpha}^0$ na iteração seguinte. Esse processo iterativo é repetido até que haja convergência da solução dentro de uma tolerância preestabelecida.

Quando a função-modelo é razoavelmente complexa, os cálculos das derivadas de segunda ordem que compõem a matriz Hessiana, Eq. (9.63), podem demandar um grande tempo computacional. Além disso, o método de Newton pode apresentar duas dificuldades, dependendo do comportamento do problema considerado. Primeiramente, não há garantia de que a matriz Hessiana H seja positiva-definida, e conseqüentemente o processo poderá convergir tanto para o mínimo da função-objetivo, como para um ponto de inflexão ou mesmo para um ponto de máximo. A segunda dificuldade aparece quando a matriz H é mal-condicionada, devido à existência de correlação entre alguns dos parâmetros ou à insensibilidade da função-modelo em relação a alguns dos parâmetros. Este caso freqüentemente ocorre em problemas resolvidos pelo método dos mínimos quadrados e o processo de minimização pode convergir lentamente ou mesmo divergir.

b) Método de Gauss-Newton

Uma das maneiras de evitar a eventual dificuldade causada pelo fato de a matriz H não ser positiva-definida é desprezar o termo que inclui as derivadas de segunda ordem na Eq. (9.65). Nesse caso os elementos da matriz H seriam dados por:

$$h_{jm} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha_m} \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \right\}_{\bar{\alpha}^0} \quad (9.70)$$

e pode-se provar que a matriz Hessiana resultante seria sempre positiva-definida e conseqüentemente a convergência do processo estaria garantida se nenhuma outra dificuldade surgisse. Um subproduto útil dessa aproximação é que o tempo computacional é reduzido, já que não é necessário avaliar as derivadas de segunda ordem.

c) Método de Gauss-Marquardt

Apesar das vantagens apresentadas pelo método de Gauss-Newton em relação ao método de Newton, conforme mencionado no item anterior, ainda assim pode apresentar dificuldades devidas ao mau condicionamento da matriz Hessiana H (por exemplo, devido a um autovalor da matriz H próximo de zero). Uma variação do método de Gauss-Newton, que procura reduzir a dificuldade causada pelo mau condicionamento da matriz, é o chamado método de Gauss-Marquardt, também conhecido na literatura como método de Levenberg-Marquardt, pois versões similares dessa modificação foram propostas independentemente por Levenberg (1944) e por Marquardt (1963). O método de Gauss-Marquardt tenta reduzir o efeito de mau condicionamento da matriz através da adição de um número pequeno e positivo aos elementos da diagonal da matriz Hessiana, o que a transforma em uma matriz positiva-definida e em princípio deveria garantir convergência do processo iterativo.

Uma outra técnica que pode ser empregada visando melhorar os aspectos numéricos da solução do sistema de equações lineares, Eq. (9.68), é a *normalização* dos coeficientes da matriz H e do vetor do lado direito daquela equação (Marquardt, 1963). Essa normalização melhora a estabilidade do processo pois reduz o número de condição¹ da matriz-coeficiente. Após a solução do sistema, os valores são renormalizados para se obter a solução final. Define-se uma matriz e um vetor normalizados por:

$$H_n = \{h_{n,jm}\} = \left\{ \frac{h_{jm}}{\sqrt{h_{jj}h_{mm}}} \right\} \quad (9.71)$$

e

$$\bar{g}_n = \{g_{n,j}\} = \left\{ \frac{g_j}{\sqrt{h_{jj}}} \right\}. \quad (9.72)$$

Assim, o sistema de equações lineares torna-se:

$$H_n (\delta \bar{\alpha})_n = -\bar{g}_n. \quad (9.73)$$

A solução final é obtida por:

¹ O *número de condição* é definido como a razão entre o maior e o menor autovalor (em valores absolutos) da matriz. Um número de condição infinito significa que a matriz é *singular*. Número de condição alto indica que a matriz é *mal-condicionada*.

$$\delta\bar{\alpha} = \{(\delta\alpha)_j\} = \left\{ \frac{(\delta\alpha)_{nj}}{\sqrt{h_{jj}}} \right\}. \quad (9.74)$$

Se após a normalização do sistema de equações se desejar implementar o método de Gauss-Marquardt, a Eq. (9.73) passará a ser escrita como:

$$(H_n + \lambda_M I)(\delta\bar{\alpha})_n = -\bar{g}_n. \quad (9.75)$$

onde λ_M é o *parâmetro de Marquardt* e I é a matriz identidade. A escolha do valor de λ_M pode ser feita simultaneamente com um algoritmo usado para garantir em cada passo do processo iterativo um decréscimo no valor da função-objetivo. Isso é necessário para acelerar a convergência ou evitar a divergência do processo. Aplicando-se esse tipo de algoritmo, o vetor-solução é atualizado após cada iteração de acordo com a equação:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}^0 + \rho \delta\bar{\alpha}, \quad (9.76)$$

onde ρ é o *comprimento do passo*. O procedimento descrito a seguir é um exemplo de algoritmo que pode ser empregado:

- Iniciar com $\lambda_M = 0,1$;
- Substituir λ_M por $0,1\lambda_M$ se $E(\bar{\alpha}^k) < E(\bar{\alpha}^{k-1})$, onde k é o número da iteração;
- Caso contrário, encontrar um valor do passo ρ^k tal que o novo vetor-solução $\bar{\alpha}^k = \bar{\alpha}^{k-1} + \rho^k \delta\bar{\alpha}^k$ produza $E(\bar{\alpha}^k) < E(\bar{\alpha}^{k-1})$, e substituir λ_M por $10\lambda_M$.

Vários autores utilizaram com bastante sucesso o método de Gauss-Marquardt na análise automatizada de testes de pressão em poços, entre eles Rosa & Horne (1983), Barua & Horne (1987) e Carvalho *et alii* (1992). Apesar disto, têm sido reportados problemas de não-convergência em situações de estimativas iniciais dos parâmetros muito distantes da solução, ou quando muitos, e geralmente insensíveis, parâmetros são determinados simultaneamente. O uso de restrições (condicionantes) para os parâmetros, tais como a técnica de funções penalidades usualmente empregada, pode ajudar a acelerar a convergência ou prevenir a divergência do processo de minimização, ao impedir que os parâmetros possam assumir valores não realísticos. Diferentes métodos para restringir os parâmetros são discutidos na Seção 9.2.3.

d) Qualidade do ajuste

A qualidade do ajuste pelo método de regressão não-linear por mínimos quadrados pode ser verificada através do cálculo de *intervalos de confiança* para os parâmetros estimados. De acordo com Dogru *et alii* (1977), intervalos de confiança aproximados podem ser obtidos por:

$$\alpha_j^* - \Delta\alpha_j^* \leq \alpha_j \leq \alpha_j^* + \Delta\alpha_j^*, \quad j = 1, \dots, np, \quad (9.77)$$

onde α_j^* é o valor estimado do parâmetro α_j ,

$$\Delta\alpha_j^* = \sqrt{EMQ \cdot h_{jj}} t(\gamma, n - np), \quad (9.78)$$

EMQ é o erro médio quadrado, dado por:

$$EMQ = \sum_{i=1}^n [y_i - F(\bar{\alpha}^*, x_i)]^2 / (n - np), \quad (9.79)$$

h_{jj} é o elemento de ordem j da diagonal da matriz H , correspondente ao parâmetro α_j , e $t(\gamma, n - np)$ é um valor obtido da distribuição t para um nível de significância γ e $(n - np)$ graus de liberdade. Um nível de significância γ implica que está sendo calculado um intervalo com $100(1 - \gamma)\%$ de confiança. Um intervalo com 95% de confiança, por exemplo, significa que existe uma probabilidade de 95% de que o valor correto do parâmetro estimado esteja dentro do intervalo calculado. Um intervalo dado em termos de porcentagem representa o valor de $\Delta\alpha_j^*$ como uma porcentagem da estimativa pontual α_j^* .

e) Convergência do processo iterativo

Qualquer que seja o método empregado, o processo iterativo se encerra quando a diferença entre duas avaliações consecutivas dos parâmetros ou da função-objetivo é menor que uma tolerância preestabelecida. Por exemplo, pode-se considerar que tenha sido atingida a convergência do processo na iteração k quando:

$$|\bar{\alpha}^k - \bar{\alpha}^{k-1}| \leq \xi \bar{\alpha}^{k-1}, \quad (9.80)$$

onde ξ é um número pequeno escolhido pelo analista.

9.2.2. Métodos robustos para a estimativa de parâmetros não-lineares

Um dos pontos negativos do método dos mínimos quadrados, apresentado na seção anterior, é o fato de que é uma técnica cujos resultados são muito afetados nos casos em que há a presença de *pontos espúrios* (isto é, pontos que não seguem a tendência dos demais dados observados) ou nos casos em que os erros não seguem uma distribuição de Gauss.

Uma das maneiras de se reduzir o impacto dos pontos espúrios (“outliers”) nos resultados da regressão é a aplicação dos chamados *métodos robustos*. O mais conhecido deles, o método dos *mínimos valores absolutos (MVA)*, obtém as estimativas dos parâmetros através da minimização da soma dos valores absolutos dos resíduos (isto é, da minimização da norma L_1), ao invés da minimização da norma L_2 , como no caso do método dos mínimos quadrados. No método MVA, a função-objetivo que se deseja minimizar é dada por:

$$E_1(\bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^n |r_i|, \quad (9.81)$$

onde r_i é o resíduo no ponto i , sendo $i = 1, \dots, n$. Note que neste caso o efeito dos pontos espúrios (isto é, valores grandes dos resíduos) na função-objetivo a ser minimizada é reduzido, uma vez que os resíduos não são elevados ao quadrado como na função-objetivo do método dos mínimos quadrados.

Uma das grandes vantagens do método dos mínimos valores absolutos é que ele propicia uma transição suave entre a total aceitação e a total rejeição de uma determinada observação, fornecendo uma forma sistemática de se tratar as más observações, ao serem atribuídos menores pesos a esses pontos na construção da função-objetivo. Outra vantagem em relação ao método dos mínimos quadrados é que o de mínimos valores absolutos não requer o cálculo de derivadas de segunda ordem, como ocorre nos métodos de Newton e similares. Uma desvantagem é que a maioria das análises estatísticas usadas para se avaliar a qualidade do ajuste (como por exemplo, intervalos de confiança dos parâmetros, correlação dos parâmetros, etc.) foi desenvolvida baseando-se na

norma L_2 (método dos mínimos quadrados). Daí alguns autores, como Carvalho *et alii* (1992), aplicarem uma combinação desses dois métodos. Eles advogam o uso da regressão MVA como uma ferramenta de diagnóstico para detectar e remover as más observações (“outliers”); então usam o método dos mínimos quadrados nos dados reduzidos para a estimativa final dos parâmetros e a estatística do ajuste. Essa técnica contrasta com as de Rosa & Horne (1991 e 1995) e de Rosa & Horne (1994 e 1996), onde o método MVA é utilizado para acomodar as más observações sem detectá-las.

Quando os dados não apresentam erros significativos em relação ao modelo escolhido, o método de mínimos valores absolutos fornece resultados similares ao de mínimos quadrados. Quando pontos fora da tendência dominante estão presentes, o método dos mínimos valores absolutos fornece melhores resultados. Além disso, o método dos mínimos valores absolutos mostra melhor desempenho (em termos de convergência) que o dos mínimos quadrados quando a sensibilidade do modelo em relação a alguns dos parâmetros é pequena.

Nos itens seguintes serão apresentadas algumas técnicas para a implementação do critério dos mínimos valores absolutos para a estimativa de parâmetros não-lineares.

a) Método dos Mínimos Valores Absolutos – Implementação 1 (MVA1)

Conforme mencionado anteriormente, o princípio básico deste método é a minimização da soma dos módulos (valores absolutos) das diferenças entre os dados (observações) e o modelo. A técnica consiste em se expandir a função-modelo em uma série de Taylor até os termos de primeira ordem. Isto transforma o problema em um problema de *regressão linear múltipla*, que é resolvido iterativamente (Rosa & Horne, 1991 e 1995). Portanto, o procedimento torna-se uma seqüência de problemas de regressão linear múltipla, os quais são resolvidos de maneira iterativa utilizando o critério dos mínimos valores absolutos.

Considere uma função-modelo da forma:

$$y = F(\bar{\alpha}, x), \quad (9.82)$$

No método em questão, deseja-se minimizar a função-objetivo definida por:

$$E_1 = \sum_{i=1}^n |y_i - F(\bar{\alpha}, x_i)|, \quad (9.83)$$

onde $\{x_i, y_i\}$ é uma série de n observações. Se F for uma função não-linear dos parâmetros, o processo de estimativa tornar-se-á um problema de estimativa de parâmetros não-lineares ou um problema de *programação não-linear*.

O ponto de partida do processo de minimização serão as chamadas *equações de condição*, as quais são obtidas substituindo-se os pontos de observação na função-modelo da Eq. (9.82):

$$y_i = F(\bar{\alpha}, x_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9.84)$$

O sistema formado pela Eq. (9.84) é um sistema de n equações não-lineares, com np incógnitas. Como esse sistema possui mais equações do que incógnitas, busca-se uma solução que satisfaça o sistema e também minimize a soma dos valores absolutos das diferenças entre os dados e o modelo a eles ajustado, definida na Eq.(9.83). Expandindo a função-modelo F em uma série de Taylor em torno de uma estimativa inicial $\bar{\alpha}^0$ e considerando somente até os termos de primeira ordem, o sistema de equações (9.84) pode ser linearizado:

$$y_i = F(\bar{\alpha}^0, x_i) + (\alpha_1 - \alpha_1^0) \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_1} \right]_{\bar{\alpha}^0} + (\alpha_2 - \alpha_2^0) \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_2} \right]_{\bar{\alpha}^0} + \dots \quad (9.85)$$

$$\dots + (\alpha_{np} - \alpha_{np}^0) \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_{np}} \right]_{\bar{\alpha}^0}; \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Esse sistema pode também ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} y_i - F(\bar{\alpha}^0, x_i) &= (\alpha_1 - \alpha_1^0) \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_1} \right]_{\bar{\alpha}^0} + (\alpha_2 - \alpha_2^0) \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_2} \right]_{\bar{\alpha}^0} + \dots \\ &\dots + (\alpha_{np} - \alpha_{np}^0) \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_{np}} \right]_{\bar{\alpha}^0}, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (9.86)$$

ou ainda:

$$w_i = \beta_1 v_{i,1} + \beta_2 v_{i,2} + \dots + \beta_{np} v_{i,np}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9.87)$$

onde:

$$w_i = y_i - F(\bar{\alpha}^0, x_i); \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9.88)$$

$$\beta_j = (\alpha_j - \alpha_j^0); \quad j = 1, 2, \dots, np \quad (9.89)$$

e

$$v_{i,j} = \left[\frac{\partial F(\bar{\alpha}, x_i)}{\partial \alpha_j} \right]_{\bar{\alpha}^0}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{e} \quad j = 1, 2, \dots, np. \quad (9.90)$$

Nas Eqs. (9.87) a (9.90), β_j são os parâmetros transformados a serem estimados, w_i são os novos pontos de observação (pontos transformados) e $v_{i,j}$ são as novas variáveis independentes. Essas equações formam um problema de regressão linear múltipla, cuja curva-modelo passa pela origem. Portanto, o problema original pode ser resolvido iterativamente como uma seqüência de problemas de regressão linear múltipla. O critério a ser satisfeito na solução do sistema de equações (9.87) é a minimização da soma dos valores absolutos dos resíduos entre os novos (transformados) dados w_i e os valores \hat{w}_i computados pelo lado direito da Eq. (9.87). A cada iteração do processo, a função-objetivo a ser minimizada é:

$$E_1 = \sum_{i=1}^n |w_i - \hat{w}_i|, \quad (9.91)$$

onde w_i é dado pela Eq. (9.88) e:

$$\hat{w}_i = \beta_1 v_{i,1} + \beta_2 v_{i,2} + \dots + \beta_{np} v_{i,np}; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9.92)$$

O critério estabelecido pela Eq. (9.91) é denominado norma L_1 ou minimização pelo mínimo valor absoluto (MVA). O problema de estimativa de parâmetros introduzido pelas Eqs. (9.91) e (9.92) pode ser colocado como sendo um problema de *programação linear*. Rosa (1991) apresenta em detalhes a solução desse problema, incluindo um programa em FORTRAN, através de uma modificação do algoritmo “simplex”, utilizado para a solução de problemas de programação linear. Rosa (1991) apresenta também um algoritmo que tem como objetivos a escolha do comprimento do passo do processo iterativo (ρ) e a prevenção contra a possibilidade dos parâmetros assumirem valores fisicamente impossíveis.

A análise estatística dos resultados pode ser feita através do cálculo de intervalos de confiança para os parâmetros, de modo similar ao usado em métodos baseados na minimização da soma dos quadrados (mínimos quadrados). Quando o processo iterativo tiver convergido para a solução,

dentro de uma tolerância preestabelecida, espera-se que os resíduos nas últimas duas iterações sejam praticamente os mesmos. Então, na última iteração a função-objetivo pode ser equivalentemente obtida de uma função-objetivo baseada no método de *mínimos quadrados ponderados*:

$$E_1^k = \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - F(\bar{\alpha}^k, x_i)]^2}{[y_i - F(\bar{\alpha}^{k-1}, x_i)]^2}, \quad (9.93)$$

onde k se refere à última iteração. Assim, resolvendo novamente a última iteração do processo usando a Eq.(9.93), pode-se aplicar normalmente as técnicas estatísticas descritas anteriormente para o cálculo de intervalos de confiança no método dos mínimos quadrados, Eqs. (9.77) a (9.79).

b) Método dos Mínimos Valores Absolutos Modificado (MVAM)

Rosa (1991), ao aplicar o método MVA1 na área de análise de testes de pressão em poços, mostrou que em algumas situações em que eram usadas estimativas iniciais pobres, ou sejam, muito distantes da solução, não era alcançada convergência do processo. Isso levou o autor a desenvolver um método ainda mais robusto, denominado MVAM, que consiste portanto em uma modificação na aplicação do critério de mínimos valores absolutos. Esse método é equivalente a um método de mínimos quadrados ponderados, em que os pesos em cada iteração são dados pelos inversos dos valores absolutos dos resíduos obtidos na iteração anterior. Para uma dada iteração k , tem-se:

$$E_1^k = \sum_{i=1}^n w_i^{k-1} [y_i - F(\bar{\alpha}^k, x_i)]^2, \quad (9.94)$$

onde:

$$w_i^{k-1} = \frac{1}{|y_i - F(\bar{\alpha}^{k-1}, x_i)|}. \quad (9.95)$$

A função-objetivo definida pela Eq. (9.94) aproxima-se da soma dos valores absolutos dos resíduos, que caracteriza o método dos mínimos valores absolutos, somente quando o processo encontra-se próximo da solução. Longe do ponto de mínimo, os resíduos em duas iterações consecutivas podem ser consideravelmente diferentes, daí a denominação dada ao método.

Durante o processo iterativo do método MVAM, se algum dos resíduos se tornar menor que um valor preestabelecido, é atribuído o valor 0 (zero) ao fator-peso w_i correspondente, com a finalidade de se evitar instabilidade numérica. Esse procedimento parece razoável, já que os efeitos de resíduos muito pequenos na função-objetivo podem ser considerados desprezíveis.

Usando um método do tipo Gauss-Newton, os elementos da matriz Hessiana do método MVAM são dados por:

$$h_{jm} = 2 \sum_{i=1}^n w_i \left[\frac{\partial F}{\partial \alpha_m} \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \right]_{\bar{\alpha}^0}. \quad (9.96)$$

Outras técnicas implementadas no método dos mínimos quadrados, tais como a imposição de função penalidade ou o uso da variação de Marquardt, também podem ser empregadas no método MVAM.

Rosa (1991), Vieira & Rosa (1993 e 1996) e Rosa & Horne (1994 e 1996) mostraram que de fato os métodos baseados na norma L_1 são mais robustos que aqueles baseados na norma L_2 , e que, dos dois métodos baseados na minimização dos valores absolutos dos resíduos, o MVAM é o mais robusto em termos de convergência a partir de estimativas iniciais pobres. A única característica negativa apresentada pelo método MVAM foi o fato de requerer um número de iterações maior que o MVA1.

c) Método MVAM-MVA1

Embora o tempo computacional em geral não represente um grande problema na aplicação de métodos de estimativa não-linear de parâmetros no estudo de ajuste de histórico usando a equação de balanço de materiais, já que o número de parâmetros a serem estimados é relativamente baixo, um método que requer um grande número de iterações pode ser considerado ineficiente. Por essa razão, uma versão melhorada dos métodos descritos nos dois itens anteriores pode ser utilizada. O fato de que o método MVAM pode convergir a partir de estimativas iniciais pobres mas requer um grande número de iterações, e de que o método MVA1 pode não convergir em casos de estimativas iniciais pobres, mas converge rapidamente nos casos em que não há aquele problema, sugeriu a idéia de se desenvolver um método que seria a combinação dos dois (Rosa, 1991 e Rosa & Horne, 1994 e 1996). O processo iterativo inicia-se com o método MVAM e, após as primeiras iterações, passa a empregar o método MVA1. As estimativas dos parâmetros obtidas na última iteração do método MVAM são usadas como estimativas iniciais no método MVA1. Existem várias possibilidades para a escolha do instante em que se deve passar de um método para outro. Uma delas é o instante em que a função-objetivo deixa de sofrer uma redução maior que uma porcentagem, previamente estabelecida, do seu valor na iteração anterior. Uma alternativa é passar de um método para outro após um número fixo de iterações.

d) Método dos Mínimos Valores Absolutos – Implementação 2 (MVA2)

Carvalho *et alii* (1992) e Carvalho (1993) utilizaram com sucesso, na área de análise de testes de pressão em poços, uma outra implementação do método dos mínimos valores absolutos. Nesta implementação, proposta inicialmente por El-Attar *et alii* (1979), define-se uma nova função-objetivo, $\hat{E}_1(\bar{\alpha}, \varepsilon)$, como:

$$\hat{E}_1(\bar{\alpha}, \varepsilon) \equiv \sum_{i=1}^n \sqrt{r_i^2 + \varepsilon}, \quad (9.97)$$

onde r é o resíduo entre o modelo e os dados e ε é um número pequeno. El-Attar *et alii* (1979) mostram que se a Eq. (9.97) é minimizada com valores decrescentes de ε , e a seqüência de soluções resultantes converge para $\bar{\alpha}^*$ quando $\varepsilon \rightarrow 0$, então $\bar{\alpha}^*$ minimiza a função-objetivo original, $E_1(\bar{\alpha})$, definida na Eq. (9.81). Note que a Eq. (9.97) pode ser rescrita em termos de um problema equivalente de minimização com a norma L_2 , como segue:

$$\hat{E}_1(\bar{\alpha}, \varepsilon) \equiv \sum_{i=1}^n \rho_i^2, \quad (9.98a)$$

onde:

$$\rho_i = (r_i^2 + \varepsilon)^{1/4}. \quad (9.98b)$$

As vantagens de se minimizar $\hat{E}_1(\bar{\alpha}, \varepsilon)$ dada pela Eq. (9.98a) ao invés de $E_1(\bar{\alpha})$ definida na Eq. (9.81) são as seguintes: (i) as derivadas parciais da nova função-objetivo, $\hat{E}_1(\bar{\alpha}, \varepsilon)$, são definidas em todo o domínio, o que permite o uso dos métodos de regressão baseados no método de Newton e (ii) qualquer sub-rotina ou pacote de regressão de domínio público que utilize a norma L_2 é diretamente aplicável ao problema.

Um algoritmo iterativo de regressão com a norma L_1 pode ser resumido como segue:

Passo 1: Escolha uma estimativa inicial dos parâmetros, $\bar{\alpha}^0$, e um número pequeno positivo ε_1 ; faça $k = 1$. (Tipicamente utiliza-se $\varepsilon_1 = 0,1$.)

- Passo 2: Ache $\bar{\alpha}^*$ que minimiza a função-objetivo $\hat{E}_1(\bar{\alpha}, \varepsilon_k)$ dada pela Eq. (9.98a). Neste passo, Carvalho (1993) utilizou a subrotina LMDER da Argonne National Laboratory, desenvolvida por Garbow *et alii* (1980).
- Passo 3: Faça $\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k / L$, onde L é um número maior que 1. Tipicamente $L = 10^2$.
- Passo 4: Se o esquema converge para uma tolerância preestabelecida, PARE. Caso contrário, faça $k = k + 1$ e retorne ao passo 2.

No passo 4, a convergência é verificada em termos das estimativas dos parâmetros, assim como em termos do valor da função-objetivo, isto é, para convergência é requerido que:

$$|\bar{\alpha}_k^* - \bar{\alpha}_{k-1}^*| \leq \delta \quad (9.99)$$

e

$$|\hat{E}_1(\bar{\alpha}_k^*, \varepsilon_k) - \hat{E}_1(\bar{\alpha}_{k-1}^*, \varepsilon_{k-1})| \leq \varphi, \quad (9.100)$$

onde δ e φ são tolerâncias preestabelecidas em função da precisão desejada.

A escolha de um valor inicial apropriado para ε_1 depende da escala do problema específico. El-Attar *et alii* (1979) sugerem usar ε_1 igual a um décimo do maior valor absoluto dos resíduos (ou a média dos valores absolutos dos resíduos) calculados com a estimativa inicial $\bar{\alpha}^0$.

Carvalho (1993) relata que, com base na sua experiência numérica na utilização deste algoritmo na área de testes de pressão em poços, uma única regressão com $\varepsilon \approx 10^{-10}$ é suficiente. Entretanto, o autor sugere o uso do algoritmo iterativo anteriormente apresentado porque o número total de iterações é praticamente o mesmo.

9.2.3. Uso de restrições para os parâmetros

Os métodos de regressão não-linear estudados até aqui são *não condicionados*, isto é, os parâmetros do modelo podem assumir qualquer valor no processo de minimização da função-objetivo. Portanto, é possível que um ou mais parâmetros venham a assumir valores não físicos ou irreais, resultando na falha ou divergência do processo. Para manter os parâmetros com significado físico algum tipo de restrição (condicionante) deve ser usado. Exemplos de valores fisicamente inaceitáveis seria um volume original de óleo ou uma constante de influxo de água menor do que zero. Além da técnica usual de *funções penalidades* empregada por Rosa & Horne (1983), também será discutida a técnica denominada *expansão das imagens* introduzida por Carvalho *et alii* (1995).

a) Funções penalidades

As funções penalidades transformam o problema condicionado (com restrição dos parâmetros) em um problema não condicionado, pela adição de termos (funções penalidades) na função-objetivo. As funções penalidades (uma para cada restrição) são definidas de tal maneira que a nova função-objetivo permaneça praticamente inalterada no interior da região possível dos parâmetros, mas aumente rapidamente quando um parâmetro aproxima-se da fronteira dessa região. Assim, se cada parâmetro α_j a ser estimado ($j = 1, 2, \dots, np$) for restringido a permanecer dentro de um intervalo com limites inferior e superior, isto é, $\alpha_{\min j} < \alpha_j < \alpha_{\max j}$, então a função-objetivo modificada, $E^+(\bar{\alpha})$, pode ser escrita como:

$$E^+(\bar{\alpha}^k) = E(\bar{\alpha}^k) + F_c \sum_{j=1}^{np} \left[\frac{\delta_{min j}}{(\alpha_j^k - \alpha_{min j})} + \frac{\delta_{max j}}{(\alpha_{max j} - \alpha_j^k)} \right], \quad (9.101)$$

onde α_j^k é o valor atual ou corrente do parâmetro α_j , isto é, a estimativa atual de α_j na iteração de ordem k , e $E(\bar{\alpha}^k)$ é a função-objetivo original. F_c , $\delta_{min j}$ e $\delta_{max j}$ são valores positivos que governam a contribuição das funções penalidades. O sobrescrito k se refere à iteração atual. Uma opção para o conjunto de valores F_c , $\delta_{min j}$ e $\delta_{max j}$ é, respectivamente (Abbaszadeh & Kamal, 1988),

$$F_c = \varepsilon E(\bar{\alpha}^{k-1}), \quad (9.102)$$

onde ε é um número pequeno e positivo, por exemplo, $\varepsilon = 10^{-4}$,

$$\delta_{min j} = \alpha_j^0 - \alpha_{min j} \quad (9.103)$$

e

$$\delta_{max j} = \alpha_{max j} - \alpha_j^0, \quad (9.104)$$

onde α_j^0 é a estimativa inicial do parâmetro α_j . Note que nesta formulação, $\delta_{min j}$ e $\delta_{max j}$ são calculados somente no início da regressão, mas F_c varia a cada iteração.

A adição dos termos da função penalidade modifica todos os elementos do vetor-gradiente \bar{g} , mas somente os elementos da diagonal da matriz Hessiana H . O sistema de equações lineares a ser resolvido em cada iteração, incluindo os termos da função penalidade, passa então a ser expresso por:

$$H^+ \delta \bar{\alpha} = -\bar{g}^+. \quad (9.105)$$

Note que os métodos de regressão não-linear apresentados anteriormente são válidos desde que se utilize a Eq. (9.105) ao invés da Eq. (9.68).

Rosa & Horne (1983) mostram que o uso da função penalidade melhora a convergência do processo iterativo; entretanto, eles também relatam que a técnica da função penalidade pode não evitar valores não físicos dos parâmetros quando as estimativas iniciais dos parâmetros estão longe da solução.

Caso se deseje incorporar a técnica apresentada a sub-rotinas ou pacotes de regressão não condicionados, há a necessidade de alteração do código fonte. Modificações da técnica apresentada, introduzidas por Carvalho *et alii* (1995), permitem a implementação das funções penalidades sem alterar o código fonte dessas rotinas. Carvalho *et alii* (1995) aplicam a Eq. (9.101) com a seguinte modificação na definição de F_c na Eq. (9.102):

$$F_c = \varepsilon E(\bar{\alpha}^k), \quad (9.106)$$

isto é, F_c é escrita em termos da função-objetivo avaliada na estimativa atual ou corrente dos parâmetros ao invés da estimativa anterior. Esta modificação é importante porque agora a nova função-objetivo pode ser escrita como:

$$E^+(\bar{\alpha}^k) = [\beta(\bar{\alpha}^k)]^2 E(\bar{\alpha}^k), \quad (9.107)$$

onde:

$$\beta(\bar{\alpha}^k) = \sqrt{1 + \varepsilon \sum_{j=1}^{np} \left[\frac{\delta_{\min j}}{(\alpha_j^k - \alpha_{\min j})} + \frac{\delta_{\max j}}{(\alpha_{\max j} - \alpha_j^k)} \right]}. \quad (9.108)$$

A função-objetivo original, sem restrição dos parâmetros, é dada por:

$$E(\bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^n [y_i - F(\bar{\alpha}, x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2, \quad (9.109)$$

onde r_i representa o resíduo da observação i . Então, a função-objetivo modificada, incorporando as funções penalidades, pode ser escrita como:

$$E^+(\bar{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \rho_i^2, \quad (9.110)$$

onde:

$$\rho_i = \beta(\bar{\alpha}^k) r_i. \quad (9.111)$$

Portanto, a técnica da função penalidade pode ser incorporada pela simples modificação da definição de cada resíduo. Note que quando $\varepsilon = 0$, $\beta(\bar{\alpha}^k) = 1$, e a função-objetivo da Eq. (9.110) reverte para a função-objetivo original dada pela Eq. (9.109). Também, a derivada parcial de ρ_i , resíduo da observação i modificado, com respeito a qualquer um dos parâmetros do modelo (α_j) é dada simplesmente pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial \alpha_j} = \beta(\bar{\alpha}^k) \frac{\partial r_i}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial \beta(\bar{\alpha}^k)}{\partial \alpha_j} r_i, \quad (9.112)$$

onde, da Eq. (9.108),

$$\frac{\partial \beta(\bar{\alpha}^k)}{\partial \alpha_j} = \frac{\varepsilon}{2\beta(\bar{\alpha}^k)} \left[\frac{\delta_{\max j}}{(\alpha_{\max j} - \alpha_j^k)^2} - \frac{\delta_{\min j}}{(\alpha_j^k - \alpha_{\min j})^2} \right]. \quad (9.113)$$

Novamente, note que quando $\varepsilon = 0$, a função-objetivo modificada e suas derivadas parciais revertem para a função-objetivo original (função-objetivo não condicionada). Usando o procedimento descrito, as funções penalidades podem ser facilmente incorporadas ao método dos mínimos valores absolutos apresentado na Seção 9.2.2, item *d*).

b) Procedimento da extensão das imagens

Como uma técnica alternativa para manter os parâmetros com significado físico durante o processo de minimização, Carvalho *et alii* (1995) introduziram um novo algoritmo de restrição dos parâmetros, denominado *extensão das imagens*. A idéia do método é estender a função-objetivo condicionada (na qual os parâmetros são condicionados) de tal maneira que a nova função-objetivo passe a ser definida em toda a parte (isto é, sem restrições para os parâmetros) e que a solução deste novo problema não condicionado seja igual (ou relacionado) à solução do problema original condicionado.

Quando os parâmetros estão sujeitos a restrições do tipo $\alpha_{\min j} < \alpha_j < \alpha_{\max j}$, a função-objetivo é periodicamente repetida numa seqüência de imagens que se estendem para $\pm\infty$. A Figura 9.3 ilustra este procedimento para um modelo constituído de apenas um parâmetro, α .

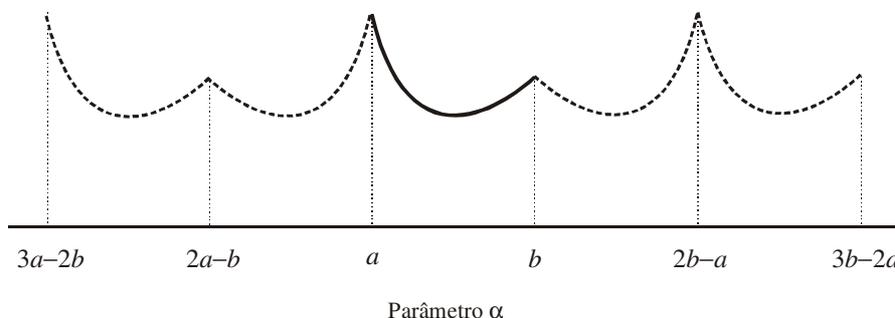


Figura 9.3 – Ilustração da extensão da função-objetivo para uma restrição do tipo $a < \alpha < b$.

A curva contínua na Figura 9.3 é a função-objetivo original, que está definida somente no intervalo (a, b) , e as curvas tracejadas representam as imagens. Seja α^* o valor que minimiza a função-objetivo original e α_{eq}^* o que minimiza a função-objetivo estendida. O primeiro pode ser determinado uma vez que o segundo seja conhecido. Assim, primeiro se aplica o processo de minimização à função-objetivo estendida (não condicionada) e então se obtém a solução do problema original correspondente, a qual está geometricamente relacionada com a solução do problema não condicionado. Note que, por construção, nas fronteiras de cada imagem a nova função-objetivo (não condicionada), E^+ , é contínua; entretanto, sua derivada parcial em relação ao parâmetro que está na fronteira pode não existir. De fato, sua derivada parcial existe (e é zero) na fronteira somente quando a derivada correspondente da função-objetivo original é zero, isto é, quando

$$\left. \frac{\partial E(\alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\text{fronteira}}$$

é zero, na fronteira considerada. Na eventualidade de uma fronteira ser tocada durante o processo iterativo, admite-se que, para a iteração corrente, a derivada parcial em relação ao parâmetro na fronteira é zero.

Um algoritmo para tratar restrições da forma $\alpha_{\min j} < \alpha_j < \alpha_{\max j}$ pode ser escrito como:

- 1) Faça $j = 1$.
- 2) Com o valor corrente do parâmetro j do problema equivalente ($\alpha_{eq j}^c$), calcule α_j^c via:

$$\alpha_j^c = \left| \alpha_{eq j}^c - \alpha_{\min j} \right| + \alpha_{\min j}. \quad (9.114)$$

- 3) $\alpha_{eq j}^c$ é maior que $\alpha_{\min j}$? Se SIM, faça $SIGN_j = 1$. Se NÃO, faça $SIGN_j = -1$.
- 4) Calcule:

$$\alpha_j^c = \alpha_j^c - 2(\alpha_{\max j} - \alpha_{\min j}) \text{INT} \left[\frac{\alpha_j^c - \alpha_{\min j}}{2(\alpha_{\max j} - \alpha_{\min j})} \right], \quad (9.115)$$

onde $\text{INT}(x)$ é o maior inteiro menor ou igual a x .

- 5) α_j^c , dado pela Eq. (9.115), é maior que $\alpha_{\max j}$? Se NÃO, vá para o item 6. Se SIM, faça $SIGN_j = -SIGN_j$ e calcule:

$$\alpha_j^c = \alpha_{max j} - (\alpha_j^c - \alpha_{max j}). \quad (9.116)$$

- 6) α_j^c é igual a $\alpha_{min j}$ ou $\alpha_{max j}$? Se SIM, faça $SIGN_j = 0$.
- 7) Repita os passos 2 a 6 para todos os parâmetros, isto é, para $j = 1, 2, \dots, np$.
- 8) Calcule o valor corrente da função-objetivo estendida (não condicionada), E^+ , como:

$$E^+(\bar{\alpha}_{eq}^c) = E(\bar{\alpha}_{eq}^c). \quad (9.117)$$

- 9) Calcule os gradientes da função-objetivo estendida (não condicionada), avaliada na estimativa corrente dos parâmetros ($\bar{\alpha}_{eq}^c$), via:

$$\left. \frac{\partial E^+(\bar{\alpha}_{eq})}{\partial \alpha_{eq j}} \right|_{\bar{\alpha}_{eq}^c} = SIGN_j \left. \frac{\partial E^+(\bar{\alpha})}{\partial \alpha_j} \right|_{\bar{\alpha}^c}, \text{ para } j = 1, \dots, np. \quad (9.118)$$

No passo 2, a estimativa corrente do parâmetro $\alpha_{eq j}^c$ é refletida através da fronteira esquerda da função-objetivo original (isto é, a fronteira $\alpha_j = \alpha_{min j}$) quando $\alpha_{eq j} < \alpha_{min j}$. Note que a variável $SIGN$ (que controla o sinal da derivada) muda de sinal a cada reflexão. No passo 4, a estimativa é transformada de modo a ficar no primeiro elemento repetitivo da nova função-objetivo (formado pela função-objetivo original e a sua primeira reflexão à direita), sem mudar os valores da função-objetivo ou da sua derivada parcial. No passo 5, se a estimativa corresponde a uma reflexão da função-objetivo original, ela é transformada (isto é, refletida através da fronteira $\alpha_{max j}$) para obter um valor α_j^c dentro do intervalo de interesse. No final, $SIGN = 1$ significa que, em termos do problema modificado, a estimativa está em uma réplica da função-objetivo original, e $SIGN = -1$ significa que está em uma réplica da reflexão. Quando α_{eq}^* , que minimiza a função-objetivo estendida, é encontrado, a solução correspondente do problema original é dada pelas coordenadas de $\bar{\alpha}^c$ (Eqs. (9.115) ou (9.116)) na última iteração.

O método da extensão das imagens tem a vantagem de garantir que as estimativas dos parâmetros sempre satisfaçam as restrições impostas, além de ser facilmente implementado em conjunto com sub-rotinas ou pacotes de regressão de domínio público. Carvalho *et alii* (1995) demonstraram através de exemplos a eficiência do método. Segundo esses autores, o método da extensão das imagens converge (quando a sua utilização é necessária) em menos tempo que os métodos das funções penalidades.

Vale ressaltar que o uso de algoritmos condicionantes dos parâmetros (como as funções penalidades e o método da extensão das imagens) normalmente não é necessário quando o processo iterativo se inicia com boas estimativas dos parâmetros, porque, nestes casos, os valores dos parâmetros tendem a ficar dentro da região possível. Mesmo com más estimativas iniciais, os algoritmos condicionantes dos parâmetros são normalmente necessários apenas nas primeiras iterações.

Exemplo 9.2 (Vieira & Salomão, 1993) – Um reservatório de óleo conectado a um aquífero apresenta as seguintes características:

Saturação inicial de água 5%

Compressibilidade da formação	$56,9 \times 10^{-6} \text{ kgf/cm}^2$
Compressibilidade da água	$42,7 \times 10^{-6} \text{ kgf/cm}^2$
Histórico de produção	Tabela 9.3

Tabela 9.3 – Histórico de produção do reservatório do Exemplo 9.2

t (ano)	p (kgf/cm ²)	N_p (10 ⁶ m ³ std)	R_p (m ³ std / m ³ std)	B_o (m ³ / m ³ std)	R_s (m ³ std / m ³ std)	B_g (10 ⁻³ m ³ / m ³ std)
0	192,7	0,00	115,8	1,404	115,8	5,2220
1	175,8	1,25	135,4	1,374	105,4	5,5027
2	161,0	2,93	150,4	1,349	97,1	6,0081
3	148,3	4,63	163,8	1,329	90,3	6,5696
4	137,1	6,47	173,6	1,316	83,9	7,1872
5	127,8	7,97	182,5	1,303	78,7	7,8049
6	119,7	9,29	189,7	1,294	74,4	8,4225
7	113,1	10,40	195,0	1,287	70,9	8,9840
8	107,9	11,25	199,5	1,280	68,2	9,5455
9	104,1	11,85	203,9	1,276	66,1	9,8824
10	101,3	12,31	206,6	1,273	64,8	10,2193

Usando o modelo de Leung para representar o influxo de água, estimar os parâmetros do aquífero e do reservatório.

Solução:

A equação de balanço de materiais para um reservatório de óleo com influxo de água, sem capa de gás, pode ser expressa por (vide Capítulo 8):

$$N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj} = N \left[B_t - B_{ti} + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}} (c_f + c_w S_{wi}) \Delta p \right] + W_e,$$

onde $\Delta p = p_i - p$, sendo p a pressão média do reservatório, admitida igual à pressão no contato reservatório-aquífero. Como no reservatório em questão não há produção de água, nem injeção de água ou de gás, a EBM simplifica-se para:

$$N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] = N \left[B_t - B_{ti} + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}} (c_f + c_w S_{wi}) (p_i - p) \right] + W_e.$$

No instante t_n a equação de balanço de materiais passa a ser escrita como:

$$N_{p_n} [B_{t_n} + (R_{p_n} - R_{si})B_{g_n}] = N \left[B_{t_n} - B_{ti} + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}} (c_f + c_w S_{wi}) (p_i - p_n) \right] + W_{e_n}. \quad (9.119)$$

No modelo de Leung (Capítulo 6) o influxo acumulado de água em um determinado instante t_n é calculado pela equação:

$$W_{e_n} = \frac{W_{ei}}{p_i} (p_i - \bar{p}_{a_n}). \quad (9.120)$$

Usando-se o modelo pseudopermanente modificado de Leung (MPSS), a pressão média do aquífero no instante t_n é calculada pela equação:

$$\bar{p}_{a,mpss}(t_n) \equiv \bar{p}_{a_n} = (1 - \beta_1)p_n + \beta_1(\bar{p}_{a_n})_{pss}, \quad (9.121)$$

onde β_1 é uma constante, $(\bar{p}_{a_n})_{pss}$ é a pressão média do aquífero obtida do modelo PSS e p_n é a pressão no contato. Utilizando-se a interpolação linear para o comportamento da pressão no contato entre dois instantes de tempo consecutivos, o valor de $(\bar{p}_{a_n})_{pss}$ é dado pela expressão:

$$(\bar{p}_{a_n})_{pss} = p_n + (\bar{p}_{a_{n-1}} - p_{n-1})e^{-\alpha\Delta t_n} + \frac{p_n - p_{n-1}}{\alpha\Delta t_n}(e^{-\alpha\Delta t_n} - 1), \quad (9.122)$$

onde $\alpha = Jp_i/W_{ei}$.

Substituindo a Eq. (9.121) na Eq. (9.120) resulta na expressão:

$$W_{e_n} = \frac{W_{ei}}{p_i} \left\{ p_i - p_n - \beta_1 [(\bar{p}_{a_n})_{pss} - p_n] \right\}. \quad (9.123)$$

A substituição da Eq. (9.123) na EBM dada pela Eq. (9.119) produz:

$$\begin{aligned} N_{p_n} [B_{t_n} + (R_{p_n} - R_{si})B_{g_n}] = N \left[B_{t_n} - B_{ti} + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}}(c_f + c_w S_{wi})(p_i - p_n) \right] + \\ + \frac{W_{ei}}{p_i} \left\{ p_i - p_n - \beta_1 [(\bar{p}_{a_n})_{pss} - p_n] \right\} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} N_{p_n} [B_{t_n} + (R_{p_n} - R_{si})B_{g_n}] = N \left[B_{t_n} - B_{ti} + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}}(c_f + c_w S_{wi})(p_i - p_n) \right] + \\ + C_1 \left\{ p_i - p_n - \beta_1 [(\bar{p}_{a_n})_{pss} - p_n] \right\}, \end{aligned} \quad (9.124)$$

onde $C_1 = W_{ei} / p_i$.

Visando a estimativa dos parâmetros do sistema, a Eq. (9.124) pode ser escrita de uma maneira compacta como:

$$y = F(\bar{\delta}, p),$$

onde p (pressão no contato) é a variável independente do modelo, y é a variável dependente, dada por:

$$y = N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g],$$

F é a função-modelo:

$$F = N \left[B_t - B_{ti} + \frac{B_{ti}}{1 - S_{wi}}(c_f + c_w S_{wi})(p_i - p_n) \right] + C_1 \left\{ p_i - p_n - \beta_1 [(\bar{p}_{a_n})_{pss} - p_n] \right\}$$

e $\bar{\delta}^T = (N, \alpha, C_1, \beta_1)$ é o vetor composto pelos parâmetros do modelo a serem estimados. Deve-se notar que em cada iteração o valor de $(\bar{p}_{a_n})_{pss}$ é calculado através da Eq. (9.122), utilizando-se o valor de α estimado na iteração anterior.

Usando-se o método MVAM e as estimativas iniciais mostradas na Tabela 9.4 foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 9.5. Conforme pode ser observado, os intervalos de

confiança são bastante estreitos, indicando uma boa performance do método. Somente para a estimativa inicial C não houve convergência do processo iterativo.

Tabela 9.4 – Valores de estimativas iniciais para o Exemplo 9.2

Estimativa	$N (m^3 \text{ std})$	$\alpha (\text{ano}^{-1})$	$C_1 (m^3/\text{kgf}/\text{cm}^2)$	β_1
A	1×10^6	0,5	1×10^4	0,5
B	10×10^6	0,5	1×10^4	0,5
C	100×10^6	0,5	1×10^4	0,5
D	1×10^6	0,5	10×10^4	0,5
E	1×10^6	0,5	$0,1 \times 10^4$	0,5
F	1×10^6	0,1	1×10^4	0,5
G	1×10^6	1,0	1×10^4	0,5
H	1×10^6	0,5	1×10^4	0,1
I	1×10^6	0,5	1×10^4	1,0

Tabela 9.5 – Resultados da estimativa de parâmetros do Exemplo 9.2

Parâmetro	Valor estimado	Intervalo de confiança (%)
$N (m^3 \text{ std})$	$48,658 \times 10^6$	0,54
$\alpha (\text{ano}^{-1})$	0,421	0,81
$C_1 (m^3/\text{kgf}/\text{cm}^2)$	176.747	0,41
β_1	0,936	0,20

9.3. Não-Unicidade de Solução no Ajuste de Histórico

O procedimento de ajuste de histórico equivale à solução de um problema inverso, em que é conhecida a resposta de um sistema e deseja-se conhecer as características desse sistema. No problema direto as características do sistema são conhecidas e deseja-se prever a resposta a uma determinada excitação aplicada ao mesmo. A Figura 9.4 mostra esquematicamente as diferenças entre os problemas direto e inverso.

Ajuste de Histórico

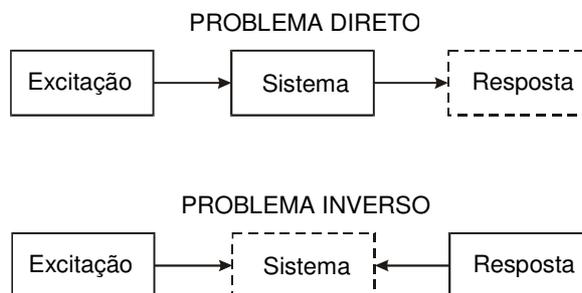


Figura 9.4 – Problema direto versus problema inverso.

Como exemplo de problema direto pode-se citar o caso em que é conhecido o modelo do sistema reservatório-aquífero, bem como seus parâmetros, e deseja-se prever o comportamento da pressão ao longo do tempo.

No problema inverso podem ser estimados os valores dos volumes originais de óleo e de gás, bem como o modelo de influxo, a partir do ajuste de histórico dos dados de produção e de pressão. A análise de testes de pressão em poços, visando determinar parâmetros do sistema poço-reservatório (fator de película do poço, dimensão de fratura, permeabilidade da formação, pressão média na região de drenagem do poço, modelo de fluxo, etc.) também constitui um exemplo de problema inverso.

Uma característica importante dos problemas inversos é a não-unicidade de soluções, isto é, dada uma resposta, geralmente é possível encontrar diferentes sistemas que produzem aquela resposta. A não-unicidade de soluções tende a diminuir com o aumento do intervalo da variável independente em que foi medida a resposta do sistema.

Devido ao problema de não-unicidade, recomenda-se que o modelo do sistema reservatório-aquífero seja constantemente verificado ao longo da vida produtiva do reservatório, à medida que novas informações sejam obtidas ou que novos dados do histórico de produção sejam coletados.

9.4. Problemas

Problema 9.1 – Os dados de produção da Tabela 9.6 referem-se a um reservatório de gás. Um gráfico de p/Z em função de G_p apresentou um desvio do comportamento linear, indicando que alguma forma de influxo ocorre no reservatório.

Tabela 9.6 – Dados de produção de um reservatório de gás – Problema 9.1

Data	p (kgf/cm^2)	G_p ($10^6 m^3 std$)	p/Z (kgf/cm^2)	B_g ($m^3/m^3 std$)
01.01.1955	232,01	0	281,23	0,00431
01.01.1957	212,68	826,852	262,81	0,00462
01.01.1959	198,97	1.653,704	247,48	0,00490
01.01.1961	187,72	2.480,556	234,12	0,00519
01.01.1963	177,52	3.307,408	222,17	0,00546
01.01.1965	168,03	4.134,260	210,22	0,00577

Admitindo que a queda de pressão no reservatório, em relação à pressão inicial, possa ser representada por uma parábola, e utilizando o modelo de influxo permanente de Schilthuis para simular o comportamento do aquífero, determine:

- (a) O volume original de gás.
 (b) A constante de influxo de água do modelo de Schilthuis.

Respostas:

- (a) $11,213 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ std}$ (b) $20.627 \text{ m}^3/(\text{kgf/cm}^2)/\text{ano}$

Problema 9.2 – A Tabela 9.7 apresenta o histórico de produção de um reservatório de petróleo que possui um aquífero contíguo.

Tabela 9.7 – Dados de produção do reservatório do Problema 9.2

(1) Tempo (trimestres)	(2) Pressão no Contato (kgf/cm ²)	(3) Influxo Acumulado (m ³)
0	266,67	0
1	266,32	731
2	265,34	3.943
3	263,51	12.003
4	260,77	27.346
5	258,73	49.127
6	256,13	76.314
7	252,75	111.768
8	249,38	155.489
9	247,34	204.458
10	245,02	256.923
11	241,64	315.908
12	240,17	379.662
13	237,57	445.323

O volume original de óleo foi obtido através do método volumétrico e os valores de influxo acumulado, mostrados na coluna (3) da Tabela 9.7, foram calculados usando a equação de balanço de materiais. Pedem-se:

- (a) Construir um gráfico com os dados de pressão em função do tempo e calcular as pressões médias em cada um dos intervalos de tempo da coluna (1) da Tabela 9.7.
 (b) Calcular a constante de influxo de água, definida no modelo de Hurst modificado pela Eq. (9.38): $v = \Delta W_e / [(p_i - \bar{p})\Delta t]$, onde \bar{p} é a pressão média no contato durante o intervalo de tempo Δt .
 (c) Utilizando o modelo de Hurst modificado, na forma da Eq. (9.46), construir um gráfico de $1/v$ versus $\log \bar{t}$, onde \bar{t} é o tempo total de produção até a metade do intervalo de tempo considerado.
 (d) Usando o método dos mínimos quadrados, ajustar uma equação de linha reta aos pontos do gráfico construído no item anterior, determinando então as constantes C e c da Eq. (9.46). Na aplicação do método dos mínimos quadrados, atribuir diferentes pesos \bar{t}_{wi} para os valores da

variável independente $\log(\bar{t}_i)$, onde i é um ponto qualquer da série de dados e \bar{t}_{wi} é igual a 0,5 para o primeiro ponto, 1,5 para o segundo, 2,5 para o terceiro, etc..

- (e) Empregando o modelo de Hurst modificado, com as constantes estimadas no item *d*, calcular os valores do influxo acumulado de água para todos os pontos do histórico da Tabela 9.7 e comparar com os valores calculados pela EBM (coluna 3 da Tabela 9.7).

Respostas:

$$(d) C = 56,5 \text{ m}^3/(\text{kgf/cm}^2) \quad c = 0,1175/\text{dia}$$

Problema 9.3 – Deseja-se realizar um ajuste de histórico dos dados apresentados na Tabela 9.7 do Problema 9.2, com o objetivo de se identificar o modelo de aquífero que rege o comportamento do influxo de água, utilizando uma solução analítica para o cálculo do influxo. Verifique se os dados ajustam-se ao modelo de aquífero infinito com geometria linear de fluxo. Caso o ajuste não seja satisfatório, que outro(s) modelo(s) de aquífero poderia(m) resultar em um melhor ajuste de histórico?

Problema 9.4 – De acordo com os resultados obtidos da análise do Problema 9.3, parece razoável imaginar que o modelo de aquífero radial infinito poderia produzir um ajuste de histórico mais satisfatório que o observado naquele problema. Para efetuar o ajuste dos dados a esse modelo, no entanto, é necessário utilizar a técnica de tentativa e erro, já que não há uma expressão analítica para representar o influxo acumulado em função do tempo adimensional, e a constante que relaciona os tempos adimensional e real é desconhecida.

- (a) Admita que cada período de tempo mostrado na coluna (1) da Tabela 9.7 do Problema 9.2, ou seja, cada período de três meses, seja igual aos seguintes valores de tempo adimensional: 1; 2; 5; 10; 20; 50 e 100.
- (b) Utilizando o método dos mínimos quadrados e o modelo de van Everdingen & Hurst para o cálculo do influxo de água, efetue os ajustes dos valores de influxo calculados pela equação de balanço de materiais ao modelo de influxo para aquífero radial infinito, para cada uma das relações de tempo do item *a*.
- (c) Para cada um dos ajustes, calcule a constante de influxo de água e o desvio padrão (ou o coeficiente de correlação) do ajuste.
- (d) Escolha como solução do problema a constante de influxo de água correspondente ao ajuste que apresentar o menor desvio padrão (ou o maior coeficiente de correlação).

Bibliografia

- Abbaszadeh, M. & Kamal, M. M.: Automatic Type-Curve Matching for Well Test Analysis. *SPEFE*, 567-577, Sept. 1988.
- Barua, J. & Horne, R. N.: Computerized Analysis of Thermal Recovery Well Test Data. *SPEFE*, 560-566, Dec. 1987.
- Carvalho, R. S.: *Nonlinear Regression: Application to Well Test Analysis*. Ph.D. Dissertation, The University of Tulsa, Tulsa, OK, USA, 1993.

- Carvalho, R. S.; Redner, R.; Thompson, L. G. & Reynolds, A. C.: Robust Procedures for Parameter Estimation by Automated Type Curve Matching. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 67. Washington, D.C., USA, Oct. 4-7, 1992. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1992. (SPE 24732.)
- Carvalho, R. S.; Thompson, L. G.; Redner, R. & Reynolds, A. C.: Simple Procedures for Imposing Constraints for Nonlinear Least Squares Optimization. In: SPE Rocky Mountain / Low-Permeability Reservoirs Symposium. Denver, CO, USA, Mar. 20-22, 1995. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1995. (SPE 29582.)
- Churchill, R. V.: *Operational Mathematics*. New York, McGraw-Hill Book Company Inc., 1972. (3rd ed..)
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.
- Dogru, A. H.; Dixon, T. N. & Edgar, T. F.: Confidence Limits on the Parameters and Prediction of Slightly Compressible, Single Phase Reservoirs. *SPEJ*, 42-56, Dec. 1977; *Trans. AIME*, 263.
- El-Attar, R. A.; Vidyasagar, M. & Dutta, S. R. K.: An Algorithm for L_1 -norm Minimization with Application to Nonlinear L_1 Approximation. *SIAM J. Num. Anal.*, 16 (1): 70-86, Feb. 1979.
- Garbow, B. S.; Hillstom, K. E. & More, J. J.: Subroutine LMDER. Argonne National Laboratory, MINPACK project, March, 1980.
- Gill, P. E.; Murray, W. & Wright, M. H.: *Practical Optimization*. San Diego, CA, USA, Academic Press, Inc., 1989. (8th printing.)
- Levenberg, K.: A Method for the Solution of Certain Problems in Least Squares. *Quart. Appl. Math.*, 2: 164-168, 1944.
- Marquardt, D. W.: An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 11 (2): 431-441, June 1963.
- Pirson, J.: *Elements of Oil Reservoir Engineering*. New York, McGraw-Hill Book Company Inc., 1958. (2nd ed..)
- Rosa, A. J.: *Reservoir Description by Well Test Analysis Using Cyclic Flow Rate Variation*. Ph.D. Dissertation, Stanford University, Stanford, CA, USA, 1991.
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.

- Rosa, A. J. & Horne, R. N.: Automated Type-Curve Matching in Well Test Analysis Using Laplace Space Determination of Parameter Gradients. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 58. San Francisco, CA, Oct. 5-8, 1983. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1983. (SPE 12131.)
- Rosa, A. J. & Horne, R. N.: Automated Well Test Analysis Using Robust (LAV) Nonlinear Parameter Estimation. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 66. Dallas, TX, USA, Oct. 6-9, 1991. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1991. (SPE 22679.). *SPE Advanced Technol. Ser.*, 3 (1): 95-102, March 1995.
- Rosa, A. J. & Horne, R. N.: Reservoir Description by Well Test Analysis Using Cyclic Flow Rate Variation. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 66. Dallas, TX, USA, Oct. 6-9, 1991. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1991. (SPE 22698.). *SPE Formation Evaluation*, 12 (4), Dec. 1997.
- Rosa, A. J. & Horne, R. N.: New Approaches for Robust Nonlinear Parameter Estimation in Automated Well Test Analysis Using the Least Absolute Value Criterion. In: III LACPEC - Third Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Buenos Aires, Argentina, April 26-29, 1994. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1994. (SPE 26964.). *SPE Advanced Technol. Ser.*, 4 (1), 1996.
- Schilthuis, R. J.: Active Oil and Reservoir Energy. *Trans. AIME*, 118: 37, 1936.
- Stehfest, H.: Algorithm 386, Numerical Inversion of Laplace Transforms - D5. *Communications of the ACM*, 13 (1): 47, Jan. 1970.
- van Everdingen, A. F. & Hurst, W.: The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. *Trans. AIME*, 186: 305-324, 1949.
- Vieira, P. M. F. & Rosa, A. J.: A Comparison of Several Methods for Automated Well-Test Analysis. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME, 68. Houston, TX, USA, Oct. 3-6, 1993. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1993. (SPE 26428.). *SPE Journal*, 1 (1), March 1996.
- Vieira, P. M. F. & Salomão, M. C.: Estimativa Automática de Parâmetros de Aquífero Utilizando Modelos de Influxo de Água em Regime Pseudopermanente. In: I Seminário de Reservatórios e Avaliação das Formações – SRAF. PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR, Out. 25-29, 1993.

10.

PREVISÃO DE COMPORTAMENTO DE RESERVATÓRIOS USANDO A EQUAÇÃO DE BALANÇO DE MATERIAIS

Neste capítulo serão apresentados vários métodos utilizados para a previsão da performance de reservatórios de petróleo. Esses métodos baseiam-se na equação de balanço de materiais apresentada nos Capítulos 7 (reservatórios de gás) e 8 (reservatórios de óleo).

10.1. Reservatórios de Gás

Serão considerados os casos de reservatórios volumétricos e de reservatórios sujeitos ao influxo de água. Neste último caso serão empregados, para o cálculo do influxo de água, alguns dos modelos apresentados no Capítulo 6, como o de Fetkovich e o de van Everdingen.

10.1.1. Reservatórios volumétricos

Neste tipo de reservatório, em que não há influxo de água considerável, o comportamento da pressão é dado pela equação de balanço de materiais¹:

$$\frac{p}{Z} = \frac{p_i}{Z_i} - \frac{p_i}{Z_i} \frac{G_p}{G}, \quad (10.1)$$

onde G_p é a produção acumulada de gás e G é o volume original de gás, medidos em condições-padrão. Portanto, o comportamento de p/Z é uma função linear da produção acumulada de gás G_p (ou da fração recuperada G_p/G) e pode facilmente ser extrapolado, analiticamente através da Eq. (10.1), ou graficamente, como ilustra a Figura 10.1.

¹ Vide Capítulo 7.

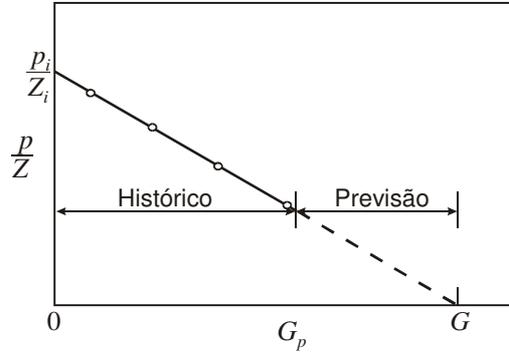


Figura 10.1 – Previsão de comportamento de reservatório de gás volumétrico.

10.1.2. Reservatórios com influxo de água

A equação de balanço de materiais para reservatórios de gás com influxo de água, a ser utilizada nos métodos de previsão apresentados nesta seção, pode ser expressa na forma²:

$$\frac{p}{Z} = \frac{p_i}{Z_i} \frac{\left(1 - \frac{G_p}{G}\right)}{\left(1 - \frac{W_e}{GB_{gi}}\right)}, \quad (10.2)$$

onde W_e é o influxo acumulado de água e p é a pressão do reservatório.

a) Método de Fetkovich

Este método, baseado no modelo de influxo de Fetkovich (1971), apresentado no Capítulo 6, é aplicável quando o regime de fluxo no aquífero é pseudopermanente. O influxo acumulado neste método é calculado pela expressão:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{p_i} (p_i - p) \left[1 - \exp\left(-\frac{Jp_i}{W_{ei}} t\right) \right], \quad (10.3)$$

onde W_{ei} é a máxima quantidade de água que o aquífero pode fornecer, p é a pressão no contato reservatório-aquífero e J é o índice de produtividade do aquífero. Conforme mencionado no Capítulo 6, por simplicidade admite-se que a pressão no contato seja igual à pressão (média) do reservatório.

Durante um intervalo de tempo Δt_n , o influxo acumulado pode ser calculado por:

$$\Delta W_{e_n} = \frac{W_{ei}}{p_i} (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n) \left[1 - \exp\left(-\frac{Jp_i}{W_{ei}} \Delta t_n\right) \right], \quad (10.4)$$

onde $\bar{p}_{a_{n-1}}$ é a pressão média do aquífero no instante t_{n-1} e \bar{p}_n é a média das pressões no contato durante o intervalo de tempo Δt_n .

² Vide Capítulo 7.

A pressão média do aquífero em um instante qualquer t_n é obtida através de um balanço de materiais no aquífero, que resulta na expressão:

$$\bar{p}_{a_n} = p_i \left(1 - \frac{W_{e_n}}{W_{e_i}} \right), \quad (10.5)$$

onde W_{e_n} é o influxo acumulado até o instante t_n , enquanto a média das pressões no contato reservatório-aquífero entre os instantes t_{n-1} e t_n é:

$$\bar{p}_n = \frac{p_{n-1} + p_n}{2}, \quad (10.6)$$

onde p é a pressão no contato.

Admitindo-se Δt_n constante e definindo-se:

$$D = \frac{W_{e_i}}{p_i} \left[1 - \exp \left(- \frac{J p_i}{W_{e_i}} \Delta t_n \right) \right], \quad (10.7)$$

a apresentação da Eq. (10.4) pode ser simplificada para:

$$\Delta W_{e_n} = D (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n). \quad (10.8)$$

A substituição da Eq. (10.6) na Eq. (10.8) produz:

$$\Delta W_{e_n} = D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} - \frac{p_n}{2} \right). \quad (10.9)$$

A equação de balanço de materiais, Eq. (10.2), aplicada no instante t_n , pode ser escrita como:

$$\frac{p_n}{Z_n} = \frac{p_i}{Z_i} \frac{\left(1 - \frac{G p_n}{G} \right)}{\left(1 - \frac{W_{e_{n-1}} + \Delta W_{e_n}}{G B_{gi}} \right)}. \quad (10.10)$$

Substituindo a Eq. (10.9) na Eq. (10.10) e isolando no lado esquerdo da equação os termos que envolvem a pressão no contato p_n (variável desconhecida no instante t_n), obtém-se a expressão:

$$\frac{p_n}{Z_n} \left[G - \frac{W_{e_{n-1}}}{B_{gi}} - \frac{D}{B_{gi}} \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} \right) + \frac{D p_n}{2 B_{gi}} \right] = \frac{p_i}{Z_i} (G - G p_n). \quad (10.11)$$

Observa-se que a Eq. (10.11) é implícita em p_n , já que o fator de compressibilidade do gás Z_n também é uma função da pressão p_n . Portanto, o procedimento para a previsão do comportamento do reservatório, isto é, para o cálculo da pressão p_n , é um processo iterativo, que consiste dos seguintes passos:

- 1) Estimar Z_n usando a pressão no instante de tempo anterior, ou seja, $Z @ p_{n-1}$.
- 2) Determinar p_n^k , onde k é o número de iterações, utilizando a Eq. (10.11).
- 3) Comparar p_n^k com p_n^{k-1} . Se a diferença for maior que a tolerância estabelecida, voltar ao passo 1, usando p_n^k para o cálculo de Z_n . Caso contrário, prosseguir para o passo 4.
- 4) Calcular ΔW_{e_n} pela Eq. (10.8) e $W_{e_n} = W_{e_{n-1}} + \Delta W_{e_n}$.

5) Calcular \bar{p}_{a_n} pela Eq. (10.5).

O processo iterativo para a estimativa de p_n pode ser evitado se for conhecida uma expressão $Z_n = f(p_n)$. Por exemplo, pode-se ajustar um polinômio do segundo grau à curva do fator de compressibilidade Z para a temperatura do reservatório em estudo:

$$Z = a + bp + cp^2, \quad (10.12)$$

onde a , b e c são constantes. Então, no instante t_n o fator de compressibilidade pode ser representado por:

$$Z_n = a + bp_n + cp_n^2. \quad (10.13)$$

Substituindo-se a Eq. (10.13) na Eq. (10.11) e reagrupando-se os termos obtém-se uma equação do segundo grau em p_n :

$$a'p_n^2 + b'p_n + c' = 0, \quad (10.14)$$

onde:

$$a' = c \frac{p_i}{Z_i} (G - G_{p_n}) - \frac{D}{2B_{gi}}, \quad (10.15)$$

$$b' = b \frac{p_i}{Z_i} (G - G_{p_n}) - \left[G - \frac{W_{e_{n-1}}}{B_{gi}} - \frac{D}{B_{gi}} \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} \right) \right] \quad (10.16)$$

e

$$c' = a \frac{p_i}{Z_i} (G - G_{p_n}). \quad (10.17)$$

Exemplo 10.1 – Um sistema formado por um reservatório de gás conectado a um aquífero apresenta as seguintes características:

- *Propriedades do reservatório:*

Pressão inicial	140,6 kgf/cm ²
Porosidade (fração)	0,20
Espessura média	30,5 m
Raio aproximado	3.048 m
Saturação de água (fração)	0,20
Fator volume-formação inicial do gás	0,0064826 m ³ /m ³ std
Densidade do gás	0,70
Temperatura pseudocrítica do gás.....	217,4 K
Pressão pseudocrítica do gás.....	47 kgf/cm ²
Profundidade	2.134 m
Temperatura	54,4 °C
Volume inicial de gás.....	21.973,876 × 10 ⁶ m ³ std
Vazão de produção de gás.....	2.558.088 m ³ std/d

- *Propriedades do aquífero:*

Pressão inicial.....	140,6 kgf/cm ²
----------------------	---------------------------

Raio aproximado.....	30.480 m
Permeabilidade.....	100 md
Porosidade (fração)	0,20
Espessura média	30,5 m
Compressibilidade total.....	$85,3 \times 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$
Viscosidade da água.....	0,5 cp

Sabendo que para altas pressões o fator de compressibilidade do gás pode ser representado pela equação:

$$Z = 1,0660 - 3,5644 \times 10^{-3} p \text{ (kgf/cm}^2\text{)} + 10,8839 \times 10^{-6} [p \text{ (kgf/cm}^2\text{)}]^2,$$

pede-se fazer um estudo de previsão do comportamento desse reservatório durante os dois primeiros anos de produção.

Solução:

A equação a ser usada para a previsão do comportamento da pressão no contato gás/água é a Eq. (10.11), que também pode ser escrita como:

$$p_n \left[GB_{gi} - W_{e_{n-1}} - D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} \right) + \frac{D p_n}{2} \right] = \frac{p_i B_{gi}}{Z_i} (G - G_{p_n}) Z_n, \quad (I)$$

onde:

$$W_{ei} = \pi (r_e^2 - r_o^2) \phi h c_i p_i = \pi [(30.480)^2 - (3.048)^2] \times 0,20 \times 30,5 \times 85,3 \times 10^{-6} \times 140,6$$

$$W_{ei} = 211.387.440 \text{ m}^3$$

$$J = \frac{0,05255 fkh}{\mu \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_o} \right) - \frac{3}{4} \right]} = \frac{0,05255 \times 1 \times 100 \times 30,5}{0,5 \left[\ln(10) - \frac{3}{4} \right]} = 206,43 \frac{\text{m}^3/d}{\text{kgf/cm}^2}$$

$$\Delta t_n = 1 \text{ ano} = 365 \text{ d}$$

$$D = \frac{W_{ei}}{p_i} \left[1 - \exp \left(- \frac{J p_i}{W_{ei}} \Delta t_n \right) \right] = \frac{211.387.440}{140,6} \left[1 - \exp \left(- \frac{206,43 \times 140,6}{211.387.440} \times 365 \right) \right]$$

$$D = 73.490 \text{ m}^3 / (\text{kgf/cm}^2)$$

$$Z_i = 1,0660 - 3,5644 \times 10^{-3} \times 140,6 + 10,88396 \times 10^{-6} \times (140,6)^2 = 0,78$$

$$\frac{p_i B_{gi}}{Z_i} = \frac{140,6 \times 0,0064826}{0,78} = 1,16853 \text{ kgf/cm}^2.$$

O influxo acumulado no intervalo de tempo Δt_n é dado pela Eq. (10.9):

$$\Delta W_{e_n} = D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} - \frac{p_n}{2} \right) \quad (II)$$

e a pressão média do aquífero é calculada através da Eq. (10.5):

$$\bar{p}_{a_n} = p_i \left(1 - \frac{W_{e_n}}{W_{ei}} \right). \quad (III)$$

a) *Previsão de comportamento durante o 1º ano*

Para $n = 1$, ou seja, $t_n = t_1 = 1$ ano:

$$W_{e_{n-1}} = W_{e_0} = 0$$

$$\bar{p}_{a_{n-1}} = \bar{p}_{a_0} = \bar{p}_{a_i} = p_i = 140,6 \text{ kgf / cm}^2$$

$$p_{n-1} = p_0 = p_i = 140,6 \text{ kgf / cm}^2$$

$$G_{p_n} = Q_g t_n \therefore G_{p_1} = Q_g t_1 = 2.558.088 \times 365 = 933.702.120 \text{ m}^3 \text{ std}$$

$$G - G_{p_n} = G - G_{p_1} = 21.973,876 \times 10^6 - 933,702 \times 10^6 = 21.040 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$$

$$p_n = p_1$$

$$Z_n = Z_1 = 1,0660 - 3,5644 \times 10^{-3} p_1 + 10,8839 \times 10^{-6} p_1^2. \quad (\text{IV})$$

- Cálculo da pressão no contato reservatório-aquífero

Substituindo-se os valores numéricos e a expressão de Z_1 (Eq. IV) na Eq. (I) obtém-se:

$$p_1^2 - 974 p_1 + 113.533 = 0,$$

cujas soluções são: $p_1 = 838,6$ (impossível por ser maior que p_i) e $p_1 = 135,4$. Portanto, a pressão no contato reservatório-aquífero ao final do primeiro ano será $p_1 = 135,4 \text{ kgf/cm}^2$.

- Cálculo do influxo acumulado de água

A substituição dos valores numéricos na Eq. (II) produz:

$$\Delta W_{e_1} = 73.490 \times \left(140,6 - \frac{140,6}{2} - \frac{135,4}{2} \right) = 191.074 \text{ m}^3$$

e

$$W_{e_1} = W_{e_0} + \Delta W_{e_1} = 0 + 191.074 = 191.074 \text{ m}^3.$$

Logo, o influxo acumulado ao final do primeiro ano será $W_{e_1} = 191.074 \text{ m}^3$.

- Cálculo da pressão média do aquífero

A pressão média do aquífero ao final do primeiro ano será calculada através da Eq. (III):

$$\bar{p}_{a_1} = p_i \left(1 - \frac{W_{e_1}}{W_{e_i}} \right) = 140,6 \times \left(1 - \frac{191.074}{211.387.440} \right) = 140,5 \text{ kgf / cm}^2.$$

b) *Previsão de comportamento durante o 2º ano*

Para $n = 2$, ou seja, $t_n = t_2 = 2$ anos:

$$W_{e_{n-1}} = W_{e_1} = 191.074 \text{ m}^3$$

$$\bar{p}_{a_{n-1}} = \bar{p}_{a_1} = 140,5 \text{ kgf / cm}^2$$

$$p_{n-1} = p_1 = 135,4 \text{ kgf / cm}^2$$

$$G_{p_n} = Q_g t_n \therefore G_{p_2} = Q_g t_2 = 2.558.088 \times 365 \times 2 = 1.867.404.240 \text{ m}^3 \text{ std}$$

$$G - G_{p_n} = G - G_{p_2} = 21.973,876 \times 10^6 - 1.867,404 \times 10^6 = 20.106,472 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$$

$$p_n = p_2$$

$$Z_n = Z_2 = 1,0660 - 3,5644 \times 10^{-3} p_2 + 10,8839 \times 10^{-6} p_2^2. \quad (\text{V})$$

- Cálculo da pressão no contato reservatório-aquífero

Substituindo-se os valores numéricos e a expressão de Z_2 (Eq. V) na Eq. (I) obtém-se:

$$p_2^2 - 1.007,67 p_2 + 114.378 = 0,$$

cujas soluções são: $p_2 = 877,3$ (impossível) e $p_2 = 130,4$. Portanto, ao final do segundo ano a pressão no contato reservatório-aquífero será $p_2 = 130,4 \text{ kgf/cm}^2$.

- Cálculo do influxo acumulado de água

A substituição dos valores numéricos na Eq. (II) resulta em:

$$\Delta W_{e2} = 73.490 \times \left(140,5 - \frac{135,4}{2} - \frac{130,4}{2} \right) = 562.199 \text{ m}^3$$

e

$$W_{e2} = W_{e1} + \Delta W_{e2} = 191.074 + 562.199 = 753.273 \text{ m}^3.$$

Logo, o influxo acumulado ao final do segundo ano será $W_{e2} = 753.273 \text{ m}^3$.

- Cálculo da pressão média do aquífero

A pressão média do aquífero ao final do segundo ano será calculada através da Eq. (III):

$$\bar{p}_{a2} = p_i \left(1 - \frac{W_{e2}}{W_{ei}} \right) = 140,6 \times \left(1 - \frac{753.273}{211.387.440} \right) = 140,1 \text{ kgf/cm}^2.$$

b) Método de van Everdingen & Hurst

A equação para o cálculo do influxo de água no instante t_n usando o modelo de van Everdingen & Hurst (1949) é³:

$$W_{en} = U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}). \quad (10.18)$$

A Eq. (10.18) pode ser expandida para:

$$W_{en} = U \sum_{j=0}^{n-2} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}) + U \Delta p_{n-1} W_D(t_{Dn} - t_{D_{n-1}}). \quad (10.19)$$

Usando o fato de que:

$$\Delta p_{n-1} = \frac{p_{n-2} - p_n}{2}, \quad (10.20)$$

a Eq. (10.19) pode ser escrita da seguinte forma:

$$W_{en} = U \sum_{j=0}^{n-2} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}) + \frac{U}{2} (p_{n-2} - p_n) W_D(t_{Dn} - t_{D_{n-1}}). \quad (10.21)$$

O procedimento para a previsão de comportamento neste caso consiste das seguintes etapas:

³ Vide Capítulo 6.

- 1) Iniciar o processo iterativo com $k = 1$, onde k é o número de iterações.
- 2) Estimar o valor de p_n^k através da equação de balanço de materiais, Eq. (10.2), usando o influxo acumulado até o instante de tempo anterior:

$$\frac{p_n^k}{Z_n^k} = \frac{p_i}{Z_i} \frac{\left(1 - \frac{G p_n}{G}\right)}{\left[1 - \frac{U}{GB_{gi}} \sum_{j=0}^{n-2} \Delta p_j W_D (t_{Dn} - t_{Dj})\right]}, \quad (10.22)$$

onde Z_n^k é estimado usando a pressão do instante de tempo anterior (p_{n-1}).

- 3) Calcular W_{en}^k pela Eq. (10.21) com o valor atual da pressão p_n^k .
- 4) Estimar o valor de Z_n^{k+1} usando a pressão p_n^k e calcular p_n^{k+1} através da Eq. (10.2), ou seja:

$$\frac{p_n^{k+1}}{Z_n^{k+1}} = \frac{p_i}{Z_i} \frac{\left(1 - \frac{G p_n}{G}\right)}{\left(1 - \frac{W_{en}^k}{GB_{gi}}\right)}. \quad (10.23)$$

- 5) Comparar p_n^{k+1} com p_n^k . Se a diferença for menor que a tolerância estabelecida, repetir o processo para o instante de tempo seguinte (t_{n+1}), a partir do passo 1. Caso contrário, fazer $p_n^k = p_n^{k+1}$ e repetir o procedimento a partir do passo 3.

10.2. Reservatórios de Óleo com Mecanismo de Gás em Solução

Os reservatórios de óleo com mecanismo de gás em solução são também denominados volumétricos. A zona de óleo é considerada limitada (fechada) externamente, não sofrendo influências de capa de gás inicial ou de aquífero, mesmo que estes façam parte do sistema.

As principais fontes de energia para a produção primária do reservatório são a expansão dos fluidos presentes no reservatório e a contração do volume poroso, decorrentes da redução da pressão devida à produção da jazida. Este tipo de reservatório apresenta como características o rápido declínio de pressão e a baixa recuperação final quando produzido somente com suas próprias energias.

Mesmo havendo a presença de capa de gás inicial e/ou aquífero adjacente(s) à zona de óleo, um reservatório pode se comportar como se fosse volumétrico, caso a velocidade de produção seja suficientemente alta e/ou os volumes da capa e do aquífero sejam demasiadamente pequenos para exercerem influência no mecanismo principal de produção.

10.2.1. Reservatórios subsaturados

A equação de balanço de materiais para reservatórios de óleo volumétricos subsaturados, ou seja, em que a pressão encontra-se acima da pressão de bolha do sistema, é dada por⁴:

$$N_p B_o = N B_{oi} c_{eo} (p_i - p), \quad (10.24)$$

onde:

$$c_{eo} = \frac{c_o S_{oi} + c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}}. \quad (10.25)$$

O comportamento da pressão em função da produção acumulada de óleo pode ser obtido através da expressão:

$$p = p_i - \frac{N_p B_o}{N B_{oi} c_{eo}}. \quad (10.26)$$

A razão gás/óleo de produção é constante e igual à razão de solubilidade, isto é,

$$R = R_s = R_{si}. \quad (10.27)$$

10.2.2. Reservatórios saturados

Reservatórios saturados são aqueles em que a pressão é menor que a pressão de bolha, havendo portanto a presença de gás livre no seu interior. Um dos métodos analíticos mais utilizados para a previsão do comportamento de reservatórios de gás em solução saturados é o de Turner (1944). O método de Muskat (a ser apresentado na seção 10.3), normalmente usado para o estudo de reservatórios com capa de gás, também pode ser empregado no caso de reservatórios de gás em solução, bastando para isso efetuar as simplificações decorrentes da ausência de uma capa de gás.

Antes da apresentação do método de previsão do comportamento serão discutidas as equações básicas utilizadas.

a) Equações Básicas

Como equações básicas necessárias para o estudo de previsão do comportamento de um reservatório de óleo sujeito ao mecanismo de gás em solução serão consideradas as equações da saturação de líquidos e da razão gás/óleo instantânea.

Saturação de líquidos

A saturação de líquidos existente no reservatório é utilizada na obtenção das permeabilidades relativas ao óleo e ao gás, o que possibilita o cálculo das vazões dos fluidos.

Admite-se como ponto de partida do estudo a pressão de bolha do óleo inicialmente existente no reservatório. Na pressão de bolha:

$$V_{pb} = N_b B_{ob} + W_b, \quad (10.28)$$

onde o índice b refere-se às condições do ponto de bolha, V_p é o volume poroso, N é o volume inicial de óleo (medido nas condições-padrão) existente no reservatório e W é o volume de água conata intersticial (medido em condições de reservatório).

⁴ Vide Capítulo 8.

10-10 Previsão de Comportamento de Reservatórios Usando a Equação de Balanço de Materiais

Sabendo-se que:

$$S_{wb} = \frac{W_b}{V_{pb}}, \quad (10.29)$$

da Eq. (10.28) obtém-se:

$$V_{pb} = \frac{N_b B_{ob}}{1 - S_{wb}}. \quad (10.30)$$

A produção de fluidos do reservatório gera um declínio de pressão desde a pressão de bolha p_b até a pressão p , quando a saturação de óleo pode ser calculada por:

$$S_o = \frac{(N_b - N_{ps}) B_o}{V_p}, \quad (10.31)$$

onde N_{ps} é a produção acumulada de óleo desde a pressão de bolha do sistema.

Tendo em vista que em reservatórios saturados os efeitos de expansão do óleo e do gás liberado de solução preponderam como mecanismo de produção, a expansão da água conata e a contração do volume poroso podem ser desprezadas. Portanto, o volume poroso permanece o mesmo a partir do ponto de bolha ($V_p = V_{pb}$), isto é:

$$V_p = \frac{N_b B_{ob}}{1 - S_{wb}}. \quad (10.32)$$

Substituindo a Eq. (10.32) na Eq. (10.31) tem-se:

$$S_o = \frac{(N_b - N_{ps}) B_o (1 - S_{wb})}{N_b B_{ob}} \quad (10.33)$$

ou

$$S_o = \left(1 - \frac{N_{ps}}{N_b}\right) \left(\frac{B_o}{B_{ob}}\right) (1 - S_{wb}). \quad (10.34)$$

Admitindo-se que não haja produção de água, ou seja, que a saturação de água conata seja irredutível,

$$S_w = S_{wb}. \quad (10.35)$$

Logo, a saturação total de líquidos, dada por:

$$S_L = S_o + S_w, \quad (10.36)$$

pode ser calculada pela expressão:

$$S_L = \left(1 - \frac{N_{ps}}{N_b}\right) \left(\frac{B_o}{B_{ob}}\right) (1 - S_{wb}) + S_{wb}. \quad (10.37)$$

Conseqüentemente, a saturação de gás livre na zona de óleo é:

$$S_g = 1 - S_L. \quad (10.38)$$

Razão gás/óleo instantânea

O conhecimento da razão gás/óleo instantânea permite o cálculo da produção acumulada de gás.

Considerando-se o fluxo simultâneo de óleo e de gás através do meio poroso, a velocidade macroscópica do gás livre em um ponto qualquer é dada pela lei de Darcy:

$$v_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g} \left(\frac{\partial p_g}{\partial s} + \rho_g g \frac{\partial z}{\partial s} \right), \quad (10.39)$$

onde k é a permeabilidade efetiva, μ a viscosidade, ρ a massa específica, g a aceleração da gravidade, z a coordenada cartesiana vertical e s a trajetória de fluxo. Quando a trajetória s situa-se em um plano horizontal ou quando:

$$\rho_g g \frac{\partial z}{\partial s} \ll \frac{\partial p_g}{\partial s}, \quad (10.40)$$

o termo $\rho_g g \frac{\partial z}{\partial s}$ simplesmente desaparece ou se torna desprezível, simplificando a Eq. (10.39).

Definindo-se pressão capilar entre o gás livre e o óleo como sendo:

$$p_{c\ g-o} = p_g - p_o, \quad (10.41)$$

pode-se escrever que:

$$p_g = p_{c\ g-o} + p_o. \quad (10.42)$$

Similarmente, a velocidade aparente do óleo é dada por:

$$v_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial s} + \rho_o g \frac{\partial z}{\partial s} \right). \quad (10.43)$$

Desprezando-se os efeitos gravitacionais as Eqs. (10.39) e (10.43) podem ser simplificadas para:

$$v_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p_g}{\partial s} \quad (10.44)$$

e

$$v_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial s}. \quad (10.45)$$

A razão gás/óleo instantânea R é definida como:

$$R = \frac{Q_g}{Q_o}, \quad (10.46)$$

onde Q_g e Q_o são as vazões de gás e de óleo, respectivamente, medidas na superfície e transformadas para uma mesma condição-padrão.

As vazões de gás livre e de óleo através de uma seção transversal do meio poroso, de área A , são calculadas pelas expressões:

$$q_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g} A \frac{\partial p_g}{\partial s} \quad (10.47)$$

e

$$q_o = -\frac{k_o}{\mu_o} A \frac{\partial p_o}{\partial s}. \quad (10.48)$$

Nas condições-padrão essas vazões são obtidas dividindo-se as Eqs. (10.47) e (10.48) pelos respectivos fatores volume-formação do gás (B_g) e do óleo (B_o), resultando em:

$$Q_{gl} = -\frac{k_g}{\mu_g B_g} A \frac{\partial p_g}{\partial s} \quad (10.49)$$

e

$$Q_o = -\frac{k_o}{\mu_o B_o} A \frac{\partial p_o}{\partial s}. \quad (10.50)$$

Entretanto, a vazão total de gás produzido corresponde à vazão de gás livre existente no interior do reservatório adicionada à parcela correspondente ao gás que foi liberado de solução após a produção do óleo, isto é,

$$Q_g = Q_{gl} + Q_o R_s. \quad (10.51)$$

Substituindo a Eq. (10.51) na Eq. (10.46) obtém-se:

$$R = \frac{Q_{gl} + Q_o R_s}{Q_o}, \quad (10.52)$$

e substituindo as Eqs. (10.49) e (10.50) na Eq. (10.52) produz:

$$R = \frac{-\frac{k_g}{\mu_g B_g} A \frac{\partial p_g}{\partial s} - \frac{k_o}{\mu_o B_o} A \frac{\partial p_o}{\partial s} R_s}{-\frac{k_o}{\mu_o B_o} A \frac{\partial p_o}{\partial s}} \quad (10.53)$$

ou ainda:

$$R = \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g} \frac{\frac{\partial p_g}{\partial s}}{\frac{\partial p_o}{\partial s}} + R_s. \quad (10.54)$$

Usando-se a Eq. (10.42) na Eq. (10.54):

$$R = \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g} \frac{\frac{\partial(p_{c_{g-o}} + p_o)}{\partial s}}{\frac{\partial p_o}{\partial s}} + R_s. \quad (10.55)$$

Desprezando-se a variação de pressão capilar com a trajetória, ou seja, o termo $\frac{\partial p_{c_{g-o}}}{\partial s}$, a razão gás/óleo passa a ser calculada por:

$$R = \frac{k_g \mu_o B_o}{k_o \mu_g B_g} + R_s. \quad (10.56)$$

É importante observar que na dedução da Eq. (10.56) não foram desprezados os efeitos capilares, mas somente as suas variações ao longo da trajetória de fluxo.

b) Método de Tarner

A equação de balanço de materiais para um reservatório volumétrico saturado, quando se desprezam os efeitos de compressibilidade da água conata e da rocha, pode ser escrita sob a forma (vide Capítulo 8):

$$\frac{G_{ps}}{N_b} = \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) \left(1 - \frac{N_{ps}}{N_b} \right) - \left(\frac{B_{ob}}{B_g} - R_{sb} \right), \quad (10.57)$$

onde G_{ps} é a produção acumulada de gás a partir da pressão de bolha e $R_{sb} = R_{si}$.

Para um intervalo de produção de t_b até t_j , a Eq. (10.57) é representada por:

$$\frac{G_{psj}}{N_b} = \left(\frac{B_{oj}}{B_{gj}} - R_{sj} \right) \left(1 - \frac{N_{psj}}{N_b} \right) - \left(\frac{B_{ob}}{B_{gj}} - R_{sb} \right). \quad (10.58)$$

Considerando-se agora a produção desde t_b até t_{j+1} , sendo $t_b < t_j < t_{j+1}$, o subscrito j da Eq. (10.58) deve ser substituído pelo subscrito $j + 1$, gerando uma equação similar:

$$\frac{G_{psj+1}}{N_b} = \left(\frac{B_{oj+1}}{B_{gj+1}} - R_{sj+1} \right) \left(1 - \frac{N_{psj+1}}{N_b} \right) - \left(\frac{B_{ob}}{B_{gj+1}} - R_{sb} \right). \quad (10.59)$$

Tomando-se a diferença entre as Eqs. (10.59) e (10.58), ou seja, calculando-se a diferença:

$$\left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b} \right)_{EBM} = \frac{G_{psj+1} - G_{psj}}{N_b}, \quad (10.60)$$

o resultado é:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b} \right)_{EBM} &= B_{ob} \left(\frac{1}{B_{gj}} - \frac{1}{B_{gj+1}} \right) + \left(\frac{B_{oj+1}}{B_{gj+1}} - R_{sj+1} \right) \left(1 - \frac{N_{psj+1}}{N_b} \right) - \\ &\quad \left(\frac{B_{oj}}{B_{gj}} - R_{sj} \right) \left(1 - \frac{N_{psj}}{N_b} \right), \end{aligned} \quad (10.61)$$

onde $\left(\Delta G_{ps} / N_b \right)_{EBM}$ representa o valor da variável $\left(\Delta G_{ps} / N_b \right)$ calculada através da equação de balanço de materiais.

Na Eq. (10.61) os vários tempos de produção são representados pelos subscritos $j = 0, 1, 2, 3, \dots$, onde o subscrito $j = 0$ deve ser substituído pelo subscrito b , referente ao ponto de bolha, a partir do qual se aplica o método de Tarnier (1944).

A expressão da razão gás/óleo instantânea, Eq. (10.56), aplicada nos instantes t_j e t_{j+1} , produz:

$$R_j = \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_j \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right)_j \left(\frac{B_o}{B_g} \right)_j + R_{sj} \quad (10.62)$$

e

$$R_{j+1} = \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_{j+1} \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right)_{j+1} \left(\frac{B_o}{B_g} \right)_{j+1} + R_{sj+1}. \quad (10.63)$$

Para um pequeno decréscimo de pressão, de p_j até p_{j+1} , pode-se calcular o valor médio da razão gás/óleo pela equação:

$$\bar{R} = \frac{1}{2} (R_j + R_{j+1}). \quad (10.64)$$

Assim, a produção de gás por volume unitário de óleo existente no reservatório na pressão de bolha, determinada através da razão gás/óleo, é dada por:

$$\left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b}\right)_{RGO} = \frac{G_{ps\ j+1} - G_{ps\ j}}{N_b} \quad (10.65)$$

ou

$$\left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b}\right)_{RGO} = \bar{R} \left(\frac{\Delta N_{ps}}{N_b}\right), \quad (10.66)$$

ou seja,

$$\left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b}\right)_{RGO} = \left(\frac{R_j + R_{j+1}}{2}\right) \left(\frac{N_{ps\ j+1}}{N_b} - \frac{N_{ps\ j}}{N_b}\right). \quad (10.67)$$

O cálculo da razão gás/óleo R depende da razão de permeabilidades efetivas k_g/k_o , que por sua vez é função da saturação total de líquidos, definida pela Eq. (10.37), isto é,

$$S_{Lj} = \left(1 - \frac{N_{ps\ j}}{N_b}\right) \left(\frac{B_{oj}}{B_{ob}}\right) (1 - S_{wb}) + S_{wb} \quad (10.68)$$

e

$$S_{Lj+1} = \left(1 - \frac{N_{ps\ j+1}}{N_b}\right) \left(\frac{B_{oj+1}}{B_{ob}}\right) (1 - S_{wb}) + S_{wb}. \quad (10.69)$$

Os valores de $(\Delta G_{ps} / N_b)$ calculados através das Eqs. (10.61) e (10.67) devem ser iguais e dependem da produção acumulada de óleo em uma determinada pressão p . A igualdade das Eqs. (10.61) e (10.67) pode ser conseguida através de um método de tentativa e erro ou de um processo iterativo. A seguir é apresentado um resumo do procedimento de cálculo:

- Escolha um valor de pressão $p_{j+1} < p_j$.
- Determine as propriedades dos fluidos ($\mu_o, \mu_g, B_o, B_g, R_s$) para a pressão p_{j+1} .
- Estime um valor de fração recuperada $N_{ps\ j+1} / N_b$.
- Calcule o incremento de produção de gás pela EBM dada pela Eq. (10.61).
- Calcule a saturação de líquidos pela Eq. (10.69).
- Determine o valor de $(k_g / k_o)_{j+1}$ na curva de razão de permeabilidades efetivas.
- Calcule a razão gás/óleo instantânea R_{j+1} através da Eq. (10.63).
- Calcule a razão gás/óleo média pela Eq. (10.64).
- Determine o incremento de produção de gás utilizando a expressão da razão gás/óleo, Eq. (10.67).
- Compare $(\Delta G_{ps} / N_b)_{RGO}$ com $(\Delta G_{ps} / N_b)_{EBM}$.
- Se o erro for maior que o permitido repita o processo a partir do passo c , escolhendo um novo valor para $N_{ps\ j+1} / N_b$.

A pressão de abandono do campo pode ser estimada a partir de experiências com reservatórios semelhantes ou pelo estudo dos índices de produtividade e conhecimento do limite econômico das vazões.

O estudo de previsão de comportamento do reservatório deve produzir curvas de pressão e de razão gás/óleo como funções da fração recuperada de óleo (N_p/N). A produção acumulada total de óleo é dada por:

$$N_p = N_{pb} + N_{ps}, \quad (10.70)$$

onde N_{pb} é a produção acumulada até o ponto de bolha, ou seja,

$$N_{pb} = \frac{NB_{oi}c_{eo}(p_i - p_b)}{B_{ob}} \quad (10.71)$$

e N_{ps} é a produção acumulada a partir do ponto de bolha. Semelhantemente,

$$G_p = G_{pb} + G_{ps}, \quad (10.72)$$

onde:

$$G_{pb} = N_{pb}R_{si}. \quad (10.73)$$

Para a realização da previsão de comportamento devem ser utilizados decrementos de pressão $(p_b - p_1), (p_1 - p_2), (p_2 - p_3), \dots, (p_{n-1} - p_n)$. A precisão dos resultados será tanto maior quanto menores forem os intervalos de pressão usados.

Os dados básicos empregados no estudo incluem os gráficos de propriedades dos fluidos B_g, B_o, R_s e (μ_o/μ_g) em função da pressão, a saturação de água intersticial no ponto de bolha (S_{wb}) e a curva de razão de permeabilidades efetivas (k_g/k_o) em função da saturação de óleo ou de líquidos.

Na Figura 10.2 é mostrado um gráfico do comportamento de $(\Delta G_{ps} / N_b)$ em função da fração recuperada (N_{ps} / N_b) . Esse tipo de gráfico pode ser útil na estimativa de novos valores para $N_{ps\ j+1}$ a que se refere o passo k do procedimento descrito anteriormente.

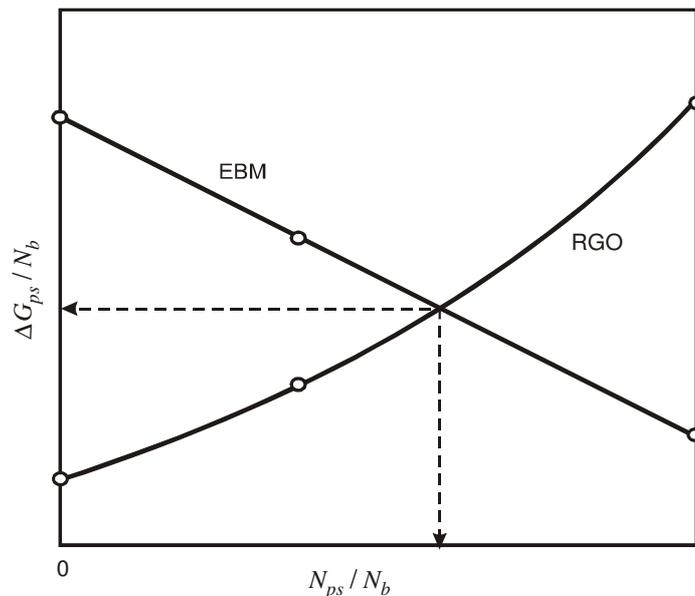


Figura 10.2 – Determinação gráfica dos valores de $(\Delta G_{ps} / N_b)$ e de (N_{ps} / N_b) .

Exemplo 10.2 – Um reservatório volumétrico de óleo apresenta as seguintes características:

Volume original provado de óleo	78,858×10 ⁶ m ³ std
Pressão original	119,5 kgf/cm ²
Pressão de bolha	119,5 kgf/cm ²
Saturação de água conata irreduzível	25%
Propriedades dos fluidos	Tabela 10.1
Dados de produção	Tabela 10.2
Curva k_g/k_o versus S_L (saturação de líquidos)	Figura 10.3
Produção de água	nula
Injeção de água	nula

Utilizando o método de Turner e adotando o seguinte critério para o erro máximo admissível:

$$|erro| = \left| \frac{\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO} - \left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{EBM}}{\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{mínimo}} \right| \times 100 \% \leq 1,0 \% ,$$

pede-se determinar para a pressão de 35,2 kgf/cm²:

- (a) A razão gás/óleo instantânea de produção.
- (b) A produção acumulada de óleo.
- (c) A produção acumulada de gás.

Tabela 10.1 – Propriedades dos fluidos do reservatório do Exemplo 10.2

p (kgf/cm ²)	B_o (m ³ /m ³ std)	R_s (m ³ std/m ³ std)	B_g (m ³ /m ³ std)	μ_o (cp)	μ_g (cp)
119,5	1,265	96,2	0,00741	1,19	0,02
105,5	1,241	87,3	0,00842	1,22	0,02
91,4	1,214	78,4	0,00983	1,25	0,02
77,3	1,191	68,9	0,01179	1,30	0,02
63,3	1,161	59,5	0,01471	1,35	0,02
49,2	1,147	49,5	0,01931	1,50	0,02
35,2	1,117	39,2	0,02779	1,80	0,02
21,1	1,093	28,5	0,04828	2,28	0,02
7,0	1,058	15,0	0,15272	3,22	0,02

Tabela 10.2 – Dados de produção – Exemplo 10.2

p (kgf/cm ²)	N_p (10 ⁶ m ³ std)	G_p (10 ⁶ m ³ std)	R (m ³ std/m ³ std)

49,2	13,355	3.066,148	374,2
------	--------	-----------	-------

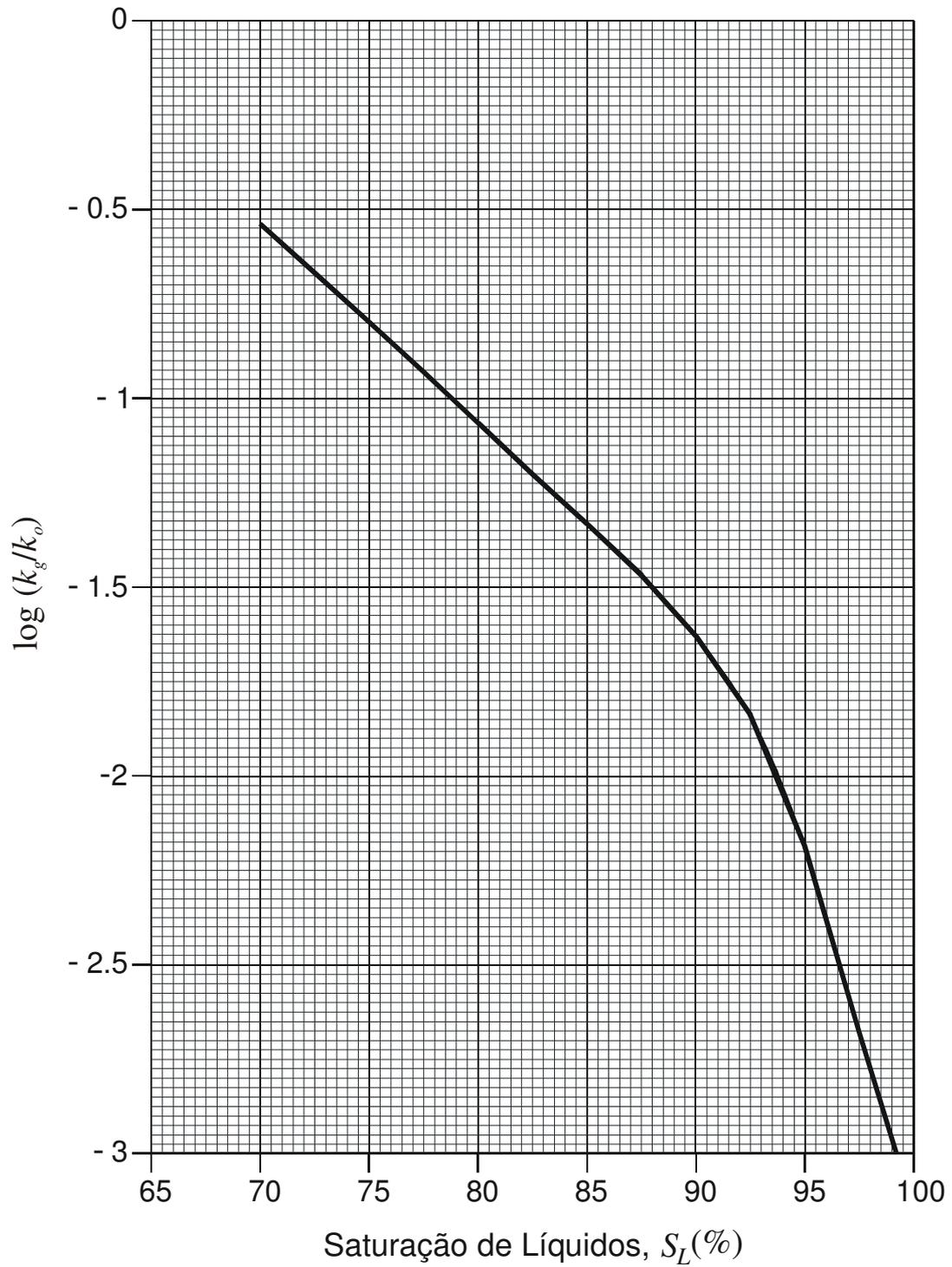


Figura 10.3 – Curva k_g/k_o versus S_L (saturação de líquidos) - Exemplo 10.2.

Solução:

Para a pressão de $49,2 \text{ kgf/cm}^2$ tem-se que:

$$\left(\frac{G_p}{N}\right)_{49,2} = \frac{3.066,148 \times 10^6}{78,858 \times 10^6} = 38,88 \frac{m^3 \text{ std}}{m^3 \text{ std}}.$$

Aplicando-se a Eq. (10.57) na pressão de $35,2 \text{ kgf/cm}^2$ (com $N_b = N$, $N_{ps} = N_p$, $B_{ob} = B_{oi}$ e $R_{sb} = R_{si}$ já que a pressão de bolha é igual à inicial):

$$\begin{aligned} \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} &= \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s\right) \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) - \left(\frac{B_{oi}}{B_g} - R_{si}\right) \\ \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} \left(\frac{m^3 \text{ std}}{m^3 \text{ std}}\right) &= \left(\frac{1,117}{0,02779} - 39,2\right) \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) - \left(\frac{1,265}{0,02779} - 96,2\right) \\ \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} \left(\frac{m^3 \text{ std}}{m^3 \text{ std}}\right) &= 0,99431 \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) + 50,680. \end{aligned}$$

1ª tentativa:

Estimando o valor de $\Delta N_p/N$ através da fração recuperada até a pressão de $49,2 \text{ kgf/cm}^2$ tem-se:

$$\frac{\Delta N_p}{N} = \frac{N_{p(p=49,2)}}{N} \times \frac{49,2 - 35,2}{119,5 - 49,2} = \frac{13,355 \times 10^6}{78,858 \times 10^6} \times \frac{49,2 - 35,2}{119,5 - 49,2} = 0,0337$$

ou seja:

$$\frac{N_p}{N} = \frac{13,355 \times 10^6}{78,858 \times 10^6} + 0,0337 = 0,1694 + 0,0337 = 0,2031$$

e

$$\begin{aligned} \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} &= 0,99431 \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) + 50,680 = 0,99431(1 - 0,2031) + 50,680 = 51,47 \frac{m^3 \text{ std}}{m^3 \text{ std}} \\ \left(\frac{\Delta G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} &= \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} - \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=49,2)} = 51,47 - 38,88 = 12,59 \frac{m^3 \text{ std}}{m^3 \text{ std}}. \end{aligned}$$

A saturação de líquidos será dada pela Eq. (10.69):

$$\begin{aligned} S_{L(p=35,2)} &= \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \left(\frac{B_o}{B_{oi}}\right) (1 - S_{wi}) + S_{wi} = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \left(\frac{1,117}{1,265}\right) (1 - 0,25) + 0,25 \\ S_{L(p=35,2)} &= 0,66225 \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) + 0,25 = 0,66225(1 - 0,2031) + 0,25 = 0,7778 \end{aligned}$$

$$S_{L(p=35,2)} = 0,7778 \xrightarrow{\text{Figura 10.3}} \frac{k_g}{k_o} = 0,112.$$

A razão gás/óleo instantânea é dada pela Eq. (10.63):

10-20 Previsão de Comportamento de Reservatórios Usando a Equação de Balanço de Materiais

$$R_{(p=35,2)} = \left[\left(\frac{k_g}{k_o} \right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \left(\frac{B_o}{B_g} \right) + R_s \right]_{(p=35,2)} = \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_{(p=35,2)} \left(\frac{1,80}{0,02} \right) \left(\frac{1,117}{0,02779} \right) + 39,2$$

$$R_{(p=35,2)} \left(\frac{m^3 std}{m^3 std} \right) = 3.617 \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_{(p=35,2)} + 39,2 = 3.617 \times 0,112 + 39,2 = 444 \frac{m^3 std}{m^3 std}.$$

Assim:

$$\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO(p=35,2)} = \bar{R} \left(\frac{\Delta N_p}{N} \right) = \left(\frac{R_{(p=49,2)} + R_{(p=35,2)}}{2} \right) \left(\frac{\Delta N_p}{N} \right)$$

$$\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO(p=35,2)} = \left(\frac{374,2 + 444}{2} \right) (0,0337) = 13,79 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

$$|erro| = \left| \frac{\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO} - \left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{EBM}}{\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{\text{mínimo}}} \right| \times 100 \% = \left| \frac{13,79 - 12,59}{12,59} \right| \times 100 \% = 9,5 \% > 1,0 \% .$$

2ª tentativa:

$$\text{Escolhendo-se } \frac{N_p}{N} = 0,195 \text{ obtém-se: } \frac{\Delta N_p}{N} = 0,195 - \frac{13,355 \times 10^6}{78,858 \times 10^6} = 0,0256$$

$$\left(\frac{G_p}{N} \right)_{EBM(p=35,2)} = 0,99431 \left(1 - \frac{N_p}{N} \right) + 50,680 = 0,99431(1 - 0,195) + 50,680 = 51,48 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

$$\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{EBM(p=35,2)} = \left(\frac{G_p}{N} \right)_{EBM(p=35,2)} - \left(\frac{G_p}{N} \right)_{EBM(p=49,2)} = 51,48 - 38,88 = 12,60 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

$$S_{L(p=35,2)} = 0,66225 \left(1 - \frac{N_p}{N} \right) + 0,25 = 0,66225(1 - 0,195) + 0,25 = 0,7831$$

$$S_{L(p=35,2)} = 0,7831 \xrightarrow{\text{Figura 10.3}} \frac{k_g}{k_o} = 0,106$$

$$R_{(p=35,2)} \left(\frac{m^3 std}{m^3 std} \right) = 3.617 \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_{(p=35,2)} + 39,2 = 3.617 \times 0,106 + 39,2 = 422,6 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

e

$$\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO(p=35,2)} = \left(\frac{R_{(p=49,2)} + R_{(p=35,2)}}{2} \right) \left(\frac{\Delta N_p}{N} \right) = \left(\frac{374,2 + 422,6}{2} \right) (0,0256) = 10,20 \frac{m^3 std}{m^3 std}.$$

Então:

$$|erro| = \left| \frac{10,20 - 12,60}{10,20} \right| \times 100 \% = 23,5 \% > 1,0 \% .$$

De acordo com o comportamento mostrado na Figura 10.2, para a terceira tentativa deve ser escolhido um valor de N_p/N entre 0,195 e 0,2031. Como o valor de $(\Delta G_p)_{EBM}$ manteve-se aproximadamente constante, por semelhança de triângulos na Figura 10.2 pode-se estimar o novo valor de N_p/N como sendo de 0,20042.

3ª tentativa:

Escolhendo-se então $\frac{N_p}{N} = 0,20042$ obtém-se:

$$\frac{\Delta N_p}{N} = 0,20042 - \frac{13,355 \times 10^6}{78,858 \times 10^6} = 0,03106$$

$$\left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} = 0,99431 \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) + 50,68 = 0,99431(1 - 0,20042) + 50,680 = 51,47 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

$$\left(\frac{\Delta G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} = \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=35,2)} - \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM(p=49,2)} = 51,47 - 38,88 = 12,59 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

$$S_{L(p=35,2)} = 0,66225 \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) + 0,25 = 0,66225(1 - 0,20042) + 0,25 = 0,7795$$

$$S_{L(p=35,2)} = 0,7795 \xrightarrow{\text{Figura 10.3}} \frac{k_g}{k_o} = 0,111$$

$$R_{(p=35,2)} \left(\frac{m^3 std}{m^3 std}\right) = 3,617 \left(\frac{k_g}{k_o}\right)_{(p=35,2)} + 39,2 = 3,617 \times 0,111 + 39,2 = 440,1 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

e

$$\left(\frac{\Delta G_p}{N}\right)_{RGO(p=35,2)} = \left(\frac{R_{(p=49,2)} + R_{(p=35,2)}}{2}\right) \left(\frac{\Delta N_p}{N}\right) = \left(\frac{374,2 + 440,1}{2}\right) (0,03106) = 12,65 \frac{m^3 std}{m^3 std}$$

Assim:

$$|erro| = \left| \frac{12,65 - 12,59}{12,59} \right| \times 100 \% = 0,48 \% < 1,0 \%$$

Portanto:

(a) $R = 440,1 m^3 std / m^3 std$.

(b) $N_p = \left(\frac{N_p}{N}\right) N = 0,20042 \times 78,858 \times 10^6 = 15,805 \times 10^6 m^3 std$.

(c) $G_p = N \left(\frac{G_p}{N}\right)_{EBM} = 78,858 \times 10^6 \times 51,47 \frac{m^3 std}{m^3 std} = 4,059 \times 10^9 m^3 std$.

10.3. Reservatórios de Óleo com Mecanismo de Capa de Gás

Neste tipo de reservatório existe uma capa de gás inicial, cuja expansão é o principal mecanismo de produção. As seguintes hipóteses são consideradas:

- O gás da capa e o óleo se encontram inicialmente em equilíbrio, de modo que a pressão inicial é a pressão de bolha do sistema.
- A saturação intersticial de água é irreduzível e o seu valor médio é S_{wi} , tanto na capa de gás como na zona de óleo.
- A capa de gás não contém óleo em qualquer instante da vida produtiva do reservatório.

Dentre os métodos analíticos disponíveis para a realização de estudos de previsão de comportamento de reservatórios de óleo com capa de gás destaca-se o de Muskat (1949). Esse método pode também ser aplicado no caso de reservatório de gás em solução.

10.3.1. Método de Muskat

A relação entre os volumes da capa de gás e da zona de óleo é definida por:

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}}. \quad (10.74)$$

Desprezando-se os efeitos de compressibilidade da rocha pode-se escrever que:

$$m = \frac{V_{pg}}{V_{po}}, \quad (10.75)$$

onde V_{pg} e V_{po} são os volumes porosos da capa de gás e da zona de óleo, respectivamente.

O volume de óleo existente no reservatório em qualquer instante, medido nas condições-padrão, é dado por:

$$N - N_p = \frac{V_{po} S_o}{B_o}. \quad (10.76)$$

A Eq. (10.76) pode também ser escrita como:

$$N - N_p = \frac{V_p}{V_p} \frac{V_{po} S_o}{B_o} \quad (10.77)$$

ou

$$N - N_p = \frac{V_p}{\frac{V_{po} + V_{pg}}{V_{po}}} \frac{S_o}{B_o}, \quad (10.78)$$

onde $V_p = V_{po} + V_{pg}$ é o volume poroso total. Portanto,

$$N - N_p = \frac{1}{1+m} V_p \frac{S_o}{B_o}. \quad (10.79)$$

Admitindo que a quantidade de gás dissolvido na água intersticial seja desprezível, o volume de gás medido em condições-padrão, existente no reservatório em um determinado instante, é a

diferença entre o volume total de gás inicial (G_{ii}) e o *volume de gás produzido disponível* (G_{pd}), ou seja:

$$G_{restante} = G_{ii} - G_{pd}, \quad (10.80)$$

onde:

$$G_{ii} = G + NR_{si} \quad (10.81)$$

e

$$G_{pd} = G_p - G_{inj}, \quad (10.82)$$

sendo G_{inj} o volume acumulado de gás injetado.

Por sua vez, o volume de gás dado pela Eq. (10.80) é equivalente à soma de três parcelas: gás da capa, gás em solução no óleo e gás livre na zona de óleo. Assim,

$$G_{ii} - G_{pd} = \frac{V_{pg}(1 - S_{wi})}{B_g} + \frac{V_{po}S_oR_s}{B_o} + \frac{V_{po}(1 - S_o - S_{wi})}{B_g}. \quad (10.83)$$

Multiplicando-se o lado direito da Eq. (10.83) por $V_p/(V_{po} + V_{pg})$ resulta em:

$$G_{ii} - G_{pd} = \frac{V_p}{1 + m} \left[\frac{m(1 - S_{wi})}{B_g} + \frac{S_oR_s}{B_o} + \frac{(1 - S_o - S_{wi})}{B_g} \right]. \quad (10.84)$$

Diferenciando a Eq. (10.82) em relação a N_p :

$$\frac{dG_{pd}}{dN_p} = \frac{dG_p}{dN_p} - \frac{dG_{inj}}{dN_p}. \quad (10.85)$$

Mas,

$$\frac{dG_{inj}}{dN_p} = \frac{dG_{inj}}{dG_p} \frac{dG_p}{dN_p}. \quad (10.86)$$

Portanto:

$$\frac{dG_{pd}}{dN_p} = \frac{dG_p}{dN_p} \left(1 - \frac{dG_{inj}}{dG_p} \right). \quad (10.87)$$

Na Eq. (10.87), dG_{pd}/dN_p é a *razão gás disponível-óleo instantânea*, dG_p/dN_p é a razão gás/óleo instantânea R e dG_{inj}/dG_p é a *razão de ciclagem de gás*, normalmente representada pelo símbolo C . Com essas definições a Eq. (10.87) assume a forma:

$$\frac{dG_{pd}}{dN_p} = R(1 - C). \quad (10.88)$$

A pressão do reservatório p é a variável independente, enquanto que G_p , N_p e R são funções de p . Escrevendo-se a Eq. (10.88) em função de p obtém-se:

$$\frac{dG_{pd}}{dp} = R(1 - C) \frac{dN_p}{dp}. \quad (10.89)$$

Derivando-se a Eq. (10.84) para se obter dG_{pd}/dp , a Eq. (10.79) para se obter dN_p/dp e substituindo-se os resultados na Eq. (10.89), a seguinte equação diferencial pode ser escrita:

$$R(1-C) \left[\left(\frac{1}{1+m} \right) \left(\frac{1}{B_o} \frac{dS_o}{dp} - \frac{S_o}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp} \right) \right] = \left(\frac{1}{1+m} \right) \left[m(1-S_{wi}) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right) + \right. \\ \left. + \frac{S_o}{B_o} \frac{dR_s}{dp} + \frac{R_s}{B_o} \frac{dS_o}{dp} - \frac{S_o R_s}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp} - \frac{1}{B_g} \frac{dS_o}{dp} + (1-S_o - S_{wi}) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right) \right]. \quad (10.90)$$

Definindo:

$$\eta = \frac{1}{B_o} \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \frac{dB_o}{dp}, \quad (10.91)$$

$$\alpha = \left(\frac{B_o}{B_g} \right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right), \quad (10.92)$$

$$\lambda = \left(\frac{B_g}{B_o} \right) \frac{dR_s}{dp}, \quad (10.93)$$

$$\psi = \frac{k_g}{k_o}, \quad (10.94)$$

$$\xi = B_g \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right), \quad (10.95)$$

e lembrando que a razão gás/óleo R é dada por:

$$R = \left(\frac{k_g}{k_o} \right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \left(\frac{B_o}{B_g} \right) + R_s, \quad (10.96)$$

a Eq. (10.90) pode ser escrita de uma forma mais compacta. Isolando-se o termo dS_o/dp obtém-se:

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{S_o \lambda + (1-S_o - S_{wi}) \xi + S_o \eta \left(\psi - \frac{CR}{\alpha} \right) + m(1-S_{wi}) \xi}{1 + \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \left(\psi - \frac{CR}{\alpha} \right)}. \quad (10.97)$$

A Eq. (10.97) é a equação de Muskat (1949) que relaciona a variação da saturação de óleo com a variação da pressão. Observa-se que essa expressão é uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, do tipo:

$$y' \equiv \frac{dy}{dx} = f(x, y). \quad (10.98)$$

As variáveis S_o e p não podem ser separadas na Eq. (10.97). Logo, a solução dessa equação diferencial deve ser obtida numericamente. Vários métodos são disponíveis para a solução numérica de equações diferenciais ordinárias, podendo ser citados os de Euler, Euler Modificado, Runge-Kutta, Adams e Milne. Neste capítulo será descrito o método de Runge-Kutta, que apresenta as seguintes características positivas:

- é um método explícito;
- comporta-se de maneira estável na solução da equação considerada;
- permite a obtenção de maior precisão através da escolha de um método de maior ordem.

Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem

Considera-se a equação diferencial dada pela Eq. (10.98). Como está sendo resolvido um problema de valor inicial, já que se conhece a saturação de óleo na pressão inicial do estudo, admite-se que se deseja determinar o valor da função y no ponto x_{j+1} , conhecendo-se o seu valor no ponto anterior x_j . A equação de Runge-Kutta que permite este cálculo é definida por:

$$y_{j+1} = y_j + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (10.99)$$

onde:

$$k_1 = \Delta x_{j+1} f(x_j, y_j), \quad (10.100)$$

$$k_2 = \Delta x_{j+1} f\left(x_j + \frac{\Delta x_{j+1}}{2}, y_j + \frac{k_1}{2}\right), \quad (10.101)$$

$$k_3 = \Delta x_{j+1} f\left(x_j + \frac{\Delta x_{j+1}}{2}, y_j + \frac{k_2}{2}\right), \quad (10.102)$$

$$k_4 = \Delta x_{j+1} f(x_j + \Delta x_{j+1}, y_j + k_3) \quad (10.103)$$

e

$$\Delta x_{j+1} = x_{j+1} - x_j. \quad (10.104)$$

O intervalo Δx_{j+1} é denominado passo do procedimento. Neste método de 4ª ordem o erro por passo é da ordem de $(\Delta x)^5$. Isso mostra que o método é tanto mais preciso quanto menor é o passo considerado, existindo no entanto um limite prático, abaixo do qual o tempo computacional se torna excessivo, além da predominância dos erros de arredondamento sobre os de aproximação, estes últimos inerentes ao próprio método.

A seqüência de cálculos pelo método de Muskat pode então ser resumida nos seguintes itens:

Saturação de óleo

A saturação de óleo correspondente a uma determinada pressão é obtida através da solução da Eq. (10.97). É importante observar que as curvas (ou tabelas) das propriedades dos fluidos devem estar disponíveis para que possam ser determinados os parâmetros definidos pelas Eqs. (10.91) a (10.95).

Produção acumulada de óleo

Determinados os valores de saturação de óleo (S_o) em função da pressão (p), é possível o cálculo das produções acumuladas de óleo correspondentes, aplicando-se a equação:

$$S_o = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \left(\frac{B_o}{B_{oi}}\right) (1 - S_{wi}), \quad (10.105)$$

ou seja,

$$N_p = N \left[1 - \frac{S_o}{(1 - S_{wi})} \left(\frac{B_{oi}}{B_o}\right)\right]. \quad (10.106)$$

Produção acumulada de gás

Conhecendo-se a produção acumulada de gás até o instante de tempo t_j , calcula-se o seu valor no instante posterior como:

$$G_{p_{j+1}} = G_{p_j} + \Delta G_{p_{j+1}}, \quad (10.107)$$

onde:

$$\Delta G_{p_{j+1}} = \bar{R}_{j+1} \Delta N_{p_{j+1}} \quad (10.108)$$

ou

$$\Delta G_{p_{j+1}} = \frac{1}{2} (R_{j+1} + R_j) (N_{p_{j+1}} - N_{p_j}). \quad (10.109)$$

Injeção acumulada de gás

Admitindo que a razão de ciclagem C seja constante, o que pode ser conseguido em termos operacionais, o volume acumulado de gás injetado é determinado a partir da definição:

$$C = \frac{dG_{inj}}{dG_p}, \quad (10.110)$$

de onde se deduz que:

$$G_{inj} = \int_0^t C dG_p \quad (10.111)$$

ou

$$G_{inj} = CG_p. \quad (10.112)$$

Volume acumulado de gás disponível

Este volume corresponde à diferença entre o gás produzido e o injetado, conforme definição da Eq. (10.82).

Diversas opções de operação do reservatório podem ser facilmente simuladas, variando-se a razão de ciclagem C e verificando-se em que situação se obtém a maximização dos resultados de recuperação do óleo, principalmente sob o ponto de vista econômico.

Deve-se ressaltar que o método de Muskat pode também ser aplicado a reservatórios de gás em solução, bastando para isso fazer $m = 0$ na Eq. (10.97).

Exemplo 10.3 – São conhecidas de um reservatório volumétrico de óleo as seguintes características:

Volume original de óleo	$N = 25 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Saturação de água inicial	$S_{wi} = 25\%$
Razão de solubilidade inicial	$R_{si} = 160 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação inicial do óleo	$B_{oi} = 1,5220 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação do óleo na pressão de bolha	$B_{ob} = 1,5220 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Curva de $\log(k_g/k_o)$ versus S_L (saturação de líquidos)	Equação (I)
Dados de produção	Tabela 10.3
Propriedades dos fluidos	Tabela 10.4

$$\log(k_g/k_o) = -6,1484S_L + 3,5070 \text{ para } 0,20 < S_L < 0,95 \quad (I)$$

Tabela 10.3 – Dados de produção - Exemplo 10.3

Pressão do reservatório, p (kgf/cm^2)	Produção acumulada de óleo, N_p ($10^6 m^3 std$)	Razão gás/óleo instantânea, R ($m^3 std/m^3 std$)
210	3,50	356

Tabela 10.4 – Propriedades dos fluidos - Exemplo 10.3

p	B_o	$\frac{dB_o}{dp}$	$\frac{1}{B_g}$	$\frac{d(1/B_g)}{dp}$	R_s	$\frac{dR_s}{dp}$	$\frac{\mu_o}{\mu_g}$
kgf/cm^2	$m^3/m^3 std$	$\frac{m^3 / m^3 std}{kgf / cm^2}$	$m^3 std/m^3$	$\frac{m^3 std / m^3}{kgf / cm^2}$	$\frac{m^3 std}{m^3 std}$	$\frac{m^3 std / m^3 std}{kgf / cm^2}$	$\frac{cp}{cp}$
250	1,4300	0,001225	207,9	0,1527	118,0	0,4250	37,10
245	1,4239	0,001200	207,0	0,2166	115,9	0,4125	37,38
240	1,4180	0,001175	205,7	0,2805	113,9	0,4000	37,74
235	1,4122	0,001150	204,2	0,3443	111,9	0,3875	38,18
230	1,4065	0,001125	202,3	0,4082	110,0	0,3750	38,69
225	1,4009	0,001100	200,1	0,4721	108,2	0,3625	39,28
220	1,3955	0,001075	197,6	0,5360	106,4	0,3500	39,94
215	1,3902	0,001050	194,7	0,5999	104,7	0,3375	40,68
210	1,3850	0,001025	191,6	0,6638	103,0	0,3250	41,50
205	1,3799	0,001000	188,1	0,7277	101,4	0,3125	42,39
200	1,3750	0,000975	184,3	0,7915	99,9	0,3000	43,37

Utilizando o método de Muskat, pede-se calcular para a pressão de 200 kgf/cm^2 os valores da:

- Produção acumulada de óleo.
- Razão gás/óleo instantânea.
- Produção acumulada de gás.

Solução:

- Cálculo da saturação de óleo na pressão de 210 kgf/cm^2

A saturação de óleo é obtida através da Eq. (10.105):

$$S_o = \left(1 - \frac{3,50}{25}\right) \left(\frac{1,3850}{1,5220}\right) (1 - 0,25) = 0,58694 .$$

- Aplicação do método de Runge-Kutta de 4ª ordem

Usando-se um passo igual a 10 kgf/cm^2 , os valores de k_i , $i = 1, 4$, são:

$$\begin{aligned}k_1 &= -10 \times f(210; 0,58694) \\k_2 &= -10 \times f(205; 0,58694 + k_1/2) \\k_3 &= -10 \times f(205; 0,58694 + k_2/2) \\k_4 &= -10 \times f(200; 0,58694 + k_3),\end{aligned}$$

onde a função f é dada pela Eq. (10.97), que no problema em questão, em que não há capa de gás nem injeção de gás, reduz-se a:

$$f(p, S_o) = \frac{dS_o}{dp} = \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_{wi}) \xi + S_o \eta \psi}{1 + \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \psi}. \quad (10.113)$$

Aplicando-se a Eq. (10.99) a saturação de óleo à pressão de 200 kgf/cm^2 será dada por:

$$S_{o200} = S_{o210} + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4). \quad (10.114)$$

A Tabela 10.5 mostra os detalhes dos cálculos que permitem a obtenção dos valores dos coeficientes k_i , $i = 1, 4$.

Tabela 10.5 – Cálculo dos coeficientes do método de Runge-Kutta – Exemplo 10.3

p	S_o	η	ψ	ξ	λ	k_i
210	0,58694	$3,0712 \times 10^{-2}$	$2,2969 \times 10^{-2}$	$3,4645 \times 10^{-3}$	$1,2247 \times 10^{-3}$	$k_1 = -8,6922 \times 10^{-3}$
205	0,58259	$3,0719 \times 10^{-2}$	$2,4428 \times 10^{-2}$	$3,8686 \times 10^{-3}$	$1,2039 \times 10^{-3}$	$k_2 = -8,9715 \times 10^{-3}$
205	0,58245	$3,0719 \times 10^{-2}$	$2,4475 \times 10^{-2}$	$3,8686 \times 10^{-3}$	$1,2039 \times 10^{-3}$	$k_3 = -8,7720 \times 10^{-3}$
200	0,57816	$3,0753 \times 10^{-2}$	$2,6010 \times 10^{-2}$	$4,2946 \times 10^{-3}$	$1,1838 \times 10^{-3}$	$k_4 = -8,8573 \times 10^{-3}$

Substituindo os valores de k_i da Tabela 10.5 na Eq. (10.114):

$$S_{o200} = 0,58694 - \frac{10^{-3}}{6} (8,6922 + 2 \times 8,9715 + 2 \times 8,7720 + 8,8573) = 0,57810.$$

Parte (a): Produção acumulada de óleo

Usando a Eq. (10.106):

$$N_p = 25 \times 10^6 \left[1 - \left(\frac{0,57810}{1 - 0,25} \right) \left(\frac{1,5220}{1,3750} \right) \right] = 3,670 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}.$$

Parte (b): Razão gás/óleo instantânea

A saturação de líquidos é de:

$$S_L = S_o + S_w = S_o + S_{wi} = 0,57810 + 0,25 = 0,8281.$$

Assim, usando a Eq. (I) obtém-se a razão entre as permeabilidades efetivas:

$$\log(k_g/k_o) = -6,1484 S_L + 3,5070 = -6,1484 \times 0,8281 + 3,5070 = -1,58449 \Rightarrow k_g/k_o = 0,026032.$$

Finalmente, aplicando a Eq. (10.96):

$$R = (0,026032) (43,37) (1,3750 \times 184,3) + 99,9 = 386 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}.$$

Parte (c): Produção acumulada de gás

A produção acumulada de gás, conforme foi discutido no método de Turner (Seção 10.2.2.b), pode ser calculada através da equação de balanço de materiais, Eq. (10.57). Explicitando o valor de G_p resulta em:

$$G_p = N \left[\left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) - \frac{N_p}{N} \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) - \left(\frac{B_{oi}}{B_g} - R_{si} \right) \right] \quad (10.115)$$

ou

$$G_p = N \left[\left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) \left(1 - \frac{N_p}{N} \right) - \left(\frac{B_{oi}}{B_g} - R_{si} \right) \right]. \quad (10.116)$$

Substituindo os valores numéricos na Eq. (10.116) obtém-se:

$$G_p = 25 \times 10^6 \left[\left(\frac{1,3750}{1/184,3} - 99,9 \right) \left(1 - \frac{3,670 \times 10^6}{25 \times 10^6} \right) - \left(\frac{1,5220}{1/184,3} - 160 \right) \right] \quad (10.117)$$

$$G_p = 261,807 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std.}$$

10.3.2. Manutenção completa de pressão através da injeção de gás

Os resultados técnico-econômicos obtidos ao se variar a razão de ciclagem de gás C podem ainda ser comparados com uma outra condição de operação na produção da jazida de hidrocarbonetos, quando se mantém a sua pressão constante durante a vida produtiva. Neste caso devem ser calculados o volume de gás injetado e a razão de ciclagem, necessários para manter a pressão do reservatório constante.

No método a ser apresentado a seguir será admitido que se deseja manter a pressão constante e igual à inicial, mas o mesmo desenvolvimento pode ser aplicado se a manutenção de pressão for iniciada em um estágio qualquer da vida produtiva do reservatório.

Para que a pressão permaneça constante é necessário que os volumes dos fluidos produzidos e injetados, medidos em condições de reservatório, sejam iguais. Essa condição é traduzida matematicamente pela igualdade:

$$N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] = G_{inj} B_g \quad (10.118)$$

Na Eq. (10.118) admite-se que o gás injetado tenha a mesma composição do gás produzido, apresentando portanto o mesmo fator volume-formação B_g .

Como se deseja que a pressão seja constante e igual à inicial, as propriedades dos fluidos devem ser avaliadas nessa condição. Lembrando ainda que:

$$R_p = \frac{G_p}{N_p}, \quad (10.119)$$

a Eq. (10.118) se transforma em:

$$N_p \left[B_{oi} + \left(\frac{G_p}{N_p} - R_{si} \right) B_{gi} \right] = G_{inj} B_{gi}, \quad (10.120)$$

da qual podem ser relacionados os volumes produzidos e injetados:

$$\frac{G_{inj}}{N} = \frac{G_p}{N} + \frac{N_p}{N} \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right). \quad (10.121)$$

A previsão de comportamento de reservatório sob condições de pressão constante pode ser feita seguindo-se os passos:

- Escolha um valor de $N_{p_{j+1}}/N$, onde o índice $j+1$ representa o instante de tempo t_{j+1} .
- Determine a saturação de óleo através da expressão da saturação de óleo, Eq. (10.105), que para a situação em que $B_o = B_{oi}$ passa a ser:

$$S_{o_{j+1}} = \left(1 - \frac{N_{p_{j+1}}}{N} \right) (1 - S_{wi}). \quad (10.122)$$

- Estime a razão de permeabilidades efetivas $(k_g/k_o)_{j+1}$ e posteriormente calcule a razão gás/óleo instantânea:

$$R_{j+1} = \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_{j+1} \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right)_i \left(\frac{B_o}{B_g} \right)_i + R_{si}. \quad (10.123)$$

- Integre gráfica ou numericamente a curva R versus N_p/N para obter o valor de $G_{p_{j+1}}/N$. De maneira aproximada esse valor pode ser calculado por:

$$\frac{G_{p_{j+1}}}{N} = \frac{G_{p_j}}{N} + \frac{1}{2} (R_{j+1} + R_j) \left(\frac{N_{p_{j+1}} - N_{p_j}}{N} \right). \quad (10.124)$$

- Calcule o volume acumulado de gás a ser injetado no reservatório, aplicando a Eq. (10.121).

O procedimento descrito permite a confecção dos gráficos que mostram o comportamento do reservatório, tais como as curvas de R , G_p e G_{inj} em função da produção acumulada de óleo N_p .

Em termos operacionais se torna necessário o conhecimento prévio da razão de ciclagem que garantirá a injeção do volume de gás previsto pela Eq. (10.121). Esse valor de C pode ser determinado diferenciando-se inicialmente a Eq. (10.121) em relação a N_p :

$$\frac{dG_{inj}}{dN_p} = \frac{dG_p}{dN_p} + \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right). \quad (10.125)$$

Rearranjando os termos da Eq. (10.125):

$$\frac{dG_{inj}}{dN_p} - \frac{dG_p}{dN_p} = \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right). \quad (10.126)$$

Os termos dG_{inj}/dN_p e dG_p/dN_p representam, respectivamente, os volumes de gás injetado e produzido por cada unidade de volume de óleo produzido. Então, a diferença:

$$\frac{dG_{inj}}{dN_p} - \frac{dG_p}{dN_p} \equiv \frac{d(G_{inj} - G_p)}{dN_p}, \quad (10.127)$$

também dada por:

$$\frac{d(G_{inj} - G)}{dN_p} = \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right), \quad (10.128)$$

é o volume de gás adicional requerido por unidade de volume de óleo produzido, admitindo-se que todo o volume de gás produzido seja reinjetado.

A Eq. (10.126) pode também ser mostrada na forma:

$$\frac{dG_{inj}}{dG_p} \frac{dG_p}{dN_p} - \frac{dG_p}{dN_p} = \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right). \quad (10.129)$$

Com as definições de razão gás/óleo instantânea R e razão de ciclagem C a Eq. (10.129) se transforma em:

$$CR - R = \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right) \quad (10.130)$$

ou ainda:

$$C \equiv \frac{dG_{inj}}{dG_p} = 1 + \frac{1}{R} \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right). \quad (10.131)$$

A Eq. (10.131) permite o cálculo do volume de gás a ser injetado por unidade de volume de gás produzido. O volume de gás adicional requerido para a operação de manutenção de pressão é encontrado integrando-se a Eq. (10.128), resultando em:

$$G_{adicional} \equiv G_{inj} - G_p = \left(\frac{B_{oi}}{B_{gi}} - R_{si} \right) N_p. \quad (10.132)$$

10.3.3. Conversão da previsão de comportamento em funções da variável tempo

Os métodos de previsão de comportamento discutidos até o presente neste capítulo não incluem a variável *tempo*. No entanto, o fator tempo é extremamente importante na previsão de comportamento de reservatórios, principalmente porque dele dependem os resultados de análises de viabilidade econômica de um determinado projeto. Faz-se necessário então transformar as curvas de comportamento das variáveis do reservatório em funções de uma nova variável independente, que é o tempo. Assim, os resultados finais da previsão de comportamento do reservatório devem ser compostos de gráficos ou tabelas das seguintes variáveis em função do tempo: pressão (p), razão gás/óleo instantânea (R), fração recuperada (N_p/N) ou produção acumulada (N_p) de óleo, produção acumulada de gás (G_p), injeção acumulada de gás (G_{inj}), volume de gás produzido disponível (G_{pd}), gás adicional requerido ($G_{adicional}$) e vazões instantâneas de óleo (por poço e total do reservatório).

Dentre os diversos parâmetros utilizados para se obter essa transformação podem ser citados:

Curvas de permeabilidades relativas

São necessárias para a determinação dos índices de produtividade ou injetividade dos poços. O índice de produtividade em qualquer instante pode ser estimado através da relação:

$$IP = (IP)_i \left\{ \frac{k_{ro} / (B_o \mu_o)}{[k_{ro} / (B_o \mu_o)]_i} \right\}, \quad (10.133)$$

onde k_{ro} é a permeabilidade relativa ao óleo.

Pressão de fluxo de fundo mínima, nos poços produtores, e máxima, nos poços injetores

São importantes na estimativa das vazões máximas de produção ou injeção, e dependem basicamente de condições operacionais como pressão de separação, perdas de carga nas tubulações, método de elevação do petróleo até a superfície, pressão de injeção, pressão de fraturamento da rocha, etc.

Vazões máximas de produção ou injeção

A vazão máxima de produção de óleo de um poço é estimada pela equação:

$$Q_{o \text{ máx}} = (\bar{p} - p_{f \text{ mín}}) IP, \quad (10.134)$$

onde \bar{p} é a pressão média na região de influência do poço e $p_{f \text{ mín}}$ é a pressão de fluxo mínima no fundo do poço. Admitindo-se regime de fluxo pseudopermanente e utilizando-se um sistema compatível de unidades, a vazão máxima de injeção de gás (medida em condições-padrão) é calculada através da equação⁵:

$$Q_{g \text{ máx inj}} = \frac{\pi T_0 k_g h [m(p_{f \text{ inj máx}}) - m(\bar{p})]}{p_0 T \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right) + s \right]}, \quad (10.135)$$

onde T_0 e p_0 são as condições-padrão, k_g é a permeabilidade efetiva ao gás, h a espessura da formação, T a temperatura do reservatório, $p_{f \text{ inj máx}}$ a máxima pressão de fluxo de injeção, A a área de influência do poço, $\gamma = 1,78108$ a exponencial da constante de Euler, C_A o coeficiente de forma do reservatório, r_w o raio do poço, s o fator de película e $m(p)$ a pseudopressão do gás real, definida como:

$$m(p) = 2 \int_{p_r}^p \frac{p}{\mu Z} dp, \quad (10.136)$$

sendo p_r uma pressão de referência arbitrária.

Vazões de produção de óleo e injeção de gás

Estas vazões são estipuladas baseando-se nas limitações prescritas no item *vazões máximas de produção ou injeção* e também em restrições operacionais, tais como capacidade de separação dos fluidos e de tratamento do gás produzido.

Número de poços

Este dado permite a conversão final para a escala de tempo. Em relação ao número de poços produtores tem-se que, em um determinado intervalo de tempo:

⁵ Vide Capítulo 4.

$$\Delta t_j = \frac{\Delta N_{p_j}}{\bar{Q}_{o_j} n_{pp}}, \quad (10.137)$$

onde \bar{Q}_{o_j} é a vazão média de óleo por poço no intervalo considerado, n_{pp} o número de poços produtores e ΔN_{p_j} a produção total do reservatório durante o intervalo de tempo Δt_j .

O tempo total até o instante t_n da vida produtiva do reservatório é dado por:

$$t_n = \sum_{j=1}^n \Delta t_j. \quad (10.138)$$

O número de poços injetores (n_{pinj}) deve por sua vez ser suficiente para satisfazer equação semelhante em relação à injeção de gás:

$$n_{pinj} = \frac{(\Delta G_{inj})_j}{\Delta t_j (\bar{Q}_{g\ inj})_j}, \quad (10.139)$$

onde $(\bar{Q}_{g\ inj})_j$ é a vazão média de injeção de gás por poço no intervalo de tempo Δt_j .

Vazão de abandono por poço

Esta variável define a duração total do projeto e deve ser estipulada a partir de estudo de viabilidade econômica da operação de cada poço ou do projeto como um todo.

Exemplo 10.4 – São conhecidas as seguintes informações de um reservatório de óleo:

Pressão inicial	175 kgf/cm ²
Pressão de bolha	175 kgf/cm ²
Volume inicial de óleo	8,903×10 ⁶ m ³ std
Saturação inicial de água	20%
Propriedades dos fluidos	Tabela 10.6
Dados de produção	Tabela 10.7
Razão de permeabilidades efetivas para 0,4 ≤ S _L ≤ 0,8	k _g /k _o = 10 ^{3,015-5,306S_L}

Tabela 10.6 – Propriedades dos fluidos – Exemplo 10.4

p (kgf/cm ²)	B_o (m ³ /m ³ std)	R_s (m ³ std/m ³ std)	B_g (m ³ /m ³ std)	μ_o (cp)	μ_g (cp)
175	1,498	128	0,005884	0,488	0,0170
50	1,190	45	0,024227	1,199	0,0134
40	1,173	40	0,029022	1,250	0,0132
35	1,156	36	0,034599	1,324	0,0130
30	1,139	30	0,044091	1,400	0,0128

Tabela 10.7 – Dados de produção – Exemplo 10.4

p (kgf/cm^2)	N_p ($m^3 std$)	G_p ($10^6 m^3 std$)	R ($m^3 std/m^3 std$)
50	1.647.998	623,480	849

Admitindo que após uma produção adicional de 138.000 $m^3 std$ de óleo a pressão média do reservatório caia para 35 kgf/cm^2 , e que o reservatório esteja sendo produzido através de um único poço, quanto tempo será necessário para que isso ocorra? Informações adicionais sobre o reservatório são:

Máxima vazão permitida	300 $m^3 std/d$
Índice de produtividade do poço à pressão de 50 kgf/cm^2	23 ($m^3 std/d$)/(kgf/cm^2)
Pressão de fluxo mínima no poço	14 kgf/cm^2
Permeabilidade relativa ao óleo	Figura 10.4

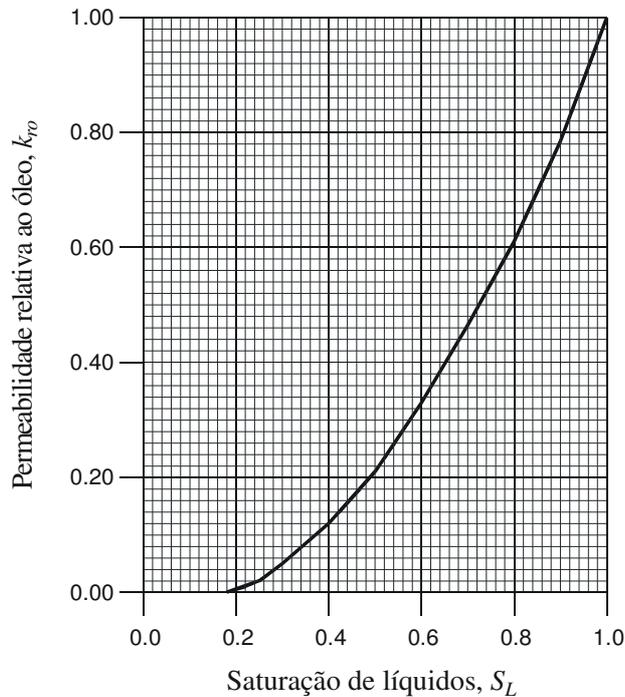


Figura 10.4 – Curva de permeabilidade relativa ao óleo - Exemplo 10.4.

Solução:

O tempo necessário será dado por:

$$\Delta t = \frac{\Delta N_p}{\bar{Q}_o} = \frac{138.000}{\bar{Q}_o},$$

onde \bar{Q}_o é a vazão média de produção durante o intervalo de tempo Δt :

$$\bar{Q}_o = \frac{(Q_o)_{p=50} + (Q_o)_{p=35}}{2}$$

e

$$Q_o = IP (p - p_f).$$

Então,

$$(Q_o)_{p=50} = (IP)_{p=50} (p - p_f) = 23 \times (50 - 14) = 828 \text{ m}^3 \text{ std} / d$$

$$(Q_o)_{p=50} = 828 > \text{Vazão máxima permitida} = 300 \Rightarrow (Q_o)_{p=50} = 300 \text{ m}^3 \text{ std} / d$$

e

$$(Q_o)_{p=35} = (IP)_{p=35} (p - p_f) = (IP)_{p=35} (35 - 14) = 21 \times (IP)_{p=35},$$

onde o $(IP)_{p=35}$ é calculado através da Eq. (10.133):

$$(IP)_{p=35} = (IP)_{p=50} \left\{ \frac{[k_{ro} / (B_o \mu_o)]_{p=35}}{[k_{ro} / (B_o \mu_o)]_{p=50}} \right\} = 23 \times \left[\frac{(k_{ro})_{p=35} / (1,156 \times 1,324)}{(k_{ro})_{p=50} / (1,190 \times 1,199)} \right]$$

$$(IP)_{p=35} = 21,44 \times \left[\frac{(k_{ro})_{p=35}}{(k_{ro})_{p=50}} \right].$$

As permeabilidades relativas ao óleo dependem das saturações de líquido:

$$(S_L)_{p=50} = \left(1 - \frac{(N_p)_{p=50}}{N} \right) \left(\frac{B_o}{B_{oi}} \right) (1 - S_{wi}) + S_{wi}$$

$$(S_L)_{p=50} = \left(1 - \frac{1.647.998}{8,903 \times 10^6} \right) \left(\frac{1,190}{1,498} \right) (1 - 0,20) + 0,20 = 0,718$$

$$(S_L)_{p=50} = 0,718 \xrightarrow{\text{Figura 10.4}} (k_{ro})_{p=50} = 0,490$$

$$(S_L)_{p=35} = \left(1 - \frac{(N_p)_{p=35}}{N} \right) \left(\frac{B_o}{B_{oi}} \right) (1 - S_{wi}) + S_{wi} = \left(1 - \frac{1.785.998}{8,903 \times 10^6} \right) \left(\frac{1,156}{1,498} \right) (1 - 0,20) + 0,20$$

$$(S_L)_{p=35} = 0,694 \xrightarrow{\text{Figura 10.4}} (k_{ro})_{p=35} = 0,455.$$

Portanto,

$$(IP)_{p=35} = 21,44 \times \left[\frac{0,455}{0,490} \right] = 19,91 \text{ (m}^3 \text{ std} / d) / (\text{kg} / \text{cm}^2)$$

$$(Q_o)_{p=35} = 21 \times 19,91 \cong 418 \text{ m}^3 \text{ std} / d$$

$$(Q_o)_{p=35} = 418 \text{ m}^3 \text{ std} / d > Q_{o \text{ máx}} = 300 \text{ m}^3 \text{ std} / d \Rightarrow (Q_o)_{p=35} = 300 \text{ m}^3 \text{ std} / d$$

$$\bar{Q}_o = \frac{300 + 300}{2} = 300 \text{ m}^3 \text{ std} / d$$

e

$$\Delta t = \frac{\Delta N_p}{Q_o} = \frac{138.000}{300} = 460 \text{ dias} .$$

10.4. Reservatórios de Óleo com Mecanismo de Influxo de Água

Nesta seção serão apresentados vários métodos normalmente empregados para a previsão de comportamento de reservatórios de óleo sujeitos ao influxo de água proveniente de aquíferos. Esses métodos baseiam-se nos modelos de influxo de água discutidos no Capítulo 6.

10.4.1. Método de Fetkovich

Este método admite que o aquífero se comporta como aquífero limitado, sendo o regime de fluxo permanente ou pseudopermanente. O desenvolvimento a ser apresentado é válido somente para reservatórios subsaturados.

Conforme mostrado na descrição do modelo de influxo de Fetkovich (1971)⁶, a pressão média do aquífero é dada pela equação:

$$\bar{p}_a = p_i \left(1 - \frac{W_e}{W_{ei}} \right), \quad (10.140)$$

que pode também ser escrita como:

$$\bar{p}_a = p_i - \frac{p_i}{W_{ei}} W_e . \quad (10.141)$$

O influxo de água acumulado no instante de tempo t_n pode ser representado por:

$$W_{e_n} = W_{e_{n-1}} + \Delta W_{e_n}, \quad (10.142)$$

onde ΔW_{e_n} é o influxo de água entre os instantes t_{n-1} e t_n .

Substituindo-se a Eq. (10.142) na Eq. (10.141) pode-se expressar a pressão média no interior do aquífero no instante de tempo t_n por:

$$\bar{p}_{a_n} = p_i - \frac{p_i}{W_{ei}} (W_{e_{n-1}} + \Delta W_{e_n}). \quad (10.143)$$

De acordo com a teoria desenvolvida no modelo de Fetkovich, o influxo durante o intervalo de tempo $(t_n - t_{n-1})$ pode ser calculado através da expressão:

$$\Delta W_{e_n} = \frac{W_{ei}}{p_i} \left[1 - \exp \left(- \frac{J p_i \Delta t_n}{W_{ei}} \right) \right] (\bar{p}_{a_{n-1}} - \bar{p}_n), \quad (10.144)$$

onde \bar{p}_n é a pressão média no contato reservatório-aquífero durante o intervalo de tempo Δt_n . Admitindo-se que os intervalos de tempo (Δt_n) sejam constantes, denomina-se D a seguinte constante:

⁶ Vide Seção 6.3 do Capítulo 6.

$$D = \left[1 - \exp\left(-\frac{J p_i \Delta t_n}{W_{ei}}\right) \right] \frac{W_{ei}}{P_i}. \quad (10.145)$$

Usando-se a definição da Eq. (10.145) na Eq. (10.144) obtém-se:

$$\Delta W_{en} = D (\bar{p}_{an-1} - \bar{p}_n). \quad (10.146)$$

A pressão média no contato reservatório-aquífero no intervalo de tempo Δt_n pode ser calculada através da média aritmética das pressões no contato nos instantes t_{n-1} e t_n , ou seja:

$$\bar{p}_n = \frac{p_{n-1} + p_n}{2}. \quad (10.147)$$

Substituindo-se a Eq. (10.147) na Eq. (10.146):

$$\Delta W_{en} = D \left(\bar{p}_{an-1} - \frac{p_{n-1} + p_n}{2} \right). \quad (10.148)$$

A equação de balanço de materiais para um reservatório de óleo subsaturado, admitindo-se produção nula de água, é dada por⁷:

$$W_e = N_p B_{oi} + (N_p c_o - N c_{eo}) \Delta p B_{oi}, \quad (10.149)$$

onde $\Delta p = p_i - p$ é a queda de pressão no reservatório em relação à pressão inicial p_i . No instante de tempo t_n a Eq. (10.149) pode ser escrita como:

$$W_{en-1} + \Delta W_{en} = N_{p_n} B_{oi} + (N_{p_n} c_o - N c_{eo}) B_{oi} (p_i - p_n), \quad (10.150)$$

onde se admite que a pressão no contato reservatório-aquífero (p_n) represente também a pressão média no interior da zona de óleo no instante t_n .

As Eqs. (10.143), (10.148) e (10.150) formam um sistema linear com três incógnitas: \bar{p}_{an} , p_n e ΔW_{en} . Substituindo-se a Eq. (10.148) na Eq. (10.150) obtém-se a seguinte expressão para o cálculo da pressão no contato óleo/água no instante t_n :

$$p_n = \frac{N_{p_n} B_{oi} + (N_{p_n} c_o - N c_{eo}) B_{oi} p_i - W_{en-1} - D \left(\bar{p}_{an-1} - \frac{p_{n-1}}{2} \right)}{(N_{p_n} c_o - N c_{eo}) B_{oi} - \frac{D}{2}}. \quad (10.151)$$

Após a determinação de p_n pode-se calcular, através da Eq. (10.148), o influxo de água ΔW_{en} no intervalo de tempo entre t_{n-1} e t_n . Finalmente, a Eq. (10.143) permite obter a pressão média do aquífero no final do intervalo, \bar{p}_{an} .

Caso o intervalo de tempo Δt_n não seja constante ao longo da previsão de comportamento, o valor da constante D , dada pela Eq. (10.145), terá que ser recalculado em cada passo do processo, antes da aplicação da Eq. (10.151).

Exemplo 10.5 – Um reservatório de óleo e um aquífero a ele adjacente apresentam as seguintes características:

Volume original de óleo $N = 23,593 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

⁷ Vide Capítulo 8.

Área do reservatório	$A = 6.078.059 \text{ m}^2$
Pressão inicial	$p_i = 281,30 \text{ kgf/cm}^2$
Pressão de bolha	$p_b = 98,40 \text{ kgf/cm}^2$
Porosidade	$\phi = 0,25$
Espessura da formação	$h = 27,4 \text{ m}$
Permeabilidade	$k = 150 \text{ md}$
Saturação de água conata na zona de óleo	$S_w = 0,32$
Compressibilidade do óleo	$c_o = 213,3 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da água	$c_w = 42,7 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Compressibilidade da formação	$c_f = 48,3 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$
Viscosidade da água	$\mu = 0,32 \text{ cp}$
Fator volume-formação inicial do óleo	$B_{oi} = 1,20 \text{ m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação da água	$B_w = 1,03 \text{ m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}$
Vazão de produção de óleo	$Q_o = 4.610 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{d}$

Para efeito de simplificação considere que o fator volume-formação do óleo permaneça aproximadamente constante e igual ao valor inicial. Admitindo que o raio do aquífero seja de aproximadamente 16.000 m e usando o método de Fetkovich, calcule a pressão no contato reservatório-aquífero e o influxo acumulado de água ao final dos primeiros 3 (três) anos de produção. Como o método de Fetkovich tem a tendência de oscilar em torno do valor correto durante os primeiros pontos calculados, divida o primeiro ano em 4 intervalos de tempo iguais.

Solução:

A pressão no contato reservatório-aquífero é calculada através da Eq. (10.151), ou seja:

$$p_n = \frac{N_{p_n} B_{oi} + (N_{p_n} c_o - N c_{eo}) B_{oi} p_i - W_{e_{n-1}} - D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} \right)}{(N_{p_n} c_o - N c_{eo}) B_{oi} - \frac{D}{2}},$$

onde:

$$c_{eo} = \frac{c_o S_o + c_w S_w + c_f}{1 - S_w} = \frac{(213,3 \times 0,68 + 42,7 \times 0,32 + 48,3) \times 10^{-6}}{1 - 0,32} = 304,4 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$$

$$D = \left[1 - \exp \left(- \frac{J p_i \Delta t_n}{W_{ei}} \right) \right] \frac{W_{ei}}{p_i}$$

$$A = \pi r_o^2 \Rightarrow 6.078.059 \text{ m}^2 = \pi r_o^2 \Rightarrow r_o = 1.391 \text{ m}$$

$$J = \frac{0,05255 kh}{\mu_w \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_o} \right) - \frac{3}{4} \right]} = \frac{0,05255 \times 150 \times 27,4}{0,32 \times \left[\ln \left(\frac{16.000}{1.391} \right) - \frac{3}{4} \right]} = 398,8 \frac{\text{m}^3 / \text{d}}{\text{kgf/cm}^2}$$

$$c_t = c_w + c_f = (42,7 + 48,3) \times 10^{-6} = 91 \times 10^{-6} (\text{kgf/cm}^2)^{-1}$$

$$W_{ei} = \pi (r_e^2 - r_o^2) \phi h c_t p_i = 3,1416 \times [(16.000)^2 - (1.391)^2] \times 0,25 \times 27,4 \times 91 \times 10^{-6} \times 281,30$$

$$W_{ei} = 139.957.641 \text{ m}^3.$$

Portanto,

$$D = \frac{139.957.641}{281,30} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{398,8 \times 281,30}{139.957.641} \Delta t_n (d) \right] \right\} = 497.539 \left\{ 1 - \exp \left[- 801,546 \times 10^{-6} \Delta t_n (d) \right] \right\}$$

$$D = 497.539 \left\{ 1 - \exp \left[- 801,546 \times 10^{-6} \times 365 \times \Delta t_n (ano) \right] \right\} = 497.539 \left\{ 1 - \exp \left[- 0,292564 \Delta t_n (ano) \right] \right\} .$$

Assim, a pressão no contato reservatório-aquífero, no instante de tempo t_n , é dada por:

$$p_n = \frac{1,20N_{p_n} + 10^{-6} (213,3N_{p_n} - 23,593 \times 10^6 \times 304,4) \times 1,20 \times 281,3 - W_{e_{n-1}} - D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} \right)}{(213,3 \times 10^{-6} N_{p_n} - 23,593 \times 10^6 \times 304,4 \times 10^{-6}) \times 1,20 - \frac{D}{2}}$$

$$p_n = \frac{1,20N_{p_n} + 72.002 \times 10^{-6} (N_{p_n} - 33,670 \times 10^6) - W_{e_{n-1}} - D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} \right)}{255,96 \times 10^{-6} (N_{p_n} - 33,670 \times 10^6) - \frac{D}{2}} .$$

O influxo de água durante o intervalo de tempo Δt_n é determinado pela Eq. (10.148):

$$\Delta W_{e_n} = D \left(\bar{p}_{a_{n-1}} - \frac{p_{n-1}}{2} - \frac{p_n}{2} \right)$$

e o influxo acumulado é calculado por:

$$W_{e_n} = W_{e_{n-1}} + \Delta W_{e_n} .$$

A pressão média do aquífero é calculada através da Eq. (10.143):

$$\bar{p}_{a_n} = p_i - \frac{p_i}{W_{ei}} (W_{e_{n-1}} + \Delta W_{e_n}) = 281,3 - \frac{281,3}{139.957.641} W_{e_n} = 281,3 - 2,010 \times 10^{-6} W_{e_n} .$$

A Tabela 10.8 apresenta um resumo dos cálculos efetuados e as respostas do problema nas colunas p_n (pressão no contato) e W_{e_n} (influxo acumulado). Nessa tabela, $N_{p_n} = Q_o t_n$ e as pressões são dadas em kgf/cm^2 .

Tabela 10.8 – Resultados do Exemplo 10.5

t_n	Δt_n	D	N_{p_n}	$\bar{p}_{a_{n-1}}$	p_{n-1}	$W_{e_{n-1}}$	p_n	ΔW_{e_n}	W_{e_n}	\bar{p}_{a_n}
n		$\frac{m^3}{kgf/cm^2}$	$m^3 std$			$10^6 m^3$		$10^6 m^3$	$10^6 m^3$	
	ano	ano								
0	0	0	0	–	–	–	281,3	–	0	281,3
1	¼	¼	420.662	281,3	281,3	0	261,9	0,340	0,340	280,6
2	½	¼	841.325	280,6	261,9	0,340	267,7	0,554	0,894	279,5
3	¾	¼	1.261.988	279,5	267,7	0,894	264,1	0,477	1,371	278,5
4	1	¼	1.682.650	278,5	264,1	1,371	264,0	0,507	1,878	277,5
5	2	1	3.365.300	277,5	264,0	1,878	259,4	1,994	3,872	273,5

6	3	1	126.202	5.047.950	273,5	259,4	3,872	255,9	2,000	5,872	269,5
---	---	---	---------	-----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

10.4.2. Método de van Everdingen & Hurst

Este método baseia-se no modelo de van Everdingen & Hurst (1949)⁸ para cálculo do influxo de água. O processo para previsão de comportamento a ser descrito a seguir é aplicável tanto para reservatórios subsaturados como para reservatórios saturados.

Como em qualquer método de previsão de comportamento baseado em soluções analíticas, no método de van Everdingen & Hurst também são utilizadas a equação de balanço de materiais e uma equação de cálculo do influxo de água. Pelo fato de as variáveis envolvidas aparecerem implicitamente tanto na equação de balanço de materiais como na equação do influxo, neste método o processo torna-se iterativo. Isso possibilita uma maior abrangência do método em termos de saturação do fluido no reservatório, sendo válido para qualquer intervalo de pressão, seja acima ou abaixo da pressão de bolha do sistema, o que não ocorre por exemplo com o método de Fetkovich (1971), o qual é aplicável somente a reservatórios subsaturados.

Uma outra vantagem do método a ser apresentado nesta seção, em relação a alguns dos demais métodos de previsão de comportamento de reservatórios de óleo sujeitos ao influxo de água, é que ele pode ser aplicado para qualquer geometria de aquífero e qualquer regime de fluxo, desde que se disponha da solução para o cálculo do influxo adimensional de água, ainda que seja uma solução semi-analítica ou mesmo uma tabela de valores de influxo acumulado adimensional em função do tempo adimensional.

A equação de balanço de materiais para um reservatório saturado, sem capa de gás, pode ser escrita como⁹:

$$N(B_t - B_{ti}) = N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e \quad , \quad (10.152)$$

onde N_p é a produção acumulada de óleo que se pretende obter, R_p é a razão gás/óleo acumulada que se estima que acontecerá até o instante em que a produção acumulada de óleo for N_p , e W_p é a produção acumulada de água esperada. Os valores de R_p e de W_p devem ser estimados em função das características do sistema aquífero-reservatório identificadas durante o ajustamento de histórico.

A Figura 10.5 ilustra o comportamento da pressão durante o processo de previsão.

⁸ Vide Seção 6.1 do Capítulo 6.

⁹ Vide Capítulo 8.

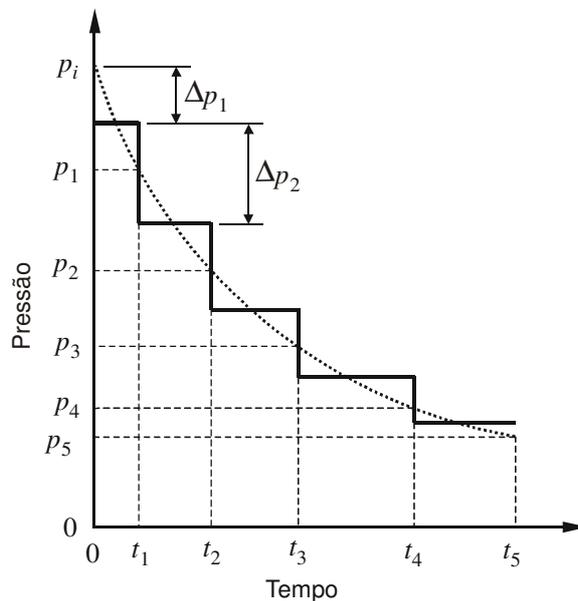


Figura 10.5 – Declínio de pressão em um reservatório de petróleo.

Até o nível de tempo $n-1$ todas as variáveis dependentes do problema (pressão do reservatório e influxo acumulado) já foram determinadas. O próximo passo é a determinação da pressão do reservatório (admitida como sendo a mesma daquela existente na posição original do contato óleo/água) no nível de tempo n , isto é, no tempo adimensional t_{Dn} . Para isso é necessário o cálculo do influxo acumulado até o nível de tempo n , o qual usando-se o modelo de van Everdingen & Hurst pode ser representado por:

$$W_{en} = U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}). \quad (10.153)$$

A Eq. (10.153) pode ser expandida como:

$$W_{en} = U \sum_{j=0}^{n-2} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}) + U \Delta p_{n-1} W_D(t_{Dn} - t_{Dn-1}). \quad (10.154)$$

Utilizando-se a discretização da curva de pressão conforme apresentada no modelo de van Everdingen & Hurst, pode-se escrever que:

$$\Delta p_{n-1} = \frac{p_{n-2} - p_n}{2}. \quad (10.155)$$

Substituindo a Eq. (10.155) na Eq. (10.154):

$$W_{en} = U \sum_{j=0}^{n-2} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}) + U \left(\frac{p_{n-2} - p_n}{2} \right) W_D(t_{Dn} - t_{Dn-1}). \quad (10.156)$$

Na Eq. (10.156) existem duas incógnitas: W_{en} e p_n . Estas duas variáveis estão relacionadas através da equação de balanço de materiais, Eq. (10.152):

$$N(B_{in} - B_{ii}) = N_{p_n} [B_{in} + (R_{p_n} - R_{si})B_{g_n}] + W_{p_n} B_{w_n} - W_{en}. \quad (10.157)$$

Uma maneira conveniente de resolver o sistema formado pelas Eqs. (10.156) e (10.157) é através de um processo iterativo. Por exemplo, pode ser seguida a seqüência:

- 1) Estimar o influxo acumulado até o nível de tempo n usando a Eq. (10.157), com as propriedades dos fluidos avaliadas no nível de pressão anterior (p_{n-1}):

$$W_{en}^{k-1} = -N(B_{tn-1} - B_{ti}) + N_{pn} \left[B_{tn-1} + (R_{pn} - R_{si}) B_{gn-1} \right] + W_{pn} B_{wn-1},$$

onde k refere-se ao nível de iteração.

- 2) Estimar o novo valor de pressão através da Eq. (10.156):

$$p_n^{k-1} = p_{n-2} - \frac{2}{UW_D(t_{Dn} - t_{Dn-1})} \left[W_{en}^{k-1} - U \sum_{j=0}^{n-2} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}) \right].$$

- 3) Reavaliar as propriedades dos fluidos com a nova pressão p_n^{k-1} e recalculer o influxo acumulado através da equação do passo 1, ou seja, obter W_{en}^k .
- 4) Calcular p_n^k usando a equação do passo 2 e comparar com p_n^{k-1} . Se a diferença for menor que uma tolerância previamente estabelecida, prosseguir para o nível de tempo seguinte ($n+1$). Caso contrário, voltar ao passo 1 para uma nova iteração.

10.4.3. Método simplificado de Hurst

O método simplificado de Hurst (1958) é aplicável a reservatórios subsaturados ou saturados, conectados a aquíferos laterais com geometria de fluxo linear ou radial, em regime de influxo transiente. Portanto, no caso real de aquíferos finitos, a técnica somente é válida durante o período em que o aquífero comporta-se como infinito, ou seja, até o instante em que começam a aparecer os efeitos do limite externo do aquífero. Essas hipóteses simplificadoras, no entanto, permitem o desenvolvimento de um método que pode ser considerado praticamente analítico.

Para o cálculo do influxo de água o método simplificado de Hurst faz uso do modelo de van Everdingen & Hurst (1949), descrito no Capítulo 6. Em relação ao método de Fetkovich (1971), apresentado na Seção 10.4.1, o de Hurst apresenta a vantagem de não depender de nenhuma aproximação no modelo de cálculo do influxo de água. Com relação ao método iterativo baseado no modelo de van Everdingen & Hurst, descrito na Seção 0, a técnica de Hurst tem a vantagem de possibilitar o cálculo explícito da pressão e do influxo, dispensando qualquer necessidade de iteração. O método de Hurst, no entanto, possui a desvantagem de requerer o uso do princípio da superposição de efeitos para levar em consideração um esquema de produção de óleo com vazão variável.

a) Reservatórios subsaturados

A equação de balanço de materiais para reservatórios subsaturados submetidos ao influxo de água pode ser expressa por¹⁰:

$$W_e = N_p B_o - N B_{oi} c_{eo} \Delta p, \quad (10.158)$$

onde p é a pressão no reservatório de óleo, $\Delta p = p_i - p$ é a queda da pressão (média) no reservatório em relação à pressão original e c_{eo} é a compressibilidade efetiva do óleo, dada por:

¹⁰ Vide Capítulo 8.

$$c_{eo} = \frac{c_o S_o + c_w S_w + c_f}{1 - S_w}. \quad (10.159)$$

A Eq. (10.158) é a forma correta da Eq. 7 do artigo de Hurst (1958). Para obter a Eq. 7 daquele trabalho o autor efetuou duas hipóteses simplificadoras desnecessárias e nem sempre válidas. Ele admitiu $N \gg N_p$ e desprezou as compressibilidades da água e da rocha. A primeira hipótese, por exemplo, pode não se verificar se houver forte influência do aquífero (manutenção da pressão em níveis elevados durante muito tempo).

Aquífero linear infinito

A Figura 10.6 mostra esquematicamente um reservatório de óleo conectado a um aquífero linear infinito. A equação diferencial parcial que rege o comportamento da pressão no interior do aquífero é dada por (Vide Capítulo 3):

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \Delta p}{\partial t}, \quad (10.160)$$

onde $\Delta p = p_i - p$ é a queda de pressão no aquífero e η a constante de difusividade hidráulica. A condição inicial é:

$$\Delta p(x, 0) = 0. \quad (10.161)$$

A condição de contorno interna, para o caso em que a pressão no contato óleo/água se mantém constante e igual a p_0 , é:

$$\Delta p(0, t) = \Delta p_0. \quad (10.162)$$

A condição de contorno externa, para o caso de aquífero infinito, isto é, para o caso em que o regime de fluxo seja ainda transiente, é dada por:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Delta p(x, t) = 0. \quad (10.163)$$

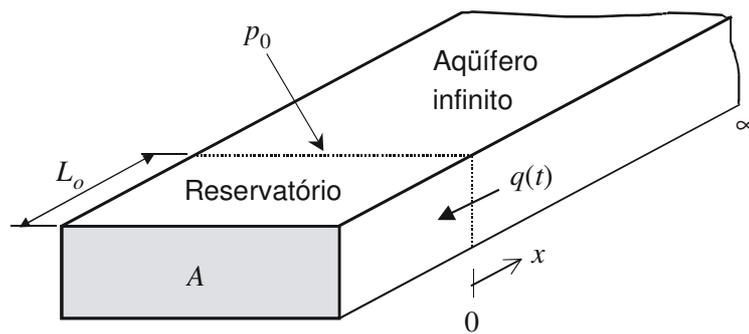


Figura 10.6 – Reservatório de óleo conectado a um aquífero lateral linear.

Resolvendo-se a equação diferencial (10.160), com as condições impostas nas Eqs. (10.161), (10.162) e (10.163), obtém-se a solução para o comportamento da pressão no aquífero em função da posição e do tempo, isto é, $\Delta p = \Delta p(x, t)$. A aplicação da lei de Darcy permite o cálculo da vazão de água $q(t)$ na face interna do aquífero. O influxo de água acumulado é então obtido pela integração da vazão ao longo do tempo:

$$W_e = \int_0^t q(t) dt, \quad (10.164)$$

o que resulta em:

$$W_e = 2A\phi c_t \Delta p_0 \sqrt{\frac{k t}{\pi \phi \mu c_t}}, \quad (10.165)$$

onde $c_t = c_w + c_f$ é a compressibilidade total do aquífero e μ a viscosidade da água.

Definindo-se a variável *tempo adimensional* como:

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_t L^2}, \quad (10.166)$$

a expressão do influxo acumulado pode ser escrita como:

$$W_e = AL\phi c_t \Delta p_0 \left(2\sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \right). \quad (10.167)$$

O parâmetro L que aparece nas Eqs. (10.166) e (10.167) é um comprimento arbitrário qualquer, introduzido apenas para adimensionalizar o tempo. Portanto, neste caso L não tem nenhum significado físico. Por simplicidade pode-se adotar L como sendo unitário.

Definindo:

$$W_D(t_D) = 2\sqrt{\frac{t_D}{\pi}}, \quad (10.168)$$

a Eq. (10.167) pode ser escrita como:

$$W_e = AL\phi c_t \Delta p_0 W_D(t_D). \quad (10.169)$$

Vale ressaltar que a Eq. (10.169) só é aplicável quando a queda de pressão no contato, Δp_0 , é constante. Durante a produção do reservatório, é de se esperar que a pressão média no seu interior varie com o decorrer do tempo. Como o método de previsão admite que a pressão no contato óleo/água seja igual à pressão média na zona de óleo, o cálculo do influxo acumulado de água deverá levar em consideração esse fato. O princípio da superposição, também conhecido como o princípio de Duhamel, é utilizado para, a partir da solução de pressão constante no contato, Eq. (10.169), obter a solução de pressão variável. O princípio da superposição estabelece que:

$$W_e = AL\phi c_t \int_0^{t_D} \Delta p(\tau) W_D'(t_D - \tau) d\tau, \quad (10.170)$$

onde W_e é o influxo para uma variação qualquer $\Delta p(t)$ no contato; $W_D'(t_D - \tau)$ é a derivada em relação ao tempo do influxo adimensional para o caso de pressão constante no contato, avaliada no ponto $(t_D - \tau)$ e τ é apenas uma variável muda de integração.

Como o esquema de produção do reservatório, $Q_o(t)$, é conhecido (estabelecido por quem está efetuando o estudo de previsão do comportamento), o valor da produção acumulada de óleo que aparece na Eq. (10.158) pode ser substituído por $N_p = Q_o(t) t$. Por simplicidade admite-se, neste ponto, que o reservatório será produzido com vazão constante Q_o . Esta simplificação será removida oportunamente com a aplicação do princípio da superposição de efeitos. Assim, considerando que a produção do reservatório se dará a uma vazão constante Q_o , a Eq. (10.158) pode ser escrita como:

$$W_e = B_o Q_o t - NB_{oi} c_{eo} \Delta p. \quad (10.171)$$

Substituindo-se a Eq. (10.170) na Eq. (10.171) e utilizando-se a definição de t_D dada pela Eq. (10.166), obtém-se:

$$AL\phi c_t \int_0^{t_D} \Delta p(\tau) W'_D(t_D - \tau) d\tau = \frac{\phi \mu c_t L^2}{k} B_o Q_o t_D - NB_{oi} c_{eo} \Delta p. \quad (10.172)$$

A Eq. (10.172) tem que ser resolvida para $\Delta p(t)$, queda de pressão no reservatório. Uma forma de simplificar o problema é utilizar a técnica de transformadas de Laplace com o objetivo de eliminar a integral da equação e tornar a explicitação de $\overline{\Delta p}$, transformada de Δp , uma operação algébrica. Tomando a transformada de Laplace da Eq. (10.172) com relação ao tempo t_D , obtém-se:

$$AL\phi c_t \mathcal{L} \left[\int_0^{t_D} \Delta p(\tau) W'_D(t_D - \tau) d\tau \right] = \frac{\phi \mu c_t L^2}{k} B_o Q_o \frac{1}{u^2} - NB_{oi} c_{eo} \overline{\Delta p}(u), \quad (10.173)$$

onde \mathcal{L} refere-se à transformada de Laplace e u é a variável de Laplace.

Neste ponto são utilizadas duas importantes propriedades da transformada de Laplace: a propriedade da convolução (item 29.2.8 do livro de Abramowitz & Stegun, 1965),

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left\{ \int_0^{t_D} \Delta p(\tau) W'_D(t_D - \tau) d\tau \right\} &= \mathcal{L} \{ \Delta p \} \mathcal{L} \{ W'_D \} \\ &= \overline{\Delta p}(u) \mathcal{L} \{ W'_D \}, \end{aligned} \quad (10.174)$$

e a propriedade da derivada (item 29.2.4 do livro de Abramowitz & Stegun),

$$\mathcal{L} \{ W'_D \} = u \overline{W_D}(u) - W_D(0). \quad (10.175)$$

Como o influxo acumulado é zero no instante inicial, isto é, $W_D(0) = 0$, a substituição das Eqs. (10.174) e (10.175) na Eq. (10.173) resulta em:

$$AL\phi c_t u \overline{W_D}(u) \overline{\Delta p}(u) = \frac{\phi \mu c_t L^2}{k} B_o Q_o \frac{1}{u^2} - NB_{oi} c_{eo} \overline{\Delta p}(u) \quad (10.176)$$

ou

$$\overline{\Delta p}(u) = \frac{\phi \mu c_t L^2 B_o Q_o}{k u^2 \left[AL\phi c_t u \overline{W_D}(u) + NB_{oi} c_{eo} \right]}, \quad (10.177)$$

após explicitar $\overline{\Delta p}$.

Segundo Abramowitz & Stegun (item 29.3.5), a transformada de Laplace do influxo acumulado adimensional, definido pela Eq. (10.168), é:

$$\overline{W_D}(u) = \frac{1}{u\sqrt{u}}, \quad (10.178)$$

que substituído na Eq. (10.177) resulta em:

$$\overline{\Delta p}(u) = \frac{\phi \mu c_t L^2 B_o Q_o}{k u^2 \left[AL\phi c_t \frac{1}{\sqrt{u}} + NB_{oi} c_{eo} \right]}. \quad (10.179)$$

Define-se:

$$\lambda = \frac{AL\phi c_t}{NB_{oi} c_{eo}} = \frac{L c_t}{L_o c_{to}}, \quad (10.180)$$

onde L_o é o comprimento do reservatório (Figura 10.6) e

$$c_{io} = c_o S_o + c_w S_w + c_f \quad (10.181)$$

é a compressibilidade total do reservatório.

Usando a definição de λ dada pela Eq. (10.180), a Eq. (10.179) simplifica-se para:

$$\overline{\Delta p}(u) = \frac{\lambda \mu L B_o Q_o}{k A} \frac{1}{u \sqrt{u} (\lambda + \sqrt{u})}, \quad (10.182)$$

cujas transformada de Laplace inversa pode ser escrita como:

$$\Delta p(t_D) = \frac{\mu L B_o Q_o}{k A \lambda} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\lambda^2}{u \sqrt{u} (\lambda + \sqrt{u})} \right\}. \quad (10.183)$$

O operador \mathcal{L}^{-1} se refere à operação de tomar a transformada de Laplace inversa. A transformada inversa mostrada na Eq. (10.183) possui inversão analítica para o campo real, a qual pode ser obtida de uma tabela de transformadas. O item 29.3.45 da tabela de transformadas do livro de Abramowitz & Stegun diz que:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{b^2 - a^2}{(u - a^2) \sqrt{u} (b + \sqrt{u})} \right\} = \exp(a^2 t) \left[\frac{b}{a} \operatorname{erf}(a \sqrt{t}) - 1 \right] + \exp(b^2 t) \operatorname{erfc}(b \sqrt{t}), \quad (10.184)$$

onde a e b são constantes, $\operatorname{erf}(z)$ é a função erro do argumento z e $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$ é a função erro complementar, definida por:

$$\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty \exp(-\xi^2) d\xi = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-\xi^2) d\xi. \quad (10.185)$$

Da comparação das Eqs. (10.183) e (10.184) constata-se que, neste caso, $a = 0$ e $b = \lambda$. Assim, a Eq. (10.184) será escrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\lambda^2}{u \sqrt{u} (\lambda + \sqrt{u})} \right\} &= \left[\lambda \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\operatorname{erf}(a \sqrt{t})}{a} - 1 \right] + \exp(\lambda^2 t) \operatorname{erfc}(\lambda \sqrt{t}) \\ &= 2\lambda \sqrt{\frac{t}{\pi}} - 1 + \exp(\lambda^2 t) \operatorname{erfc}(\lambda \sqrt{t}). \end{aligned} \quad (10.186)$$

Vale notar que na Eq. (10.186) utilizou-se a regra de L'Hospital e a regra de Leibnitz (regra da derivada de uma integral) para escrever que:

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\operatorname{erf}(a \sqrt{t})}{a} = \lim_{a \rightarrow 0} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(a^2 t) \sqrt{t} \right] = 2 \sqrt{\frac{t}{\pi}}. \quad (10.187)$$

Finalmente, usando a Eq. (10.186) na Eq. (10.183) obtém-se:

$$\Delta p(t_D) = \frac{\mu L B_o Q_o}{k A \lambda} \left[\exp(\lambda^2 t_D) \operatorname{erfc}(\lambda \sqrt{t_D}) + 2\lambda \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} - 1 \right]. \quad (10.188)$$

Definindo-se:

$$M(\lambda \sqrt{t_D}) = \exp(\lambda^2 t_D) \operatorname{erfc}(\lambda \sqrt{t_D}) + 2\lambda \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} - 1, \quad (10.189)$$

a Eq. (10.188) também pode ser escrita como:

$$\Delta p(t_D) = \frac{\mu L B_o Q_o}{k A \lambda} M(\lambda \sqrt{t_D}). \quad (10.190)$$

A Eq. (10.190) descreve o comportamento da queda de pressão no reservatório (ou na face interna do aquífero) com o tempo, quando o mesmo é produzido com vazão constante Q_o . A função erro complementar $\text{erfc}(z)$ está definida na Eq. (10.185) e os valores de $M(\lambda\sqrt{t_D})$ podem ser obtidos da Tabela 10.9.

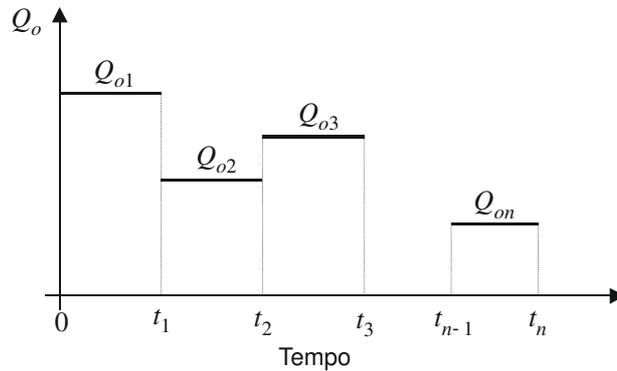
Tabela 10.9 – Valores de $M(z = \lambda\sqrt{t_D})$

z	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z)$	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z) + \frac{2z}{\sqrt{\pi}} - 1$	z	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z)$	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z) + \frac{2z}{\sqrt{\pi}} - 1$
0,00	1,00000	0,00000	1,00	0,42758	0,55596
0,02	0,97783	0,00039	1,05	0,41430	0,59910
0,04	0,95642	0,00155	1,10	0,40173	0,64295
0,06	0,93574	0,00344	1,15	0,38983	0,68746
0,08	0,91576	0,00603	1,20	0,37854	0,73259
0,10	0,89646	0,00929	1,25	0,36782	0,77830
0,12	0,87779	0,01320	1,30	0,35764	0,82454
0,14	0,85974	0,01771	1,35	0,34796	0,87127
0,16	0,84228	0,02282	1,40	0,33874	0,91847
0,18	0,82538	0,02849	1,45	0,32996	0,96611
0,20	0,80902	0,03470	1,50	0,32159	1,01415
0,22	0,79318	0,04142	1,55	0,31359	1,06258
0,24	0,77784	0,04865	1,60	0,30595	1,11136
0,26	0,76297	0,05635	1,65	0,29865	1,16048
0,28	0,74857	0,06451	1,70	0,29166	1,20991
0,30	0,73460	0,07311	1,75	0,28497	1,25964
0,32	0,72106	0,08214	1,80	0,27856	1,30964
0,34	0,70792	0,09157	1,85	0,27241	1,35991
0,36	0,69517	0,10139	1,90	0,26651	1,41043
0,38	0,68280	0,11158	1,95	0,26084	1,46118
0,40	0,67079	0,12214	2,00	0,25540	1,51215
0,42	0,65912	0,13304	2,05	0,25016	1,56334
0,44	0,64779	0,14428	2,10	0,24512	1,61472
0,46	0,63679	0,15584	2,15	0,24027	1,66628
0,48	0,62609	0,16771	2,20	0,23559	1,71803
0,50	0,61569	0,17988	2,25	0,23109	1,76994
0,52	0,60588	0,19234	2,30	0,22674	1,82201
0,54	0,59574	0,20507	2,35	0,22255	1,87424
0,56	0,58618	0,21807	2,40	0,21850	1,92661
0,58	0,57687	0,23133	2,45	0,21459	1,97912
0,60	0,56780	0,24483	2,50	0,21081	2,03175
0,62	0,55898	0,25858	2,60	0,20361	2,13740
0,64	0,55039	0,27256	2,70	0,19687	2,24350
0,66	0,54203	0,28676	2,80	0,19055	2,35001
0,68	0,53387	0,30117	2,90	0,18460	2,45690
0,70	0,52593	0,31580	3,00	0,17900	2,56414
0,72	0,51819	0,33062	3,10	0,17372	2,67169
0,74	0,51064	0,34564	3,20	0,16873	2,77954
0,76	0,50328	0,36085	3,30	0,16401	2,88766
0,78	0,49610	0,37624	3,40	0,15954	2,99602
0,80	0,48910	0,39180	3,50	0,15529	3,10462
0,82	0,48227	0,40754	3,60	0,15127	3,21343
0,84	0,47560	0,42344	3,70	0,14743	3,32244
0,86	0,46909	0,43950	3,80	0,14379	3,43163
0,88	0,46274	0,45571	3,90	0,14031	3,54099
0,90	0,45653	0,47207	4,00	0,13700	3,65052
0,92	0,45047	0,48858	4,10	0,13383	3,76019
0,94	0,44455	0,50523	4,20	0,13081	3,87000
0,96	0,43876	0,52201	4,30	0,12791	3,97994
0,98	0,43311	0,53892	4,40	0,12514	4,09001

Tabela 10.9 – Valores de $M(z = \lambda\sqrt{t_D})$ (continuação)

z	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z)$	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z) + \frac{2z}{\sqrt{\pi}} - 1$	z	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z)$	$e^{z^2} \operatorname{erfc}(z) + \frac{2z}{\sqrt{\pi}} - 1$
4,50	0,12248	4,20019	7,00	0,07980	6,97845
4,60	0,11994	4,31048	7,20	0,07762	7,20195
4,70	0,11749	4,42087	7,40	0,07556	7,42557
4,80	0,11514	4,53136	7,60	0,07361	7,64929
4,90	0,11288	4,64194	7,80	0,07175	7,87311
5,00	0,11070	4,75260	8,00	0,06999	8,09702
5,20	0,10659	4,97417	8,20	0,06830	8,32101
5,40	0,10277	5,19602	8,40	0,06670	8,54508
5,60	0,09321	5,41814	8,60	0,06517	8,76923
5,80	0,09589	5,64049	8,80	0,06371	8,99344
6,00	0,09278	5,86305	9,00	0,06231	9,21772
6,20	0,08986	6,08581	9,20	0,06097	9,44206
6,40	0,08712	6,30874	9,40	0,05969	9,66645
6,60	0,08453	6,53184	9,60	0,05846	9,89090
6,80	0,08210	6,75508	9,80	0,05727	10,11539

Suponha agora que o esquema de produção de óleo a ser implementado para o reservatório seja aquele mostrado na Figura 10.7.

**Figura 10.7** – Esquema de produção de óleo com vazão variável.

A aplicação do princípio da superposição de efeitos para o cálculo da queda de pressão na face interna do aquífero resulta em:

$$\Delta p(t_{Dn}) = \frac{\mu L B_o}{k A \lambda} \left[Q_{o1} M(\lambda\sqrt{t_{Dn}}) + (Q_{o2} - Q_{o1}) M(\lambda\sqrt{t_{Dn} - t_{D1}}) + \right. \\ \left. + (Q_{o3} - Q_{o2}) M(\lambda\sqrt{t_{Dn} - t_{D2}}) + \dots + (Q_{on} - Q_{on-1}) M(\lambda\sqrt{t_{Dn} - t_{Dn-1}}) \right]. \quad (10.191)$$

Definindo:

$$\Delta Q_{oj} = Q_{oj+1} - Q_{oj}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n-1, \quad (10.192)$$

a Eq. (10.191) pode ser escrita numa forma mais compacta:

$$\Delta p(t_{Dn}) = \frac{\mu L B_o}{k A \lambda} \left[Q_{o1} M(\lambda \sqrt{t_{Dn}}) + \sum_{j=1}^{n-1} \Delta Q_{oj} M(\lambda \sqrt{t_{Dn} - t_{Dj}}) \right]. \quad (10.193)$$

Aqüífero radial infinito

A Figura 10.8 mostra esquematicamente um reservatório de óleo conectado a um aqüífero radial infinito.

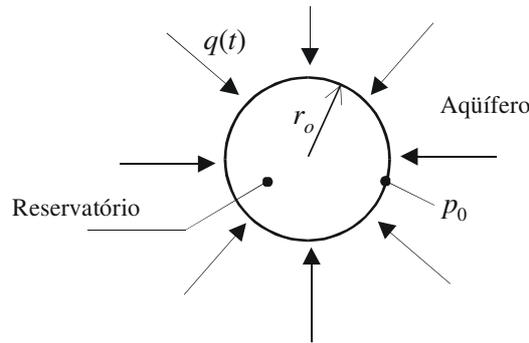


Figura 10.8 – Sistema reservatório-aqüífero com geometria de fluxo radial.

A equação diferencial parcial que representa o escoamento nesse sistema é (Vide Capítulo 3):

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta p}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \Delta p}{\partial t}, \quad (10.194)$$

onde $\Delta p = p_i - p$ é a queda de pressão no aqüífero e η a constante de difusividade hidráulica. A condição inicial é:

$$\Delta p(r, t = 0) = 0. \quad (10.195)$$

As condições de contorno interna e externa, para o caso de pressão constante p_0 no contato óleo/água, são respectivamente:

$$\Delta p(r_o, t) = \Delta p_0, \quad (10.196)$$

onde r_o é o raio do reservatório, e:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Delta p(r, t) = 0. \quad (10.197)$$

O influxo acumulado para esse sistema é dado por (van Everdingen & Hurst, 1949):

$$W_e(t_D) = 2\pi\phi h c_i r_o^2 \Delta p_0 W_D(t_D), \quad (10.198)$$

onde $W_D(t_D)$ é o influxo acumulado adimensional e t_D é o tempo adimensional, definido como:

$$t_D = \frac{k t}{\phi \mu c_i r_o^2}. \quad (10.199)$$

O influxo acumulado adimensional $W_D(t_D)$ só tem solução analítica no campo de Laplace, dada por:

$$\overline{W_D}(u) = \frac{K_1(\sqrt{u})}{u\sqrt{u} K_0(\sqrt{u})}, \quad (10.200)$$

onde K_0 e K_1 são as funções de Bessel modificadas de segunda espécie de ordens zero e um, respectivamente, e u é a variável de Laplace.

Para queda de pressão no contato óleo/água variável, o princípio da superposição deve ser aplicado, usando-se a integral de convolução:

$$W_e(t_D) = 2\pi\phi h c_t r_o^2 \int_0^{t_D} \frac{d\Delta p(\tau)}{d\tau} W_D(t_D - \tau) d\tau, \quad (10.201)$$

onde W_e é o influxo para uma variação qualquer $\Delta p(t)$ no contato; $W_D(t_D - \tau)$ é o influxo adimensional para o caso de pressão constante no contato, avaliada no ponto $(t_D - \tau)$, e τ é apenas uma variável muda de integração.

Substituindo-se a Eq. (10.201) na equação de balanço de materiais, Eq. (10.158), e utilizando-se a definição de t_D , tem-se:

$$2\pi\phi h c_t r_o^2 \int_0^{t_D} \frac{d\Delta p(\tau)}{d\tau} W_D(t_D - \tau) d\tau = \frac{\phi \mu c_t r_o^2}{k} B_o Q_o t_D - N B_{oi} c_{eo} \Delta p. \quad (10.202)$$

Por simplicidade admite-se que o reservatório produz com vazão constante Q_o , isto é, $N_p = Q_o t$. Esta simplificação pode ser removida usando o princípio da superposição.

Tomando a transformada de Laplace da Eq. (10.202) com relação a t_D , obtém-se:

$$\left[2\pi\phi h c_t r_o^2 \frac{K_1(\sqrt{u})}{\sqrt{u} K_0(\sqrt{u})} + N B_{oi} c_{eo} \right] \overline{\Delta p}(u) = \frac{\phi \mu c_t r_o^2 B_o Q_o}{k u^2}. \quad (10.203)$$

Define-se:

$$\sigma_M = \frac{2\pi\phi h c_t r_o^2}{N B_{oi} c_{eo}} = 2 \frac{c_t}{c_{to}}, \quad (10.204)$$

onde $c_{to} = c_o S_o + c_w S_w + c_f$ é a compressibilidade total do reservatório.

Substituindo-se a Eq. (10.204) na Eq. (10.203) e explicitando-se a transformada de Laplace da queda de pressão, tem-se:

$$\overline{\Delta p}(u) = \frac{\sigma_M \mu B_o Q_o}{2\pi k h} \left\{ \frac{K_0(\sqrt{u})}{u\sqrt{u} [\sigma_M K_1(\sqrt{u}) + \sqrt{u} K_0(\sqrt{u})]} \right\}. \quad (10.205)$$

A inversão da transformada de Laplace da Eq. (10.205), utilizando a definição da transformada inversa, ou seja, a integral complexa de inversão, produz:

$$\Delta p(t_D) = \frac{\mu B_o Q_o}{2\pi k h} \sigma_M N(\sigma_M, t_D), \quad (10.206)$$

sendo:

$$N(\sigma_M, t_D) = \frac{4\sigma_M}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{[1 - \exp(-z^2 t_D)]}{z^3 \left\{ [\sigma_M J_1(z) - z J_0(z)]^2 + [\sigma_M Y_1(z) - z Y_0(z)]^2 \right\}} dz. \quad (10.207)$$

J_0 e J_1 são as funções de Bessel de primeira espécie de ordens zero e um, respectivamente, e Y_0 e Y_1 as funções de Bessel de segunda espécie de respectivas ordens zero e um. A Eq. (10.206) é a forma correta da Eq. 50 do artigo de Hurst (1958). Esta última envolve duas simplificações desnecessárias, como já foi comentado anteriormente.

A Figura 10.9 apresenta curvas do produto $\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$ em função do tempo adimensional t_D . O comportamento das curvas mostradas na Figura 10.9 é idêntico ao observado nas curvas-tipo utilizadas para análise de testes de pressão em poços que produzem de um reservatório homogêneo infinito, também conhecidas como curvas de Ramey (Agarwal *et alii*, 1970). A analogia entre os dois casos é perfeita. No caso do sistema reservatório-aquífero, o reservatório comporta-se como se fosse um poço e o aquífero como se fosse um reservatório infinito. O parâmetro σ_M , definido no caso de influxo de água, é equivalente ao inverso do coeficiente de estocagem adimensional no caso do sistema poço-reservatório. O produto $\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$ é equivalente à queda de pressão adimensional no caso do sistema poço-reservatório. Portanto, para tempos adimensionais suficientemente longos, o efeito de estocagem no reservatório desaparece e as diversas curvas tendem assintoticamente para aquela que representa o caso de estocagem nula, ou seja, aquela em que o parâmetro σ_M é infinitamente grande.

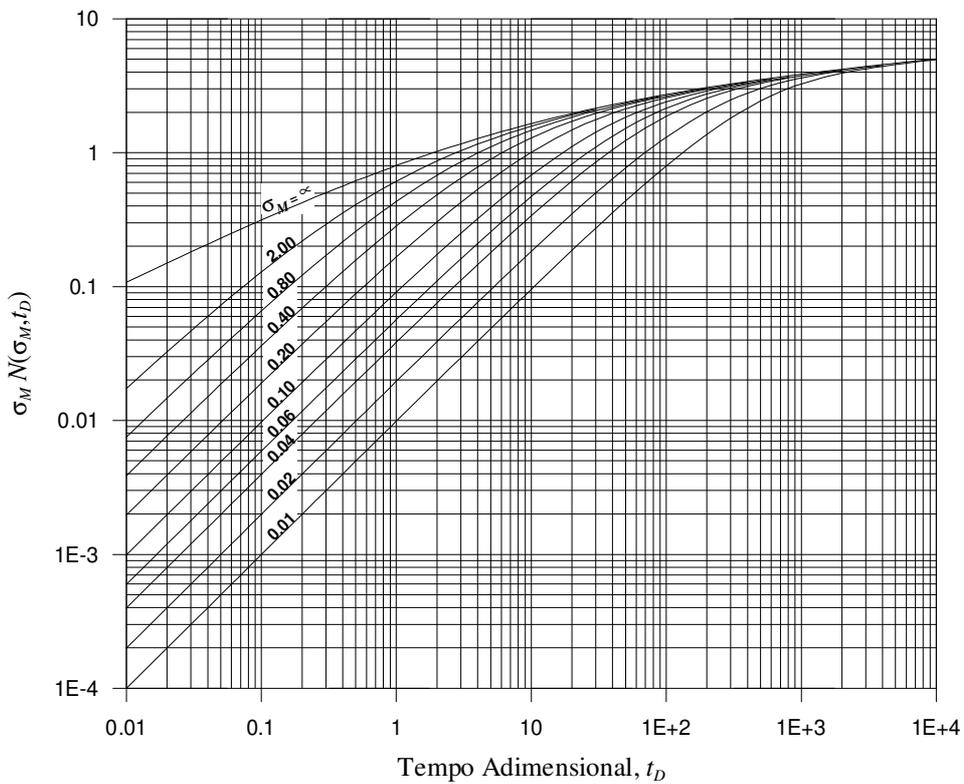


Figura 10.9 – Curvas da função $\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$ versus t_D .

A analogia entre esses dois modelos permite algumas facilidades, decorrentes do conhecimento das soluções aplicáveis à análise de testes de pressão em poços. Como exemplo, pode-se dizer que para tempos suficientemente longos a queda de pressão no poço, e portanto o produto $\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$, pode ser avaliado através da aproximação logarítmica para a solução do modelo da linha fonte, ou seja (Vide Capítulo 3):

$$\sigma_M N(\sigma_M, t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0,80907]. \quad (10.208)$$

Se a produção de óleo for realizada com vazão variável, como no gráfico da Figura 10.7, por exemplo, o uso do princípio da superposição de efeitos para o cálculo da queda de pressão no contato óleo/água resulta em:

$$\Delta p(t_{Dn}) = \frac{\mu B_o \sigma_M}{2\pi kh} \left[Q_{o1} M(\sigma_M, t_{Dn}) + \sum_{j=1}^{n-1} \Delta Q_{oj} M(\sigma_M, t_{Dn} - t_{Dj}) \right]. \quad (10.209)$$

Exemplo 10.6 – Utilizando os dados do Exemplo 10.5, admitindo comportamento de aquífero infinito e utilizando o método simplificado de Hurst calcule a pressão no contato óleo/água e o influxo acumulado ao final de cada um dos 3 (três) primeiros anos de produção, para os seguintes casos:

- (a) Aquífero radial.
 (b) Aquífero linear, admitindo que o reservatório de óleo seja aproximadamente retangular, com razão entre os lados de 4:1, e que o influxo de água ocorra através do lado de maior dimensão.

Solução:

Parte (a): Aquífero radial

- *Determinação da pressão*

A pressão no contato reservatório-aquífero é dada por

$$p(t_D) = p_i - \Delta p(t_D) = 281,30 - \Delta p(t_D),$$

onde a queda de pressão Δp é calculada pela Eq. (10.206), que nas unidades do exemplo é:

$$\Delta p(t_D) = \frac{19,03 Q_o B_o \mu}{kh} \sigma_M N(\sigma_M, t_D) = \frac{19,03 \times 4.610 \times 1,20 \times 0,32}{150 \times 27,4} \sigma_M N(\sigma_M, t_D)$$

$$\Delta p(t_D) = 8,19651 \sigma_M N(\sigma_M, t_D),$$

onde:

$$\sigma_M = 2 \frac{c_t}{c_{to}} = 2 \frac{c_w + c_f}{c_o S_o + c_w S_w + c_f} = 2 \frac{(42,7 + 48,3) \times 10^{-6}}{(213,3 \times 0,68 + 42,7 \times 0,32 + 48,3) \times 10^{-6}} = 0,879$$

$$t_D = \frac{0,0003484 k t (h)}{\phi \mu c_t r_o^2} = \frac{0,0003484 \times 150 \times 365 \times 24 \times t (ano)}{0,25 \times 0,32 \times (42,7 + 48,3) \times 10^{-6} \times (1.391)^2} = 32,500 \times t (ano)$$

e o valor de $\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$ é obtido da Figura 10.9. Como para $\sigma_M = 0,879$ e $t_D \geq 32$ a curva a ser usada na Figura 10.9 é praticamente aquela para a qual $\sigma_M = \infty$, isto é, os efeitos de compressibilidade (estocagem) no reservatório de óleo praticamente já desapareceram, pode-se calcular o produto $\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$ através da solução da linha fonte, dada pela Eq. (10.208):

$$\sigma_M N(\sigma_M, t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0,80907].$$

A tabela seguinte apresenta o resumo dos cálculos para a previsão do comportamento da pressão:

t (ano)	t_D	$\sigma_M N(\sigma_M, t_D)$	Δp (kgf / cm ²)	p (kgf / cm ²)
-----------	-------	-----------------------------	-------------------------------------	------------------------------

10-54 Previsão de Comportamento de Reservatórios Usando a Equação de Balanço de Materiais

1	32,50	2,1452	17,58	263,72
2	65,00	2,4917	20,42	260,88
3	97,50	2,6945	22,09	259,21

• *Determinação do influxo*

O influxo é calculado pela EBM, dada pela Eq. (10.158):

$$W_e = N_p B_o - N B_{oi} c_{eo} \Delta p,$$

onde:

$$N_p (m^3) = Q_o t = 4.610 \times 365 \times t(\text{ano}) = 1,6827 \times 10^6 \times t(\text{ano})$$

e

$$c_{eo} = \frac{c_o S_o + c_w S_w + c_f}{1 - S_w} = \frac{(213,3 \times 0,68 + 42,7 \times 0,32 + 48,3) \times 10^{-6}}{1 - 0,32} = 304,4 \times 10^{-6} (kgf / cm^2)^{-1}.$$

Portanto,

$$W_e = 1,20 \times N_p - 23,593 \times 10^6 \times 1,20 \times 304,4 \times 10^{-6} \Delta p = 1,20 \times N_p - 8618,05 \times \Delta p.$$

Os resultados do influxo estão apresentados na tabela a seguir:

$t(\text{ano})$	$N_p (m^3)$	$\Delta p (kgf / cm^2)$	$W_e (10^6 m^3)$
1	1.682.650	17,58	1,868
2	3.365.300	20,42	3,862
3	5.047.950	22,09	5,867

Parte (b): Aquífero linear

• *Determinação da pressão*

A pressão no contato reservatório-aquífero é dada por

$$p(t_D) = p_i - \Delta p(t_D) = 281,30 - \Delta p(t_D),$$

onde a queda de pressão Δp é calculada pela Eq. (10.190), que nas unidades do exemplo é:

$$\Delta p(t_D) = \frac{119,6 \mu L B_o Q_o}{k A \lambda} M(\lambda \sqrt{t_D}),$$

onde:

$$M(\lambda \sqrt{t_D}) = \exp(\lambda^2 t_D) \operatorname{erfc}(\lambda \sqrt{t_D}) + 2\lambda \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} - 1,$$

$$\lambda = \frac{L c_i}{L_o c_{io}},$$

$$t_D = \frac{0,0003484 k t(h)}{\phi \mu c_i L^2}$$

e

$$A = wh .$$

Neste caso, a largura do aquífero w é igual à do reservatório e L_o é o comprimento do reservatório. Como o reservatório tem razão entre os lados 4:1, $w = 4L_o$. Assim, a área superficial do reservatório é dada por $4L_o^2$, e portanto:

$$6.078.059 \text{ m}^2 = 4L_o^2 \Rightarrow L_o = 1.233 \text{ m}$$

$$w = 4L_o = 4 \times 1.233 = 4.932 \text{ m} .$$

Então:

$$\lambda = \frac{L c_t}{L_o c_{to}} = \frac{1 \times (42,7 + 48,3) \times 10^{-6}}{1.233 \times (213,3 \times 0,68 + 42,7 \times 0,32 + 48,3) \times 10^{-6}} = 356,53 \times 10^{-6}$$

e

$$t_D = \frac{0,0003484 k t (h)}{\phi \mu c_t L^2} = \frac{0,0003484 \times 150 \times 365 \times 24 \times t (ano)}{0,25 \times 0,32 \times (42,7 + 48,3) \times 10^{-6} \times 1^2} = 62,884 \times 10^6 \times t (ano) .$$

Nos cálculos de λ e t_D adotou-se $L = 1$, já que no caso de aquífero infinito o valor de L é arbitrário. Então,

$$\Delta p(t_D) = \frac{119,6 \mu L B_o Q_o}{k w h \lambda} M(\lambda \sqrt{t_D}) = \frac{119,6 \times 0,32 \times 1 \times 1,20 \times 4.610}{150 \times 4.932 \times 27,4 \times 356,53 \times 10^{-6}} M(\lambda \sqrt{t_D})$$

$$\Delta p(t_D) = 29,296 M(\lambda \sqrt{t_D})$$

$t(ano)$	$t_D(10^6)$	$\lambda^2 t_D$	$\lambda \sqrt{t_D}$	$M(\lambda \sqrt{t_D})$	$\Delta p (kgf / cm^2)$	$p (kgf / cm^2)$
1	62,884	7,993	2,827	2,379	69,69	211,61
2	125,77	15,987	3,998	3,650	106,93	174,37
3	188,65	23,980	4,897	4,639	135,90	145,40

- *Determinação do influxo*

Analogamente ao item (a), o influxo é calculado por:

$$W_e = 1,20 \times N_p - 8.618,05 \times \Delta p .$$

A tabela a seguir mostra os resultados do influxo para o caso de aquífero linear:

$t(ano)$	$N_p (m^3 std)$	$\Delta p (kgf / cm^2)$	$W_e (10^6 m^3)$
1	1.682.650	69,69	1,419
2	3.365.300	106,93	3,117
3	5.047.950	135,90	4,886

b) Reservatórios saturados

Abaixo da pressão de bolha, os efeitos de compressibilidade da água e da rocha podem ser desprezados quando comparados com os efeitos de compressibilidade do óleo e principalmente do gás que sai de solução do óleo. Neste caso, a equação de balanço de materiais, para um reservatório sem capa de gás, é expressa por¹¹:

$$N(B_t - B_{ti}) = N_p [B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e. \quad (10.210)$$

Admitindo que o fator volume-formação da água seja igual a 1 e derivando a Eq. (10.210) em relação ao tempo no instante t_M :

$$\begin{aligned} N \frac{dB_t}{dp} \frac{dp}{dt} = N_{pM} \frac{d[B_t + (R_p - R_{si})B_g]}{dp} \frac{dp}{dt} + \\ + \frac{dN_p}{dt} [B_{tM} + (R_{pM} - R_{si})B_{gM}] + \frac{dW_p}{dt} - \frac{dW_e}{dt}. \end{aligned} \quad (10.211)$$

Para uma vazão de óleo constante Q_o , tem-se que:

$$\frac{dN_p}{dt} = Q_o. \quad (10.212)$$

As derivadas das propriedades dos fluidos em relação à pressão podem ser obtidas numérica ou mesmo analiticamente, caso estejam disponíveis expressões que relacionem essas propriedades com a pressão. Definindo-se:

$$a_1 = \frac{dB_t}{d\Delta p}, \quad (10.213)$$

$$a_2 = \frac{d[B_t + (R_p - R_{si})B_g]}{d\Delta p} \quad (10.214)$$

e

$$a_3 = \frac{dW_p}{dN_p}, \quad (10.215)$$

onde $\Delta p = p_i - p$ é a queda de pressão no contato e a_3 é a razão água/óleo (RAO) instantânea, a Eq. (10.211) pode ser expressa como:

$$N a_1 \frac{d\Delta p}{dt} = N_{pM} a_2 \frac{d\Delta p}{dt} + Q_o [B_{tM} + (R_{pM} - R_{si})B_{gM} + a_3] - \frac{dW_e}{dt}. \quad (10.216)$$

Aquífero linear infinito

O influxo de água acumulado é determinado pela integral de convolução:

$$W_e(t_D) = AL\phi c_t \int_0^{t_D} \frac{d\Delta p(\tau)}{d\tau} W_D(t_D - \tau) d\tau, \quad (10.217)$$

onde W_e é o influxo para uma variação qualquer $\Delta p(t)$ no contato; $W_D(t_D - \tau)$ é o influxo adimensional para o caso de pressão constante no contato, avaliada no ponto $(t_D - \tau)$ e τ é apenas uma variável muda de integração. Neste caso, L é apenas um comprimento qualquer de referência utilizado na

¹¹ Vide Capítulo 8.

definição do tempo adimensional, Eq. (10.166), e não tem, portanto, nenhum significado físico. A derivada da Eq. (10.217) em relação a t_D é dada por:

$$\frac{dW_e}{dt_D} = AL\phi c_t \int_0^{t_D} \frac{d\Delta p(\tau)}{d\tau} \frac{dW_D(t_D - \tau)}{dt_D} d\tau. \quad (10.218)$$

Substituindo-se a Eq. (10.218) na Eq. (10.216), aplicando-se a transformada de Laplace em relação a t_D e explicitando-se a transformada da queda de pressão, obtém-se:

$$\overline{\Delta p}(u) = \frac{Q_o \mu L [B_{tM} + (R_{pM} - R_{si})B_{gM} + a_3]}{k A} \frac{\lambda_M}{u\sqrt{u}(\lambda_M + \sqrt{u})}, \quad (10.219)$$

onde:

$$\lambda_M = \frac{AL\phi c_t}{a_1 N - a_2 N_{pM}}. \quad (10.220)$$

A transformada inversa da Eq. (10.219) resulta em:

$$\Delta p(t_D) = \frac{Q_o \mu L [B_{tM} + (R_{pM} - R_{si})B_{gM} + a_3]}{k A \lambda_M} M(\lambda_M \sqrt{t_D}), \quad (10.221)$$

onde a função $M(\lambda_M \sqrt{t_D})$ é dada pela Eq. (10.189).

Aquífero radial infinito

Utilizando o mesmo procedimento empregado no caso de aquífero linear, a solução para o modelo de aquífero radial infinito, conectado a um reservatório saturado, é obtida como sendo:

$$\Delta p(t_D) = \frac{Q_o \mu [B_{tM} + (R_{pM} - R_{si})B_{gM} + a_3]}{2\pi k h} \sigma_M N(\sigma_M, t_D), \quad (10.222)$$

onde:

$$\sigma_M = \frac{2\pi\phi h c_t r_o^2}{a_1 N - a_2 N_{pM}}. \quad (10.223)$$

10.4.4. Método de Carter-Tracy

O método de Carter-Tracy (Carter & Tracy, 1960), baseado no modelo de cálculo de influxo de água de Carter-Tracy, apresentado no Capítulo 6, é aplicável somente a reservatórios subsaturados, mas em relação à geometria de fluxo não há qualquer restrição, desde que se conheça a solução para a pressão adimensional em função do tempo para o modelo de aquífero considerado. Esta abrangência de modelos de aquífero possíveis de serem contemplados é uma vantagem deste em relação a outros métodos, principalmente o método simplificado de Hurst, que só é aplicável às geometrias linear e radial, durante o período de influxo transiente. Além disso, assim como o método de Fetkovich, o método de Carter-Tracy apresenta uma outra grande vantagem em relação ao método de van Everdingen & Hurst, por não requerer a aplicação do princípio da superposição de efeitos.

Conforme apresentado no Capítulo 6, no modelo de Carter-Tracy o influxo acumulado de água W_e no instante t_{Dj} é calculado pela expressão:

$$W_e(t_{Dj}) = W_e(t_{Dj-1}) + \frac{U \Delta p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} (t_{Dj} - t_{Dj-1}), \quad (10.224)$$

onde t_D é o tempo adimensional, definido para cada geometria de aquífero, U é a constante de influxo de água e que também depende da geometria do sistema, $\Delta p(t_D) = p_i - p(t_D)$ é a queda de pressão no contato, $p_D(t_D)$ é a solução para a pressão adimensional na face interna de um aquífero que produz com vazão constante, $p'_D(t_D)$ é a derivada da pressão adimensional em relação ao tempo adimensional e j refere-se à discretização do tempo. Como exemplo pode-se citar que para um aquífero linear o tempo adimensional é dado, num sistema compatível de unidades, por:

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t L^2}, \quad (10.225)$$

onde L é o comprimento do aquífero, se ele for limitado, e um valor arbitrário qualquer, caso o aquífero seja infinito. Para o caso de aquífero radial o tempo adimensional é definido como:

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_o^2}, \quad (10.226)$$

onde r_o é o raio do reservatório. A constante de influxo de água U é definida por:

$$U = \phi whLc_t, \quad (10.227)$$

no caso de aquífero linear, onde w é a largura do aquífero, e:

$$U = 2\pi \phi hc_t r_o^2, \quad (10.228)$$

no caso de aquífero radial.

A equação de balanço de materiais para um reservatório subsaturado, Eq. (10.158), também pode ser escrita como:

$$N B_{oi} c_{eo} \Delta p(t_{Dj}) = N_p(t_{Dj}) B_{oi} [1 + c_o \Delta p(t_{Dj})] + W_p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj}), \quad (10.229)$$

onde foi incluído um termo referente à produção de água (W_p).

A expressão para a queda de pressão no contato óleo/água, admitida como igual à queda de pressão média na zona de óleo, é obtida substituindo-se a Eq. (10.224) na Eq. (10.229) e explicitando-se o valor de $\Delta p(t_{Dj})$:

$$\Delta p(t_{Dj}) = \frac{N_p(t_{Dj}) B_{oi} + W_p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) \left[\frac{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj} p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} \right]}{B_{oi} [N c_{eo} - N_p(t_{Dj}) c_o] + U \left[\frac{t_{Dj} - t_{Dj-1}}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} \right]}. \quad (10.230)$$

Conforme mencionado anteriormente, a função $p_D(t_D)$ representa a pressão adimensional na face interna de um aquífero que produz com vazão constante. No caso de um aquífero linear infinito, isto é, de um aquífero que se comporta ainda no regime transiente de fluxo, a pressão adimensional é determinada pela expressão (Carslaw & Jaeger, 1959, p. 75):

$$p_D(t_D) = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}} \quad (10.231)$$

e no caso de um aquífero radial infinito essa expressão é, aproximadamente (Vide Capítulo 3):

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0,80907]. \quad (10.232)$$

Após determinar-se, através da Eq.(10.230), a queda de pressão no reservatório num dado instante de tempo t_{Dj} , o influxo acumulado de água é obtido da EBM, Eq. (10.229), ou da Eq. (10.224).

Exemplo 10.7 – Utilizando os dados do Exemplo 10.5, admitindo comportamento de aquífero radial infinito e utilizando o método de Carter-Tracy, calcule a pressão no contato óleo/água e o influxo acumulado ao final de cada um dos 3 (três) primeiros anos de produção.

Solução:

A queda de pressão no contato reservatório-aquífero é dada pela Eq. (10.230), onde:

$$U (m^3 / kgf / cm^2) = 2\pi\phi h(m) c_i (kgf / cm^2)^{-1} r_o^2 (m^2)$$

$$U = 2 \times 3,1416 \times 0,25 \times 27,4 \times (42,7 + 48,3) \times 10^{-6} \times 1,391^2 = 7,578 m^3 / kgf / cm^2$$

$$t_D = \frac{0,0003484kt(h)}{\phi\mu c_i r_o^2} = \frac{0,0003484 \times 150 \times 365 \times 24 \times t(ano)}{0,25 \times 0,32 \times (42,7 + 48,3) \times 10^{-6} \times (1,391)^2} = 32,5 \times t(ano)$$

$$N_p (m^3 std) = Q_o (m^3 std / d) \times t(ano) \times 365 (d / ano)$$

$$N_p (m^3 std) = 4,610 \times t(ano) \times 365 = 1,682,650 \times t(ano).$$

A pressão adimensional $p_D(t_D)$ pode ser calculada através da solução da linha fonte, conforme discutido no Exemplo 10.6:

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln(t_D) + 0,80907]$$

e a derivada da solução para a pressão adimensional é dada por:

$$p'_D(t_D) = \frac{1}{2t_D}.$$

Substituindo os valores numéricos na Eq. (10.230):

$$\Delta p(t_{Dj}) = \frac{1,20 \times N_p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) \left[\frac{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj} p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} \right]}{255,960 \times [33,670 - 10^{-6} \times N_p(t_{Dj})] + 7,578 \times \left[\frac{t_{Dj} - t_{Dj-1}}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} \right]}$$

e a pressão no contato será $p(t_D) = p_i - \Delta p(t_D) = 281,30 - \Delta p(t_D)$.

O influxo acumulado é obtido através da Eq. (10.224):

$$W_e(t_{Dj}) = W_e(t_{Dj-1}) + \frac{7,578 \times \Delta p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1} p'_D(t_{Dj})} (t_{Dj} - t_{Dj-1}).$$

Os resultados parciais e a solução do exemplo estão apresentados na Tabela 10.10, onde as pressões são dadas em kgf/cm^2 .

Tabela 10.10 – Resultados do Exemplo 10.7

t	t_{Dj}	t_{Dj-1}	$N_p(t_{Dj})$	$W_e(t_{Dj-1})$	$p_D(t_{Dj})$	$p'_D(t_{Dj})$	$\Delta p(t_{Dj})$	p	$W_e(t_{Dj})$
<i>ano</i>			$m^3 \text{ std}$	$10^6 m^3$		10^{-3}			$10^6 m^3$
1	32,5	0	1.682.650	0	2,145	1,538	16,415	264,88	1,885
2	65,0	32,5	3.365.300	1,885	2,492	7,692	20,097	261,20	3,882
3	97,5	65,0	5.047.950	3,882	2,694	5,128	21,939	259,36	5,897

10.5. Problemas

Problema 10.1 – O estudo de previsão do comportamento do reservatório do Exemplo 10.1 apresentou, ao final do 18º ano, os resultados mostrados na Tabela 10.11.

Tabela 10.11 – Previsão de comportamento ao final do 18º ano – Problema 10.1

Pressão no contato (kgf/cm^2)	Influxo acumulado (m^3)	Pressão média do aquífero (kgf/cm^2)	Vazão de produção de gás ($10^6 m^3 \text{ std/d}$)	Produção acumulada de gás ($10^6 m^3 \text{ std}$)
56,5	42.523.597	112,4	2,053764	16.511,442

A baixas pressões o fator de compressibilidade do gás pode ser representado pela expressão:

$$Z = 0,9834 - 1,7409 \times 10^{-3} p(kgf/cm^2)$$

e a vazão de produção de gás é variável e dependente da pressão, de acordo com a equação:

$$Q_g Z(m^3 \text{ std/d}) = -544,760 \times 10^3 + 37,877 \times 10^3 p(kgf/cm^2) + 35,557 [p(kgf/cm^2)]^2.$$

Utilizando o método de Fetkovich e admitindo que a vazão média de produção de gás durante um determinado intervalo de tempo do estudo possa ser representada pela média aritmética das vazões no início e no final desse intervalo, calcular, ao final do 19º e do 20º ano:

- A pressão no contato gás/água.
- O influxo acumulado de água.
- A pressão média do aquífero.
- A produção acumulada de gás.
- A vazão de produção de gás.

Respostas:

Tabela 10.12 – Resultados da previsão de comportamento – Problema 10.1

Ano	Pressão no contato (kgf/cm^2)	Influxo acumulado ($10^6 m^3$)	Pressão média do aquífero (kgf/cm^2)	Produção acumulada de gás ($10^9 m^3 std$)	Vazão de produção de gás ($10^6 m^3 std/d$)
19 ^o	52,1	46,783	109,5	17,198	1,710
20 ^o	48,4	51,178	106,6	17,769	1,526

Problema 10.2 – Considere os dados do reservatório de óleo do Exemplo 10.4. Mostre que, se houver uma produção adicional (ΔN_p) de $138.000 m^3 std$ de óleo, a nova pressão do reservatório será de $35 kgf/cm^2$.

Problema 10.3 – Um reservatório de petróleo volumétrico apresenta as características seguintes:

Pressão original.....	210 kgf/cm^2
Pressão de bolha.....	150 kgf/cm^2
Temperatura.....	80 °C
Saturação de água conata.....	15%
Compressibilidades da rocha e da água conata.....	desprezíveis
Densidade média do gás produzido.....	0,70
Volume original de óleo.....	$15,9 \times 10^6 m^3 std$
Propriedades dos fluidos.....	Tabela 10.13
Razão de permeabilidades efetivas:	
$\frac{k_g}{k_o} = \exp(8,760 - 14,850S_o)$	para $S_o < 0,73$
$\frac{k_g}{k_o} = \exp(15,532 - 24,261S_o)$	para $0,73 \leq S_o < 0,85$
$\frac{k_g}{k_o} = 0$	para $S_o \geq 0,85$

Tabela 10.13 – Propriedades dos fluidos – Problema 10.3

p (kgf/cm^2)	B_o ($m^3/m^3 std$)	$1/B_g$ ($m^3 std/m^3$)	R_s ($m^3 std/m^3 std$)	μ_o/μ_g
210	1,425	–	240	–
180	1,450	–	240	–
150	1,480	232,6	240	34
120	1,455	182,1	215	39
90	1,410	132,8	180	47
60	1,330	84,9	135	58
30	1,210	40,7	80	79

A partir dos dados do reservatório, foi realizado um estudo de previsão do seu comportamento utilizando a equação de balanço de materiais, desde a pressão inicial até a pressão de 150 kgf/cm^2 . Os resultados dessa previsão estão mostrados na Tabela 10.14.

Tabela 10.14 – Resultados da previsão de comportamento – Problema 10.3

p (kgf/cm^2)	N_p/N (fração)	S_o (fração)	k_g/k_o (fração)	R ($m^3 std/m^3 std$)
210	0	–	–	–
180	0,0190	0,85	0	240
150	0,0372	0,85	0	240

Pede-se complementar o estudo realizado até a pressão de 60 kgf/cm^2 , empregando o método de Turner e considerando como erro máximo admissível o valor de 1,0 %, isto é,

$$|erro| = \left| \frac{\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO} - \left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{EBM}}{\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{mínimo}} \right| \times 100 \% \leq 1,0 \% .$$

Resposta:

Tabela 10.15 – Resultados do Problema 10.3

p	$\frac{N_p}{N}$	$\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{EBM}$	S_o	$\frac{k_g}{k_o}$	R	\bar{R}	$\left(\frac{\Delta G_p}{N} \right)_{RGO}$	Erro
kgf/cm^2	fração	$\frac{m^3 std}{m^3 std}$	fração	fração	$\frac{m^3 std}{m^3 std}$	$\frac{m^3 std}{m^3 std}$	$\frac{m^3 std}{m^3 std}$	%
120	0,0860	17,24	0,793	0,0244	467	354	17,27	0,15
90	0,1263	30,93	0,735	0,1007	1.066	767	30,90	– 0,10
60	0,1537	43,24	0,671	0,2981	2.087	1.577	43,20	– 0,09

Problema 10.4 – Os dados seguintes referem-se a um reservatório de óleo de um campo de petróleo:

Pressão original	109 kgf/cm^2
Pressão de bolha.....	100 kgf/cm^2
Densidade do óleo	40 °API
Capa de gás	inexistente
Volume original de óleo	13,103×10 ⁶ $m^3 std$

Temperatura do reservatório	70 °C
Porosidade média	23,9%
Saturação inicial de água.....	21,5%
Permeabilidade média	153,1 md
Produção acumulada até 31.12.1967	$0,768 \times 10^6 m^3 std$
Razão gás/óleo instantânea em 31.12.1967	$126 m^3 std/m^3 std$
Pressão do reservatório em 31.12.1967	$84,4 kgf/cm^2$
Propriedades dos fluidos	Tabela 10.16
Razão de permeabilidades efetivas	$\frac{k_g}{k_o} = \exp[17,345(S_g)^{0,4694} - 9,481]$

Tabela 10.16 – Propriedades dos fluidos – Problema 10.4

p (kgf/cm^2)	B_o ($m^3/m^3 std$)	R_s ($m^3 std/m^3 std$)	$1/B_g$ ($m^3 std/m^3$)	μ_o (cp)	μ_g (cp)
109	1,2178	63,81	–	1,56	–
100	1,2193	63,81	90,57	1,53	0,0147
90	1,2085	58,46	82,05	1,60	0,0143
80	1,1973	52,99	73,53	1,67	0,0138
70	1,1857	47,48	65,01	1,75	0,0134
60	1,1727	41,95	56,49	1,85	0,0129
50	1,1603	36,42	47,97	1,97	0,0124
40	1,1475	30,87	39,45	2,11	0,0120
30	1,1343	25,32	30,93	2,27	0,0115
20	1,2707	19,77	22,41	2,45	0,0111
10	1,1055	13,41	13,89	2,67	0,0106

Pede-se, utilizando o método de Tarner:

- Fazer uma previsão do comportamento primário do reservatório em questão de 31.12.1967 até o abandono do mesmo, admitindo uma pressão de abandono de $10 kgf/cm^2$.
- Apresentar em um gráfico as curvas de pressão e de razão gás/óleo contra produção acumulada de óleo.
- Calcular a recuperação final, o fator de recuperação e as reservas primárias em 31.12.1967.

Respostas:

- A Tabela 10.17 apresenta os resultados da previsão de comportamento, incluindo os valores de produção acumulada de óleo (N_p), razão gás/óleo instantânea (R) e fração recuperada de óleo (f_R).

Tabela 10.17 – Previsão de comportamento do reservatório do Problema 10.4

p (kgf/cm^2)	N_p ($10^6 m^3 std$)	R ($m^3 std/m^3 std$)	f_R (%)	S_g (%)	S_L (%)	k_{ro} (fração)
-----------------------	-----------------------------	------------------------------	--------------	--------------	--------------	----------------------

10-64 Previsão de Comportamento de Reservatórios Usando a Equação de Balanço de Materiais

100,0	0,025	63,81	0,18	0	100,0	1,000
84,4	0,768	124,00	5,86	5,5	94,5	0,781
80,0	0,933	162,26	7,12	6,7	93,2	0,735
70,0	1,220	264,05	9,31	9,1	90,9	0,651
60,0	1,427	394,00	10,89	11,1	88,9	0,585
50,0	1,587	527,18	12,11	12,7	87,3	0,536
40,0	1,719	656,17	13,12	14,2	85,8	0,494
30,0	1,835	766,00	14,00	15,6	84,4	0,455
20,0	1,942	811,31	14,82	16,9	83,1	0,416
10,0	2,066	765,12	15,77	18,4	81,6	0,372

(c) Recuperação final, fator de recuperação e reservas em 31.12.1967

$$N_{p\text{ final}} = 2,066 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} \quad FR = 15,77\% \quad Reservas = 1,298 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$$

Problema 10.5 – Utilizando os dados e os resultados do Problema 10.4, transformar a previsão de comportamento realizada em uma base de tempo, apresentando gráficos das seguintes variáveis em função do tempo (*ano*): pressão, razão gás/óleo, fração recuperada, vazão instantânea de óleo ($\text{m}^3 \text{ std/d/poço}$). Utilizar os dados adicionais e a metodologia indicados a seguir:

Vazão de óleo operacional limite.....	10 $\text{m}^3 \text{ std/d/poço}$
Vazão de abandono por poço	1 $\text{m}^3 \text{ std/d}$
Pressão de fluxo mínima	7 kgf/cm^2
Número de poços	100
Índice de produtividade à pressão original	0,23 ($\text{m}^3 \text{ std/d} / (\text{kgf/cm}^2)$)
Permeabilidade relativa ao óleo	Tabela 10.18

Tabela 10.18 – Dados de permeabilidade relativa ao óleo - Problema 10.5

S_L (%)	k_{ro} (fração)
100,0	1,000
96,0	0,835
92,0	0,690
88,3	0,565
84,6	0,460
81,5	0,370
77,9	0,285
74,8	0,230
70,6	0,160
65,0	0,077
60,0	0,060
50,0	0,031

O índice de produtividade deverá ser atualizado de acordo com a expressão:

$$IP = (IP)_i \left\{ \frac{k_{ro}/(B_o \mu_o)}{[k_{ro}/(B_o \mu_o)]_i} \right\},$$

onde o índice i refere-se às condições iniciais ou originais.

A vazão máxima de óleo por poço será obtida por:

$$Q_{o \text{ máx}} (m^3 \text{ std} / d) = (p - p_{f \text{ mín}})(IP) = (p - 7)(IP),$$

onde p é a pressão média do reservatório e $p_{f \text{ mín}}$ é a mínima pressão de fluxo nos poços.

A fim de limitar a produção de gás, adotar o critério apresentado na Tabela 10.19 para a escolha das vazões de óleo (Q_o) dos poços.

Tabela 10.19 – Critérios para a escolha de vazões dos poços - Problema 10.5

$Q_{o \text{ máx}}$ ($m^3 \text{ std}/d$)	R ($m^3 \text{ std}/m^3 \text{ std}$)	Q_o ($m^3 \text{ std}/d$)
≥ 10	≤ 2.000	10
≥ 10	> 2.000	$10 \times (2.000/R)$
< 10	> 2.000	$\min\{Q_{o \text{ máx}}; 10 \times (2.000/R)\}$
< 10	≤ 2.000	$Q_{o \text{ máx}}$

A vazão média durante um determinado intervalo de tempo deverá calculada através de $\bar{Q}_{o j} = (Q_{o j} + Q_{o j-1})/2$, onde j refere-se ao nível de tempo.

Os intervalos de tempo e o tempo total acumulado serão dados por:

$$\Delta t_j (\text{ano}) = \frac{(\Delta N_p)_j (m^3 \text{ std})}{\bar{Q}_{o j} (m^3 \text{ std} / d) \times 365 (d / \text{ano}) \times n_p}$$

e

$$t_n = \sum_{j=1}^n \Delta t_j,$$

onde n representa um instante qualquer na vida produtiva do reservatório e n_p é o número de poços.

Resposta: Tabela 10.20

Tabela 10.20 – Conversão da previsão de comportamento do reservatório do Problema 10.4 para a base de tempo

p (kgf/cm^2)	IP ($\frac{m^3 \text{ std} / d}{\text{kgf} / \text{cm}^2}$)	$Q_{o \text{ máx}}$ ($m^3 \text{ std}/d$)	Q_o ($m^3 \text{ std}/d$)	\bar{Q}_o ($m^3 \text{ std}/d$)	Δt (d)	t (ano)
84,4	0,173	13,39	10,00	–	–	0
80,0	0,160	11,68	10,00	10,00	165	0,45
70,0	0,137	8,63	8,63	9,32	308	1,30

60,0	0,118	6,25	6,25	7,44	278	2,06
50,0	0,102	4,39	4,39	5,32	302	2,88
40,0	0,089	2,94	2,94	3,66	361	3,87
30,0	0,077	1,77	1,77	2,35	489	5,21
20,0	0,066	0,86	0,86	1,31	820	7,46
10,0	0,055	0,16	0,16	0,51	2.422	14,10

Problema 10.6 – Resolva o Exemplo 10.3 usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem.

Respostas:

- (a) $3,669 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (b) $385 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}$ (c) $261,960 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 10.7 – Os seguintes dados referem-se a um reservatório de óleo com capa de gás:

Tipo da estrutura	domo alongado
Pressão original do reservatório	120,22 kgf/cm^2
Volume original de óleo	$6,359 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Relação entre os volumes de gás na capa e óleo na zona de óleo (m)	4,0
Temperatura do reservatório	51,7 °C
Saturação de água conata	15%
Densidade do gás	0,78
Dados básicos de PVT	Tabela 10.21
Razão entre as permeabilidades efetivas ao gás e ao óleo	Eqs. (I) e (II)

$$\ln(k_g / k_o) = 15,327(S_g)^{0,29814} - 10,940 \text{ para } 0,011 \leq S_g \leq 0,069 \tag{I}$$

$$\ln(k_g / k_o) = 15,322(S_g)^{0,87201} - 5,521 \text{ para } 0,069 < S_g \leq 0,2859 \tag{II}$$

Tabela 10.21 – Dados de propriedades dos fluidos do reservatório do Problema 10.7

p (kgf/cm^2)	R_s ($\text{m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}$)	B_o ($\text{m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}$)	B_g ($\text{m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}$)	μ_o / μ_g
120,22	82,29	1,205	0,00724	–
98,43	71,06	1,180	0,00921	113,5
84,37	63,94	1,164	0,01106	122,0
70,31	56,28	1,148	0,01376	137,5
56,25	48,45	1,131	0,01774	163,0
42,18	40,07	1,115	0,02448	197,0
28,12	31,35	1,097	0,03818	239,0
14,06	21,73	1,075	0,08029	284,0

Utilizando o método de Muskat, fazer a previsão do comportamento do reservatório, admitindo injeção de gás com a relação injeção/produção de gás (razão de ciclagem de gás) variando de 0 a 0,9, em incrementos de 0,1. Admitir uma pressão de abandono de $3,50 \text{ kgf/cm}^2$. Apresentar um relatório mostrando resultados e gráficos de:

- (a) Produção acumulada de óleo *versus* pressão.
- (b) Razão gás/óleo instantânea *versus* pressão.
- (c) Saturação de óleo *versus* pressão.
- (d) Injeção acumulada de gás *versus* pressão.
- (e) Produção acumulada disponível de gás *versus* pressão.
- (f) Razão de ciclagem *versus* fator de recuperação.
- (g) Volume acumulado de gás injetado *versus* incremento de recuperação final de óleo (em relação à recuperação final sem injeção de gás).
- (h) Volume acumulado de gás disponível *versus* incremento de recuperação final de óleo (em relação à recuperação final sem injeção de gás).

Respostas: Como exemplo, a Tabela 10.22 apresenta alguns resultados da previsão de comportamento para razão de ciclagem $C = 0,5$.

Tabela 10.22 – Resultados do Problema 10.7 para $C = 0,5$

p (kgf/cm ²)	S_o (fração)	R (m ³ std/ m ³ std)	N_p (m ³ std)	$FR = N_p/N$	G_{inj} (10 ⁶ m ³ std)	G_{pd} (10 ⁶ m ³ std)
3,50	0,4459	4,904	2.443,482	0,3843	4,671	4,671

Problema 10.8 – Resolva o problema do Exemplo 10.5 para os dois anos subseqüentes, isto é, para o 4^o e o 5^o anos de produção.

Respostas: As respostas do Problema 10.8 estão apresentadas na tabela seguinte, onde $N_{p_n} = Q_o t_n$ e as pressões são dadas em kgf/cm².

n	t_n ano	Δt_n ano	D $\frac{m^3}{kgf/cm^2}$	N_{p_n} m ³ std	$\bar{p}_{a_{n-1}}$	p_{n-1}	$W_{e_{n-1}}$ 10 ⁶ m ³	p_n	ΔW_{e_n} 10 ⁶ m ³	W_{e_n} 10 ⁶ m ³	\bar{p}_{a_n}
7	4	1	126,202	6.730,600	269,5	255,9	5,872	251,4	2,000	7,872	265,5
8	5	1	126,202	8.413,250	265,5	251,4	7,872	247,8	2,007	9,879	261,4

Problema 10.9 – Resolva o problema do Exemplo 10.6 para o 4^o (quarto) e o 5^o (quinto) anos de produção.

Respostas:

t (ano)	a) Aquífero radial		b) Aquífero linear	
	p (kgf/cm ²)	W_e (10 ⁶ m ³)	p (kgf/cm ²)	W_e (10 ⁶ m ³)
4	258,03	7,876	120,79	6,693
5	257,12	9,888	99,02	8,525

Problema 10.10 – Resolva o problema do Exemplo 10.7 para o 4º (quarto) e o 5º (quinto) anos de produção.

Respostas:

<i>t</i>	<i>t_{Dj}</i>	<i>t_{Dj-1}</i>	<i>N_p(t_{Dj})</i>	<i>W_e(t_{Dj-1})</i>	<i>p_D(t_{Dj})</i>	<i>p'_D(t_{Dj})</i>	<i>Δp(t_{Dj})</i>	<i>p</i>	<i>W_e(t_{Dj})</i>
<i>ano</i>			<i>m³ std</i>	<i>10⁶ m³</i>			<i>kgf/cm²</i>	<i>kgf/cm²</i>	<i>10⁶ m³</i>
4	130,0	97,5	6.730.600	5,897	2,838	3,846	23,192	258,11	7,917
5	162,5	130,0	8.413.250	7,917	2,950	3,077	24,158	257,14	9,940

Problema 10.11 – Utilizando os dados do Exemplo 10.5, admitindo comportamento de aquífero linear infinito, que o reservatório de óleo seja aproximadamente retangular com razão entre os lados de 4:1, e que o influxo de água ocorra através do lado de maior dimensão, calcule a pressão no contato óleo/água e o influxo acumulado ao final de cada um dos 3 (três) primeiros anos de produção utilizando o método de Carter-Tracy.

Respostas:

<i>t (ano)</i>	<i>Δp (kgf/cm²)</i>	<i>p (kgf/cm²)</i>	<i>W_e (10⁶ m³)</i>
1	67,79	213,51	1,464
2	108,90	172,40	3,194
3	140,67	140,63	5,027

Problema 10.12 – Um reservatório de óleo sem capa de gás está conectado a um aquífero aproximadamente radial e de grande extensão. As propriedades do aquífero são tais que os seguintes grupos de parâmetros foram calculados:

$$2\pi\phi c_t hr_o^2 \dots\dots\dots 411,2 \text{ m}^3 / (\text{kgf} / \text{cm}^2)$$

$$k / (\phi\mu c_t hr_o^2) \dots\dots\dots 0,164383 \text{ d}^{-1}$$

$$kh/\mu \dots\dots\dots 1.288 \text{ md} \cdot \text{m} / \text{cp} ,$$

onde *c_t* é a compressibilidade total do aquífero e *r_o* é o raio do reservatório.

As propriedades do reservatório são:

Volume original de óleo *N* = 4.156.757 *m³ std*
 Pressão inicial *p_i* = 266,74 *kgf/cm²*
 Pressão de bolha..... *p_b* = 259,49 *kgf/cm²*
 Razão de solubilidade inicial *R_{si}* = 160,28 *m³ std / m³ std.*

Aos dados de laboratório foram ajustadas curvas para as seguintes propriedades dos fluidos:

$$B_t (\text{m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}) = 2,189 \left(\frac{p_b - p}{1,73117p + 0,0060486p^2} + 0,691369 \right)$$

$$B_g (\text{m}^3 / \text{m}^3 \text{ std}) = \frac{5,615}{-158,107 + 6,47357p - 0,0052279p^2} ,$$

onde p é usada em kgf/cm^2 .

Do histórico de produção foram obtidas as informações mostradas na Tabela 10.23.

Tabela 10.23 – Histórico de produção do reservatório do Problema 10.12

Tempo de produção (d)	Pressão (kgf/cm^2)	N_p ($m^3 std$)	R_p ($m^3 std / m^3 std$)	RAO ($m^3 std / m^3 std$)
1.216	232,70	–	175,78	–
1.338	231,57	472.192	179,16	0,50344

Deseja-se produzir o reservatório a uma vazão constante de $359 m^3 std/d$ por mais 122 dias. Calcular, usando o método simplificado de Hurst, a pressão média do reservatório ao final dos 1.460 dias.

Resposta: $230,1 kgf/cm^2$

Bibliografia

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A., ed.: *Handbook of Mathematical Functions*. New York, Dover, 1965.
- Agarwal, R. G.; Al-Hussainy, R. & Ramey, H. J., Jr.: An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment. *Soc. Pet. Eng. J.*, 279-290, Sept. 1970; *Trans. AIME*, 249.
- Carslaw, H. S. & Jaeger, J. C.: *Conduction of Heat in Solids*. Oxford, Great Britain, Oxford University Press, 1959.
- Carter, R. D. & Tracy, G. W.: An Improved Method for Calculating Water Influx. *J. Pet. Tech.*, 58-60, Dec. 1960.
- Cole, F. W.: *Reservoir Engineering Manual*. Houston, TX, USA, Gulf Publishing Co., 1961.
- Corrêa, A. C. F.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Gás em Solução*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEPES/DIVEN/SEN-BA, 1980. (Apostila.)
- Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.
- Dake, L. P.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Co., 1978.

- Earlougher, R. C., Jr.: *Advances in Well Test Analysis*. New York, SPE of AIME, 1977. (Monograph Series, 5.)
- Fetkovich, M. J.: A Simplified Approach to Water Influx Calculations – Finite Aquifer Systems. *J. Pet. Tech.*, 814-828, July 1971.
- Hurst, W.: The Simplification of the Material Balance Formulas by the Laplace Transformation. *Trans. AIME*, 213: 292-303, 1958.
- Matthews, C. S. & Russell, D. G.: *Pressure Buildup and Flow Tests in Wells*. Dallas, SPE of AIME, 1967. (Monograph Series, 1.)
- Muskat, M.: *Physical Principles of Oil Production*. New York, USA, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1949.
- Nobles, M. A.: *Using the Computer to Solve Petroleum Engineering Problems*. Houston, TX, USA, Gulf Publishing Co., 1974.
- Pirson, J.: *Elements of Oil Reservoir Engineering*. New York, McGraw-Hill Book Company Inc., 1958. (2nd ed..)
- Rosa, A. J.: *Equação de Balanço de Materiais*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEPES/DIVEN/SEN-BA, 1980. (Apostila.)
- Rosa, A. J.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Óleo*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEPES/DIVEN/SEN-BA, 1980. (Apostila.)
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.
- Turner, J.: How Different Size Gas Caps and Pressure Maintenance Programs Affect Amount of Recoverable Oil. *Oil Weekly*, USA, June 12, 1944.
- van Everdingen, A. F. & Hurst, W.: The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. *Trans. AIME*, 186: 305-324, 1949.

11.

ANÁLISE DE CURVAS DE DECLÍNIO DE PRODUÇÃO

A *análise de curvas de declínio* é um método simplificado e bastante usado na prática para a realização de ajuste de histórico e/ou previsão do comportamento de poços isolados, de reservatórios ou mesmo de campos de óleo. Esse método é particularmente útil nas seguintes situações:

- realização de estudos preliminares ou de rotina, pois a sua aplicação demanda menos tempo que outros métodos;
- realização de ajuste de histórico quando não há dados suficientes para a utilização de outros métodos analíticos;
- estimativa de comportamento (produção e recuperação) quando há pouco ou nenhum histórico de produção, embora muitas vezes seja empregado também quando está disponível um histórico razoável do comportamento do poço, reservatório ou campo.

A *taxa de declínio de produção* de um poço, reservatório ou campo produtor de óleo é definida como:

$$a = -\frac{1}{q} \frac{dq}{dt}, \quad (11.1)$$

onde q é a vazão de produção e t o tempo. Para a realização de um estudo de previsão do comportamento da vazão, e conseqüentemente da recuperação de óleo, é necessário o conhecimento da taxa de declínio a . O valor de a deve ser determinado através do estudo do comportamento passado do poço, reservatório ou campo, ou a partir do comportamento de reservatórios semelhantes ao que está sendo estudado.

Observações empíricas dos comportamentos de poços e de reservatórios mostraram que, na prática, a taxa de declínio de produção obedece à seguinte relação:

$$a = a_i \left(\frac{q}{q_i} \right)^n, \quad 0 \leq n \leq 1, \quad (11.2)$$

onde a_i é a taxa de declínio inicial, q_i a vazão inicial e n uma constante.

No caso particular em que $n = 1$ diz-se que o declínio de produção é do tipo *harmônico*, e a taxa de declínio é dada por:

$$a = a_i \left(\frac{q}{q_i} \right). \quad (11.3)$$

Como a_i e q_i são constantes e a vazão q sempre diminui com o tempo, a menos que sejam feitas alterações no sistema, como por exemplo através da realização de operações de restauração e/ou estimulação nos poços, o declínio harmônico apresenta taxas de declínio (a) decrescentes ao longo do tempo. O declínio harmônico é portanto um tipo de declínio extremamente favorável, que dificilmente ocorre na prática, com exceção de certas fases da vida produtiva de reservatórios com mecanismo de acentuado influxo de água.

No outro extremo dos valores de n , ou seja, quando $n = 0$, tem-se um *declínio a taxas constantes*, também chamado de *declínio exponencial*. Neste caso:

$$a = a_i . \quad (11.4)$$

Este é, por outro lado, um caso bastante desfavorável, já que a taxa de declínio permanece constante e igual à inicial. Normalmente ocorre em reservatórios ou poços que produzem sob o mecanismo de gás em solução, ou no final da vida produtiva de reservatórios com outros mecanismos de produção. Reservatórios com este tipo de declínio em geral apresentam baixas recuperações finais.

Finalmente, se $0 < n < 1$, o declínio é chamado de *hiperbólico*. Acredita-se que este tipo de declínio ocorra na maioria dos reservatórios reais.

11.1. Declínio Hiperbólico

O objetivo do estudo do declínio é a determinação, a partir de um ajuste de histórico, dos valores das constantes a_i e n , os quais poderão posteriormente ser utilizados na previsão do comportamento futuro do poço ou reservatório.

Igualando-se as Eqs. -22 e (11.2) obtém-se:

$$-\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} = a_i \left(\frac{q}{q_i} \right)^n . \quad (11.5)$$

Separando as variáveis resulta em:

$$\frac{dq}{q^{(n+1)}} = -a_i \left(\frac{1}{q_i} \right)^n dt \quad (11.6)$$

ou

$$q^{-(n+1)} dq = -a_i \left(\frac{1}{q_i} \right)^n dt . \quad (11.7)$$

Integrando-se a Eq. (11.7) entre $t = 0$ e $t = t$:

$$\int_{q=q_i}^{q=q} q^{-(n+1)} dq = - \int_{t=0}^{t=t} a_i \left(\frac{1}{q_i} \right)^n dt , \quad (11.8)$$

obtém-se:

$$q = \frac{q_i}{(1 + na_i t)^{1/n}} . \quad (11.9)$$

11.1.1. Ajuste de histórico – Determinação de a_i e n

A Eq. (11.9) pode ser expressa na forma:

$$\left(\frac{q_i}{q}\right)^n = 1 + na_i t, \quad (11.10)$$

indicando que $(q_i/q)^n$ é uma função linear do tempo t . Conhecendo-se dados do histórico de produção (q versus t), arbitram-se sucessivos valores de n e calculam-se os valores de $(q_i/q)^n$, que são colocados em um gráfico de coordenadas cartesianas em função do tempo t , até que se obtenha uma linha reta. Com isso estará determinado o valor de n , e do coeficiente angular (na_i) da reta calcula-se o valor de a_i .

11.1.2. Previsão de comportamento

O valor da vazão, a qualquer tempo, pode ser calculado através da Eq. (11.9), a partir do conhecimento das constantes a_i e n , determinados no ajuste de histórico.

O volume acumulado de óleo a ser produzido, em função do tempo, pode ser estimado integrando-se a equação da vazão, isto é:

$$N_p = \int_0^t 365q dt, \quad (11.11)$$

onde q é dado em $m^3 std/d$ e t em *ano*. Substituindo a Eq. (11.9) na Eq. (11.11):

$$N_p = \int_0^t \frac{365q_i}{(1 + na_i t)^{1/n}} dt. \quad (11.12)$$

Resolvendo-se a integral da Eq. (11.12) obtém-se:

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \left(\frac{1}{1-n} \right) \left[1 - \left(\frac{q}{q_i} \right)^{1-n} \right], \quad (11.13)$$

onde as vazões são dadas em $m^3 std/d$, a taxa de declínio é usada em ano^{-1} , o valor de N_p é obtido em $m^3 std$ e se admite que o ano possua 365 dias.

Usando-se a Eq. (11.9), a Eq. (11.13) também pode ser escrita como:

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \left(\frac{1}{n-1} \right) \left[(1 + na_i t)^{1-1/n} - 1 \right]. \quad (11.14)$$

Exemplo 11.1 – Um poço de petróleo apresenta o histórico de produção mostrado na Tabela 11.1.

Tabela 11.1 – Dados de produção do Exemplo 11.1

t (ano)	q ($m^3 std/d$)
0	100,0
1	77,0
2	61,0

3	49,5
4	41,0
5	34,5

Considerando uma vazão de abandono de $5 \text{ m}^3 \text{ std/d}$, determinar:

- O valor de n .
- O valor de a_i .
- O tempo de abandono.
- A produção acumulada até o abandono.

Solução:

Parte (a):

Serão admitidos inicialmente os valores de $n = 1/3$ e $n = 2/3$. Calculam-se então os valores de $(q_i / q)^n$, onde $q_i = 100,0 \text{ m}^3 \text{ std/d}$, os quais são mostrados nas colunas 4 e 5 da Tabela 11.2.

O gráfico da Figura 11.1 apresenta as curvas para os valores de $n = 1/3$ e $n = 2/3$ (curvas inferior e superior, respectivamente). Como pode ser observado, nos dois casos as curvas apresentam concavidades, mas com sentidos opostos, indicando que a solução para o valor de n deve estar entre aqueles dois valores.

Admitindo-se agora $n = 1/2$, determinam-se os valores da coluna 6 da Tabela 11.2, que colocados no gráfico da Figura 11.1 resultam em uma linha reta. Portanto, o comportamento do poço em questão segue o modelo de declínio hiperbólico com $n = 1/2$.

Tabela 11.2 – Valores de $(q_i / q)^n$ no Exemplo 11.1

			$(q_i / q)^n$		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$t(\text{ano})$	$q \text{ (m}^3 \text{ std/d)}$	q_i/q	$n = 1/3$	$n = 2/3$	$n = 1/2$
0	100,0	1,000	1,000	1,000	1,000
1	77,0	1,299	1,091	1,190	1,140
2	61,0	1,639	1,179	1,390	1,280
3	49,5	2,020	1,264	1,598	1,421
4	41,0	2,439	1,346	1,812	1,562
5	34,5	2,899	1,426	2,033	1,703

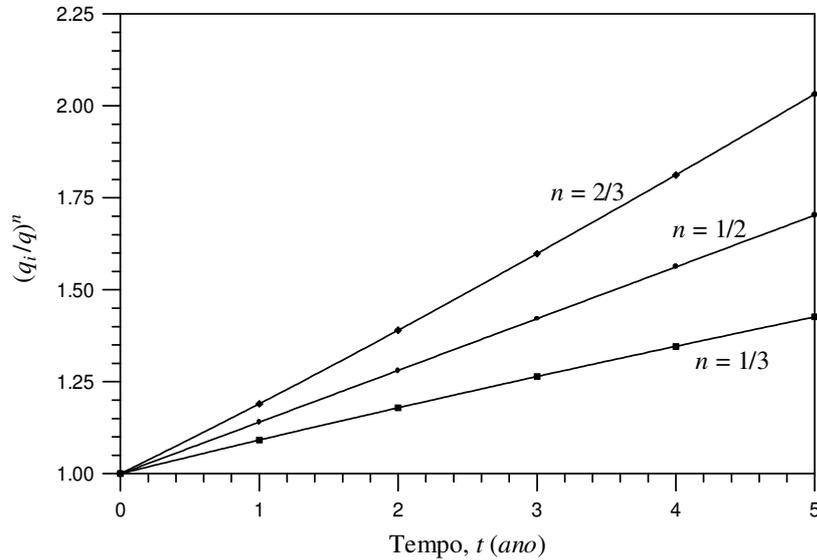


Figura 11.1 – Gráfico $(q_i/q)^n$ versus t - Exemplo 11.1.

Parte (b):

Da inclinação da reta da Figura 11.1, cujo valor aproximado é de $na_i = 0,14/\text{ano}$, calcule-se:

$$a_i = (na_i) \frac{1}{n} = 0,14 \times \frac{1}{1/2} = 0,28/\text{ano} .$$

Parte (c):

Empregando-se a Eq. (11.9) pode-se escrever que:

$$q_{ab} = \frac{q_i}{(1 + na_i t_{ab})^{1/n}} ,$$

onde o índice ab refere-se às condições no instante do abandono. Substituindo-se a vazão de abandono na equação anterior:

$$5 = \frac{100}{\left(1 + \frac{0,28}{2} t_{ab}\right)^2} ,$$

de onde se obtém: $t_{ab} = 24,8 \text{ anos}$.

Parte (d):

A produção acumulada é dada pela Eq. (11.14):

$$N_p = 365 \times \frac{100}{0,28} \times \left(\frac{1}{1/2 - 1}\right) \left[\left(1 + \frac{0,28}{2} \times 24,8\right)^{1-2} - 1 \right] = 202.417 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

11.2. Declínio Exponencial

Neste tipo de declínio, também chamado de declínio constante ou declínio a taxa constante, ou ainda declínio a porcentagens iguais, o valor de n é igual a zero e a taxa de declínio permanece a mesma ao longo do tempo, ou seja, $a = a_i$. Substituindo esse valor na Eq. -22:

$$a_i = -\frac{1}{q} \frac{dq}{dt}, \quad (11.15)$$

separando as variáveis e integrando,

$$\int_{q=q_i}^{q=q} \frac{dq}{q} = - \int_{t=0}^{t=t} a_i dt, \quad (11.16)$$

resulta na equação da vazão em função do tempo:

$$q = q_i \exp(-a_i t). \quad (11.17)$$

11.2.1. Ajuste de histórico – Determinação de a_i

Tomando-se o logaritmo neperiano da Eq. (11.17):

$$\ln q = \ln q_i - a_i t. \quad (11.18)$$

A Eq. (11.18) mostra que no declínio exponencial um gráfico de $\ln q$ ou de $\log q$ versus t resulta em uma linha reta com coeficiente angular igual a $-a_i$. O valor de a_i também pode ser calculado tomando-se as coordenadas (t_{reta}, q_{reta}) de um ponto sobre a reta ajustada aos dados e aplicando-se a Eq. (11.18):

$$a_i = \frac{1}{t_{reta}} \ln \left(\frac{q_i}{q_{reta}} \right). \quad (11.19)$$

11.2.2. Previsão de comportamento

O valor da vazão, durante o período de declínio exponencial, pode ser calculado através da Eq. (11.17), a partir do conhecimento da taxa de declínio a_i , determinada no ajuste de histórico.

O volume acumulado de óleo a ser produzido, em função do tempo, pode ser estimado integrando-se a equação da vazão, isto é:

$$N_p = \int_0^t 365 q dt = \int_{t=0}^{t=t} 365 q_i \exp(-a_i t) dt, \quad (11.20)$$

cujas resolução produz:

$$N_p = 365 \left(\frac{q_i - q}{a_i} \right), \quad (11.21)$$

onde q é a vazão no instante para o qual se deseja calcular a produção acumulada de óleo.

Exemplo 11.2 – Em um campo de petróleo foram observadas as vazões apresentadas na Tabela 11.3:

Tabela 11.3 – Dados de produção referentes ao Exemplo 11.2

Data	q ($m^3 std/d$)
01.01.1968	3.600
01.01.1969	3.465
01.01.1970	3.335
01.01.1971	3.200
01.01.1972	3.090

Pedem-se:

- Verificar se o declínio do campo em estudo é do tipo exponencial.
- Determinar a taxa de declínio inicial a_i .
- Estimar a vazão de produção em 01.07.1978.

Solução:

Parte (a):

Com os dados da Tabela 11.3 constrói-se o gráfico $\log q \times t(\text{ano})$ da Figura 11.2.

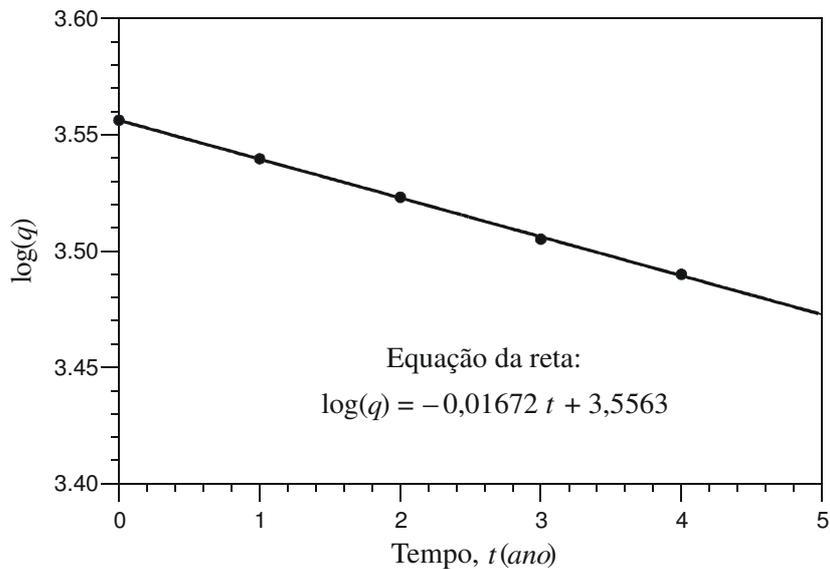


Figura 11.2 – Gráfico semi-log - Exemplo 11.2.

Como a curva resultante é praticamente uma linha reta, conclui-se que o declínio do campo é exponencial.

Parte (b):

A partir do coeficiente angular da reta ajustada, calcula-se a taxa de declínio como:

$$a_i = -0,01672 \times \frac{\ln(10)}{\log(10)} = 0,0385 / \text{ano} .$$

Parte (c):

A vazão de produção em 01.07.1978, ou seja, 10,5 anos após o início da produção, pode ser estimada através da Eq. (11.17):

$$q = 3.600 \times \exp(-0,0385 \times 10,5) = 2.403 \text{ m}^3 \text{ std / d} .$$

11.3. Declínio Harmônico

Neste tipo de declínio, $n = 1$. Assim, a taxa de declínio, dada pela Eq. (11.2), simplifica-se para:

$$a = a_i \left(\frac{q}{q_i} \right). \quad (11.22)$$

Combinando-se as Eqs. (11.22) e -22:

$$-\frac{1}{q} \frac{dq}{dt} = a_i \left(\frac{q}{q_i} \right), \quad (11.23)$$

separando-se as variáveis e integrando-se:

$$q = \frac{q_i}{1 + a_i t}. \quad (11.24)$$

11.3.1. Ajuste de histórico – Determinação de a_i

A Eq. (11.24) pode ser apresentada na forma:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{q_i} + \frac{a_i}{q_i} t, \quad (11.25)$$

indicando que um gráfico de $1/q$ em função de t deve resultar em uma linha reta com coeficiente linear $1/q_i$ e coeficiente angular a_i/q_i . Portanto, o valor da taxa de declínio inicial é determinado pela multiplicação do coeficiente angular pela vazão inicial:

$$a_i = \left(\frac{a_i}{q_i} \right) q_i. \quad (11.26)$$

11.3.2. Previsão de comportamento

O valor da vazão, a qualquer tempo, pode ser calculado através da Eq. (11.24), a partir do conhecimento da constante a_i , determinada no ajuste de histórico.

A produção acumulada de óleo, em função do tempo, pode ser estimada integrando-se a equação da vazão, isto é:

$$N_p = \int_0^t q dt = \int_{t=0}^{t=t} \frac{q_i}{1 + a_i t} dt, \quad (11.27)$$

que resulta em:

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \ln(1 + a_i t), \quad (11.28)$$

ou ainda:

$$N_p = 365 \frac{q_i}{a_i} \ln\left(\frac{q_i}{q}\right). \quad (11.29)$$

Exemplo 11.3 – Um poço apresenta o histórico de produção mostrado na Tabela 11.4.

Tabela 11.4 – Dados de produção do Exemplo 11.3

ano	q ($m^3 std/d$)
0	100,0
1	77,0
2	62,5
3	52,5
4	45,5
5	40,0

- Verificar se o declínio do poço é do tipo harmônico.
- Determinar a taxa de declínio inicial a_i .
- Estimar o tempo de abandono, contado a partir do início da produção, levando em conta que vazões inferiores a $2 m^3 std/d$ são antieconômicas no campo onde o poço está situado.

Solução:

Parte (a):

Inicialmente são calculados os valores de $1/q$, apresentados na Tabela 11.5.

Tabela 11.5 – Valores de $1/q$ para o Exemplo 11.3

ano	q ($m^3 std/d$)	$1/q$ ($m^3 std/d$) ⁻¹
0	100,0	0,0100
1	77,0	0,0129
2	62,5	0,0160
3	52,5	0,0190
4	45,5	0,0217
5	40,0	0,0250

Com os dados da Tabela 11.5 constrói-se o gráfico $1/q \times t(\text{ano})$ da Figura 11.3.

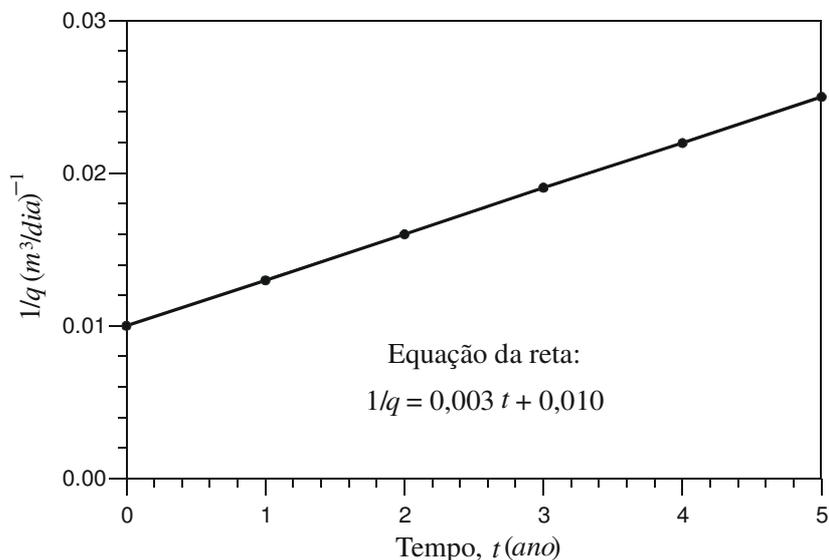


Figura 11.3 – Gráfico $1/q \times t(\text{ano})$ - Exemplo 11.3.

Como os pontos da figura estão alinhados, conclui-se que o declínio do poço é harmônico.

Parte (b):

Da inclinação da reta, cujo valor é de $0,003/\text{ano}$, determina-se:

$$a_i = \left(\frac{a_i}{q_i} \right) q_i = 0,003 \times 100,0 = 0,30 / \text{ano} .$$

Parte (c):

Substituindo-se a vazão de produção de abandono na Eq.(11.24) resulta:

$$q_{ab} = \frac{q_i}{1 + a_i t_{ab}} ,$$

ou seja,

$$2 = \frac{100,0}{1 + 0,30 t_{ab}} ,$$

de onde se obtém $t_{ab} = 163 \text{ anos}$.

Conforme discutido anteriormente, o declínio harmônico não ocorre durante toda a vida produtiva de um poço, reservatório ou campo de petróleo. O tempo de abandono estimado neste exemplo ilustra esse fato, já que um tempo de vida produtiva de 163 *anos* é incompatível com valores encontrados na prática.

11.4. Análise de Curva de Declínio pelo Método de Gentry

Gentry (1972) apresentou um método que simplifica a análise de curvas de declínio. Da equação do declínio hiperbólico, Eq. (11.9), pode-se escrever que:

$$a_i = \frac{(q_i / q)^n - 1}{nt}. \quad (11.30)$$

Substituindo-se a Eq. (11.30) na Eq.(11.13) obtém-se:

$$\frac{N_p}{q_i t} = 365 \left(\frac{n}{1-n} \right) \frac{1 - (q_i / q)^{n-1}}{(q_i / q)^n - 1}, \quad (11.31)$$

onde N_p é a produção acumulada de óleo no instante de tempo t , quando a vazão de produção é igual a q .

A partir da Eq. (11.31), Gentry construiu o gráfico da Figura 11.4, onde são mostradas curvas de q_i/q versus $N_p/q_i t$ para diferentes valores de n . Deve-se observar que os casos extremos de $n = 0$ (declínio exponencial) e $n = 1$ (declínio harmônico) estão contemplados nessa figura. Portanto, tomando-se os valores de q e de N_p em um determinado instante da vida produtiva do poço ou reservatório, pode-se estimar o valor do expoente n usando a Figura 11.4. A taxa de declínio inicial (a_i) pode então ser determinada através da Eq. (11.30). Uma vez determinado o valor de n através da Figura 11.4, pode-se verificar se de fato os dados do histórico de produção obedecem o tipo de declínio encontrado, construindo-se um dos gráficos específicos mencionados nas Seções 11.1, 11.2 e 11.3.

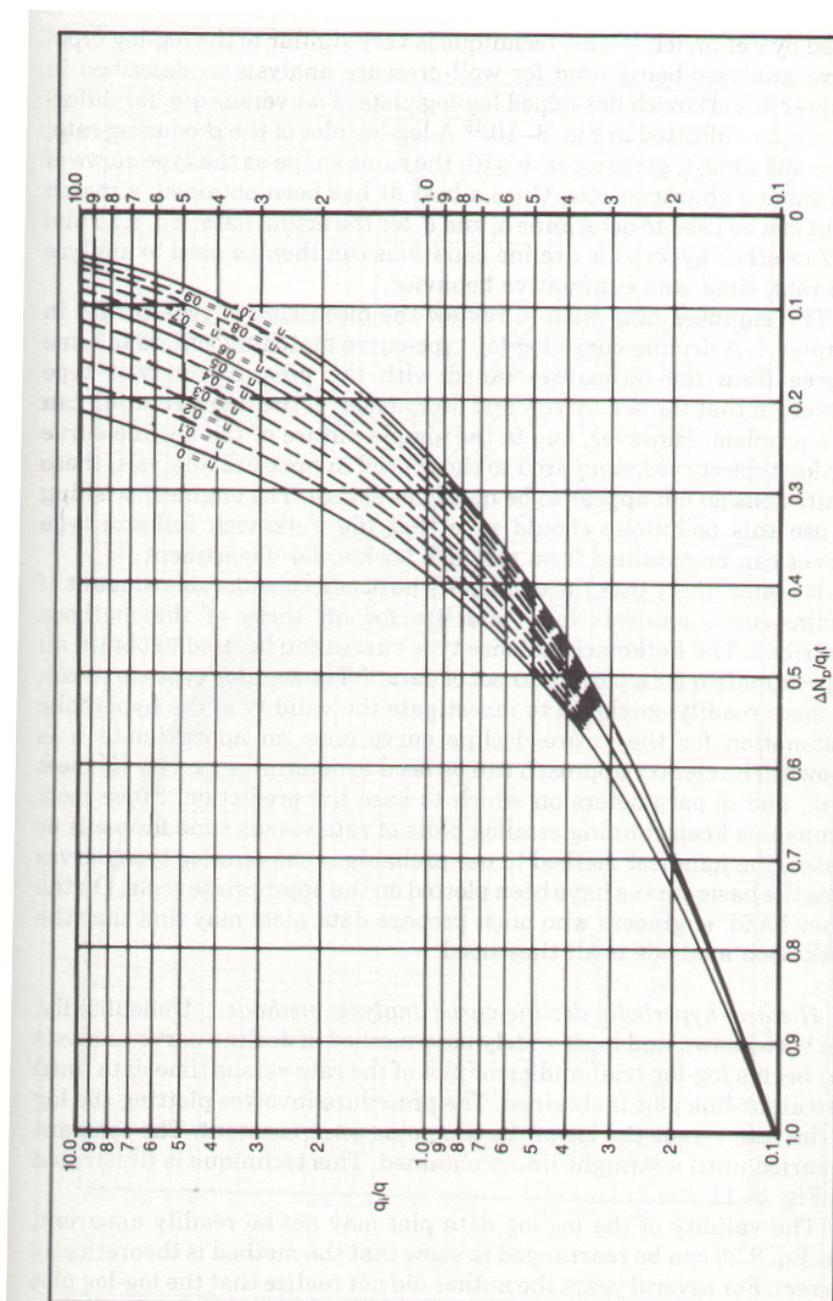


Figura 11.4 – Gráfico q_i/q versus $N_p/q_i t$ para análise de curva de declínio (Gentry, 1972). Reproduzida de Slider, H. C., *Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*, Copyright © 1983, com permissão de PennWell Publishing Company.

11.5. Análise de Curva de Declínio pelo Método de Fetkovich

Usando as soluções para a vazão em função do tempo durante os diversos tipos de declínio, Fetkovich (1980) desenvolveu um gráfico log-log, apresentado na Figura 11.5, contendo curvas de q/q_i versus $a_i t$ para diferentes valores do expoente n .

Um gráfico log-log da vazão contra o tempo de produção deve resultar em uma curva com o formato de uma das curvas da Figura 11.5, de acordo com o valor de n característico do poço, reservatório ou campo em estudo. O método proposto por Fetkovich consiste em se ajustar a curva dos dados de produção, q versus t , a uma das curvas da Figura 11.5. Uma vez obtido o melhor ajuste possível, o valor de n correspondente estará estimado. Tomando-se um ponto comum às duas curvas ($q \times t$ e $q/q_i \times a_i t$), pode-se estimar também a taxa de declínio inicial a_i . Ainda a partir desse ponto de ajuste pode ser verificado se o valor da vazão inicial de produção q_i , reportado no histórico do campo, está compatível com o valor previsto no modelo encontrado.

A análise por curvas-tipo, similarmente ao que ocorre em outras áreas, como por exemplo na análise de testes de pressão em poços, normalmente apresenta problema de não-unicidade de solução, já que as curvas da Figura 11.5 são muito semelhantes e pode se tornar difícil decidir qual é a curva que melhor se ajusta aos dados de produção.

Semelhantemente ao que foi comentado no método de Gentry, uma vez determinado o valor de n através da Figura 11.5, pode-se verificar se de fato os dados do histórico de produção obedecem o tipo de declínio encontrado, construindo-se um dos gráficos específicos mencionados nas Seções 11.1, 11.2 e 11.3.

O gráfico da Figura 11.5 pode ainda ser utilizado de modo similar ao empregado no método de Gentry. Tomando um ponto $(t, q/q_i)$ do histórico de produção, o gráfico da Figura 11.5 permite estimar o valor de n conhecendo-se a_i , ou o valor de a_i caso seja conhecido o valor de n .

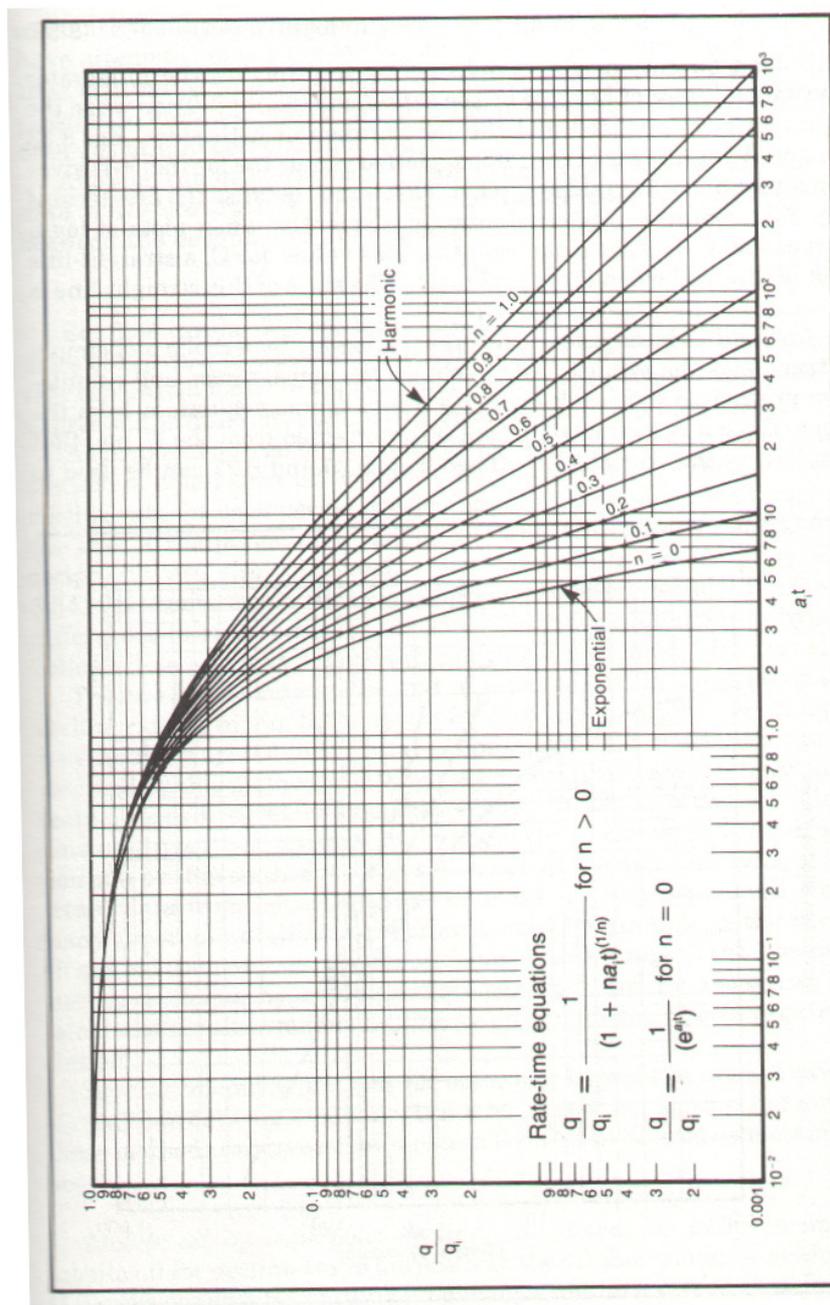


Figura 11.5 – Curva-tipo para análise de declínio de produção (Fetkovich, 1980). Reproduzida de Slider, H. C., *Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*, Copyright © 1983, com permissão de PennWell Publishing Company.

Exemplo 11.4 – A Tabela 11.6 apresenta os dados de produção de um campo de óleo. Durante os primeiros 20 meses a vazão de produção do campo sofreu um crescimento, passando de $118 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ para $232 \text{ m}^3 \text{ std/d}$, devido às sucessivas entradas em produção de novos poços produtores.

Tabela 11.6 – Dados de produção ($\text{m}^3 \text{ std/d}$) de um campo produtor de óleo - Exemplo 11.4

Ano	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
1970									118	111	52	45
1971	138	164	166	152	217	202	238	261	260	246	245	232
1972	240	243	276	259	240	241	228	240	192	203	218	205
1973	220	199	189	178	186	164	168	147	165	156	168	134
1974	138	141	121	131	136	135	130	135	117	110	119	105
1975	93	103	110	119	113	89	95	84	96	102	93	87
1976	86	88	89	83	76	78	81	87	80	75	72	69
1977	70	68	69	62	64	65	66	60	59	64	59	57

A mínima produção econômica nesse campo é da ordem de $5 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.

- Considerando o intervalo de tempo entre 01/01/1972 e 31/12/1977, determinar o tipo de declínio utilizando o método de Gentry.
- Com os dados da Tabela 11.6, construir o gráfico adequado para representar a caracterização do tipo de declínio encontrado no item *a*.
- Utilizando a curva-tipo de Fetkovich, estimar quando deveria ser abandonado o campo.
- Usando o gráfico construído no item *b*, estimar quando deveria ser abandonado o campo.

Solução:

Parte (a):

Considerando o intervalo de tempo entre 01/01/1972 e 31/12/1977, tem-se:

- $q_i = 240 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ ($t = 0$ em 01/01/72)
- $q = 57 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ ($t = 6 \text{ anos} = 2.190 \text{ dias}$ em 31/12/77)
- $N_p \cong n_m \times \sum \text{Produções mensais}$, onde $n_m = 365/12$ (número médio de dias por mês). Portanto, $N_p \cong (365/12) \times 9.288 = 282.510 \text{ m}^3 \text{ std}$.
- $N_p / (tq_i) = 282.510 / (2.190 \times 240) = 0,5375$
- $q_i/q = 240/57 = 4,21$.

Com os valores de $N_p/(tq_i) = 0,5375$ e $q_i/q = 4,21$ obtém-se da Figura 11.4: $n \cong 0 \Rightarrow$ declínio exponencial.

Parte (b):

Como o gráfico de Gentry (Figura 11.4) indica que o declínio deve ser exponencial, a sua verificação pode ser feita construindo-se um gráfico $\log q$ versus t a partir dos dados de produção. Admitindo, para efeito de simplificação, que os valores de q da Tabela 11.6 possam ser atribuídos aos primeiros dias de cada mês, foi construído o gráfico semi-log da Figura 11.6. Essa figura mostra

que de fato os pontos podem ser considerados alinhados sobre uma reta, confirmando que o declínio da produção do campo é do tipo exponencial.

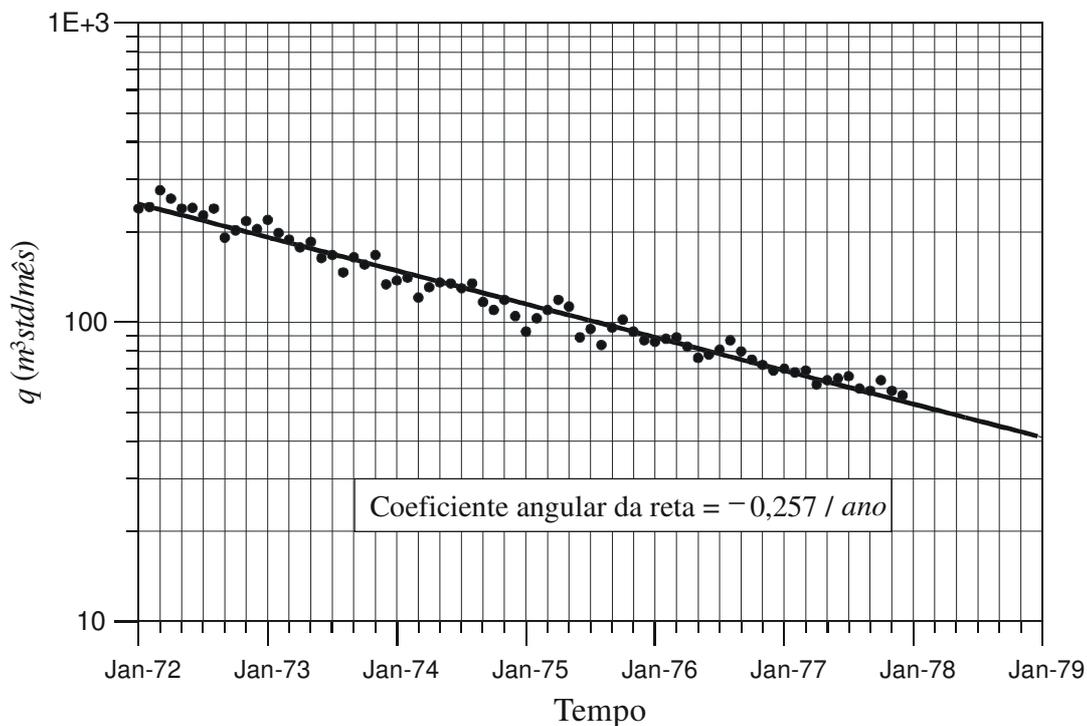


Figura 11.6 – Gráfico log q versus t para verificação de declínio exponencial - Exemplo 11.4.

Parte (c):

- No instante do abandono do campo tem-se: $q_{ab} / q_i = 5/240 = 0,0208$.
- Com os valores da relação $q_{ab} / q_i = 0,0208$ e $n = 0$, obtém-se da Figura 11.5: $a_i t_{ab} \cong 3,8$.
- Para $t = 6$ anos (31/12/77): $q/q_i = 57/240 = 0,2375$.
- Da Figura 11.5 estima-se que $a_i t \cong 1,5 \Rightarrow a_i \times 6 \cong 1,5 \Rightarrow a_i \cong 0,25$.
- Como $a_i t_{ab} \cong 3,8 \Rightarrow 0,25 \times t_{ab} \cong 3,8 \Rightarrow t_{ab} \cong 15,2$ anos.
- Portanto, o campo deveria ser abandonado em meados de março de 1987.

Parte (d):

Do gráfico construído (Figura 11.6): $a_i = 0,257 \text{ ano}^{-1}$. Aplicando-se a equação do declínio exponencial, Eq.(11.17):

$$q_{ab} = q_i \exp(-a_i t_{ab}) \Rightarrow 5 = 240 \times \exp(-0,257 \times t_{ab}) \Rightarrow t_{ab} = 15,06 \text{ anos.}$$

Então, o campo deveria ser abandonado no final de janeiro de 1987.

11.6. Análise de Curva de Declínio pelo Método de Tentativa e Erro em Gráfico Log-Log

A expressão geral do declínio, Eq. (11.9), pode ser escrita como:

$$q = q_i (1 + na_i t)^{-1/n}. \quad (11.32)$$

Tomando-se o logaritmo decimal de ambos os termos dessa equação:

$$\log q = \log q_i - \frac{1}{n} \log(1 + na_i t). \quad (11.33)$$

A Eq. (11.33) mostra que um gráfico de $\log q$ versus $\log(1 + na_i t)$ deve resultar em uma linha reta, cujo coeficiente angular é igual a $-1/n$, para o valor correto de na_i . Portanto, admitindo-se diferentes valores de na_i e construindo-se curvas de $\log q$ versus $\log(1 + na_i t)$ poderão ser determinados os valores do expoente n e da taxa de declínio inicial a_i , quando for obtida uma linha reta. A Figura 11.7 ilustra o procedimento descrito.

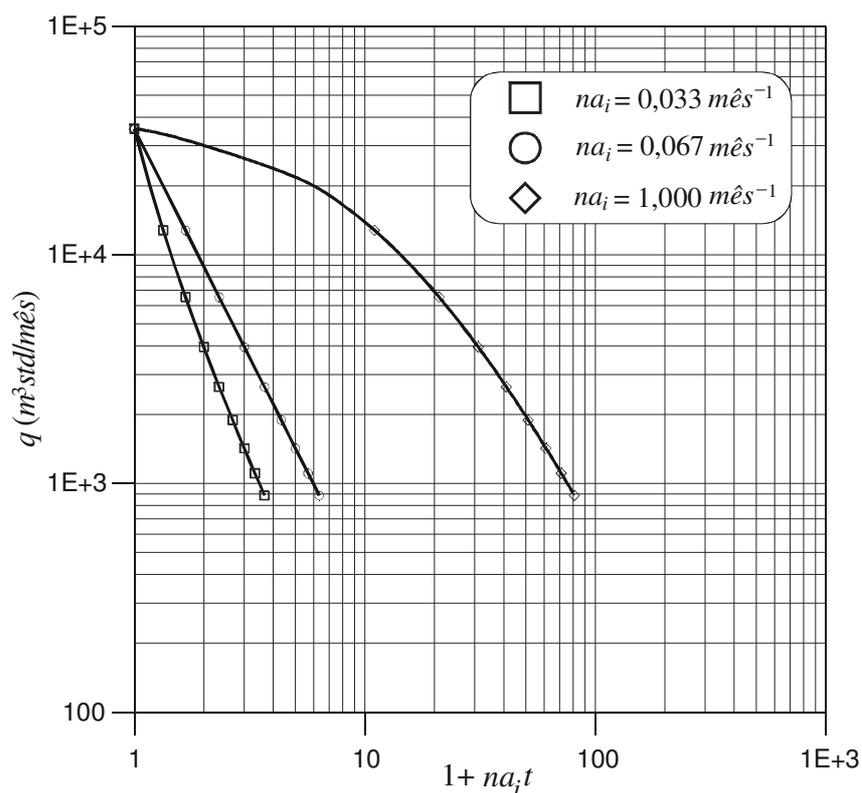


Figura 11.7 – Determinação de n e de a_i usando gráfico log-log.

Os valores de q são dados sintéticos, gerados com a expressão da vazão para o declínio hiperbólico, Eq. (11.9), utilizando-se $n = 0,5$ e $a_i = 0,133 \text{ m\text{e}s}^{-1}$, ou seja, $na_i = 0,067 \text{ m\text{e}s}^{-1}$. Foram realizadas três tentativas, escolhendo-se para na_i os seguintes valores: 0,033; 0,067 (correto) e 1. Conforme se pode observar, os valores de $na_i = 0,033$ e de $na_i = 1$ resultaram em curvas com

concavidades opostas, enquanto a solução correta do problema ($na_i = 0,067$) produziu uma linha reta. Do coeficiente angular obtém-se $n = 0,5$ e $a_i = 0,067/0,5 = 0,13 \text{ m}\hat{\text{e}}\text{s}^{-1}$.

Slider (1983) apresentou outra forma de se linearizar a equação do declínio hiperbólico. Multiplicando o numerador e o denominador da Eq. (11.9) pela expressão $(na_i)^{-1}$, rearranjando os termos e tomando o logaritmo de ambos os lados, obtém-se:

$$\log q = \log[q_i(na_i)^{-1/n}] - \frac{1}{n} \log[(na_i)^{-1} + t]. \quad (11.34)$$

Neste caso um gráfico de $\log q$ contra $\log[(na_i)^{-1} + t]$ deve resultar em uma linha reta com coeficiente angular $-1/n$. A Figura 11.8 mostra a aplicação do método com os mesmos dados do exemplo anterior. Novamente uma reta é obtida quando $na_i = 0,067 \text{ m}\hat{\text{e}}\text{s}^{-1}$, que é a solução correta, utilizada para simular o comportamento de declínio hiperbólico.

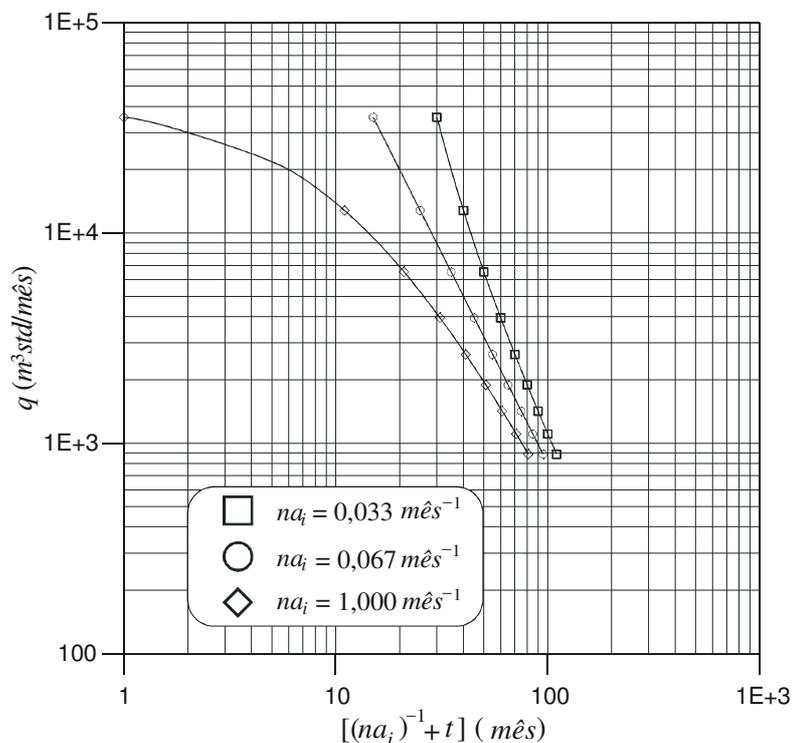


Figura 11.8 – Determinação de n e de a_i usando gráfico log-log.

11.7. Problemas

Problema 11.1 – Um poço completado em um reservatório de óleo foi colocado em produção com vazão de $100 \text{ m}^3 \text{ std/d}$. Verificou-se que o seu comportamento seguia o declínio hiperbólico com taxa de declínio inicial $a_i = 0,28/\text{ano}$ e expoente de declínio $n = 0,5$. Após 5 anos de produção o mesmo foi estimulado, passando a produzir $50 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.

Admitindo que após a estimulação o poço continue seguindo um declínio hiperbólico com $n = 0,5$, que o volume de óleo móvel não seja alterado pela estimulação do poço e que a vazão de abandono seja de $6 \text{ m}^3 \text{ std/d}$, determinar o tempo adicional (tempo que ainda falta) para o abandono do poço.

Obs.: *Volume de óleo móvel* é o volume máximo de óleo passível de ser produzido, ou seja, o volume que poderia ser produzido se o poço fosse abandonado somente quando atingisse uma vazão nula de produção.

Resposta: 15,85 anos

Problema 11.2 – Um poço, produzindo com declínio exponencial, apresentava uma vazão de $100 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ há 36 meses. Atualmente produz $40 \text{ m}^3 \text{ std/d}$. Se a vazão de abandono for de $3 \text{ m}^3 \text{ std/d}$, calcular:

- (a) A taxa anual de declínio.
- (b) O tempo de abandono, medido a partir do início da produção.
- (c) A reserva de óleo na região de influência do poço.

Respostas:

- (a) $0,305 \text{ ano}^{-1}$ (b) 11,5 anos (c) $44.279 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 11.3 – A Tabela 11.7 refere-se aos dados de produção de um poço de petróleo.

Tabela 11.7 – Histórico de produção - Problema 11.3

Data	Produção ($\text{m}^3 \text{ std/d}$)
01.01.1976	215
01.01.1977	160
01.01.1978	118
01.01.1979	88
01.01.1980	64
01.01.1981	48
01.01.1982	36
01.01.1983	27
01.01.1984	20

Pedem-se:

- (a) Caracterizar o tipo de declínio e determinar a_i e n .
- (b) Que gráfico você deveria construir para confirmar a resposta do item a? Mostre como, a partir desse gráfico, você obteria os parâmetros desejados.
- (c) Determinar o tempo adicional para o abandono do poço, sabendo que a vazão de abandono é de $5 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.
- (d) Calcular a produção acumulada adicional (ΔN_p) que se pode esperar desse poço.

Respostas:

- (a) declínio exponencial ($n = 0$) com $a_i = 0,297/\text{ano}$ (b) $\ln q$ versus t
(c) $t_{\text{adicional}} = 4,67 \text{ anos}$ (d) $\Delta N_p = 18.434 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 11.4 – Considere os dados de produção de um poço mostrados na Tabela 11.8.

Tabela 11.8 – Dados de produção do poço do Problema 11.4

Data	Produção ($m^3 \text{ std/d}$)
01.01.1970	154,5
01.07.1970	85,9
01.01.1971	53,2
01.07.1971	36,4
01.01.1972	26,2
01.07.1972	19,9
01.01.1973	15,6
01.07.1973	12,6
01.01.1974	10,4
01.07.1974	8,8
01.01.1975	7,5
01.07.1975	6,4
01.01.1976	5,6

Pedem-se:

- Realizar uma análise completa da curva de declínio, ou seja, caracterizar o tipo de declínio.
- Determinar o tempo adicional para o abandono do referido poço, cuja vazão de abandono é estimada em $1,5 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.
- Calcular a produção acumulada adicional (ΔN_p) que poderá ser obtida desse poço.
- Calcular qual será a vazão do poço quando faltarem dois anos para o seu abandono.

Respostas:

- declínio hiperbólico com $n = 0,5$
- $t_{\text{adicional}} = 6,87 \text{ anos}$
- $\Delta N_p = 7.153 \text{ m}^3 \text{ std}$
- $q = 2,03 \text{ m}^3 \text{ std/d}$

Problema 11.5 – A Tabela 11.9 refere-se aos dados de produção de um poço de petróleo.

Tabela 11.9 – Histórico de produção - Problema 11.5

Data	Produção ($m^3 \text{ std/d}$)
01.01.1973	125
01.01.1974	101
01.01.1975	84
01.01.1976	70
01.01.1977	59
01.01.1978	50
01.01.1979	44
01.01.1980	38

01.01.1981	33
01.01.1982	29
01.01.1983	26

Pedem-se:

- (a) Caracterizar o tipo de declínio, utilizando os gráficos de Gentry e de Fetkovich, bem como os gráficos específicos para cada tipo de declínio.
- (b) Determinar o tempo adicional para o abandono do referido poço, sabendo que a vazão de abandono é de $10 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.
- (c) Calcular a produção acumulada adicional que se pode esperar desse poço.

Respostas:

- (a) Declínio hiperbólico com $n = 0,4$ e $a_i = 0,2193 \text{ ano}^{-1}$
- (b) 9,91 anos
- (c) $58.997 \text{ m}^3 \text{ std}$

Bibliografia

- Fetkovich, J. J.: Decline Curve Analysis Using Type Curves. *Petroleum Technology*, SPE-AIME, June 1980.
- Gentry, R. W.: Decline Curve Analysis. *Petroleum Technology*, SPE-AIME, Jan. 1972.
- Golan, M. & Whitson, C. H.: *Well Performance*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1991. (2nd ed..)
- Mannarino, R.: *Avaliação Econômica dos Projetos Técnicos de Produção de Petróleo*. Rio de Janeiro, Brasil, PETROBRAS/DEXPRO/DIPRO, 1972.
- Mannarino, R.: Declínios de Produção: Projetos e Cálculos Econômicos. Rio de Janeiro, Brasil, *B. téc. PETROBRAS*, 17 (2): 97-109, Abr./Jun. 1974.
- Rosa, A. J. & Carvalho, R. S.: *Previsão de Comportamento de Reservatórios de Petróleo – Métodos Analíticos*. Rio de Janeiro, Editora Interciência, 2001.
- Slider, H. C.: *Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*. Tulsa, Oklahoma, USA, PennWell Publishing Company, 1983.

LISTA DE FIGURAS A SEREM COPIADAS DE LIVROS

Fonte			
Figura deste livro	Livro	Figura	Página
Figura 11.4	Slider, H. C. <i>Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods</i> . Tulsa, Oklahoma, USA, PennWell Publishing Company, 1983.	8-9	535
Figura 11.5	Slider, H. C. <i>Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods</i> . Tulsa, Oklahoma, USA, PennWell Publishing Company, 1983.	8-10	537

12.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RESERVATÓRIOS

Os simuladores de sistemas podem ser classificados entre *físicos* e *matemáticos*. Os simuladores físicos são, por exemplo, os simuladores analógicos, os modelos reduzidos e os protótipos. Os simuladores matemáticos podem ser subdivididos em *analíticos* e *numéricos*. Como exemplos de simuladores analíticos podem ser citados a solução do modelo da fonte linear (Capítulo 3), a equação de balanço de materiais (Capítulos 7 e 8), as curvas de declínio (Capítulo 11) e o modelo de Buckley-Leverett (Capítulo 14).

A *simulação numérica* é um dos métodos empregados na engenharia de petróleo para se estimar características e prever o comportamento de um reservatório de petróleo, a exemplo das técnicas de previsão de comportamento baseadas em balanço de materiais, nas curvas de declínio e na teoria de Buckley-Leverett. Na verdade os métodos baseados na equação de balanço de materiais constituem-se em modelos numéricos simplificados, chamados de modelos “tanques” ou de dimensão “zero”, já que o reservatório é considerado uma caixa, onde as propriedades da rocha e dos fluidos, bem como a pressão, assumem valores médios uniformemente distribuídos. Os *simuladores numéricos de reservatórios* são geralmente conhecidos como *simuladores numéricos de fluxo*, devido ao fato de que são utilizados para se estudar o comportamento do fluxo de fluidos em reservatórios de petróleo empregando uma solução numérica.

12.1. Tipos de Simuladores Numéricos de Fluxo¹

A classificação dos simuladores numéricos é feita normalmente em função de três características básicas: o tratamento matemático utilizado, o número de dimensões consideradas e o número de fases admitidas.

12.1.1. Classificação pelo tratamento matemático

Os simuladores numéricos de fluxo podem ser classificados de acordo com a maneira pela qual o comportamento físico e a característica de performance são tratados matematicamente.

¹ Boa parte do material contido nas Seções 12.1, 12.2 e 12.3 foi gentilmente cedido pelo engenheiro de petróleo da Petrobras, Dr. Alberto Sampaio de Almeida.

a) Modelo tipo Beta ou volumétrico

No modelo de simulador tipo *Beta* ou *volumétrico*, também conhecido na literatura como “*black oil*”, o tratamento matemático envolve funções da pressão e da temperatura do reservatório. Admite-se que cada uma das várias fases (água, óleo e/ou gás) eventualmente presentes no reservatório seja constituída de um único componente. Assim é que, por exemplo, considera-se que a fase *óleo* seja formada por um único componente, denominado simplesmente *óleo*, embora se saiba que o óleo é constituído por diversos hidrocarbonetos, conforme foi comentado no Capítulo 1.

b) Modelo composicional

O tratamento matemático de um modelo *composicional* considera não somente a pressão e a temperatura do reservatório, mas também as composições das diversas fases eventualmente presentes no meio poroso. Neste caso, a fase *óleo* não mais é admitida como sendo formada por um único componente, como no modelo “*black oil*”, mas sim pelos vários hidrocarbonetos que compõem o óleo, tais como C_1 , C_2 , C_3 , etc. Na prática, como normalmente é muito grande o número de hidrocarbonetos presentes em um determinado óleo ou gás, costuma-se agrupar diversos desses componentes, formando um grupo chamado de *pseudocomponente*. Por exemplo, o óleo de um reservatório poderia ser representado por três pseudocomponentes: C_1 , C_2 - C_6 e C_{7+} . Isso significa que os hidrocarbonetos C_2 , C_3 , C_4 , C_5 e C_6 estariam representados pelo pseudocomponente C_2 - C_6 , enquanto os componentes com pesos moleculares maiores que o do C_6 estariam englobados no pseudocomponente C_{7+} . O objetivo dessa simplificação é reduzir o tempo computacional que um tratamento mais rigoroso exigiria, eventualmente tornando impraticável a utilização do modelo.

c) Modelo térmico

O chamado modelo *térmico* é utilizado quando é necessário considerar os efeitos de variações da temperatura no interior do reservatório, como por exemplo no caso em que é estudada a aplicação de um método térmico de recuperação secundária² (injeção de vapor, injeção de água quente, combustão “*in situ*”). Os modelos térmicos, devido ao fato de tratarem situações complexas, são necessariamente composicionais.

12.1.2. Classificação pelo número de dimensões

a) Unidimensional

Um simulador numérico de fluxo é dito *unidimensional* quando admite fluxo em uma única direção, conforme ilustra a Figura 12.1.

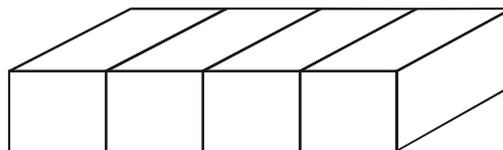


Figura 12.1– Simulador numérico unidimensional.

² Vide Capítulo 15.

b) Bidimensional

Um simulador numérico *bidimensional* simula o fluxo em duas dimensões. Neste caso o simulador pode representar um fluxo horizontal ($x \times y$) (conforme exemplifica a Figura 12.2), um fluxo vertical ($x \times z$) ou um fluxo radial ($r \times z$).

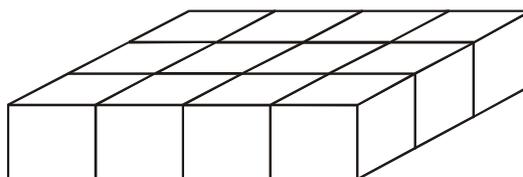


Figura 12.2 – Simulador numérico bidimensional horizontal.

c) Tridimensional

No caso de um simulador numérico *tridimensional* admite-se que o fluxo de fluidos no meio poroso ocorra nas três direções: x , y e z . Uma ilustração de um simulador tridimensional pode ser vista na Figura 12.3.

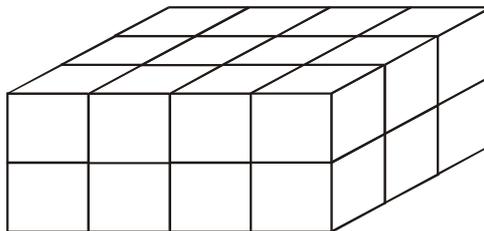


Figura 12.3 – Representação de um simulador numérico tridimensional.

12.1.3. Classificação de acordo com o número de fases

Os simuladores numéricos de fluxo podem ser classificados de acordo com o número de fases em monofásicos, bifásicos e trifásicos.

- Monofásico*: quando considera a presença de uma só fase no reservatório (gás, óleo ou água no caso de se tratar do estudo de um aquífero).
- Bifásico*: quando considera a presença de duas fases, normalmente óleo e água (reservatório de óleo) ou gás e água (reservatório de gás).
- Trifásico*: quando é considerada a ocorrência de três fases no reservatório (óleo, gás e água).

A escolha do tipo de simulador a ser usado depende de vários fatores, tais como: tipo de estudo desejado, tipo e características do reservatório e dos fluidos, quantidade e qualidade dos dados, detalhamento necessário do estudo e recursos de computação disponíveis.

12.2. Desenvolvimento de um Simulador Numérico

O diagrama da Figura 12.4 mostra um esquema básico de desenvolvimento de um simulador numérico de reservatório.

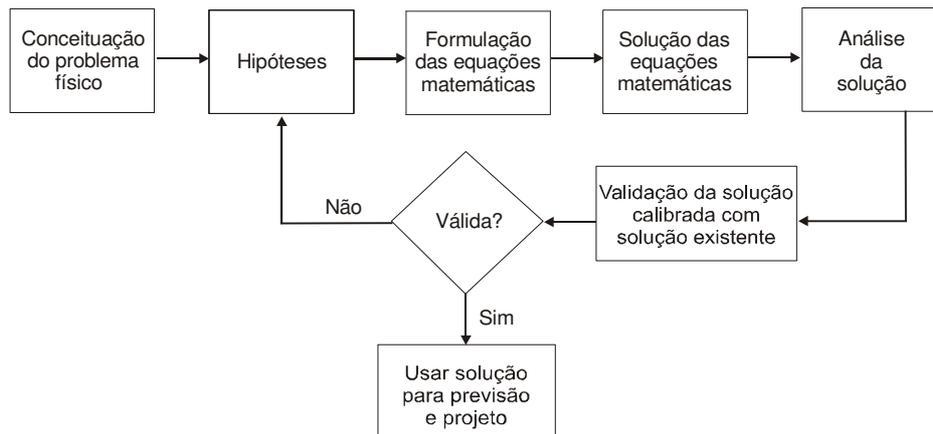


Figura 12.4 – Esquema para desenvolvimento de um simulador numérico de reservatório.

A primeira etapa consiste em se formular o problema físico que se deseja representar matematicamente. Em seguida são feitas as suposições e simplificações compatíveis com o grau de sofisticação que se espera do modelo. Formulam-se então as equações matemáticas que descrevem o problema físico desejado, considerando-se as hipóteses adotadas. O passo seguinte é a resolução das equações e a análise da solução obtida. Verifica-se então a validade do simulador através da calibração com uma solução existente. Por exemplo, comparam-se os resultados obtidos do simulador numérico com soluções analíticas, com resultados reais ou com resultados obtidos de modelos físicos de laboratório (dados experimentais). Caso a validade seja verificada, o simulador estará pronto para se simular o fenômeno desejado. Caso contrário, volta-se para um novo ciclo em que são novamente analisadas as hipóteses adotadas ou até a conceituação do modelo físico.

No caso de se desejar construir um simulador numérico para o estudo de reservatórios de petróleo, o modelo físico é o escoamento de fluidos (água, gás, óleo ou outro fluido qualquer) em meios porosos. Várias são as suposições e hipóteses simplificadoras possíveis de serem adotadas: meio poroso homogêneo e isotrópico, efeitos gravitacionais desprezíveis, fluxo unidimensional, fluxo bidimensional, etc.

As equações que descrevem qualquer processo físico são formuladas através da(o):

- Aplicação de um conjunto de leis básicas a uma região do espaço (volume de controle);
- Descrição matemática de um fenômeno de transporte, relacionado com a natureza do processo;
- Utilização das equações de estado apropriadas;
- Uso de relações auxiliares, se necessário.

12.2.1. Leis básicas

As leis básicas normalmente empregadas, a depender do tipo de simulador, são:

- Lei da conservação de massa;
- Lei da conservação de energia (Exemplo: energia térmica);
- Lei da conservação de “momentum” (segunda lei de Newton):

$$\sum F = \frac{\partial M}{\partial t}, \quad (12.1)$$

onde F representa uma força e o “momentum” $M = mv$, sendo m a massa e v a velocidade, caracteriza a dinâmica do sistema.

12.2.2. Fenômenos de transporte

A depender do tipo de simulador numérico, um ou mais dos seguintes fenômenos podem ser considerados:

a) Fluxo viscoso de um fluido através de um meio poroso

Neste fenômeno as seguintes leis são geralmente utilizadas:

- Lei de Darcy (fluxo “laminar” ou Darcyano)

Na lei de Darcy, conforme apresentada no Capítulo 3, a velocidade de fluxo de um fluido através de um meio poroso é dada pela expressão:

$$v_s = -\frac{k_s}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad (12.2)$$

onde k é a permeabilidade efetiva do meio ao fluido considerado, μ a viscosidade do fluido, Φ o potencial de fluxo do fluido e s a trajetória de fluxo.

- Lei de Forchheimer (fluxo “turbulento” ou não-Darcyano – efeitos de turbulência e de inércia)

Conforme a teoria discutida no Capítulo 4, no caso do fluxo de um gás muitas vezes o regime de fluxo é turbulento, não podendo então ser adequadamente representado pela lei de Darcy. Nesse caso o gradiente de pressão é dado pela lei de Forchheimer, cuja expressão é:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\mu}{k_s} v_s - \beta \rho v_s^2, \quad (12.3)$$

onde ρ é a massa específica do fluido e β é o coeficiente de resistência inercial ou de fluxo não-Darcyano.

b) Transferência de calor

Em alguns processos estudados na engenharia de petróleo, conforme será discutido no Capítulo 15, por exemplo, deseja-se considerar o fenômeno de transferência de calor no meio poroso. Nesse caso pode ser necessária a utilização de uma ou mais das leis que regem esse fenômeno:

- Condução

Durante o fenômeno de condução o fluxo de calor é dado pela chamada *lei de Fourier*:

$$q_s = -k' \frac{\partial T}{\partial s}, \quad (12.4)$$

onde T é a temperatura e k' a condutividade térmica do meio.

- Convecção

No transporte de calor por convecção o fluxo é expresso por:

$$q_s = c_p v_s (T - T_o), \quad (12.5)$$

onde c_p é a *capacidade calorífica* do fluido à pressão constante, v a velocidade do fluido e T_o uma temperatura de referência.

12.2.3. Equações de estado³

A exemplo do que ocorre na formulação de simuladores matemáticos analíticos (Vide Capítulos 3 e 4), o uso das equações de estado apropriadas é fundamental na obtenção das equações diferenciais que representam o escoamento dos fluidos através do reservatório.

a) Fluidos

Para os fluidos normalmente é empregada como equação de estado uma lei que relaciona a massa específica com a pressão. Essa relação é geralmente obtida através da equação da compressibilidade.

Líquidos

No caso dos líquidos, além da definição geral da compressibilidade isotérmica de um fluido,

$$c = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}, \quad (12.6)$$

onde ρ é a massa específica, podem ser usadas ainda algumas relações válidas para situações particulares:

- Líquidos de compressibilidade constante

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)}, \quad (12.7)$$

onde p_0 é uma pressão de referência e c é a compressibilidade do líquido.

- Líquidos de compressibilidade constante e pequena

$$\rho = \rho_0 [1 + c(p - p_0)]. \quad (12.8)$$

Gases

Neste caso aplica-se a chamada lei dos gases, segundo a qual a massa específica relaciona-se com a pressão (p), a massa molecular (M), o fator de compressibilidade (Z), a constante universal dos gases (R) e a temperatura (T):

- Gás real

$$\rho = \frac{pM}{ZRT}. \quad (12.9)$$

- Gás ideal

$$\rho = \frac{pM}{RT}. \quad (12.10)$$

³ Vide Capítulo 1.

b) Sólidos

Para representar o comportamento da rocha utiliza-se a equação da chamada compressibilidade efetiva:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \quad (12.11)$$

onde c_f é a compressibilidade efetiva da formação e ϕ a porosidade.

Além das equações citadas nesta seção, outras podem ser utilizadas para representar fenômenos específicos que se deseje simular (injeção de vapor, injeção de polímeros, etc.).

Combinando-se as equações correspondentes às leis básicas, aos fenômenos de transporte envolvidos no processo e às equações de estado apropriadas, obtém-se uma equação diferencial parcial⁴ que rege o comportamento das variáveis dependentes em função das variáveis independentes e dos parâmetros do sistema. Essa equação diferencial parcial normalmente é não-linear, sendo então resolvida por métodos numéricos, daí a denominação de *simulação numérica de reservatórios*.

Na maioria dos simuladores numéricos comerciais as equações diferenciais do problema são resolvidas utilizando-se a técnica das *diferenças finitas*, que será apresentada na Seção 12.4.

12.3. Uso de Simuladores Numéricos Para Estudos de Reservatórios

O esquema mostrado na Figura 12.5 fornece um idéia da importância do uso da simulação numérica no estudo de reservatórios. Pode-se verificar que para o modelo matemático convergem informações geológicas, informações sobre as propriedades da rocha e dos fluidos presentes no meio poroso, informações sobre os históricos de produção (vazões e/ou produções acumuladas de óleo, gás e água) e de pressão, e outras informações a respeito dos poços de petróleo, tais como as características de completação.

⁴ Vide Capítulos 3 e 4.

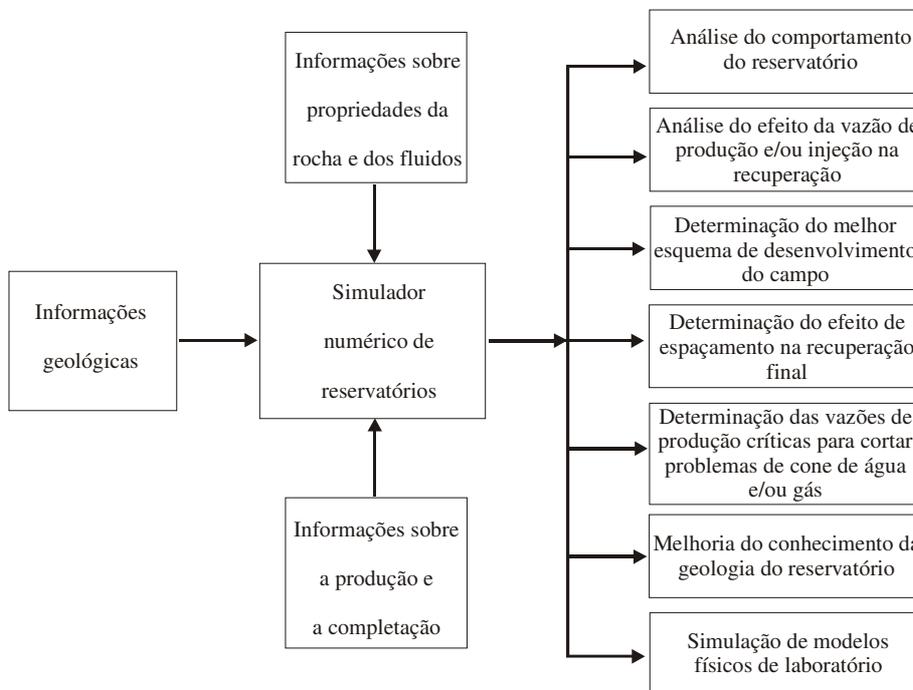


Figura 12.5 – Aplicações de simuladores numéricos de reservatórios.

O uso de um simulador numérico permite a obtenção de informações sobre a performance de um campo ou reservatório sob diversos esquemas de produção, de modo que podem ser determinadas as condições ótimas para se produzir esse campo ou reservatório. Mais especificamente, pode ser analisado o comportamento de um reservatório quando sujeito à injeção de diferentes tipos de fluido (água, gás, vapor, etc.), analisada a influência de diferentes vazões de produção e/ou injeção, ou determinado o efeito da localização dos poços e do espaçamento entre eles na recuperação final de óleo e/ou gás.

As etapas normalmente seguidas na execução de um estudo de reservatório, utilizando simuladores numéricos, podem ser resumidas no esquema apresentado na Figura 12.6.

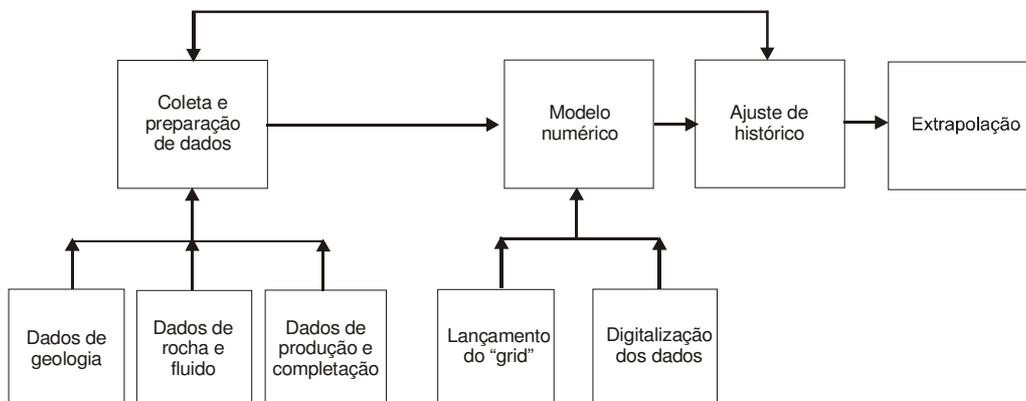


Figura 12.6 – Etapas de um estudo de reservatório usando um simulador numérico.

As etapas mostradas na Figura 12.6 consistem em:

12.3.1. Coleta e preparação de dados

Inicialmente tem-se uma fase de *coleta e preparação de dados*, quando se procura armazenar e interpretar todos os dados disponíveis sobre o reservatório em questão, incluindo dados sobre a geologia, rocha, fluidos, produção e completação dos poços. Quanto maiores a quantidade e a qualidade dos dados, mais confiável será o estudo.

12.3.2. Preparação do modelo numérico

Após a coleta e preparação dos dados, a etapa seguinte consiste na construção do modelo numérico propriamente dito. Para isso faz-se inicialmente o chamado *lançamento do “grid”* ou *malha*, ou seja, constrói-se uma malha para se transpor para o modelo as informações necessárias. Esta etapa consiste então em dividir o reservatório em várias células, cada uma delas funcionando como um reservatório, conforme ilustra a Figura 12.7.

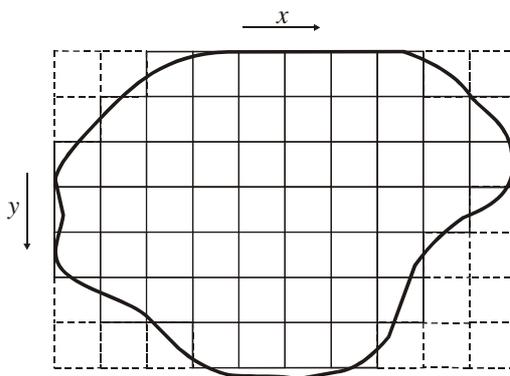


Figura 12.7 – Malha ou “grid” utilizado na simulação numérica de um reservatório.

As linhas da malha precisam estender-se por todo o reservatório e cada célula é identificada pelas suas coordenadas x , y e z . Para cada célula em que foi dividido o reservatório devem ser fornecidos os dados necessários para compor o modelo numérico, tais como porosidade, permeabilidade, espessura, etc. Assim, o modelo numérico contém todas as informações necessárias para “alimentar” o simulador numérico de fluxo, isto é, para “rodar” o simulador.

12.3.3. Ajuste de histórico

Na etapa de *ajuste de histórico* o principal objetivo é calibrar o modelo numérico com o reservatório real a partir dos melhores dados disponíveis referentes aos históricos de produção (água, óleo e gás) e de pressão. O ajuste de histórico consiste em calcular o comportamento passado do reservatório e comparar com o histórico do campo ou reservatório (produção de água, gás e óleo, dados de pressão, etc.). Se a concordância não é satisfatória, dados como permeabilidade absoluta,

permeabilidade relativa, porosidade, etc., são variados de uma simulação para outra até que o ajuste seja considerado adequado.

Se os dados fornecidos do reservatório forem adequados, provavelmente um bom ajuste de histórico será obtido e o modelo poderá ser usado para se efetuar previsões confiáveis em relação ao seu comportamento futuro. Se os dados forem incompletos ou suspeitos o modelo numérico poderá ser usado somente para uma comparação semi-quantitativa de resultados dos diferentes modos de operação do reservatório. De qualquer maneira, a precisão da simulação poderá ser melhorada pelo ajuste do histórico.

12.3.4. Extrapolação

Ajustado o histórico, a próxima etapa seria a utilização do modelo para se prever o comportamento futuro do reservatório. Nessa previsão podem ser impostas vazões para todos os poços ou para o campo como um todo. Pode-se também impor que os poços produzirão com determinadas pressões de fluxo, obtendo-se então as suas vazões através do uso do modelo numérico “alimentado” no simulador de fluxo. Pode-se ainda impor que uma vazão seja mantida até que a pressão caia abaixo de um certo ponto, quando então é iniciado um projeto de injeção de água ou de gás. Enfim, vários esquemas de exploração podem ser avaliados, e uma análise econômica pode ser feita com os resultados, de forma que se possa decidir pelo esquema ótimo de produção.

Convém salientar, no entanto, que o comportamento do reservatório é influenciado por diversos fatores, tais como: permeabilidade, porosidade, espessuras, saturações, permeabilidades relativas, etc., cujos dados conhecidos podem não ser representativos de todo o reservatório. Assim, é possível que uma combinação desses fatores resulte em um ajuste de histórico satisfatório, sem que ela seja única e represente as verdadeiras condições do reservatório. Esse problema de não-unicidade de solução é semelhante ao que foi discutido no Capítulo 9, quando foi apresentada a questão de ajuste de histórico utilizando a equação de balanço de materiais. Portanto, quando um modelo numérico, após um ajuste de histórico, é usado para se prever a performance futura de um reservatório, não significa que a previsão fornecerá resultados próximos do comportamento real. Em geral, quanto mais longo o histórico, mais digna de confiança é a previsão. Devido à questão de não-unicidade de solução nos problemas inversos, é necessária uma verificação periódica da simulação realizada.

A Tabela 12.1 apresenta as etapas do desenvolvimento de um estudo de reservatório, bem como alguns dos dados necessários para a realização do estudo através de um modelo numérico.

Tabela 12.1 – Etapas do desenvolvimento de um estudo de reservatório

Fase 1: coleta e preparação de dados
1 – Geologia
1.1. Modelo geológico
1.2. Mapas estruturais (topo, base)
1.3. Mapas de isópacas (óleo, gás, água)
1.4. Seções estratigráficas
2 – Dados de rocha
2.1. Porosidade
2.2. Permeabilidade
2.3. Compressibilidade
2.4. Permeabilidade relativa

2.5. Saturações de fluidos na formação

2.6. Pressão capilar

3 – Dados de fluido

3.1. Análise PVT (óleo, gás, água)

3.2. Análise de óleo, gás e água

4 – Dados de produção

4.1. Histórico de produção (óleo, gás, água)

4.2. Histórico de pressão

4.3. Testes de formação

4.4. Histórico de injeção (água, gás)

5 – Dados de poço

5.1. Completação

5.2. Índice de produtividade/injetividade

5.3. Histórico de completções

5.4. Histórico de estimulações e restaurações

5.5. Histórico de pressão na cabeça

Fase 2: preparação do modelo numérico

1 – Lançamento do modelo numérico

1.1. Lançamento da malha

1.2. Digitalização

1.3. Entrada (“input”) dos dados

Fase 3: fechamento do histórico (calibração do modelo numérico)

Fase 4: extrapolação

12.4. Introdução às Diferenças Finitas⁵

A teoria das diferenças finitas foi formulada no início da década de cinquenta, justamente quando os computadores eletrônicos programáveis começavam a surgir. Não tardaram a aparecer as primeiras aplicações dessa técnica ao estudo do fluxo de fluidos em meios porosos. Assim nasceu a simulação numérica de reservatórios, que desde então tem sido constantemente aperfeiçoada e encontra aplicações cada vez mais numerosas.

Conforme apresentado nas seções anteriores, a simulação numérica é uma ferramenta de grande utilidade para o engenheiro de reservatórios. Conhecer-la e saber manuseá-la é adquirir capacitação para o estudo de problemas complexos de engenharia de reservatórios. Quando formulados matematicamente, de maneira realista, esses problemas conduzem a equações ou sistemas de equações diferenciais parciais não-lineares, que não se prestam aos métodos analíticos de solução. É precisamente neste caso que o método das diferenças finitas se aplica, possibilitando obter soluções aproximadas para as equações. Além disso, a maioria dos simuladores numéricos comerciais utiliza a técnica das diferenças finitas na resolução das suas equações e é importante que o engenheiro conheça os fundamentos básicos de uma de suas ferramentas de trabalho, que são os simuladores numéricos.

⁵ Boa parte do material contido na Seção 12.4 foi gentilmente cedido pela engenheira de petróleo da Petrobras, Maria de Lourdes Ferreira.

Nesta seção são apresentados o conceito de diferenças finitas e a metodologia básica para a aplicação dessa técnica à solução de equações diferenciais parciais. São discutidos também alguns critérios úteis para a investigação da qualidade dos resultados que o método pode fornecer.

12.4.1. Discretização de uma função através da série de Taylor

Considere a função $p(x)$ representada na Figura 12.8, onde p é a variável dependente e x a variável independente.

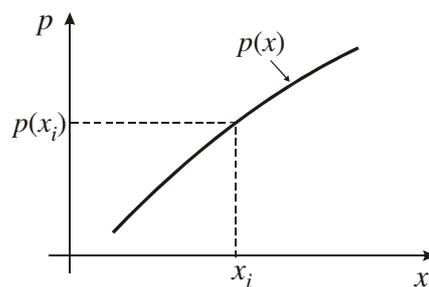


Figura 12.8 – Representação de uma função $p(x)$.

Se $p(x)$ e todas as suas derivadas existem no ponto x_i , então para qualquer x nas vizinhanças de x_i , $p(x)$ pode ser escrita como uma série de Taylor:

$$p(x) = p(x_i) + (x - x_i) \frac{dp}{dx} \Big|_{x_i} + \frac{(x - x_i)^2}{2!} \frac{d^2 p}{dx^2} \Big|_{x_i} + \frac{(x - x_i)^3}{3!} \frac{d^3 p}{dx^3} \Big|_{x_i} + \dots \quad (12.12)$$

Seja x_{i+k} um valor genérico de x nas vizinhanças do ponto x_i , tal que $x_{i+k} = x_i + k\Delta x$, onde $\Delta x > 0$ é um intervalo escolhido e k é um número inteiro. Sejam também as seguintes notações:

$$p_{i+k} = p(x_{i+k}) \quad (12.13)$$

e

$$p'_i = p'(x_i) = \frac{dp}{dx} \Big|_{x_i}, \quad p''_i = p''(x_i) = \frac{d^2 p}{dx^2} \Big|_{x_i}, \quad \dots \quad (12.14)$$

Será denominado *discretização* da função $p(x)$ o processo em que tanto o domínio quanto a imagem da função passam de *contínuos* para *discretos*. Esse processo equivale a substituir a Figura 12.8 pela Figura 12.9,

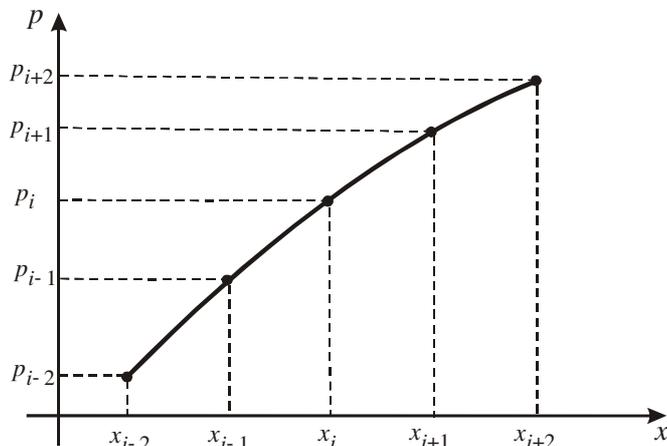


Figura 12.9 – Discretização da função $p(x)$.

e a Eq. (12.12) por:

$$p_{i+k} = p_i + (k\Delta x)p'_i + \frac{(k\Delta x)^2}{2!}p''_i + \frac{(k\Delta x)^3}{3!}p'''_i + \dots \quad (12.15)$$

Particularmente nos pontos x_{i+1} e x_{i-1} a Eq. (12.15) é dada, respectivamente, por:

$$p_{i+1} = p_i + (\Delta x)p'_i + \frac{(\Delta x)^2}{2!}p''_i + \frac{(\Delta x)^3}{3!}p'''_i + \dots \quad (12.16)$$

e

$$p_{i-1} = p_i - (\Delta x)p'_i + \frac{(\Delta x)^2}{2!}p''_i - \frac{(\Delta x)^3}{3!}p'''_i + \dots \quad (12.17)$$

12.4.2. Diferenças finitas e erro de truncamento

Conforme visto na seção anterior, a série de Taylor permite estabelecer uma relação entre os valores das variáveis dependente e independente nos pontos escolhidos. Este é justamente o ponto de partida para a conceituação das diferenças finitas. A série de Taylor deve ser escrita em torno do ponto x_i no qual se deseja calcular a derivada. A expansão em série pode ser *ascendente* (em direção a pontos superiores a x_i) como na Eq. (12.16), ou *descendente* como na Eq. (12.17). Uma alternativa é combinar séries ascendentes e descendentes. O próximo passo é identificar na(s) série(s) escrita(s) a derivada desejada e rearranjar termos de forma a explicitar a derivada. O resultado é uma série na qual o primeiro termo é um *quociente de diferenças finitas* nas variáveis dependente e independente, isto é, a própria aproximação desejada. Os demais termos são desprezados (mas não esquecidos) e constituem o chamado *erro de truncamento*. Alguns exemplos serão apresentados nos itens que se seguem.

a) Derivada primeira

Para o cálculo da derivada primeira através de diferenças finitas serão consideradas as formas ascendente, descendente e central.

Forma ascendente

Explicitando p'_i na Eq. (12.16) obtém-se:

$$p'_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} - \frac{(\Delta x)}{2} p''_i - \frac{(\Delta x)^2}{6} p'''_i - \dots \quad (12.18)$$

Desprezando-se os demais termos, exceto a diferença finita propriamente dita, ou seja, “truncando-se” a Eq. (12.18) e resumindo-a ao primeiro termo, obtém-se:

$$(p'_i)^* = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x}, \quad (12.19)$$

onde $(p'_i)^*$ é uma aproximação para a derivada primeira, dp/dx , em termos de diferenças finitas.

Após a formulação da aproximação da derivada por diferença finita podem ser observados 4 conceitos fundamentais:

- Lembrando-se da definição de derivada:

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} = \lim_{x \rightarrow x_i} \frac{p(x) - p(x_i)}{x - x_i} \quad (12.20)$$

e escrevendo-a na notação corrente:

$$p'_i = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x}, \quad (12.21)$$

observa-se que a aproximação dada na Eq. (12.19) consiste em se fazer Δx um valor finito.

- O valor de $(p'_i)^*$ na Eq. (12.19) será uma aproximação tanto melhor de p'_i na Eq. (12.21) quanto menor for o intervalo Δx considerado.
- Diz-se que a Eq. (12.19) é uma aproximação de p'_i na *forma ascendente* porque foi obtida da Eq. (12.16), onde $p(x)$ foi expandida no sentido ascendente dos valores de x .
- Comparando-se as Eqs. (12.18) e (12.19) pode-se escrever que:

$$\theta(\Delta x) = p'_i - (p'_i)^* = -\frac{(\Delta x)}{2} p''_i - \frac{(\Delta x)^2}{6} p'''_i - \dots, \quad (12.22)$$

onde θ é definido como sendo o *erro de truncamento*, ou seja, a diferença entre o valor exato da derivada primeira e a sua aproximação. Se Δx for suficientemente pequeno, os termos da série dada na Eq. (12.22) serão decrescentes em valor absoluto e θ terá a ordem de grandeza do primeiro termo. Diz-se então que o erro de truncamento é de *1ª ordem* ou *da ordem de Δx* , ou seja, $\theta = \Delta x$ e a Eq. (12.18) pode ser escrita na forma:

$$p'_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} + \theta(\Delta x). \quad (12.23)$$

Forma descendente

A partir da Eq. (12.17) pode-se explicitar o valor de p'_i :

$$p'_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta x} + \theta(\Delta x), \quad (12.24)$$

onde:

$$\theta(\Delta x) = \frac{\Delta x}{2} p''_i - \frac{(\Delta x)^2}{6} p'''_i + \dots \quad (12.25)$$

A Eq. (12.24) é a representação de p'_i na *forma descendente*, uma vez que a expressão original, Eq. (12.17), refere-se à expansão em série de Taylor usando valores de x inferiores a x_i . O erro de truncamento nesse caso é também da ordem de Δx , conforme se observa pela Eq. (12.25).

Forma central

Se nas Eqs. (12.16) e (12.17) forem acrescentados os dois próximos termos e posteriormente uma equação for subtraída da outra, obter-se-á:

$$p_{i+1} - p_{i-1} = 2\Delta x p'_i + 2 \frac{(\Delta x)^3}{3!} p_i''' + 2 \frac{(\Delta x)^5}{5!} p_i^{(5)} + \dots \quad (12.26)$$

Explicitando p'_i fornece:

$$p'_i = \frac{p_{i+1} - p_{i-1}}{2\Delta x} + \theta[(\Delta x)^2], \quad (12.27)$$

onde:

$$\theta[(\Delta x)^2] = -\frac{(\Delta x)^2}{6} p_i''' - \frac{(\Delta x)^4}{120} p_i^{(5)} - \dots \quad (12.28)$$

A Eq. (12.27) é a aproximação de p'_i na *forma central*, cujo erro de truncamento dado pela Eq. (12.28) é de 2ª ordem. Esta representação é portanto mais precisa que as formas ascendente ou descendente, já que estas últimas apresentam erro de 1ª ordem. Contudo, a forma central nem sempre é a mais indicada, conforme será discutido posteriormente. A preferência por uma ou outra forma de solução muitas vezes depende do problema particular que está sendo estudado.

b) Derivada segunda

A soma algébrica das Eqs. (12.16) e (12.17), acrescentadas de mais um termo, produz:

$$p_{i+1} + p_{i-1} = 2p_i + (\Delta x)^2 p_i'' + \frac{(\Delta x)^4}{12} p_i^{(4)} + \dots, \quad (12.29)$$

de onde se pode obter:

$$p_i'' = \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{(\Delta x)^2} + \theta[(\Delta x)^2]. \quad (12.30)$$

A Eq. (12.30) fornece uma aproximação central para a 2ª derivada em termos de diferenças finitas, com um erro de truncamento de 2ª ordem.

c) Casos especiais

As formas de aproximação vistas até agora encontram ampla utilização em um grande número de problemas práticos. No entanto, em alguns casos é necessário encontrar formulações que satisfaçam características particulares do problema. Um exemplo, relativamente comum na prática, pode ser ilustrado com os valores da função $p(x)$ mostrados na Tabela 12.2.

Tabela 12.2 – Valores da função $p(x)$

x	$p(x)$
0,90	2,4596
1,00	2,7183

1,11	3,0344
------	--------

Admita que se deseja calcular a derivada primeira p' no ponto $x = 1,00$. Observa-se que os pontos não estão igualmente espaçados em relação à variável independente x . Tomando $x_i = 1,00$ tem-se:

$$x_{i-1} = x_i - \Delta x_1 \quad (12.31)$$

e

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_2, \quad (12.32)$$

onde $\Delta x_1 \neq \Delta x_2$. Para esta configuração pode-se escrever, a partir da Eq. (12.15):

$$p_{i+1} = p_i + (\Delta x_2) p'_i + \frac{(\Delta x_2)^2}{2!} p''_i + \frac{(\Delta x_2)^3}{3!} p'''_i + \dots \quad (12.33)$$

e

$$p_{i-1} = p_i - (\Delta x_1) p'_i + \frac{(\Delta x_1)^2}{2!} p''_i - \frac{(\Delta x_1)^3}{3!} p'''_i + \dots \quad (12.34)$$

Multiplicando a Eq. (12.33) por $1/(\Delta x_2)^2$ e a Eq. (12.34) por $1/(\Delta x_1)^2$, subtraindo a primeira da segunda e explicitando p'_i obtém-se:

$$p'_i = \frac{\frac{1}{(\Delta x_2)^2} p_{i+1} + \left[\frac{1}{(\Delta x_1)^2} - \frac{1}{(\Delta x_2)^2} \right] p_i - \frac{1}{(\Delta x_1)^2} p_{i-1}}{\left(\frac{1}{\Delta x_1} + \frac{1}{\Delta x_2} \right)} + \theta[(\Delta x_1)(\Delta x_2)] \quad (12.35)$$

ou ainda:

$$p'_i = \frac{\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} p_{i+1} + \left(\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} - \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \right) p_i - \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} p_{i-1}}{\Delta x_1 + \Delta x_2} + \theta[(\Delta x_1)(\Delta x_2)]. \quad (12.36)$$

Observe-se que, para $\Delta x_1 = \Delta x_2$, a Eq. (12.36) reduz-se à Eq. (12.27). Substituindo os dados da Tabela 12.2 na Eq. (12.36) fornece como resultado $p'_i = 2,7235$. Considerando que os dados da Tabela 12.2 foram gerados com a função $p(x) = e^x$, a resposta exata é $p'_i = 2,7183$ para $x = 1,00$.

Uma outra questão particular refere-se ao grau de precisão que pode ser obtido com uma determinada aproximação. Em outras palavras, deseja-se saber como fazer para reduzir os erros de truncamento sem reduzir o tamanho dos intervalos Δx , admitindo que sejam todos do mesmo tamanho. Fazendo $x = x_{i \pm 2}$ e tomando $k = \pm 2$ na Eq. (12.15) pode-se escrever que:

$$p_{i+2} = p_i + 2\Delta x p'_i + 2(\Delta x)^2 p''_i + \frac{4}{3}(\Delta x)^3 p'''_i + \frac{2}{3}(\Delta x)^4 p''''_i \dots \quad (12.37)$$

e

$$p_{i-2} = p_i - 2\Delta x p'_i + 2(\Delta x)^2 p''_i - \frac{4}{3}(\Delta x)^3 p'''_i + \frac{2}{3}(\Delta x)^4 p''''_i \dots \quad (12.38)$$

Combinando as Eqs. (12.16), (12.17), (12.37) e (12.38) podem ser obtidas as expressões:

$$p'_i = \frac{-p_{i+2} + 8p_{i+1} - 8p_{i-1} + p_{i-2}}{12\Delta x} + \theta[(\Delta x)^4] \quad (12.39)$$

e

$$p_i'' = \frac{-p_{i+2} + 16p_{i+1} - 30p_i + 16p_{i-1} - p_{i-2}}{12(\Delta x)^2} + \theta[(\Delta x)^4]. \quad (12.40)$$

As Eqs. (12.39) e (12.40) são alternativas para o cálculo das derivadas 1ª e 2ª, com menores erros de truncamento que as formulações anteriormente apresentadas. A sua utilização, contudo, é muito restrita, por acarretar aumento substancial do trabalho computacional. A Tabela 12.3 apresenta várias alternativas para a aproximação de derivadas por diferenças finitas.

Tabela 12.3 – Alternativas para a aproximação de derivadas por diferenças finitas

Derivada 1ª
$p'(x_i) = \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x} + \theta(\Delta x)$
$p'(x_i) = \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x} + \theta(\Delta x)$
$p'(x_i) = \frac{p_{i+1} - p_{i-1}}{2\Delta x} + \theta[(\Delta x)^2]$
$p'(x_i) = \frac{-p_{i+2} + 4p_{i+1} - 3p_i}{2\Delta x} + \theta[(\Delta x)^2]$
$p'(x_i) = \frac{3p_i - 4p_{i-1} + p_{i-2}}{2\Delta x} + \theta[(\Delta x)^2]$
$p'(x_i) = \frac{-p_{i+2} + 8p_{i+1} - 8p_{i-1} + p_{i-2}}{12\Delta x} + \theta[(\Delta x)^4]$
Derivada 2ª
$p''(x_i) = \frac{p_{i+2} - 2p_{i+1} + p_i}{(\Delta x)^2} + \theta(\Delta x)$
$p''(x_i) = \frac{p_i - 2p_{i-1} + p_{i-2}}{(\Delta x)^2} + \theta(\Delta x)$
$p''(x_i) = \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{(\Delta x)^2} + \theta[(\Delta x)^2]$
$p''(x_i) = \frac{-p_{i+3} + 4p_{i+2} - 5p_{i+1} + 2p_i}{(\Delta x)^2} + \theta[(\Delta x)^2]$
$p''(x_i) = \frac{2p_i - 5p_{i-1} + 4p_{i-2} - p_{i-3}}{(\Delta x)^2} + \theta[(\Delta x)^2]$
$p''(x_i) = \frac{-p_{i+2} + 16p_{i+1} - 30p_i + 16p_{i-1} - p_{i-2}}{12(\Delta x)^2} + \theta[(\Delta x)^4]$

12.4.3. Derivadas parciais

No caso de derivadas parciais o processo de aproximação é basicamente o mesmo daquele utilizado para as derivadas totais, bastando para isso trabalhar separadamente com cada uma das variáveis. Por exemplo, considere a função $p(x,t)$. Mantém-se a notação x_{i+k} e adota-se ainda a notação $t_{n+m} = t_n + m\Delta t$, onde $\Delta t > 0$ é um intervalo escolhido e m é um número inteiro. Assim, a função $p(x,t)$ e suas derivadas podem ser escritas como funções discretas de x e t , simultaneamente, com as seguintes notações:

$$p(x_{i+k}, t_{n+m}) = p_{i+k, n+m} \quad (12.41)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_x p_{i,n}, \quad \left. \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_x^2 p_{i,n}, \quad , etc. \quad (12.42)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_t p_{i,n}, \quad \left. \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_t^2 p_{i,n}, \quad , etc. , \quad (12.43)$$

onde $\Delta_x, \Delta_t, \Delta_x^2, \Delta_t^2, etc.$ são as notações para a operação de diferenças finitas, conforme será exemplificado em seguida. Em termos de diferenças finitas as derivadas parciais assumem formas análogas às derivadas totais. Por exemplo:

- Derivada primeira ascendente em relação a t

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_t p_{i,n} = \frac{p_{i,n+1} - p_{i,n}}{\Delta t} + \theta(\Delta t) . \quad (12.44)$$

- Derivada primeira central em relação a x

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_x p_{i,n} = \frac{p_{i+1,n} - p_{i-1,n}}{2\Delta x} + \theta[(\Delta x)^2] . \quad (12.45)$$

- Derivada segunda central em relação a t

$$\left. \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right|_{x_i, t_n} = \Delta_t^2 p_{i,n} = \frac{p_{i,n+1} - 2p_{i,n} + p_{i,n-1}}{(\Delta t)^2} + \theta[(\Delta t)^2] . \quad (12.46)$$

12.4.4. Solução de equações diferenciais parciais

Nesta seção será discutida a aplicação do conceito de diferenças finitas à solução de equações diferenciais parciais. A técnica consiste em substituir todas as derivadas por suas formas finitas correspondentes. O domínio espacial é substituído por um conjunto de pontos discretos e o domínio do tempo passa a se referir a instantes espaçados (regularmente ou não). As equações diferenciais na forma aproximada são então escritas para cada ponto do espaço, a cada instante (ou nível de tempo) considerado, e o sistema de equações algébricas assim obtido é resolvido por meio de um algoritmo. Dessa forma se obtém soluções aproximadas para a variável dependente em cada um dos pontos e a cada nível de tempo. Para ilustrar esse procedimento será apresentado um exemplo de aplicação.

Exemplo 12.1 – Fluxo de fluido em uma dimensão.

Considere um meio poroso de comprimento L e de pequena seção reta. O meio poroso está selado na sua área lateral (mas não nas extremidades), de modo a permitir fluxo de fluido apenas na sua direção longitudinal. Inicialmente todo o meio poroso está submetido a uma pressão uniforme-

mente distribuída, cujo valor é p_i . Em um dado instante, digamos $t = 0$, as pressões nas suas duas extremidades são reduzidas e mantidas num valor igual a p_o . Deseja-se conhecer a evolução do perfil de pressão no meio poroso após esse instante.

Solução:

a) Formulação matemática do problema

No caso considerado a equação que descreve o fenômeno em estudo é a da difusividade hidráulica em uma dimensão, ou seja⁶:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (12.47)$$

onde x é a posição espacial ($0 \leq x \leq L$), L o comprimento do meio poroso, t o tempo ($0 \leq t \leq \infty$), $p(x,t)$ a pressão no interior do meio poroso e η a constante de difusividade hidráulica desse meio.

b) Condição inicial e condições de contorno

Condição inicial

A condição inicial é que todos os pontos do meio poroso, exceto as extremidades, estão inicialmente submetidos à pressão p_i , isto é:

$$\text{C. I.: } p(x,0) = p_i, \quad 0 < x < L. \quad (12.48)$$

Condições de contorno

As extremidades do meio poroso estão sempre à pressão p_o em qualquer instante $t \geq 0$:

$$\text{C. C.: } \begin{cases} p(0,t) = p_o, & t \geq 0 \\ p(L,t) = p_o, & t \geq 0 \end{cases}. \quad (12.49)$$

c) Variáveis adimensionais

O presente problema foi formulado inicialmente em termos literais, o que é incompatível com o método de solução por diferenças finitas (numérico). O uso de variáveis adimensionais é um recurso conveniente, pois permite quantificar cada variável (como fração de uma grandeza de referência) e resolver o problema sem atribuição de valores. Assim, definem-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$\text{Distância adimensional: } x_D = \frac{x}{L}, \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{ou} \quad 0 \leq x_D \leq 1 \quad (12.50)$$

$$\text{Pressão adimensional: } p_D = \frac{p - p_o}{p_i - p_o}, \quad p_i \neq p_o \quad \text{ou} \quad \begin{cases} p_{D_o} = 0 \\ p_{D_i} = 1 \end{cases} \quad (12.51)$$

$$\text{Tempo adimensional: } t_D = \frac{\eta t}{L^2}, \quad t \geq 0 \quad \text{ou} \quad t_D \geq 0. \quad (12.52)$$

Substituindo as Eqs. (12.50), (12.51) e (12.52) na Eq. (12.47) resulta na equação da difusividade hidráulica na forma adimensional:

⁶ Vide Capítulo 3.

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (12.53)$$

d) Discretização das variáveis

- Posição

São escolhidos pontos distribuídos ao longo do comprimento do meio poroso. Por exemplo, o comprimento do meio poroso pode ser subdividido nos intervalos mostrados na Figura 12.10, onde $x_{D0} = 0$, $\Delta x_D = 1/4$ (intervalo escolhido) e $x_{D_{i+1}} = x_{D_i} + \Delta x_D$, $0 \leq i \leq 3$.

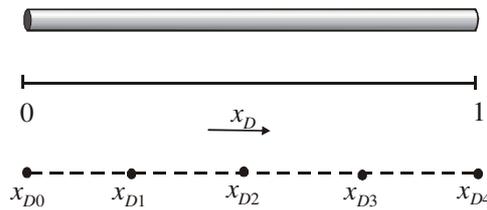


Figura 12.10 – Discretização do espaço no Exemplo 12.1.

- Tempo

Tomando-se $t_{D0} = 0$ e Δt_D como sendo o intervalo escolhido, define-se $t_{D_{n+1}} = t_{D_n} + \Delta t_D$, onde $n \geq 0$.

- Pressão

Define-se $p_{D_{i,n}} = p_D(x_{D_i}, t_{D_n})$.

e) Condições inicial e de contorno na forma discreta

$$\text{C. I.: } p_{D_{i,0}} = 1, \quad 1 \leq i \leq 3 \quad (12.54)$$

$$\text{C. C.: } \begin{cases} p_{D_{0,n}} = 0, & n \geq 0 \\ p_{D_{4,n}} = 0, & n \geq 0 \end{cases} \quad (12.55)$$

f) Solução da equação diferencial parcial

Até este ponto foi realizado um processo de inicialização do problema e de discretização da função estudada. Esse processo envolveu uma interpretação cuidadosa do enunciado e também algumas decisões arbitrárias. Por exemplo, ao se tomar $x_D = x/L$ restringiu-se o domínio espacial ao intervalo $[0,1]$. Ou ainda, ao se fazer $\Delta x_D = 1/4$ determinou-se a substituição daquele intervalo contínuo por um conjunto de 5 pontos. No primeiro caso, tratou-se simplesmente de escolher uma escala de trabalho. No segundo, adotou-se um nível de detalhamento de dados de entrada e de resultados que fosse capaz de atender os propósitos do estudo.

Feita a discretização de variáveis, pode-se agora utilizar o método das diferenças finitas e passar à solução da equação diferencial propriamente dita. Pode-se aplicar a Eq. (12.53) a qualquer ponto (x_{D_i}, t_{D_n}) do domínio de p , obtendo-se então:

$$\Delta_{x_D}^2 p_{D_{i,n}} = \Delta_{t_D} p_{D_{i,n}} \quad (12.56)$$

O próximo passo é escrever a Eq. (12.56) em termos de diferenças finitas. Contudo, existem mais de uma maneira de fazê-lo, já que existem diversas formas de aproximação para as derivadas. Cada uma dessas maneiras imprimirá características distintas ao método de solução e aos resultados finais. Por isso, cada uma dessas maneiras será estudada separadamente.

Método explícito

O chamado *método explícito* pode ser obtido adotando-se as seguintes características:

- Derivadas escritas em torno do par (i, n) .
- Diferenças centrais em relação à posição x_{D_i} , escritas no instante de tempo t_{D_n} .
- Diferenças ascendentes em relação à variável temporal t_{D_n} , escritas no ponto x_{D_i} .

Com isso a Eq. (12.56) passa a ser escrita como:

$$\frac{p_{D_{i+1,n}} - 2p_{D_{i,n}} + p_{D_{i-1,n}}}{(\Delta x_D)^2} = \frac{p_{D_{i,n+1}} - p_{D_{i,n}}}{\Delta t_D}. \quad (12.57)$$

Esquemáticamente a discretização empregada pode ser vista na Figura 12.11.

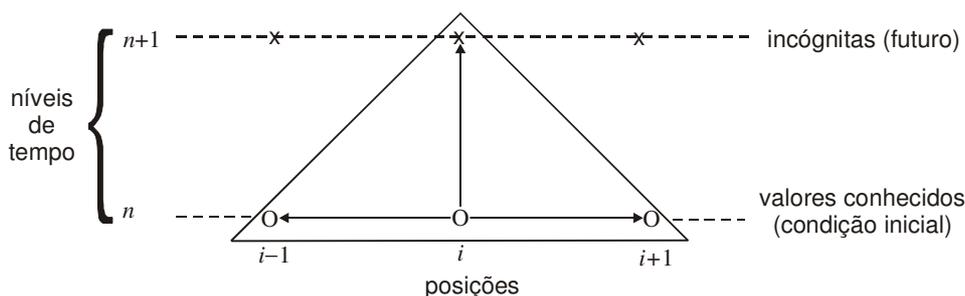


Figura 12.11 – Discretização usando método explícito - Exemplo 12.1.

A Eq. (12.57) envolve três valores conhecidos e apenas uma incógnita, $p_{D_{i,n+1}}$, que pode então ser explicitada, daí a denominação de método explícito:

$$p_{D_{i,n+1}} = \frac{\Delta t_D}{(\Delta x_D)^2} (p_{D_{i+1,n}} - 2p_{D_{i,n}} + p_{D_{i-1,n}}) + p_{D_{i,n}}. \quad (12.58)$$

Denominando:

$$\beta = \frac{\Delta t_D}{(\Delta x_D)^2}, \quad (12.59)$$

a Eq. (12.58) passa a ser escrita como:

$$p_{D_{i,n+1}} = \beta \left[p_{D_{i-1,n}} - \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) p_{D_{i,n}} + p_{D_{i+1,n}} \right]. \quad (12.60)$$

O nível de referência é $n = 0$ (condição inicial). A Eq. (12.60) pode ser escrita para cada i , com $n = 0$. Assim, os valores de $p_{D_{i,1}}$ podem ser calculados explicitamente:

$$\begin{aligned}
i=1: \quad p_{D1,1} &= \beta \left[p_{D0,0} - \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) p_{D1,0} + p_{D2,0} \right] \\
i=2: \quad p_{D2,1} &= \beta \left[p_{D1,0} - \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) p_{D2,0} + p_{D3,0} \right] \\
i=3: \quad p_{D3,1} &= \beta \left[p_{D2,0} - \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) p_{D3,0} + p_{D4,0} \right].
\end{aligned} \tag{12.61}$$

Não é necessário escrever as equações para $i = 0$ e $i = 4$, pois $p_{D0,n}$ e $p_{D4,n}$ já foram fixados pelas condições de contorno.

Pode-se agora escolher Δt_D , calcular β e resolver o sistema de equações (12.61). Determinados os valores de $p_{D_{i,1}}$, passa-se ao nível de tempo $n = 1$. Pode-se então escrever a Eq. (12.60) para cada i , com $n = 1$, e atingir o nível de tempo $n + 1 = 2$, e assim por diante até o nível de tempo desejado no estudo.

Quanto à escolha do valor de Δt_D , algumas questões surgem nesse momento: que valor de Δt_D escolher? Que influência o valor de Δt_D terá na solução? A Tabela 12.4 apresenta três soluções distintas, com t_D variando de zero a 0,1875 em intervalos de 1/64, 2/64 e 3/64, respectivamente.

Tabela 12.4 – Soluções do Exemplo 12.1 pelo método explícito

Solução	Δx_D	Δt_D	$\beta = \frac{\Delta t_D}{(\Delta x_D)^2}$	n	t_D	$p_{D,i,n}$				
						$i = 0$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
(I)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{64}$	0,25	0	0,000000	0,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000
				1	0,015625	0,00000	0,75000	1,00000	0,75000	0,00000
				2	0,031250	0,00000	0,62500	0,87500	0,62500	0,00000
				3	0,046875	0,00000	0,53125	0,75000	0,53125	0,00000
				4	0,062500	0,00000	0,45312	0,64062	0,45312	0,00000
				5	0,078125	0,00000	0,38671	0,54687	0,38671	0,00000
				6	0,093750	0,00000	0,33007	0,46679	0,33007	0,00000
				7	0,109375	0,00000	0,28173	0,39843	0,28173	0,00000
				8	0,125000	0,00000	0,24047	0,34008	0,24047	0,00000
				9	0,140625	0,00000	0,20526	0,29028	0,20526	0,00000
				10	0,156250	0,00000	0,17520	0,24777	0,17520	0,00000
				11	0,171875	0,00000	0,14954	0,21148	0,14954	0,00000
				12	0,187500	0,00000	0,12764	0,18051	0,12764	0,00000
(II)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{64}$	0,50	0	0,000000	0,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000
				1	0,031250	0,00000	0,50000	1,00000	0,50000	0,00000
				2	0,062500	0,00000	0,50000	0,50000	0,50000	0,00000
				3	0,093750	0,00000	0,25000	0,50000	0,25000	0,00000
				4	0,125000	0,00000	0,25000	0,25000	0,25000	0,00000
				5	0,156250	0,00000	0,12500	0,25000	0,12500	0,00000
				6	0,187500	0,00000	0,12500	0,12500	0,12500	0,00000
(III)	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{64}$	0,75	0	0,000000	0,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000
				1	0,046875	0,00000	0,25000	1,00000	0,25000	0,00000
				2	0,093750	0,00000	0,62500	-0,12500	0,62500	0,00000
				3	0,140625	0,00000	-0,40625	1,00000	-0,40625	0,00000
				4	0,187500	0,00000	0,95313	-1,10938	0,95313	0,00000

Por outro lado, o desenvolvimento analítico da solução da equação da difusividade conduziria a um conjunto de soluções da forma:

$$p_{Dj}(x_D, t_D) = \exp(-k_j^2 t_D) [A_j \text{sen}(k_j x_D) + B_j \text{cos}(k_j x_D)] , \quad (12.62)$$

onde o índice j refere-se a uma solução genérica. No presente problema, a aplicação da condição inicial e das condições de contorno permitiria a identificação de um subconjunto-solução adequado entre as equações da forma da Eq. (12.62). Esse subconjunto seria expresso pela seguinte série de Fourier:

$$p_D(x_D, t_D) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \exp(-k_j^2 t_D) \text{sen}(k_j x_D) , \quad (12.63)$$

onde $A_j = 4/k_j$ e $k_j = (2j+1)\pi$.

A Figura 12.12 apresenta a comparação entre os resultados numéricos da Tabela 12.4 e a solução analítica. Observa-se que, independentemente da precisão, as soluções (I) e (II) seguem a mesma tendência da solução analítica, ao passo que a solução (III) oscila em torno da mesma com amplitudes cada vez maiores. Diz-se que as duas primeiras são *estáveis*, enquanto a terceira é *instável*. Esse assunto será discutido em detalhes quando for apresentada a análise de estabilidade de soluções (Seção 12.4.5).

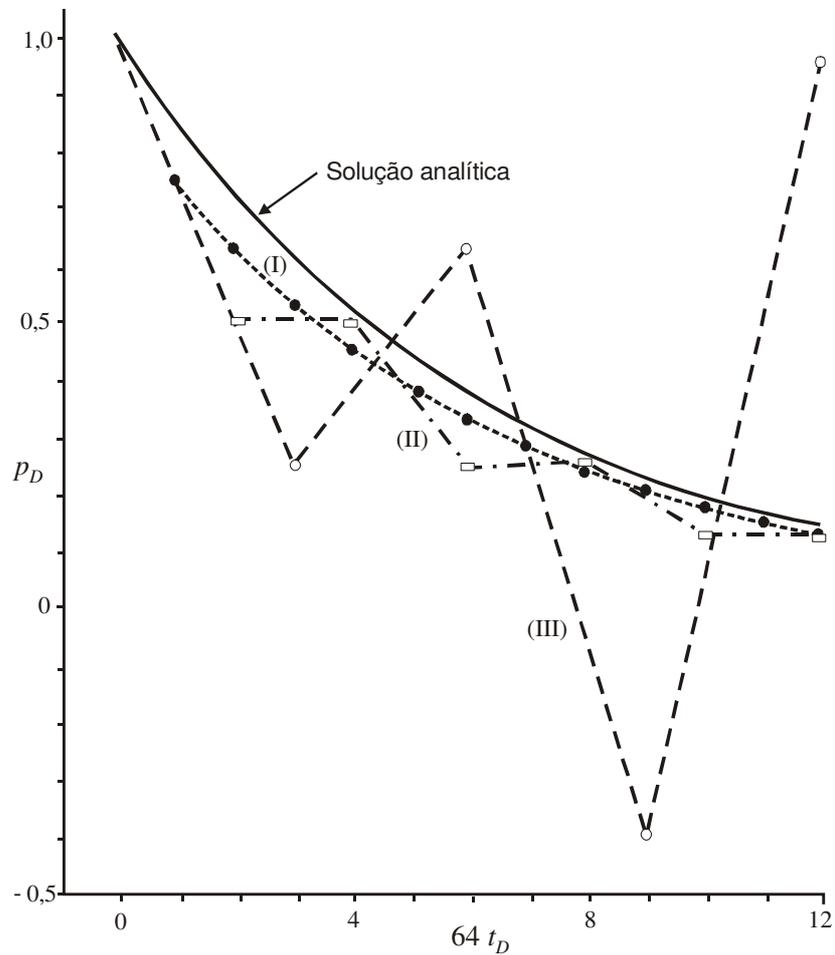


Figura 12.12 – Comparação entre os resultados do método explícito e a solução analítica nos pontos x_{D1} e x_{D3} (simétricos) - Exemplo 12.1.

Método implícito

O chamado *método implícito* pode ser obtido adotando-se as seguintes características:

- Derivadas escritas em torno do par $(i, n+1)$.
- Diferenças centrais em relação à posição x_{Di} , escritas para t_{Dn+1} .
- Diferenças descendentes em relação ao tempo t_{Dn+1} , escritas para x_{Di} .

Neste caso a Eq. (12.56) passa a ser escrita como:

$$\frac{p_{Di+1,n+1} - 2p_{Di,n+1} + p_{Di-1,n+1}}{(\Delta x_D)^2} = \frac{p_{Di,n+1} - p_{Di,n}}{\Delta t_D} \tag{12.64}$$

Esquematicamente a discretização empregada na Eq. (12.64) pode ser vista na Figura 12.13.

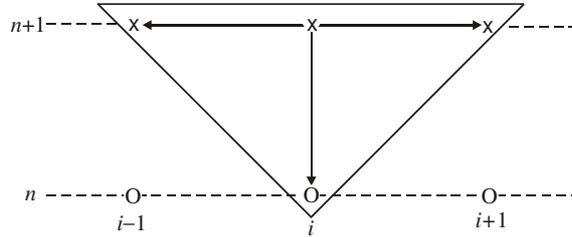


Figura 12.13 – Discretização usando método implícito - Exemplo 12.1

Usando a Eq. (12.59), a Eq. (12.64) pode ser expressa por:

$$p_{D_{i+1,n+1}} - 2p_{D_{i,n+1}} + p_{D_{i-1,n+1}} = \frac{1}{\beta}(p_{D_{i,n+1}} - p_{D_{i,n}}) \quad (12.65)$$

Agrupando os termos semelhantes e separando as incógnitas à esquerda pode-se escrever que:

$$p_{D_{i-1,n+1}} - \left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{i,n+1}} + p_{D_{i+1,n+1}} = -\frac{1}{\beta}p_{D_{i,n}} \quad (12.66)$$

Têm-se portanto três incógnitas e apenas um valor conhecido. No entanto, a Eq. (12.66) permite a montagem de um sistema de equações, fixando-se n e variando-se i . Então, para $n = 0$ obtém-se:

$$\begin{aligned} i = 1: \quad & p_{D_{0,1}} - \left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{1,1}} + p_{D_{2,1}} = -\frac{1}{\beta}p_{D_{1,0}} \\ i = 2: \quad & p_{D_{1,1}} - \left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{2,1}} + p_{D_{3,1}} = -\frac{1}{\beta}p_{D_{2,0}} \\ i = 3: \quad & p_{D_{2,1}} - \left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{3,1}} + p_{D_{4,1}} = -\frac{1}{\beta}p_{D_{3,0}} \end{aligned} \quad (12.67)$$

Separando à direita os termos fixados pelas condições de contorno e inicial:

$$\left\{ \begin{aligned} -\left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{1,1}} + p_{D_{2,1}} &= -\frac{1}{\beta}p_{D_{1,0}} - p_{D_{0,1}} \\ p_{D_{1,1}} - \left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{2,1}} + p_{D_{3,1}} &= -\frac{1}{\beta}p_{D_{2,0}} \\ p_{D_{2,1}} - \left(2 + \frac{1}{\beta}\right)p_{D_{3,1}} &= -\frac{1}{\beta}p_{D_{3,0}} - p_{D_{4,1}} \end{aligned} \right. \quad (12.68)$$

O sistema da Eq. (12.68) pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -\left(2 + \frac{1}{\beta}\right) & 1 & 0 \\ 1 & -\left(2 + \frac{1}{\beta}\right) & 1 \\ 0 & 1 & -\left(2 + \frac{1}{\beta}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{D_{1,1}} \\ p_{D_{2,1}} \\ p_{D_{3,1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\beta}p_{D_{1,0}} - p_{D_{0,1}} \\ -\frac{1}{\beta}p_{D_{2,0}} \\ -\frac{1}{\beta}p_{D_{3,0}} - p_{D_{4,1}} \end{bmatrix} \quad (12.69)$$

O sistema de equações (12.69) possui igual número de equações e de incógnitas. O método implícito consiste na solução simultânea das equações do sistema (12.69) para se obter as incógnitas $p_{D_{i,n}}$.

$$E_m = -\frac{c_{m-1}}{a_{m-1}E_{m-1} + b_{m-1}} \quad (12.81)$$

e

$$F_m = \frac{d_{m-1} - a_{m-1}F_{m-1}}{a_{m-1}E_{m-1} + b_{m-1}}. \quad (12.82)$$

Substituindo x_{m-1} na última equação obtém-se:

$$(a_m E_m + b_m)x_m = d_m - a_m F_m \quad (12.83)$$

e, finalmente:

$$x_m = \frac{d_m - a_m F_m}{a_m E_m + b_m}. \quad (12.84)$$

De posse dos valores de x_m e dos E_i e F_i calculados, pode-se retornar calculando:

$$x_{i-1} = E_i x_i + F_i, \quad i = m, m-1, \dots, 4, 3, 2. \quad (12.85)$$

Para resolver o sistema de Eqs. (12.69) começa-se por escolher o valor de β e substituir os valores determinados pelas condições inicial e de contorno. Dessa forma se obtém os coeficientes a_i , b_i , c_i , d_i característicos do sistema e aplica-se então o algoritmo de Thomas. A Tabela 12.5 e a Figura 12.14 apresentam os resultados da solução pelo método implícito. A escolha de valores obedeceu aos mesmos critérios adotados no caso do método explícito. Como se pode observar, a solução pelo método implícito apresenta-se estável nas três situações consideradas.

Tabela 12.5 – Soluções do Exemplo 12.1 pelo método implícito

Solução	Δx_D	Δt_D	$\beta = \frac{\Delta t_D}{(\Delta x_D)^2}$	n	t_D	$p_{D,i,n}$				
						$i = 0$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
(I)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{64}$	0,25	0	0,000000	0,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000
				1	0,015625	0,00000	0,82353	0,94118	0,82353	0,00000
				2	0,031250	0,00000	0,69204	0,85813	0,69204	0,00000
				3	0,046875	0,00000	0,58946	0,76857	0,58946	0,00000
				4	0,062500	0,00000	0,50651	0,68122	0,50651	0,00000
				5	0,078125	0,00000	0,43768	0,60004	0,43768	0,00000
				6	0,093750	0,00000	0,37954	0,52654	0,37954	0,00000
				7	0,109375	0,00000	0,32986	0,46098	0,32986	0,00000
				8	0,125000	0,00000	0,28707	0,40301	0,28707	0,00000
				9	0,140625	0,00000	0,25005	0,35202	0,25005	0,00000
				10	0,156250	0,00000	0,21792	0,30732	0,21792	0,00000
				11	0,171875	0,00000	0,18998	0,26821	0,18998	0,00000
				12	0,187500	0,00000	0,16566	0,23403	0,16566	0,00000
(II)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{64}$	0,50	0	0,000000	0,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000
				1	0,031250	0,00000	0,71429	0,85714	0,71429	0,00000
				2	0,062500	0,00000	0,53061	0,69388	0,53061	0,00000
				3	0,093750	0,00000	0,40233	0,54810	0,40233	0,00000
				4	0,125000	0,00000	0,30820	0,42815	0,30820	0,00000
				5	0,156250	0,00000	0,23728	0,33272	0,23728	0,00000
				6	0,187500	0,00000	0,18312	0,25792	0,18312	0,00000
(III)	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{64}$	0,75	0	0,000000	0,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000
				1	0,046875	0,00000	0,63415	0,78049	0,63415	0,00000
				2	0,093750	0,00000	0,42355	0,56633	0,42355	0,00000
				3	0,140625	0,00000	0,28949	0,40022	0,28949	0,00000
				4	0,187500	0,00000	0,19978	0,27996	0,19978	0,00000

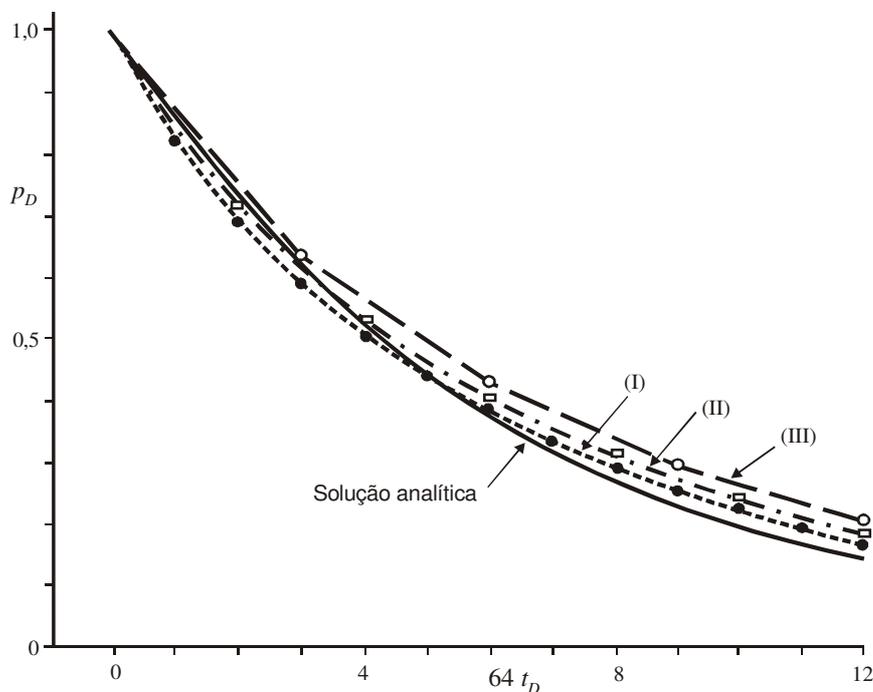


Figura 12.14 – Comparação entre os resultados do método implícito e a solução analítica nos pontos x_{D1} e x_{D3} (simétricos) - Exemplo 12.1.

Método misto e esquema de Crank-Nicolson

O *método misto* consiste em se combinar as formulações explícita e implícita, adotando-se as seguintes características:

- As derivadas são escritas em torno dos pares de pontos i,n e $i,n+1$.
- A aproximação da derivada segunda em relação à posição x_{Di} é feita pela média ponderada das diferenças centrais tomadas nos tempos t_{Dn} e t_{Dn+1} .
- A aproximação da derivada em relação ao tempo tem caráter duplo (ascendente e descendente), uma vez que os dois referenciais de tempo, t_{Dn} e t_{Dn+1} , estão sendo considerados.

A Eq. (12.56), usando o esquema misto, passa a ser representada por:

$$\gamma \left[\frac{p_{Di+1,n+1} - 2p_{Di,n+1} + p_{Di-1,n+1}}{(\Delta x_D)^2} \right] + (1-\gamma) \left[\frac{p_{Di+1,n} - 2p_{Di,n} + p_{Di-1,n}}{(\Delta x_D)^2} \right] = \frac{p_{Di,n+1} - p_{Di,n}}{\Delta t_D}, \quad (12.86)$$

onde γ é um valor escolhido de tal maneira que $0 < \gamma < 1$. Esquemáticamente a representação em diferenças finitas dada pela Eq. (12.86) pode ser visualizada na Figura 12.15. No limite $\gamma \rightarrow 0$ o esquema de aproximação se reduz à simples formulação explícita. Qualquer outro valor de γ entre 0

e 1 conduz a um método implícito (o método implícito “puro” seria obtido com $\gamma \rightarrow 1$). Em qualquer desses casos o algoritmo de Thomas se aplica.

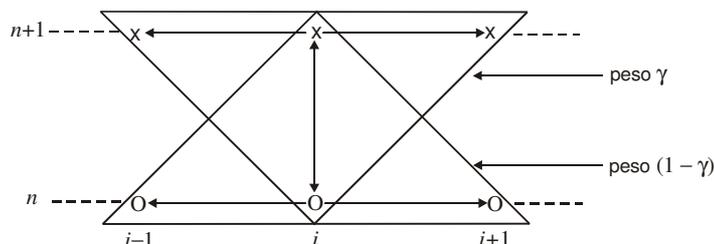


Figura 12.15 – Representação do esquema misto.

O caso especial do método misto em que $\gamma = 0,5$ é o chamado *esquema de Crank-Nicolson*. A formulação é, então, a média aritmética entre as formas explícita e implícita:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{p_{Di+1,n+1} - 2p_{Di,n+1} + p_{Di-1,n+1}}{(\Delta x_D)^2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{p_{Di+1,n} - 2p_{Di,n} + p_{Di-1,n}}{(\Delta x_D)^2} \right] = \frac{p_{Di,n+1} - p_{Di,n}}{\Delta t_D} \quad (12.87)$$

Entre as variações do método misto, o esquema de *Crank-Nicolson* é o mais frequentemente utilizado. Além da característica de estabilidade, esse método é vantajoso também do ponto de vista de precisão, conforme será discutido quando da abordagem do assunto referente à análise de erros (Seção 12.4.6).

12.4.5. Análise de estabilidade

Na Seção 12.4.4 foi apresentada a aplicação das aproximações na forma de diferenças finitas à solução de equações diferenciais parciais. Foi visto também que em alguns casos essas aproximações conduzem a soluções instáveis e, portanto, a resultados pouco ou nada representativos. Nesta seção será estudado o critério de von Neumann para prever se uma solução proposta será ou não estável. Descrições mais detalhadas do critério de von Neumann podem ser encontradas nos livros de Richtmyer (1957) e Ames (1969).

Considere novamente a equação:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad \eta > 0. \quad (12.88)$$

Colocando a Eq. (12.88) na forma de diferenças finitas e resolvendo-a para $p(x,t)$ em diversos pontos (x_i, t_n) , obter-se-iam valores aproximados $p_{i,n}^*$, isto é, $p_{i,n}^* = p_{aprox.}(x_i, t_n)$. Se $p_{i,n}$ (obtido analiticamente) é o valor exato de $p(x_i, t_n)$, ou seja, $p_{i,n} = p_{exato}(x_i, t_n)$, a análise de von Neumann parte das definições:

$$\epsilon_{i,n} = p_{i,n} - p_{i,n}^* \quad (12.89)$$

e

$$\lambda = \frac{\epsilon_{i,n+1}}{\epsilon_{i,n}}, \quad (12.90)$$

onde ε é o *erro* cometido e λ é o *fator de ampliação* ou *amplificação do erro*. O critério de estabilidade de von Neumann diz que uma solução proposta será estável quando $|\lambda| \leq 1$, ou seja, quando o valor absoluto do erro for decrescente ou constante para níveis de tempo crescentes.

Nos itens seguintes será discutida a análise de estabilidade das soluções explícita e implícita da Eq. (12.88).

a) Solução explícita

O primeiro passo para a análise de estabilidade é colocar a Eq. (12.88) na forma de diferenças finitas, usando a formulação explícita:

$$\frac{p_{i-1,n}^* - 2p_{i,n}^* + p_{i+1,n}^*}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\eta} \frac{p_{i,n+1}^* - p_{i,n}^*}{\Delta t}. \quad (12.91)$$

Admitindo que a solução exata também satisfaça a equação na forma de diferenças finitas, pode-se escrever que:

$$\frac{p_{i-1,n} - 2p_{i,n} + p_{i+1,n}}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\eta} \frac{p_{i,n+1} - p_{i,n}}{\Delta t}. \quad (12.92)$$

Subtraindo a Eq. (12.91) da Eq. (12.92) obtém-se:

$$\frac{\varepsilon_{i-1,n} - 2\varepsilon_{i,n} + \varepsilon_{i+1,n}}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\varepsilon_{i,n+1} - \varepsilon_{i,n}}{\Delta t}. \quad (12.93)$$

Observa-se que as Eqs. (12.91) e (12.93) têm exatamente a mesma forma.

O próximo passo da análise de von Neumann consiste em expressar o erro através de uma série de Fourier da forma:

$$\varepsilon_{i,n} = \sum_j \lambda_j^n \exp(\hat{i} j x_i), \quad (12.94)$$

onde λ é o fator de ampliação do erro, n é o índice de tempo (na equação um expoente), $\hat{i} = \sqrt{-1}$ e i é o índice referente à posição. Observe que os termos da Eq. (12.94) guardam semelhança com a forma analítica das soluções para p , Eq. (12.63). A Eq. (12.94) pode ser ainda simplificada (como uma solução particular) para a forma:

$$\varepsilon_{i,n} = \lambda^n \exp(\hat{i} \varphi i), \quad (12.95)$$

onde $\varphi = \varphi(\Delta x, L)$ é uma função da geometria e da posição, $L = \sum_i \Delta x_i$ é o comprimento total do sistema e i é o índice referente à posição (na equação multiplicando o termo $\hat{i} \varphi$).

Definindo:

$$\beta = \eta \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (12.96)$$

e substituindo na Eq. (12.93):

$$\varepsilon_{i-1,n} - 2\varepsilon_{i,n} + \varepsilon_{i+1,n} = \frac{1}{\beta} (\varepsilon_{i,n+1} - \varepsilon_{i,n}). \quad (12.97)$$

Substituindo a Eq. (12.95) na Eq. (12.97):

$$\lambda^n e^{\hat{i} \varphi (i-1)} - 2\lambda^n e^{\hat{i} \varphi i} + \lambda^n e^{\hat{i} \varphi (i+1)} = \frac{1}{\beta} (\lambda^{n+1} e^{\hat{i} \varphi i} - \lambda^n e^{\hat{i} \varphi i}) \quad (12.98)$$

e dividindo ambos os membros por $\lambda^n e^{\hat{i}\varphi}$ resulta em:

$$e^{-\hat{i}\varphi} - 2 + e^{\hat{i}\varphi} = \frac{1}{\beta}(\lambda - 1). \quad (12.99)$$

Lembrando que:

$$e^{\hat{i}\varphi} = \cos \varphi + \hat{i} \operatorname{sen} \varphi \Rightarrow e^{-\hat{i}\varphi} + e^{\hat{i}\varphi} = 2 \cos \varphi, \quad (12.100)$$

a Eq. (12.99) passa a ser escrita como:

$$2(\cos \varphi - 1) = \frac{1}{\beta}(\lambda - 1) \quad (12.101)$$

ou

$$\lambda = 1 - 2\beta(1 - \cos \varphi). \quad (12.102)$$

O critério de von Neumann estabelece que:

$$|\lambda| \leq 1 \quad \text{ou} \quad -1 \leq \lambda \leq 1. \quad (12.103)$$

Como $\beta > 0$ e $(1 - \cos \varphi) \geq 0$, λ é sempre ≤ 1 , ou seja, a Eq. (12.102) sempre satisfaz o lado direito da inequação (12.103). Quanto ao lado esquerdo, para que seja satisfeito deve-se ter que:

$$-1 \leq 1 - 2\beta(1 - \cos \varphi) \quad (12.104)$$

ou

$$\beta \leq \frac{1}{1 - \cos \varphi}. \quad (12.105)$$

A condição mais desfavorável para a Eq. (12.105) é $\cos \varphi = -1$. Então, a condição limitante é:

$$\beta \leq \frac{1}{2} \quad (12.106)$$

ou

$$\eta \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (12.107)$$

ou ainda:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{(\Delta x)^2}{\eta}. \quad (12.108)$$

Portanto, a solução explícita é *condicionalmente estável* e a condição de estabilidade é dada pela Eq. (12.108).

b) Solução implícita

Usando a formulação implícita a Eq. (12.88) é aproximada por:

$$\frac{p_{i-1,n+1} - 2p_{i,n+1} + p_{i+1,n+1}}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\eta} \frac{p_{i,n+1} - p_{i,n}}{\Delta t}. \quad (12.109)$$

Um desenvolvimento análogo ao do item anterior (solução explícita) conduz a:

$$\varepsilon_{i-1,n+1} - 2\varepsilon_{i,n+1} + \varepsilon_{i+1,n+1} = \frac{1}{\beta}(\varepsilon_{i,n+1} - \varepsilon_{i,n}), \quad (12.110)$$

ou seja,

$$\lambda^{n+1} e^{\hat{i}\varphi(i-1)} - 2\lambda^{n+1} e^{\hat{i}\varphi i} + \lambda^{n+1} e^{\hat{i}\varphi(i+1)} = \frac{1}{\beta} (\lambda^{n+1} e^{\hat{i}\varphi i} - \lambda^n e^{\hat{i}\varphi i}). \quad (12.111)$$

Dividindo a Eq. (12.111) por $\lambda^n e^{\hat{i}\varphi i}$ resulta em:

$$\lambda(e^{-\hat{i}\varphi} - 2 + e^{\hat{i}\varphi}) = \frac{1}{\beta} (\lambda - 1), \quad (12.112)$$

de onde se obtém:

$$2\lambda(\cos \varphi - 1) = \frac{1}{\beta} (\lambda - 1) \quad (12.113)$$

e, finalmente:

$$\lambda = \frac{1}{1 + 2\beta(1 - \cos \varphi)}. \quad (12.114)$$

Como:

$$\beta = \eta \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} > 0 \quad (12.115)$$

e

$$(1 - \cos \varphi) \geq 0, \quad (12.116)$$

a condição $|\lambda| \leq 1$ é sempre satisfeita. Logo, a solução implícita é *incondicionalmente estável*.

12.4.6. Análise de erros

Um outro aspecto a ser considerado no método das diferenças finitas é o da precisão de uma dada solução. É importante observar que *estabilidade* e *precisão* são conceitos distintos. Quando se diz que uma solução satisfaz um critério de estabilidade, significa apenas que o nível de erro dos resultados não está crescendo de uma etapa de cálculo para outra. Por outro lado, quando se investiga a precisão da solução, deseja-se saber que nível de erro os resultados apresentam. Em outras palavras, deseja-se saber qual a diferença entre as soluções numérica e exata. Nessa análise normalmente consideram-se dois tipos de erro: o de truncamento local e o de truncamento global.

a) Erro de truncamento local

Considere mais uma vez a equação diferencial:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}, \quad (12.117)$$

cuja discretização pelo método explícito é dada por:

$$\frac{p_{Di-1,n} - 2p_{Di,n} + p_{Di+1,n}}{(\Delta x_D)^2} = \frac{p_{Di,n+1} - p_{Di,n}}{\Delta t_D}. \quad (12.118)$$

Pode-se definir um *erro de truncamento local* (para um determinado par i, n) para essa aproximação na forma de diferenças finitas por:

$$\varepsilon_L = L * p_{Di,n} - (Lp_D)_{x_{Di}, t_{Dn}}, \quad (12.119)$$

onde ε_L é o erro de truncamento local, $L * p_{Di,n}$ é a equação na forma de diferenças finitas e $(Lp_D)_{x_{Di}, t_{Dn}}$ é a equação diferencial. No caso das Eqs. (12.117) e (12.118) tem-se:

$$L^* p_{D_i,n} = \frac{p_{D_{i-1},n} - 2p_{D_i,n} + p_{D_{i+1},n}}{(\Delta x_D)^2} - \frac{p_{D_{i,n+1}} - p_{D_{i,n}}}{\Delta t_D} \quad (12.120)$$

e

$$L p_D = \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} - \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad (12.121)$$

Recorrendo às representações das derivadas por diferenças finitas (Seção 12.4.2) pode-se escrever que:

$$\left(\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} \right)_{x_{D_i}, t_{D_n}} = \frac{p_{D_{i-1},n} - 2p_{D_i,n} + p_{D_{i+1},n}}{(\Delta x_D)^2} - \frac{(\Delta x_D)^2}{12} \left(\frac{\partial^4 p_D}{\partial x_D^4} \right)_{x_{D_i}, t_{D_n}} \quad (12.122)$$

e

$$\left(\frac{\partial p_D}{\partial t_D} \right)_{x_{D_i}, t_{D_n}} = \frac{p_{D_{i,n+1}} - p_{D_{i,n}}}{\Delta t_D} - \frac{\Delta t_D}{2} \left(\frac{\partial^2 p_D}{\partial t_D^2} \right)_{x_{D_i}, t_{D_n}}. \quad (12.123)$$

Usando as Eqs. (12.120), (12.121), (12.122) e (12.123), e aplicando a definição da Eq. (12.119) obtém-se:

$$\varepsilon_L = \frac{(\Delta x_D)^2}{12} \left(\frac{\partial^4 p_D}{\partial x_D^4} \right)_{x_{D_i}, t_{D_n}} - \frac{\Delta t_D}{2} \left(\frac{\partial^2 p_D}{\partial t_D^2} \right)_{x_{D_i}, t_{D_n}} \quad (12.124)$$

ou simplesmente:

$$\varepsilon_L = \theta [(\Delta x_D)^2] + \theta (\Delta t_D). \quad (12.125)$$

Portanto, uma vez adotado um método de solução, o erro de truncamento local fica na dependência do tamanho dos intervalos escolhidos no processo de discretização, tanto no domínio espacial quanto no tempo.

Através de um raciocínio semelhante ao apresentado para o método explícito, seria possível encontrar as estimativas dos erros de truncamento local para outros métodos de solução. Para o método implícito também seria obtida a expressão dada na Eq. (12.125), enquanto para o método de Crank-Nicolson obter-se-ia a equação:

$$\varepsilon_L = \theta [(\Delta x_D)^2] + \theta [(\Delta t_D)^2]. \quad (12.126)$$

Conclui-se então que as soluções explícita e implícita são da mesma ordem de precisão, enquanto na solução de Crank-Nicolson a ordem de precisão no domínio do tempo é mais elevada. Naturalmente que a comparação só será válida uma vez que o requisito da estabilidade tenha sido atendido por cada uma das soluções.

b) Erro de truncamento global

De posse das soluções numérica e analítica, poderia ser definido um *erro de truncamento global*, como sendo:

$$\varepsilon_{G,1} = \max_{i,n} |p_{D_{i,n}} - p_D(x_{D_i}, t_{D_n})|. \quad (12.127)$$

Uma outra medida global do erro poderia ser:

$$\varepsilon_{G,2} = \frac{1}{IN} \sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^N [p_{D_{i,n}} - p_D(x_{D_i}, t_{D_n})]^2. \quad (12.128)$$

Ocorre que em geral não se dispõe da solução analítica, de modo que a investigação das fronteiras do erro global recai no campo da análise numérica. As dificuldades são moderadas no caso de equações diferenciais simples, mas à medida que as equações se tornam mais complexas a obtenção de estimativas do erro global se torna progressivamente mais difícil. Por outro lado, a relação de dependência entre os erros globais e o grau de discretização (tamanhos dos intervalos) costuma ser da mesma ordem da que se verifica nos erros locais. Assim, a Eq. (12.118) tem um erro global que também é dado pela Eq. (12.125). A consequência é que o erro de truncamento local, que é bem mais fácil de se estimar, pode ser usado como um guia da ordem de convergência da equação numérica para a equação diferencial à medida que os intervalos de discretização tendem a zero.

Na prática, para os problemas de alto nível de complexidade, a melhor maneira de se obter estimativas do erro é comparar entre si diversas soluções por diferenças finitas, cada uma com um grau de discretização diferente. Para isso, os valores de Δx_D (e Δy_D e Δz_D , se for o caso) e Δt_D são variados de forma que se possa avaliar seus efeitos nos resultados. Em muitos casos, os valores práticos de Δx_D e Δt_D (aqueles para os quais o volume de trabalho computacional não chega a ser excessivo) poderão ser maximizados, enquanto compreendidos em uma região onde o declínio do erro não resulte tão pronunciado como o previsto pelas fórmulas do erro de truncamento local. Isto é possível porque as expressões que estimam a ordem do erro descrevem um comportamento assintótico à medida que Δx_D e Δt_D se aproximam de zero e não têm muito significado quando se referem a grandes intervalos. Segue-se que muitas vezes é preciso se contentar com estimativas empíricas do erro, resolvendo sistematicamente o mesmo problema, até um certo ponto, a partir de diversos esquemas de discretização e comparando essas soluções. Escolhe-se então como esquema básico para as demais etapas do estudo aquele que proporcionar um equilíbrio adequado entre a margem de erro a ser tolerada e os custos adicionais para se reduzir os intervalos, e consequentemente o erro.

12.5. Problemas

Problema 12.1 – Classificar as aproximações apresentadas na Tabela 12.3 em ascendentes, descendentes e centrais.

Problema 12.2 – Verificar, em cada caso apresentado na Tabela 12.3, quantas e quais séries de Taylor (em torno de x_i) foram combinadas para fornecer a aproximação.

Problema 12.3 – Deduzir as expressões apresentadas na Tabela 12.3.

Problema 12.4 – Considere o fluxo radial horizontal de um líquido através de um reservatório cilíndrico, homogêneo, isotrópico e limitado externamente. Despreze os efeitos de estocagem no poço e de dano ou estímulo da formação. Admita que o reservatório produza com vazão constante através de um único poço situado no seu centro.

- (a) Escreva as equações que governam o fluxo (equação diferencial e condições inicial e de contorno) utilizando o sistema de coordenadas cilíndricas.
- (b) Escreva as equações que governam o fluxo utilizando a seguinte transformação de variável:

$$x = \ln r .$$

- (c) Escreva as equações que governam o fluxo na forma adimensional, utilizando as seguintes variáveis adimensionais:

$$x_D = \ln(r / r_w)$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_w^2}$$

$$p_D = \frac{2\pi kh[p_i - p(r,t)]}{q\mu}$$

- (d) Usando a diferença descendente para representar a derivada da pressão em relação ao tempo e a forma implícita de discretizar a equação diferencial, calcule as pressões adimensionais até o instante de tempo $t_D = 10^6$ para x_D variando de 0 (zero) até 6,4. Use $\Delta x_D = 0,8$ e $\Delta t_D = 500$ nos dois primeiros intervalos de tempo e daí em diante escolha Δt_D de tal forma que cada ciclo logarítmico contenha 10 intervalos. Considere que o raio externo adimensional seja de $x_{eD} = 5,4$.
- (e) Compare os resultados do item (d) com os existentes na literatura.
- (f) Prove que a equação diferencial discretizada na forma explícita, utilizando-se a diferença ascendente para a derivada em relação ao tempo, é condicionalmente estável. Qual é a condição para que ocorra a estabilidade?
- (g) Utilizando agora a forma explícita, repita o item (d) até que se observe instabilidade. Comente os resultados.
- (h) Suponha que você desejasse obedecer ao critério de estabilidade encontrado no item (f). Qual o intervalo de tempo Δt_D necessário para poder resolver com sucesso o item (d), utilizando a forma explícita? Você considera isso possível em termos práticos? Porque?

Bibliografia

- Almeida, A. S.: *Noções de Simulação Matemática de Reservatórios*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)
- Ames, W. F.: *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. New York, USA, Barnes and Noble, 1969.
- Coats, K. H.: Use and Misuse of Reservoir Simulation Models. *J. Pet. Tech.*, 1391-1398, Nov. 1969.
- Coats, K. H.: Reservoir Simulation: State-of-the Art. In: SPE Exhibition and Technical Symposium. Beijing, China, March 15-26, 1982. (SPE 10020.)
- Crichlow, H. B.: *Modern Reservoir Engineering – A Simulation Approach*. New Jersey, USA, Prentice-Hall, Inc., 1977.
- Farlow, S. J.: *Partial Differential Equations for Scientists & Engineers*. John Wiley & Sons, Inc., 1982.
- Ferreira, M. L.: *Simulação Numérica de Reservatórios – Introdução às Diferenças Finitas*. PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)

- Gerald, C. F. & Wheatley, P. O.: *Applied Numerical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1984.
- Odeh, A. S.: Reservoir Simulation ... What is it? *J. Pet. Tech.*, 1383-1388, Nov. 1969.
- Peaceman, D. W.: *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*. Elsevier Scientific Publishing Company, 1977. (Developments in Petroleum Science, 6.)
- Richardson, J. G. & Blackwell, R. J.: Use of Simple Mathematical Models for Predicting Reservoir Behavior. *J. Pet. Tech.*, 1428-1436, Dec. 1971.
- Richtmyer, R. D.: *Difference Methods for Initial-Value Problems*. New York, USA, Interscience, 1957.
- Thomas, C. W.: *Principles of Hydrocarbon Reservoir Simulation*. Boston, Int-Human Resources Dev. Corp., 1982.

13.

ESTIMATIVA DE RESERVAS

O conhecimento da quantidade de fluido existente em uma jazida de petróleo, ou mais especificamente da quantidade de fluido que pode ser extraída, desempenha um papel fundamental na decisão de se implantar ou não um projeto exploratório. Os investimentos necessários para a implantação do projeto assim como os custos para mantê-lo em operação devem ser pagos com a receita obtida com a comercialização dos fluidos a serem produzidos.

Denomina-se *estimativa de reservas* a atividade dirigida à obtenção dos volumes de fluidos que podem ser retirados do reservatório até que ele chegue à condição de abandono. A estimativa dos volumes a serem produzidos são feitas não só por ocasião da descoberta da jazida como também ao longo de sua vida produtiva, à medida que vão sendo obtidas mais informações a respeito do reservatório.

Não existe uniformidade plena de critérios sobre definição, classificação e métodos de estimativa de reservas petrolíferas. Geralmente as empresas de petróleo estabelecem os seus próprios critérios e normas de modo a garantir uniformidade nas suas estimativas e adequação ao planejamento e gerenciamento da empresa. Entretanto, cada vez mais as empresas tendem a se basear nos critérios do código internacional da SPE¹, de modo que as suas reservas possam ser reconhecidas por instituições internacionais e comparadas com as de outras empresas e países.

13.1. Definições

Antes de dar prosseguimento ao estudo de diversos métodos de estimativa de reservas é conveniente conhecer algumas definições básicas:

Volume original – quantidade de fluido existente no reservatório na época da sua descoberta. Para uma acumulação de hidrocarbonetos no estado gasoso dá-se o nome de *volume original de gás*. Para a mistura de hidrocarbonetos no estado líquido dá-se o nome de *volume original de óleo*.

Volume recuperável – volume de óleo ou gás que se espera produzir de uma acumulação de petróleo. Normalmente, por ocasião da descoberta de um reservatório, faz-se uma estimativa de quanto fluido se pode produzir ou recuperar do mesmo. A esse volume estimado de fluido dá-se o nome de volume recuperável.

¹ “Society of Petroleum Engineers”, pertencente à “American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers”, EUA.

Fator de recuperação – quociente entre o volume recuperável e o volume original, ou seja, fração do volume original que se espera produzir de um reservatório.

Produção acumulada – quantidade de fluido que já foi produzida de um reservatório até uma determinada época. A produção acumulada vai crescendo gradativamente com o tempo se o reservatório está em produção.

Fração recuperada – quociente entre a produção acumulada e o volume original, ou seja, fração do fluido original que foi produzida até um determinado instante.

Reserva – quantidade de fluido que ainda pode ser obtida de um reservatório de petróleo numa época qualquer da sua vida produtiva. Na época da descoberta, como ainda nenhum fluido foi produzido, a reserva é numericamente igual ao volume recuperável.

13.2. Condições de Reservatório e Condições-Padrão

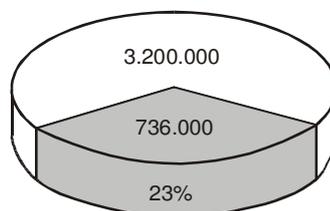
Todos os volumes (óleo original, produção acumulada, reservas, etc.) por convenção são expressos em condições-standard ou padrão, ou seja, como se eles estivessem sujeitos às condições de pressão e temperatura definidas como *standard* ou *padrão*. Por exemplo: ao se dizer que uma acumulação de gás natural tem um volume original de 500 milhões $m^3 std$, deseja-se dizer que esse volume é o espaço que o gás ocuparia caso fosse trazido para as condições-standard de pressão e temperatura.

As condições-padrão ou condições-standard são às vezes denominadas *condições básicas*. No Brasil a Agência Nacional do Petróleo (ANP) estabelece como condições básicas de temperatura e pressão ou simplesmente condições básicas os valores de pressão de 1 *atm* (1,0332 kgf/cm^2) e temperatura de 20 °C. Nos EUA, por exemplo, as condições-standard são de 14,7 *psia* (1 *atm*) e 60 °F (15,6 °C).

13.3. Fator de Recuperação e Reservas

Considere um certo reservatório de óleo com um volume original de 3.200.000 $m^3 std$ que será capaz de produzir, dentro de determinadas condições econômicas e técnicas, um volume de 736.000 $m^3 std$ ao longo de oito anos, conforme ilustra a Figura 13.1. Esse volume de óleo que poderá ser produzido se chama volume recuperável e o quociente entre ele e o volume original (0,23 ou 23 %) se chama fator de recuperação.

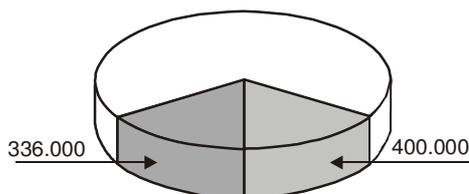
Estimativa de Reservas



Óleo Original = 3.200.000 $m^3 std$
 Volume Recuperável = 736.000 $m^3 std$
 Fator de Recuperação = 23%

Figura 13.1 – Volume recuperável e fator de recuperação.

Considere agora que após três anos o reservatório tenha produzido um volume igual a 400.000 $m^3 std$ de óleo, como mostra a Figura 13.2.



Volume Original = 3.200.000 $m^3 std$
 Volume Recuperável = 736.000 $m^3 std$
 Produção Acumulada = 400.000 $m^3 std$
 (Fração Recuperada = 12,5%)

Reserva = 336.000 $m^3 std$

Figura 13.2 – Produção acumulada e reserva.

Esse volume produzido recebe o nome de produção acumulada. O quociente entre o volume que já foi produzido e o volume original (0,125 ou 12,5 %) se chama fração recuperada. Nessa ocasião, verifica-se que ainda restam 336.000 $m^3 std$ para serem produzidos. Esse volume que resta para ser produzido chama-se reserva.

Note que no início da vida produtiva do reservatório a produção acumulada é igual a zero e a reserva é igual ao volume recuperável. Ao final do oitavo ano, quando tudo que se esperava produzir do reservatório já terá sido produzido, a produção acumulada será igual ao volume recuperável e a reserva será igual a zero.

Um aspecto que deve ser observado é que o fator de recuperação é um número que representa o que se espera produzir do reservatório e depende fortemente do mecanismo de produção dessa jazida. Esse número é obtido através de um estudo que utiliza as informações disponíveis na época e que indica o provável comportamento futuro do reservatório. Qualquer alteração futura no fator de recuperação está condicionada a um novo estudo do reservatório. Por exemplo, se ao final do terceiro ano de produção for repetido o estudo do reservatório, utilizando agora novas informações disponíveis, e se verificar que na verdade ainda se pode obter daquele reservatório um volume igual a 450.000 $m^3 std$, a reserva assumirá esse novo valor. O volume recuperável passará a ser

850.000 m^3 *std* e o fator de recuperação 26,56%. Observe que nada mudou em termos físicos no reservatório. Apenas a contribuição das informações obtidas durante os três anos de produção possibilitaram um aprimoramento do estudo e a estimativa de valores provavelmente mais corretos. No caso presente houve um aumento nas reservas, entretanto o estudo poderia ter resultado em uma redução.

A fração recuperada varia continuamente, de zero, no início da produção do reservatório, até um valor máximo, quando se iguala ao fator de recuperação. Isso acontece porque ela é a relação entre a produção acumulada e o volume original, e a produção acumulada vai variando a cada instante durante a vida produtiva do reservatório.

13.4. Condições de Abandono e Volume Recuperável

Para se fazer a estimativa do volume recuperável, além do estudo do reservatório deve-se levar em consideração outros aspectos técnicos e econômicos. No projeto de produção de um reservatório de petróleo há que ser lembrado que além dos investimentos iniciais como perfuração de poços, análise de rochas e de fluidos em laboratório, compra e instalação de equipamentos, construção de estações para coleta do petróleo, etc., também existem os custos para manter o sistema em operação. À medida que o tempo vai passando, a produção de petróleo vai decrescendo, tendendo-se à situação em que a receita proveniente da venda do petróleo é insuficiente para cobrir as despesas de manutenção da operação. Essa é a condição de abandono do projeto. Não existe um ponto definido em que essa situação ocorre porque tanto o preço do petróleo quanto os custos de operação estão sujeitos a oscilações determinadas pelo mercado. Os custos de operação são ainda influenciados por outros fatores: quantidade total de fluido que está sendo produzida, existência ou não de outros reservatórios nas proximidades de tal modo que as instalações e os serviços possam ser compartilhados, etc.

Como se pode ver, o volume recuperável e por conseqüência o fator de recuperação sofrem alterações ao longo da vida produtiva do reservatório, não só como resultado da obtenção de mais informações a respeito da formação e dos fluidos nela contidos mas também devido a alterações no quadro econômico.

13.5. Métodos de Cálculo

Não existe uma maneira única de se estimar os volumes originais de hidrocarbonetos e as reservas de uma jazida de petróleo. Dependendo das circunstâncias esses volumes podem ser calculados de maneiras bastante diversas. Dentre os métodos utilizados destacam-se a *analogia*, a *análise de risco*, o *método volumétrico* e a *performance do reservatório*. A escolha de um ou outro tipo depende, entre outros fatores, da época em que é feito o estudo e da quantidade de informações disponíveis a respeito da jazida.

13.5.1. Analogia

Este é um tipo de procedimento utilizado em uma época que precede à perfuração do primeiro poço a penetrar na jazida, ou seja, do poço descobridor. Nessa época as informações a respeito do reservatório são praticamente inexistentes. Tem-se uma série de evidências, entretanto, ainda não se tem a comprovação da existência de uma acumulação de petróleo na região que está

sendo pesquisada. As estimativas são feitas a partir de dados e resultados de reservatórios localizados nas proximidades, os quais se acredita tenham características semelhantes às do reservatório que está sendo estudado. É evidente que esse tipo de estimativa está sujeito a erros, uma vez que o estudo não se baseia em dados reais do reservatório.

13.5.2. Análise de risco

Como o método anterior, a *análise de risco* também é um processo utilizado antes da perfuração do poço descobridor. Da mesma forma, a estimativa é feita a partir de resultados de reservatórios cujas características são semelhantes às do reservatório em estudo e que se localizam nas suas proximidades. A diferença entre os dois processos reside no fato de que na análise de risco existe uma certa sofisticação no tratamento estatístico dos dados e os resultados são apresentados, não como um valor único, mas como uma faixa de resultados possíveis.

13.5.3. Método volumétrico

Este é um método para cálculo do volume original que pode ser usado tanto para reservatório de líquido quanto para reservatório de gás. O método se baseia na determinação volumétrica da quantidade total de hidrocarbonetos originalmente existente no reservatório.

Seja V_r o volume total da rocha que compõe o reservatório, cuja porosidade média é ϕ . O volume poroso será dado por $V_r\phi$. Como uma parte do volume poroso está ocupada pela saturação inicial de água (S_{wi}), somente a fração $(1-S_{wi})$ poderá estar ocupada por hidrocarbonetos. Assim, o volume de hidrocarbonetos, em condições de reservatório, é dado pelo produto $V_r\phi(1-S_{wi})$.

Para um reservatório de óleo, o volume de óleo nas condições-padrão é obtido dividindo-se o seu volume em condições de reservatório pelo fator volume-formação do óleo. Então, o volume original de óleo medido em condições-padrão ou standard (N) é dado pela expressão:

$$N = \frac{V_r\phi(1-S_{wi})}{B_{oi}}, \quad (13.1)$$

onde B_{oi} é o fator volume-formação do óleo nas condições iniciais do reservatório. Em um reservatório de óleo pode-se calcular também o volume de gás que se encontra dissolvido no óleo. Esse volume é determinado pelo produto do volume original de óleo, medido em condições-padrão, pela razão de solubilidade inicial, ou seja, NR_{si} . Então,

$$G_s = \frac{V_r\phi(1-S_{wi})R_{si}}{B_{oi}}, \quad (13.2)$$

onde G_s é o volume original de gás em solução medido em condições-padrão. A Figura 13.3 ilustra como o volume original de óleo é medido no reservatório e a maneira como deve ser expresso.

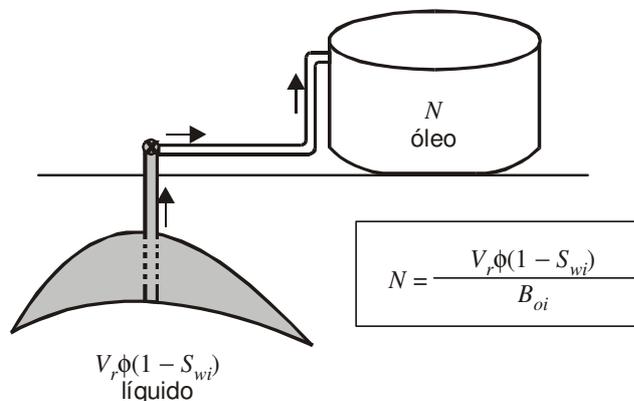


Figura 13.3 – Volume original - reservatório de óleo.

Para um reservatório de gás ou para a capa de gás de um reservatório de óleo, o volume original de gás medido em condições-padrão (G) é calculado pelo método volumétrico através da equação:

$$G = \frac{V_r \phi (1 - S_{wi})}{B_{gi}}, \tag{13.3}$$

onde B_{gi} é o fator volume-formação do gás nas condições iniciais do reservatório. A Figura 13.4 mostra esquematicamente o cálculo do volume original de um reservatório de gás.

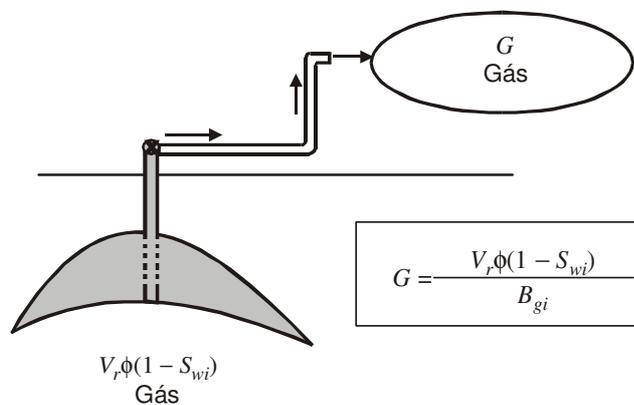


Figura 13.4 – Volume original - reservatório de gás.

Conforme se observa, neste processo são necessárias as seguintes informações sobre o reservatório: volume total da rocha portadora de hidrocarbonetos, porosidade média da rocha, saturações dos fluidos e fator volume-formação do fluido.

A porosidade média da rocha e a saturação de água podem ser obtidas através da interpretação de perfis ou de análises de amostras de testemunhos dos poços realizadas em laboratório. Os fatores volume-formação dos fluidos do reservatório podem ser obtidos através das chamadas análises PVT ou por meio de correlações empíricas.

O cálculo do volume de rocha V_r é obtido de mapa fornecido pela área de geologia. A partir da perfuração de poços e da delimitação do campo é traçado o chamado *mapa de isópacas*, que indica os pontos do reservatório que contêm hidrocarbonetos e possuem iguais espessuras da formação. A Figura 13.5 apresenta um exemplo de mapa de isópacas de um reservatório.

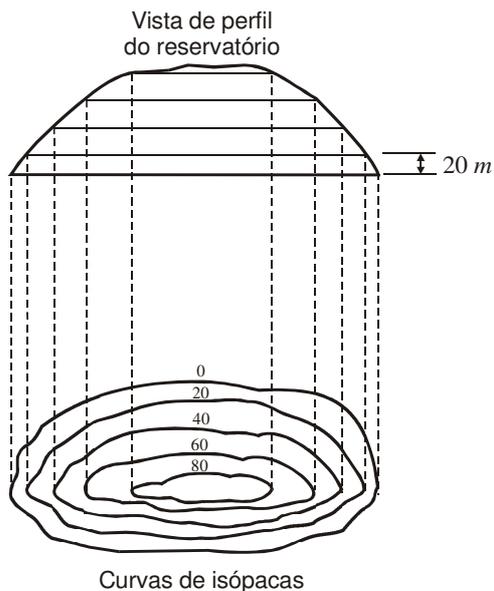


Figura 13.5 – Exemplo de mapa de isópacas de um reservatório.

Do mapa de isópacas planimetra-se cada área, interior a cada uma das curvas de isópacas, obtendo-se então um gráfico semelhante ao exemplo mostrado na Figura 13.6. Nesse gráfico, a área hachurada representa o volume de rocha da parte do reservatório que contém o hidrocarboneto em estudo, ou seja, o volume V_r .

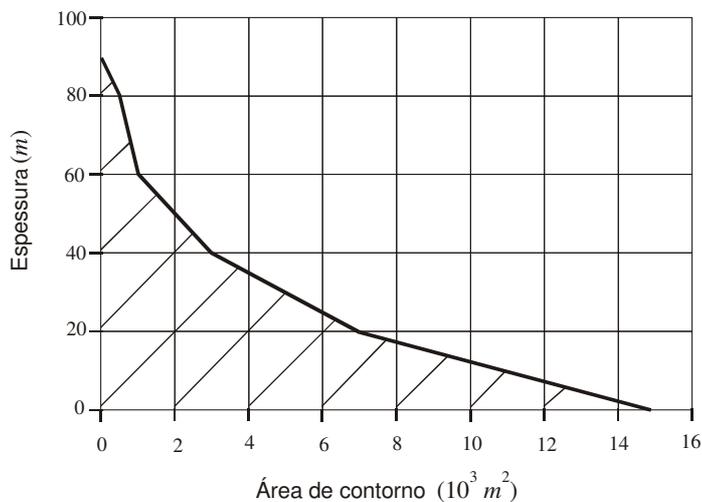


Figura 13.6 – Exemplo de gráfico da *espessura com hidrocarboneto* versus *área de contorno* de um mapa de isópacas.

O valor do volume V_r pode ser obtido através de duas regras bastante conhecidas: a trapezoidal e a regra de Simpson. A regra trapezoidal é expressa por:

$$V_r = h \left[\frac{1}{2}(A_0 + A_n) + A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1} \right], \quad (13.4)$$

onde A_0 é a área compreendida pelo contorno 0, A_1 a área compreendida pelo contorno 1, A_n a área compreendida pelo contorno n e h a espessura de cada contorno. No exemplo da Figura 13.5 tem-se que $h = 20$ m.

A regra de Simpson tem a vantagem de fornecer uma aproximação mais precisa da área sob uma curva irregular, mas tem a desvantagem de requerer um maior número de divisões, em intervalos iguais, de tal maneira que este número seja par. Segundo essa regra o volume de rocha é dado por:

$$V_r = \frac{1}{3} h [(A_0 + A_n) + 4(A_1 + A_3 + \dots + A_{n-1}) + 2(A_2 + A_4 + \dots + A_{n-2})]. \quad (13.5)$$

Uma representação como a do mapa de isópacas pode não dar uma idéia exata do volume de hidrocarbonetos do reservatório, visto que podem existir variações horizontais e verticais da porosidade do mesmo. Portanto, uma melhor solução consiste em elaborar mapas com valores iguais do produto entre a espessura e a porosidade ($h\phi$). Esses são conhecidos como *mapas de isovol*. Para o cálculo do volume de rocha um procedimento similar ao usado no caso do mapa de isópacas seria empregado, obtendo-se abaixo da curva $h\phi$ versus *área do contorno* o volume poroso da rocha-reservatório, ou seja, o produto $V_r\phi$.

Considerando ainda que a saturação inicial de água pode variar horizontal e verticalmente no interior do reservatório, o cálculo volumétrico pode ser feito de maneira mais exata caso sejam construídos mapas com valores iguais do produto $h\phi(1-S_{wi})$, chamados mapas de *isoíndices* ou *isopetróleo*. Neste caso a área abaixo da curva $h\phi(1-S_{wi})$ versus *área de contorno* fornece diretamente o volume original de hidrocarbonetos em condições de reservatório, isto é, o produto $V_r\phi(1-S_{wi})$.

Exemplo 13.1 – De um mapa de isópacas de um reservatório de óleo foram obtidas as leituras apresentadas na Tabela 13.1.

Tabela 13.1 – Leituras do mapa de isópacas - áreas em 10^3 m² - Exemplo 13.1

Contorno (m)	1ª leitura	2ª leitura	3ª leitura
0	1.710	3.420	5.130
10	1.270	2.540	3.812
20	884	1.765	2.652
30	612	1.225	1.835
40	360	720	1.080
50	220	442	660
60	123	245	370

Outros dados são:

Constante do aparelho ($C = A_{leitura}/A_{real}$).....	1,27
Máxima isópaca com óleo.....	66,7 m
Porosidade média.....	12,4%
Saturação média de água conata.....	35,2%
Fator volume-formação inicial do óleo.....	1,111 $m^3/m^3 std$
Fator volume-formação do óleo na pressão de bolha.....	1,117 $m^3/m^3 std$
Razão de solubilidade inicial.....	25,4 $m^3 std/m^3 std$

Calcular o volume:

- total do reservatório em m^3 , utilizando a fórmula trapezoidal.
- de óleo originalmente existente no reservatório (N), em $m^3 std$.
- de óleo existente no reservatório na pressão de bolha (N_b), em $m^3 std$.
- de óleo produzido desde a pressão original até a pressão de bolha (N_{pb}), em $m^3 std$.
- de gás em solução originalmente existente no reservatório (G_s), em $m^3 std$.
- de gás produzido desde a pressão inicial até a pressão de bolha (G_{pb}), em $m^3 std$.

Solução:

Parte (a):

Utilizando a fórmula trapezoidal o volume de rocha é dado por:

$$V_r = h \left[\frac{1}{2} (A_0 + A_{60}) + A_{10} + A_{20} + A_{30} + A_{40} + A_{50} \right] + \frac{t_m}{2} A_{60},$$

onde:

$$A_{real} = \frac{A_{leitura}}{C} = \frac{A_{leitura}}{1,27},$$

$$t_m = \text{Máxima isópaca} - 60 = 66,7 - 60 = 6,7 \text{ m}$$

e $h = 10 \text{ m}$. Adotando-se como valores médios das 3 leituras os da 1ª leitura obtém-se:

$$V_r = \frac{10}{1,27} \left[\frac{1}{2} (1.710 + 123) + 1.270 + 884 + 612 + 360 + 220 \right] \times 10^3 + \frac{6,7}{2} \times \frac{123 \times 10^3}{1,27}$$

$$V_r = 33,847 \times 10^6 \text{ m}^3.$$

Parte (b):

O volume de óleo original é dado por:

$$N = \frac{V_r \phi (1 - S_{wi})}{B_{oi}} = \frac{33,847 \times 10^6 \times 0,124 \times (1 - 0,352)}{1,111} = 2,448 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}.$$

Parte (c):

O volume de óleo existente no reservatório na pressão de bolha é dado por:

$$N_b = \frac{V_r \phi (1 - S_{wi})}{B_{ob}} = \frac{33,847 \times 10^6 \times 0,124 \times (1 - 0,352)}{1,117} = 2,435 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}.$$

Parte (d):

O volume de óleo produzido até a pressão de bolha é a diferença entre o volume original e o volume na pressão de bolha:

$$N_{pb} = N - N_b = 2,448 \times 10^6 - 2,435 \times 10^6 = 0,013 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

Parte (e):

O volume de gás dissolvido originalmente existente é dado por:

$$G_s = NR_{si} = 2,448 \times 10^6 \times 25,4 = 62,179 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

Parte (f):

O volume de gás produzido até a pressão de bolha pode ser calculado pela expressão:

$$G_{pb} = N_{pb} R_{si} = 0,013 \times 10^6 \times 25,4 = 0,330 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

13.5.4. Performance do reservatório

Neste método são utilizados modelos em que a previsão do comportamento futuro (ou performance futura) do reservatório se baseia em seu comportamento passado. Para tanto, é necessário que o reservatório já tenha um histórico de produção. Em alguns casos também são necessárias informações sobre o mecanismo de produção do reservatório.

A análise do declínio de produção, a utilização da equação de balanço de materiais para a previsão de comportamento e a simulação numérica de reservatórios são métodos que se inserem no grupo denominado *performance do reservatório*. A utilização de um ou outro método depende de fatores tais como a quantidade e o tipo de dados de rocha e fluido disponíveis, a existência de recursos de informática (“software” e “hardware”), etc.

a) Análise de declínio de produção²

Este método se baseia apenas na observação do comportamento das vazões de produção ao longo do tempo. O declínio gradual da pressão do reservatório, decorrente da produção de fluidos, acarreta também um gradual declínio nas vazões de produção dos poços. A partir da análise do histórico de produção pode-se caracterizar a tendência de declínio da vazão. A partir da extrapolação dessa tendência passada, estima-se o comportamento futuro da produção.

A análise de declínio de produção é um processo bastante simplificado, uma vez que não se utilizam informações sobre as propriedades da rocha-reservatório, sobre o comportamento dos fluidos ou sobre as relações rocha-fluido. Tampouco se utilizam leis de fluxo nem se leva em consideração o mecanismo responsável pela produção do reservatório. São utilizadas apenas as relações de *vazão versus tempo* do histórico de produção.

b) Equação de balanço de materiais³

As equações de balanço de materiais são relações que associam o balanço de massa dos fluidos do reservatório com as reduções de pressão no interior do mesmo. A equação de balanço de materiais é a representação matemática da seguinte expressão: “A um tempo qualquer da vida

² Vide Capítulo 11.

³ Vide Capítulos 7, 8 e 10.

produtiva do reservatório, a soma das massas dos fluidos existentes no reservatório com a massa dos fluidos produzidos até então é igual à massa de fluidos originalmente existente nesse meio poroso”.

Essas equações são escritas em termos das propriedades da rocha e do comportamento do fluido em função da pressão, das propriedades rocha-fluido e do histórico de produção, e são particularizadas para cada caso, dependendo dos mecanismos de produção atuantes no reservatório.

Para se fazer a previsão procura-se escrever a equação de balanço de materiais de uma maneira que o comportamento passado do reservatório esteja representado, ou seja, a equação deve relacionar a produção acumulada com a queda de pressão observada. Ao se encontrar essa equação, admite-se que ela também seja capaz de descrever o comportamento futuro do reservatório. Com essa equação estima-se que produção de fluidos corresponderá à queda de pressão que ocorrerá no reservatório.

Como a equação de balanço de materiais fornece apenas relações entre a produção acumulada de fluido e a queda de pressão, são necessárias outras equações que relacionem as produções acumuladas com vazões de produção e tempos, conforme mostrado no Capítulo 10.

c) Simulação numérica de reservatórios⁴

O termo simulação numérica de reservatórios se aplica à utilização de simuladores numéricos e computacionais em estudos de reservatórios. Os procedimentos utilizados para se fazer previsões do comportamento futuro são semelhantes aos utilizados nos métodos baseados na equação de balanço de materiais. São introduzidos no modelo as informações geológicas, os dados de rocha, os dados de fluido, as propriedades rocha-fluido, etc., de maneira que o mesmo reproduza, com uma certa precisão, o histórico de produção. Quando o modelo passa a descrever o passado de maneira satisfatória, está pronto para ser utilizado na previsão do comportamento futuro. A diferença básica entre os dois processos está na maneira como é tratado o reservatório. Enquanto no balanço de materiais se usa somente uma equação, que trata o reservatório como se fosse um bloco único onde não há variações de propriedades, a simulação numérica permite a subdivisão do reservatório em células com propriedades diferentes, e envolve a solução simultânea de um grande número de equações que representam o fluxo no meio poroso. Diferentemente da equação de balanço de materiais, a simulação fornece resultados em função do tempo.

Os simuladores numéricos permitem mais sofisticação nos estudos dos reservatórios, porém para tanto é necessário dispor de dados da rocha, dos fluidos, da geologia e do histórico de produção, não só em quantidade, mas com boa qualidade.

Enfim, existem diversas maneiras de se fazerem previsões de comportamento de reservatório e estimativas de volumes originais, volumes recuperáveis e reservas. A escolha de cada um dos processos deve ser feita sempre de maneira compatível com a natureza, a quantidade e a qualidade dos dados disponíveis, bem como em função do tempo e dos recursos disponíveis para processar esses dados e dos objetivos a que se destina o estudo.

13.6. Problemas

Problema 13.1 – Considere o reservatório denominado Zona **A** mostrado na Figura 13.7.

⁴ Vide Capítulo 12.

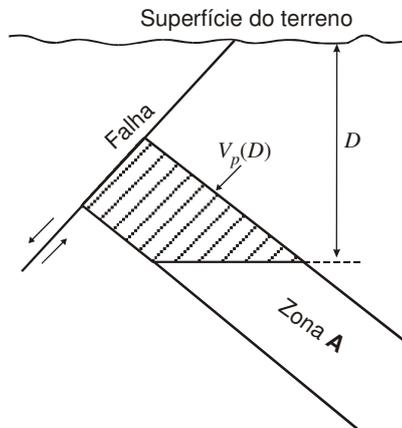


Figura 13.7 – Seção vertical do reservatório Zona A - Problema 13.1.

Na Figura 13.8 encontra-se um gráfico do volume poroso acumulado (V_p) em função da profundidade (D) para esse reservatório, onde os valores de D são negativos e medidos a partir da superfície do terreno.

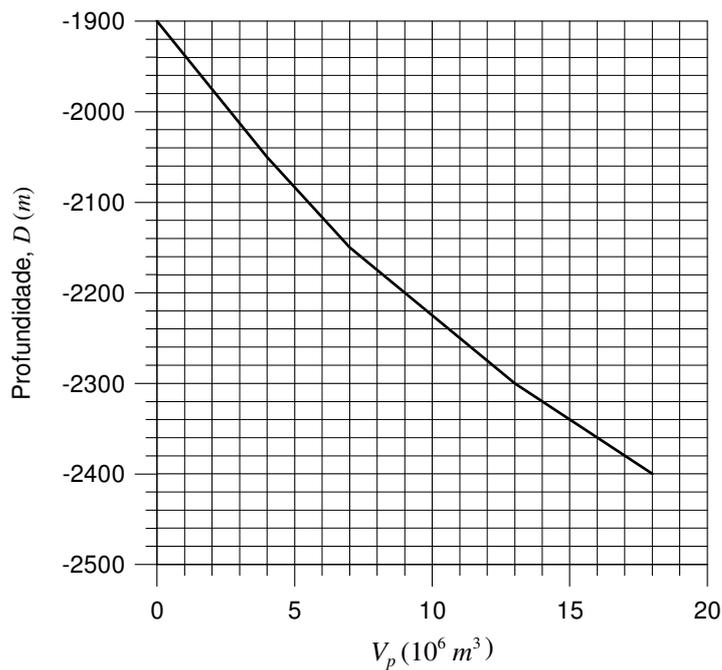


Figura 13.8 – Volume poroso acumulado versus profundidade - Problema 13.1.

Outros dados são:

Profundidade do contato gás/óleo.....	$D_{g/o} = 2.050 \text{ m}$
Profundidade do contato óleo/água.....	$D_{o/w} = 2.300 \text{ m}$
Fator volume-formação do óleo à pressão original.....	$B_{oi} = 1,26 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$

Fator volume-formação do gás à pressão original.....	$B_{gi} = 0,007 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Razão de solubilidade inicial.....	$R_{si} = 40 \text{ m}^3 \text{ std}/\text{m}^3 \text{ std}$
Saturação média de água conata.....	$S_{wi} = 30\%$

Calcular o volume de:

- (a) óleo originalmente existente no reservatório em $\text{m}^3 \text{ std}$.
- (b) gás originalmente existente na capa de gás em $\text{m}^3 \text{ std}$.
- (c) gás original total existente no reservatório em $\text{m}^3 \text{ std}$.

Respostas:

(a) $N = 5 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (b) $G = 400 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (c) $G_T = 600 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 113.2 – Durante o processo de certificação de reservas de um determinado campo a equipe de gerenciamento de reservatórios apresentou as seguintes informações a respeito de um dos reservatórios, onde o método de recuperação utilizado é a injeção de água:

Volume original de óleo “in place”.....	$N = 3 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação do óleo na pressão original.....	$B_{oi} = 1,2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Fator volume-formação do óleo na pressão atual.....	$B_o = 1,1 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$
Razão de solubilidade inicial.....	$R_{si} = 40 \text{ m}^3 \text{ std}/\text{m}^3 \text{ std}$
Saturação média de água conata.....	$S_{wi} = 15 \%$
Saturação de óleo residual com injeção de água.....	$S_{orw} = 35 \%$
Fração recuperada.....	$f_R = 60 \%$

Perguntam-se:

- (a) Os dados apresentados são consistentes? Por que?
- (b) Admitindo que os dados apresentados referentes às propriedades dos fluidos, às saturações e aos volumes de fluido produzidos estejam corretos, que característica do reservatório estaria com seu valor incorreto?
- (c) Na hipótese do item anterior, qual seria o valor mínimo do volume original de óleo N .
- (d) Na hipótese do item (b), qual seria a reserva de óleo mínima atual?

Respostas:

(a) Não. Porque $\bar{S}_o < S_{orw}$ (b) N (c) $N_{min} = 3,27 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ (d) $Reserva_{min} = 1,47 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

Bibliografia

Craft, B. C. & Hawkins, M. F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*. Englewood Cliffs, NJ, USA, Prentice-Hall, Inc., 1959.

Xavier, J. A. D.: *Estimativa de Reservas*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)

14.

MÉTODOS CONVENCIONAIS DE RECUPERAÇÃO SECUNDÁRIA

14.1. Introdução à Recuperação Secundária

As acumulações de petróleo possuem, na época da sua descoberta, uma certa quantidade de energia, denominada *energia primária*. A grandeza dessa energia é determinada pelo volume e pela natureza dos fluidos existentes na acumulação, bem como pelos níveis de pressão e de temperatura reinantes no reservatório. No processo de produção há uma dissipação da energia primária, causada pela descompressão dos fluidos do reservatório e pelas resistências encontradas pelos mesmos ao fluírem em direção aos poços de produção. Essas resistências são devidas, ou associadas, às forças viscosas e capilares presentes no meio poroso. O consumo de energia primária reflete-se principalmente no decréscimo da pressão do reservatório durante a sua vida produtiva, e conseqüente redução da produtividade dos poços.

Há duas linhas gerais de ação para minorar os efeitos nocivos da dissipação da energia primária dos reservatórios de petróleo:

- Suplementá-la com energia secundária, artificialmente comunicada, através da injeção de certos fluidos em poços selecionados;
- Reduzir as resistências viscosas e/ou capilares por meio de métodos especiais, como por exemplo o aquecimento da jazida.

A quantidade de óleo que pode ser retirada de um reservatório unicamente às expensas de suas energias naturais é chamada de *recuperação primária*. Por outro lado, *recuperação secundária* é a quantidade adicional de óleo obtida por suplementação da energia primária com energia secundária, artificialmente transferida para a jazida, ou por meios que tendem a tornar a energia primária mais eficiente. Por extensão chamam-se também de *recuperação secundária* às operações que conduzem à obtenção dessa quantidade adicional de óleo, além daquela proporcionada pela recuperação primária.

Quando as operações de recuperação secundária começam antes de terminar a fase de produção primária elas são muitas vezes chamadas de operações de *manutenção de pressão*. Modernamente a grande maioria dos sistemas de recuperação secundária é implantada tão cedo quanto possível na vida do reservatório. Com isso, o termo *manutenção de pressão* vai perdendo sua utilidade.

Os métodos de elevação artificial e de estimulação de poços não se incluem entre os métodos de recuperação secundária, pois não afetam diretamente as energias expulsivas do reservatório, embora sua aplicação eficiente concorra para economizá-las. As técnicas de elevação artificial e de estimulação de poços estão mais ligadas ao comportamento dos poços produtores do que ao comportamento do reservatório como um todo. A linha divisória entre tais métodos e os métodos de recuperação secundária, todavia, não é muito nítida e certos métodos de estimulação, como a injeção cíclica de vapor, são usualmente incluídos entre os métodos de recuperação secundária.

Os objetivos práticos básicos dos métodos de recuperação secundária são o aumento da eficiência de recuperação e a aceleração da produção.

14.1.1. Aumento da eficiência de recuperação

A eficiência de recuperação primária é geralmente baixa. A depender do mecanismo de produção, das características do reservatório e das propriedades dos fluidos acumulados, tal eficiência pode inclusive ser nula. Apesar do grande desenvolvimento tecnológico da indústria do petróleo, a maior parte dos volumes originais de óleo encontrados no mundo é considerada irrecuperável pelos métodos atuais de produção, incluindo os de recuperação secundária. A eficiência de recuperação dos projetos de recuperação secundária bem sucedidos pode ser superior a 60%, embora o valor mais freqüente seja de 30 a 50%, para os métodos convencionais. Esses números chamam a atenção para o potencial da pesquisa dos métodos de recuperação secundária.

14.1.2. Aceleração da produção

Um segundo objetivo dos projetos de recuperação secundária é a aceleração da produção ou pelos menos a redução da velocidade do seu declínio natural. A aceleração da produção provoca a antecipação do fluxo de caixa esperado do projeto, aumentando, portanto, o seu valor presente e conseqüentemente melhorando a economicidade da exploração do campo ou reservatório.

14.1.3. Incentivos à recuperação secundária

Vários são os fatores que podem ser considerados como incentivos à aplicação de métodos de recuperação secundária, dentre eles o preço do petróleo, o custo de exploração, o custo de desenvolvimento de uma jazida, o custo de produção e os avanços tecnológicos.

a) Preço do petróleo

O preço do petróleo bruto é determinado principalmente pelas pressões da oferta e da procura desse produto no mercado internacional, sendo, todavia, da maior importância o jogo de interesses dos grandes produtores de petróleo: países e companhias que neles operam. As altas de preço do petróleo incentivam a proliferação dos projetos de recuperação secundária.

b) Custo de exploração

Como as acumulações de petróleo, em qualquer país, são em número limitado, sua descoberta faz-se geralmente com dificuldades e riscos crescentes. Os reservatórios menos profundos e situados em locais mais acessíveis são de maneira geral encontrados primeiramente e a menores custos. Quando os custos de exploração crescem a atratividade dos projetos de recuperação secundária também cresce.

c) Custo de desenvolvimento

O desenvolvimento de campos de petróleo com formações produtoras mais profundas ou localizados em regiões menos acessíveis requer maiores investimentos. Isso pode estimular a aplicação dos recursos disponíveis em projetos de recuperação secundária, como alternativa mais econômica.

d) Custo de produção

Os projetos de recuperação secundária têm normalmente custos operacionais mais altos que a recuperação primária, em decorrência das operações de manuseio e tratamento dos fluidos injetados. Contudo, a possibilidade de manutenção ou mesmo elevação da pressão do reservatório pode ampliar o período de surgência dos poços produtores e, conseqüentemente, diminuir os custos de elevação do petróleo. Estes custos são dos mais importantes na produção, principalmente em reservatórios mais profundos. Os projetos de recuperação secundária podem, em certos casos, ser atrativos também sob esse ponto de vista.

e) Avanços tecnológicos

A descoberta de métodos novos e mais eficientes de recuperação secundária, bem como os aperfeiçoamentos introduzidos nos métodos já existentes, podem tornar projetos até então marginais ou mesmo antieconômicos em projetos economicamente viáveis. Por exemplo, a aceleração das atividades da indústria petrolífera no estado da Califórnia, EUA, durante a década de 60, está intimamente associada ao desenvolvimento dos métodos térmicos de recuperação secundária.

A descoberta de novas aplicações para o petróleo também é um incentivo à sua produção e, conseqüentemente, à recuperação secundária. Como se sabe, uma das principais aplicações do petróleo está na indústria petroquímica.

14.1.4. Alternativas à recuperação secundária

A recuperação secundária não é uma panacéia para curar todos os males da produção de petróleo e do esgotamento das reservas. Outras medidas podem e devem ser tomadas, simultaneamente, para aumentar a eficiência e a rentabilidade das operações de produção, tais como: exploração de reservas não convencionais, estimulação de poços, extração de líquidos do gás natural e reestudo de áreas abandonadas ou julgadas antieconômicas.

a) Exploração de reservas não convencionais

Vastas quantidades de óleo existem nos xistos e folhelhos betuminosos em diferentes partes do mundo. As reservas mais conhecidas são as de Athabasca, no Canadá, o cinturão do Orinoco, na Venezuela, e os depósitos do Colorado, nos Estados Unidos da América. O custo da produção dessas reservas não convencionais é considerável, mas a tecnologia já se direciona para encontrar meios de reduzi-lo. Assim, o xisto pode vir a acrescentar um volume considerável às reservas mundiais de petróleo.

Atualmente estão também sendo pesquisadas outras reservas não convencionais de hidrocarbonetos. Uma delas seria a quantidade de gás natural em solução existente na água de aquíferos. Embora a razão de solubilidade do gás natural na água seja normalmente pequena, grandes volumes de gás poderiam ser obtidos em função dos enormes volumes de água contidos nos aquíferos. Uma outra forma de reserva não convencional poderá ser o gás natural contido em hidratos localizados no fundo de oceanos e em regiões congeladas do planeta.

b) Estimulação de poços

Os métodos de estimulação de poços (fraturamento hidráulico, acidificação, etc.) também promovem a aceleração da produção e até, em alguns casos, o aumento da eficiência de recuperação. Sua aplicação pode ser feita inclusive em campos submetidos a operações de recuperação secundária.

c) Uso de poços especiais

Conforme foi discutido no Capítulo 3, nas últimas décadas houve um incremento considerável no uso dos chamados *poços especiais*, tais como: poços inclinados, poços horizontais, poços multilaterais, etc. A utilização desse tipo de poço, ao invés dos poços verticais convencionais, pode aumentar a velocidade de drenagem do reservatório, ou seja, antecipar a produção, devido ao aumento do índice de produtividade do poço, bem como aumentar a eficiência de recuperação, ou seja, aumentar o fator de recuperação, através do aumento da eficiência de varrido, por exemplo.

d) Extração de líquidos de gás natural

A produção de hidrocarbonetos líquidos pode ser aumentada pela instalação de plantas de gasolina natural e de unidades portáteis de extração de líquidos de gás natural.

e) Reestudo de áreas julgadas improdutivas ou antieconômicas

As reservas mundiais de petróleo são limitadas mas ainda estão longe de terem sido totalmente exploradas. Apenas uma pequena porcentagem da superfície do globo já foi inteiramente explorada. Quer em terra, quer debaixo do mar, há ainda perspectivas notáveis fora das áreas hoje em produção. As estimativas do volume de óleo que poderá ser ainda encontrado são ainda vagas. Seja como for, é com essa perspectiva que a indústria pode medir as oportunidades que tem à frente no caso de se esgotarem as áreas hoje em produção. Sendo assim, conclui-se que, de um modo geral, deve-se pensar sempre na adoção das seguintes medidas, sem prejuízo para o andamento dos programas de recuperação secundária:

- Estudar novas áreas, em terra e no mar;
- Estudar formações mais profundas;
- Reestudar áreas consideradas esgotadas ou de produção antieconômica;
- Investir mais dinheiro, tempo e pessoal em treinamento e pesquisa, visando melhorar os métodos de exploração e produção.

14.1.5. Classificação dos métodos de recuperação secundária

No passado, os métodos aplicados com o objetivo de suplementar a energia do reservatório, logo após a fase de recuperação primária, eram denominados métodos de recuperação secundária, enquanto que após a fase de recuperação secundária eram utilizados os chamados *métodos de recuperação terciária*. Os métodos eram então classificados de acordo com a sua cronologia de aplicação em um determinado campo ou reservatório. Posteriormente, qualquer método de recuperação que viesse a ser aplicado com um dos objetivos anteriormente mencionados (aumento da eficiência de recuperação e/ou aceleração da produção em relação à produção primária) passou a ser denominado de recuperação secundária.

Nas últimas décadas os métodos de recuperação secundária foram geralmente classificados em *métodos convencionais de recuperação secundária* (antigamente conhecidos simplesmente

como métodos de recuperação secundária) e *métodos especiais de recuperação secundária* (antigamente denominados métodos de recuperação terciária). Na literatura em língua inglesa os métodos especiais de recuperação secundária são conhecidos também como métodos de *EOR* (“*Enhanced Oil Recovery*”), que poderia ser traduzido para o português como “recuperação melhorada ou avançada de óleo”. Nos últimos anos o termo EOR tem sido substituído pelo termo IOR (“*Improved Oil Recovery*”), que também poderia ser traduzido para o português como “recuperação melhorada de óleo”. A diferença entre os dois termos é que a denominação IOR passou a englobar, além dos antigos métodos de EOR, ou sejam, os antigos métodos especiais ou terciários de recuperação, quaisquer métodos ou técnicas não convencionais ou modernas que tenham o objetivo de aumentar a recuperação e/ou acelerar a produção em relação à produção primária e/ou secundária.

Como métodos de recuperação secundária convencionais são normalmente utilizados a *injeção de água* e o *processo imiscível de injeção de gás*. Na injeção imiscível de gás, como indica o próprio nome, os fluidos não se misturam, ou seja, o óleo do reservatório e o gás injetado permanecem durante o processo como duas fases distintas. O método convencional de recuperação secundária mais utilizado no mundo é a injeção de água, que foi primeiramente utilizada no campo de Bradford, EUA, no início do século. No Brasil o primeiro campo a usar esse processo de recuperação foi o de Dom João, localizado na Bahia, em 1953, na época gerenciado pela antiga Região de Produção da Bahia (RPBA) do Departamento de Produção (DEPRO) da PETROBRAS.

Os métodos especiais de recuperação secundária incluem, entre outros, a injeção miscível de gás, a injeção de vapor, a injeção de polímeros e a combustão “in situ”. Esses métodos serão discutidos no Capítulo 15.

14.2. Métodos Convencionais

Na concepção de um projeto de injeção de fluidos é de fundamental importância a escolha do esquema de injeção, isto é, da distribuição dos poços de injeção e de produção mais adequada ao reservatório de petróleo em estudo. As chances de se alcançar o sucesso aumentam à medida que certas linhas básicas de procedimento são adotadas ao se fazer essa escolha.

Como o objetivo primordial da injeção é o aumento da recuperação de petróleo, deve-se tentar produzir esse volume adicional desejado utilizando-se esquemas em que os volumes de fluidos injetados sejam os menores possíveis. Devem ser buscadas situações em que a maior quantidade de fluido injetado permaneça no interior do reservatório, ou seja, a produção do fluido injetado seja a menor possível. As relações entre pressões e vazões e as relações destas últimas com o tempo do projeto são da maior importância e portanto devem ser encaradas como aspectos fundamentais a serem levados em conta no projeto.

Finalmente, devem ser observadas as características particulares do reservatório em estudo, tais como a existência de falhas, variações de permeabilidade, estratificações, barreiras, etc.. Além disso, o aspecto econômico é decisivo.

14.2.1. Esquemas de injeção

Os esquemas empregados em projetos de injeção são os mais variados, mas, de uma maneira geral, podem ser separados em dois grupos principais, sendo essa separação baseada na estrutura do reservatório e no modo como os poços são distribuídos.

a) Injeção periférica, injeção no topo e injeção na base

Neste grupo, poços de mesmo tipo, isto é, poços de injeção ou poços de produção se concentram em determinadas áreas do reservatório. É o que acontece por exemplo com a formação mostrada na Figura 14.1, cuja estrutura anticlinal favorece o emprego da chamada *injeção periférica*. A injeção da água é feita através de poços completados na base da estrutura e que nos mapas aparecem como se estivessem localizados na periferia do reservatório, daí o nome desse esquema. Os poços de produção se agrupam na parte central do reservatório.

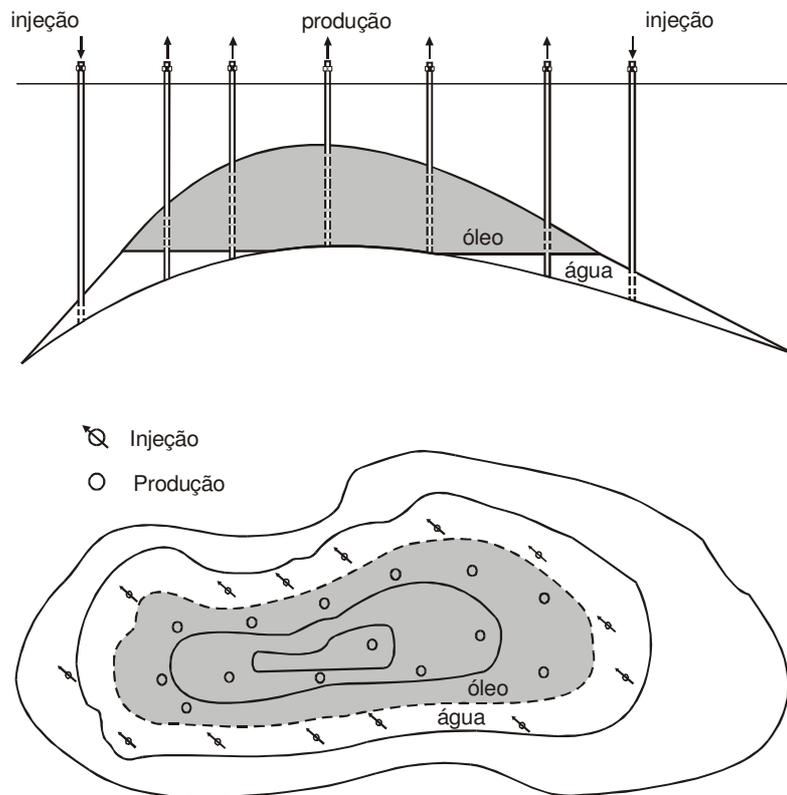


Figura 14.1 – Injeção periférica.

No esquema mostrado na Figura 14.2, uma injeção de gás é feita no topo da estrutura, enquanto a produção de óleo acontece através de poços localizados na parte mais baixa. A diferença de densidade entre os fluidos injetado e deslocado favorece a recuperação, na medida em que existe uma tendência do gás de permanecer na parte superior da estrutura, retardando a sua chegada aos poços de produção.

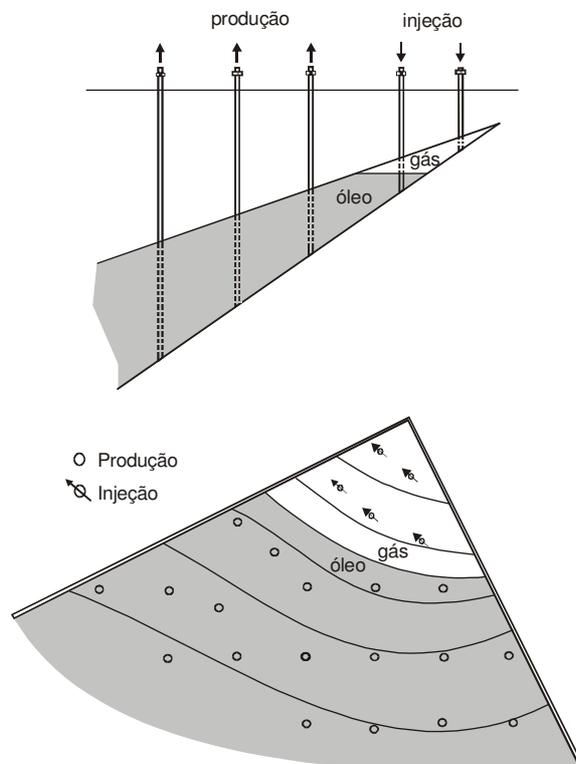


Figura 14.2 – Injeção no topo.

Uma injeção de água também pode ser feita em uma estrutura semelhante à da Figura 14.2, sendo que nesta circunstância a injeção se processa através de poços completados na parte baixa da estrutura, geralmente em uma zona de água, e os poços de produção são completados na parte alta da formação. É o caso mostrado na Figura 14.3.

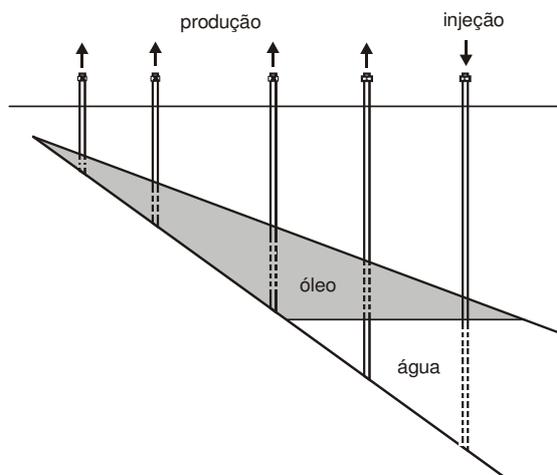


Figura 14.3 – Injeção na base.

Tanto no caso de uma estrutura como a da Figura 14.1 como a da Figura 14.2 pode-se fazer a injeção simultânea dos dois fluidos, isto é, gás no topo, ou seja, na parte mais alta da estrutura, e água na base.

Na verdade, essas diferentes maneiras de se fazer injeção não se classificam exatamente como *esquemas* de injeção, uma vez que a disposição dos poços não está previamente estabelecida, ou seja, não existem arranjos prefixados para a localização dos poços. Para cada reservatório, assim como para diferentes fluidos de injeção, há uma distribuição própria de poços, na qual se procura respeitar a distribuição natural dos fluidos segundo as suas diferentes densidades e suas facilidades ou dificuldades de fluir em zonas específicas do reservatório. De uma certa forma, tenta-se reproduzir o comportamento de um reservatório com mecanismo de influxo de água e/ou capa de gás.

Um aspecto interessante desse tipo de injeção é que, com o passar do tempo, poços de produção podem ser transformados em poços de injeção. No caso mostrado na Figura 14.1, o contato óleo/água, ao avançar, vai atingindo os poços de produção, alcançando primeiramente os que estão situados na parte mais baixa da estrutura. Ao ser atingido pela água, o poço sofre um aumento na sua razão água/óleo, que à medida que o tempo vai passando normalmente se torna excessiva, podendo ser então transformado em poço de injeção de água ou simplesmente fechado.

b) Injeção em malhas

No segundo grupo de esquemas estão os modelos nos quais os poços tanto de um tipo quanto do outro estão uniformemente distribuídos em toda a área do reservatório. Neste caso, o fluido deslocante é injetado na própria zona de óleo, alterando-se drasticamente a distribuição de saturações e a movimentação natural dos fluidos no reservatório. Esses modelos de injeção, chamados de *injeção em padrão repetido* ou mais comumente de *injeção em malhas*, são empregados em reservatórios com grandes áreas e pequenas inclinações e espessuras. Cada modelo tem um padrão ou malha básica que se repete por todo o reservatório.

Dos vários esquemas de injeção em malhas, alguns modelos, por sua maior facilidade de emprego, foram mais estudados e por isso mesmo são citados com maior freqüência na literatura. Por terem geometrias definidas e fixas, alguns desses esquemas de injeção podem ser tratados de maneira adimensional, o que permite o desenvolvimento de gráficos, ábacos e tabelas que facilitam e agilizam cálculos de reservatórios reais.

O modelo de injeção em *linha direta*, mostrado na Figura 14.4, é composto por linhas de poços de injeção e linhas de poços de produção dispostas alternadamente, sendo que a distância entre as linhas, d , e a distância entre os poços na linha, a , são constantes em cada projeto e definem as dimensões do retângulo que constitui a malha base deste esquema.

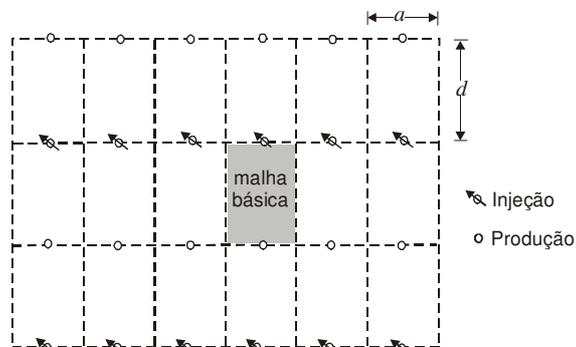


Figura 14.4 – Injeção em linha direta.

Se as linhas forem defasadas de meia distância de poços de mesmo tipo, isto é, de $a/2$, ter-se-á um novo esquema chamado de injeção em *linhas esconsas*. Esse tipo de esquema está ilustrado na Figura 14.5.

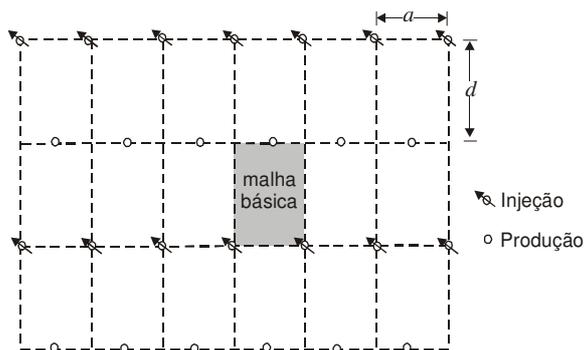


Figura 14.5 – Injeção em linhas esconsas.

Assim como no esquema de injeção em linha direta, o esquema de injeção em linhas esconsas apresenta um número infinito de combinações entre a e d , ou seja, entre os lados do retângulo que define a malha base. Isso de uma certa forma reduz as possibilidades de utilização de dados adimensionais. Esses dados existem apenas para alguns casos particulares, como se verá a seguir.

Existe um caso particular de injeção em linhas esconsas em que a distância entre as linhas é igual à metade da distância entre poços do mesmo tipo, ou seja, $d = a/2$. Esse esquema é chamado de modelo “*five-spot*” ou *malha de cinco pontos*, sendo também conhecida por *malha quadrática*. Conforme se pode ver na Figura 14.6 a malha base é um quadrado com cinco poços, um em cada vértice e um localizado no centro. Esse é certamente o esquema mais difundido em operações de recuperação secundária.

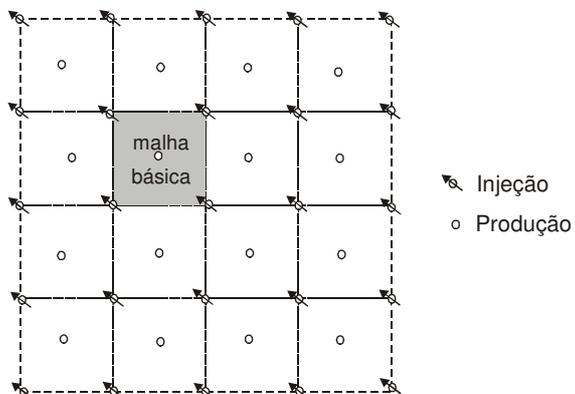


Figura 14.6 – Modelo “five-spot”.

A Figura 14.7 e a Figura 14.8 apresentam respectivamente os modelos “seven-spot” ou *malha de sete pontos* e “nine-spot” ou *malha de nove pontos*.

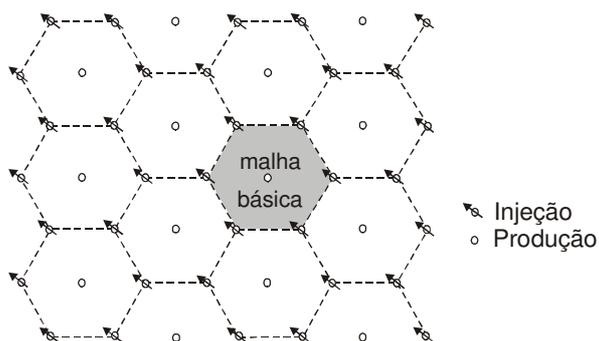


Figura 14.7 – Malha “seven-spot”.

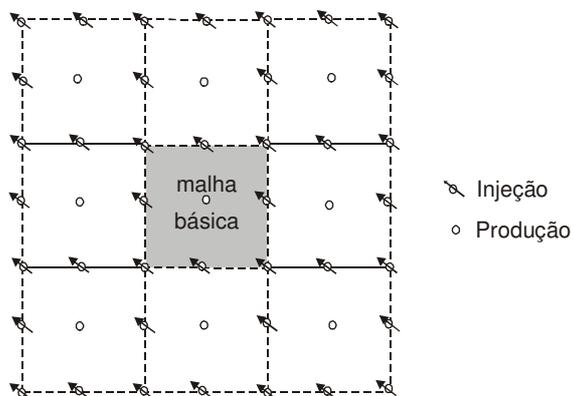


Figura 14.8 – Malha “nine-spot”.

As malhas mostradas até agora são do tipo chamado *normal*, que significa um poço de produção cercado por poços de injeção. Já nos modelos *inversos* ou *invertidos* ocorre o contrário, isto é, um poço de injeção cercado por poços de produção. A Figura 14.9 e a Figura 14.10 apresentam respectivamente as malhas “seven-spot” e “nine-spot” invertidas.

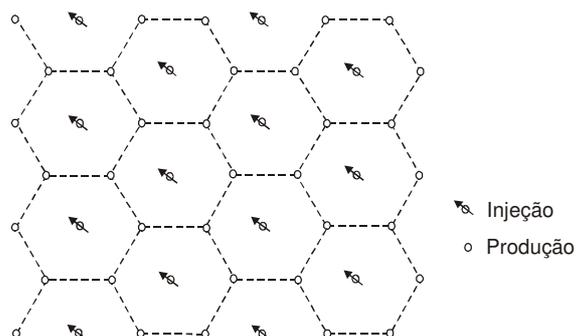


Figura 14.9 – Malha “seven-spot” invertido.

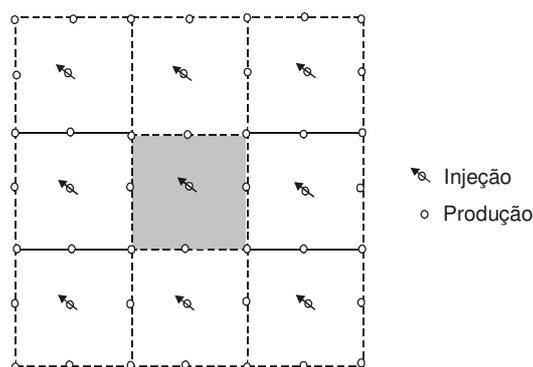


Figura 14.10 – Malha “nine-spot” invertido.

Enquanto em um esquema de injeção do tipo padrão repetido os cálculos podem ser feitos utilizando-se apenas a área da malha básica e os resultados multiplicados pelo número de malhas do projeto, em sistemas do tipo injeção periférica, injeção no topo, etc., os cálculos são feitos tomando-se toda a área do reservatório.

14.2.2. Mobilidade e razão de mobilidades

Quando se estuda o deslocamento imiscível de um fluido por outro se costuma definir dois parâmetros dos quais dependem o desempenho do processo de injeção: as mobilidades dos fluidos e a razão de mobilidades.

A *mobilidade* de um fluido (λ) é definida como a relação entre a permeabilidade efetiva a esse fluido e a sua viscosidade, nas condições de reservatório. Se três fluidos (óleo, água e gás) estiverem presentes no meio poroso as suas mobilidades serão definidas, respectivamente, por:

$$\lambda_o = \frac{k_o}{\mu_o}, \quad (14.1)$$

$$\lambda_w = \frac{k_w}{\mu_w} \quad (14.2)$$

e

$$\lambda_g = \frac{k_g}{\mu_g}. \quad (14.3)$$

Como a permeabilidade efetiva é função da saturação, a mobilidade também o é.

A *razão de mobilidades* (M) é a relação entre a mobilidade do fluido deslocante (λ_D) atrás da frente de avanço do mesmo e a mobilidade do fluido deslocado no banco deste fluido. Por exemplo, no caso do fluido deslocado ser o óleo a razão de mobilidades é dada por:

$$M = \frac{\lambda_D}{\lambda_o}. \quad (14.4)$$

Se o fluido deslocante é a água, então M é calculado pela relação:

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{k_w/\mu_w}{k_o/\mu_o}. \quad (14.5)$$

14.2.3. Injetividade em malhas regulares

Em um projeto de injeção de água é necessário o conhecimento dos valores, pelo menos aproximados, das vazões e das pressões de injeção. Valores muito altos de pressões de injeção podem acarretar fraturas na formação e prejudicar seriamente o deslocamento do óleo pela água. Por outro lado, é necessária uma boa injetividade para se obter uma boa produtividade. Os valores de vazão e de pressão de injeção são necessários também para o dimensionamento dos equipamentos de superfície a serem utilizados no projeto de injeção.

Quando se estuda a distribuição de pressão no meio poroso (dentro de uma determinada malha), observa-se que uma grande parcela da queda de pressão entre os poços de injeção e de produção ocorre exatamente nas proximidades dos poços, onde o fluxo comporta-se como sendo radial. Em alguma região entre os poços o fluxo é aproximadamente linear, de modo que a injetividade na malha deve ser calculada fazendo-se a combinação dos fluxos que ocorrem na malha. Diversos estudos foram feitos, principalmente por Muskat (1949, 1981) e Deppe (1963), sobre injetividade para os vários tipos de geometria de injeção, entre os quais podem ser destacadas as equações para os modelos de linha direta, linha esconsa, “five-spot”, “seven-spot” e “nine-spot” invertido. Essas equações foram deduzidas admitindo-se razão de mobilidades igual a 1, saturação de gás inicial igual a zero e regime permanente.

Linha direta ($d/a \geq 1$)

Nesse esquema a vazão de injeção de água, medida em condições de reservatório, é dada por:

$$q_{inj} = \frac{C_1 k_o h \Delta p}{\mu_o [\log(a/r_w) + 0,682(d/a) - 0,798]}, \quad (14.6)$$

onde k_o é a permeabilidade efetiva ao óleo, h a espessura da formação, Δp a diferença de pressão entre os poços injetor e produtor, μ_o a viscosidade do óleo, a e d as dimensões da malha, r_w o raio do

poço e C_1 uma constante que depende do sistema de unidades empregado, cujo valor pode ser encontrado no Apêndice L.

Linha esconsa ($d/a \geq 1$)

$$q_{inj} = \frac{C_1 k_o h \Delta p}{\mu_o [\log(a/r_w) + 0,682(d/a) - 0,798]} \quad (14.7)$$

“*Five-spot*”

$$q_{inj} = \frac{C_1 k_o h \Delta p}{\mu_o [\log(d_{ip}/r_w) - 0,2688]} \quad (14.8)$$

onde d_{ip} é a distância entre os poços de injeção e de produção.

“*Seven-spot*”

$$q_{inj} = \frac{C_2 k_o h \Delta p}{\mu_o [\log(d_{ip}/r_w) - 0,2472]} \quad (14.9)$$

onde d_{ip} é a distância entre os poços de injeção e de produção, e C_2 é uma constante que pode ser obtida no Apêndice L.

“*Nine-spot*” *invertido*

A Figura 14.11 apresenta a nomenclatura usada para o esquema “*nine-spot*” invertido. O poço de injeção é denominado i e os poços de produção, a depender da sua localização, no canto ou no lado da malha, recebem as denominações c ou s .

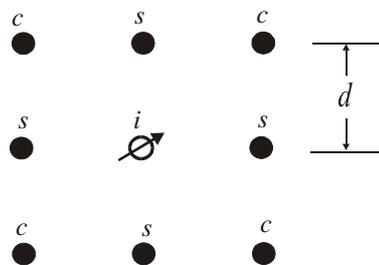


Figura 14.11 – Nomenclatura para o esquema “*nine-spot*” invertido.

A vazão pode ser calculada com a expressão:

$$q_{inj} = \frac{C_1 k_o h \Delta p_{i,c}}{\mu_o \left(\frac{1+R}{2+R} \right) [\log(d/r_w) - 0,1183]} \quad (14.10)$$

ou com a equação:

$$q_{inj} = \frac{C_3 k_o h \Delta p_{i,s}}{\mu_o \left\{ \left(\frac{3+R}{2+R} \right) [\log(d/r_w) - 0,1183] - \frac{0,301}{2+R} \right\}} \quad (14.11)$$

onde $\Delta p_{i,c}$ é a diferença de pressão entre os poços i e c , $\Delta p_{i,s}$ a diferença de pressão entre os poços i e s , R a razão entre as vazões de produção dos poços localizados nos cantos da malha (poços c) e nas laterais (poços s), e C_3 uma constante que depende do sistema de unidades.

Define-se *injetividade* ou *índice de injetividade* (II) ou ainda *condutividade* como sendo a relação entre a vazão de injeção medida em condições-padrão (Q_{inj}) correspondente diferença de pressão entre os poços injetor e produtor (Δp):

$$II = \frac{Q_{inj}}{\Delta p} \quad (14.12)$$

Quando a razão de mobilidades é diferente de 1, a injetividade varia com o tempo. Denomina-se *razão de condutividade* (γ) a relação entre a condutividade em um determinado instante do projeto de injeção e a condutividade inicial, ou seja, para $t = 0$:

$$\gamma = \frac{(Q_{inj} / \Delta p)_t}{(Q_{inj} / \Delta p)_{t=0}} = \frac{(q_{inj} / B_w / \Delta p)_t}{(q_{inj} / B_w / \Delta p)_{t=0}}, \quad (14.13)$$

onde q_{inj} é a vazão de injeção em condições de reservatório, B_w o fator volume-formação da água e Δp a diferença de pressão entre os poços injetor e produtor. Admitindo que o fator volume-formação da água permaneça aproximadamente constante durante o projeto de injeção, a Eq. (14.13) pode ser simplificada para:

$$\gamma = \frac{(q_{inj} / \Delta p)_t}{(q_{inj} / \Delta p)_{t=0}} \quad (14.14)$$

A Figura 14.12 apresenta um gráfico da razão de condutividade em função da razão de mobilidades, obtido experimentalmente em uma malha de 5 pontos ("five-spot"), para diversos valores de volume de água injetado (V_{winj}). No gráfico, V_{DL} é o volume deslocável, definido por¹:

$$V_{DL} = V_p (S_o - S_{or}), \quad (14.15)$$

onde V_p é o volume poroso da malha, S_o a saturação de óleo no início da injeção e S_{or} a saturação de óleo residual.

¹ Vide Seção 14.3.3.

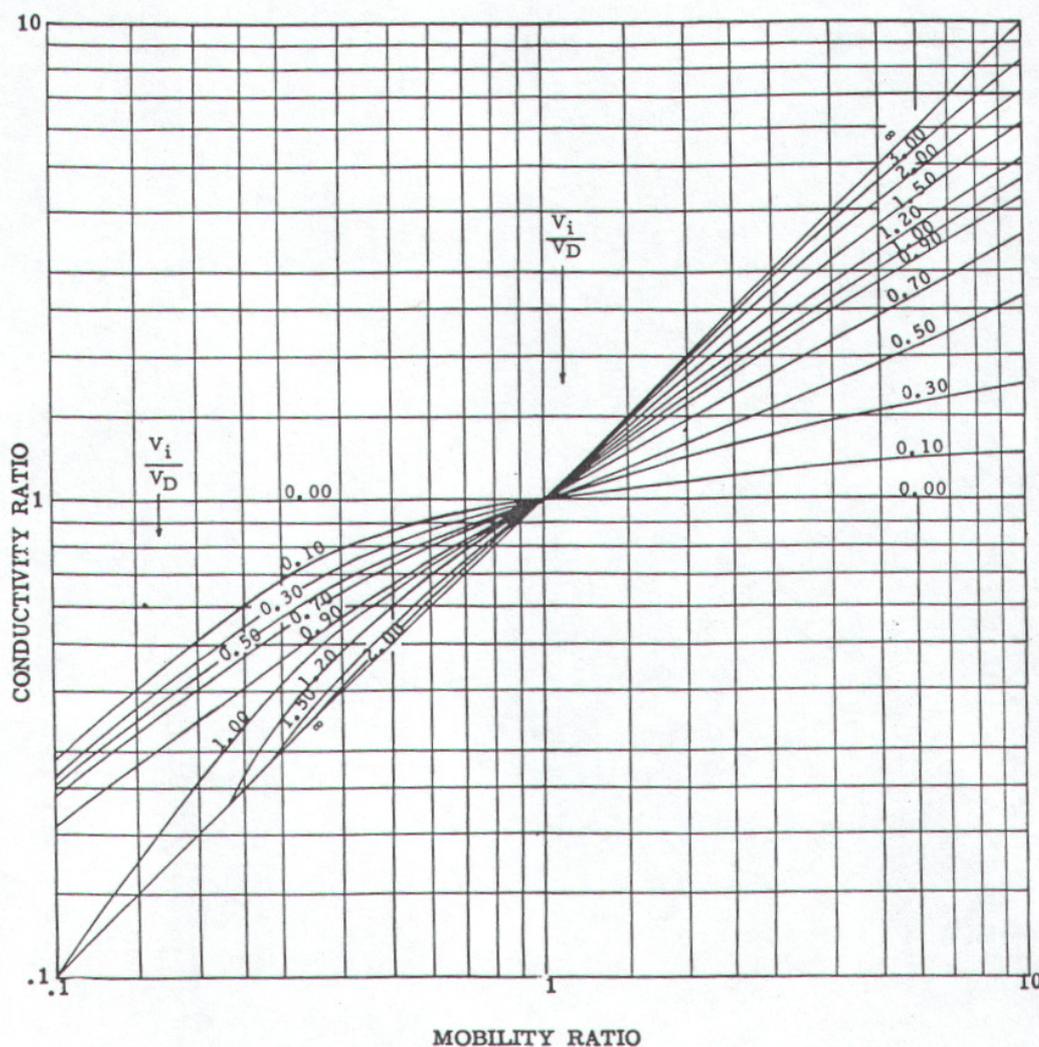


Figura 14.12 – Razão de condutividade em uma malha “five-spot”. Reproduzida de Caudle, B. H., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Copyright © 1968, com permissão de SPE-AIME. **(VERIFICAR)**

Na Eq. (14.14) a relação $(q_{inj} / \Delta p)_{t=0}$ refere-se às condições iniciais. Essa relação pode ser estimada utilizando-se as Eqs. (14.6) a (14.11), já que no início somente óleo está fluindo no reservatório e portanto a razão de mobilidades pode ser considerada unitária.

Para outras geometrias Craig (1980) sugere uma aproximação para o cálculo da vazão de injeção no instante da erupção da água (“breakthrough”), isto é, no instante em que a água atinge o poço de produção:

$$(q_{inj})_{BT} = (q_{inj})_{t=0} M(E_A)_{BT}, \quad (14.16)$$

onde $(q_{inj})_{BT}$ é a vazão de injeção no instante do “breakthrough”, M a razão de mobilidades, $(E_A)_{BT}$ a eficiência de varrido horizontal no instante do “breakthrough” (a ser discutida na próxima seção) e $(q_{inj})_{t=0}$ a vazão de injeção inicial, que pode ser calculada admitindo-se $M = 1$, ou seja, através das Eqs. (14.6) a (14.11). A correlação de Craig, no entanto, nem sempre fornece resultados fisicamente coerentes, conforme será discutido na próxima seção.

14.3. Eficiência de Varrido Horizontal

Em qualquer projeto, independentemente do esquema escolhido, existe uma *área total* definida que está sujeita à influência da injeção. Por exemplo, em um esquema “five-spot” essa área total é a área da malha base, ou seja, um quadrado. Já no modelo “seven-spot” essa área é um hexágono. Em um reservatório como o da Figura 14.1 a área total pode ser vista em planta, delimitada pelo contato óleo/água. Observe que esta área é sempre medida em planta.

Se não existissem fatores que interferem no desempenho do processo e se o tempo de atuação fosse infinito, a área da malha ou do reservatório seria integralmente varrida pelo fluido injetado, e a recuperação de petróleo seria proveniente de toda essa área. Em projetos reais, devem ser efetuados cálculos para estimar que percentuais dessa área total foram invadidos em diferentes tempos e diferentes condições, uma vez que o fluido injetado invade apenas uma parte da área total.

Define-se *eficiência de varrido horizontal*, E_A , como a relação entre a área invadida pelo fluido injetado e a área total do meio poroso, ambas medidas em planta. Assim:

$$E_A = A_{inv} / A_t, \quad (14.17)$$

onde A_{inv} é a área invadida pelo fluido e A_t a área total.

A dimensão da área invadida e, conseqüentemente, a eficiência de varrido horizontal dependem da geometria de injeção, do volume de fluido injetado e da razão entre a mobilidade do fluido injetado e a mobilidade do fluido deslocado. Para se entender um pouco mais sobre a formação dessas áreas invadidas é necessário um pequeno estudo a respeito de campos potenciais e linhas de fluxo, que será mostrado a seguir.

14.3.1. Campo potencial e linhas de fluxo

Para cada distribuição de poços de injeção e de produção que se implanta em um reservatório, e a cada instante, existe um *campo potencial* que é resultado não só das posições desses poços como também das suas vazões e pressões. Para uma formação horizontal e de pequena espessura, o potencial pode ser substituído pela pressão.

Os pontos de maior potencial são os poços de injeção e os de menor potencial são os poços de produção, e entre esses pontos existem valores intermediários espalhados por todo o reservatório. Esse campo potencial pode ser representado em planta por meio de *linhas equipotenciais*. No caso de um único poço situado no centro de um reservatório cilíndrico, por exemplo, as linhas equipotenciais são circunferências que têm o poço como centro.

Perpendiculares às linhas equipotenciais se localizam as *linhas de fluxo*, que começam nos poços de injeção e se estendem até os poços de produção. Como o próprio nome já indica, o fluxo ocorre ao longo dessas linhas. Se o sistema está em regime permanente, tanto o campo potencial como a localização das linhas de fluxo não se alteram com o tempo.

A Figura 14.13 apresenta uma malha de injeção em linha direta com algumas das suas linhas de fluxo. Nas vizinhanças dos poços as equipotenciais são circunferências concêntricas aos mesmos. Como as linhas de fluxo são perpendiculares às equipotenciais, nessas regiões o fluxo é radial.

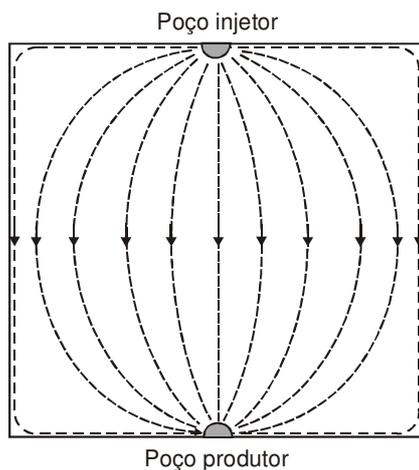


Figura 14.13 – Linhas de fluxo.

Como pode ser observado na Figura 14.13, as linhas de fluxo entre dois poços têm comprimentos diferentes. Como a diferença de pressão entre o poço de injeção e o de produção é a mesma ao longo de qualquer linha, cada uma tem um gradiente médio de pressão diferente. As linhas de menor comprimento são as de maior gradiente médio.

Ao penetrarem no meio poroso, as partículas de fluido que se deslocarem ao longo da linha de fluxo mais curta terão maior velocidade que as partículas que percorrerem outras linhas quaisquer. Isso quer dizer que em um determinado instante cada linha de fluxo terá sido varrida de uma maneira diferente das outras. Deve ser observado que a velocidade varia não só de uma linha para outra como ao longo da própria linha.

A Figura 14.14 mostra como o fluido injetado penetra no meio poroso e a forma que a região invadida vai tomando em função das diferenças de gradiente médio de pressão entre as linhas de fluxo.

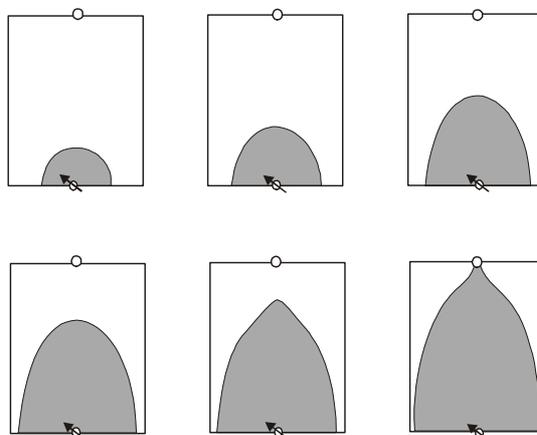


Figura 14.14 – Evolução da área invadida em uma malha em linha direta.

Inicialmente o fluido injetado se propaga radialmente porque nas proximidades do poço de injeção o gradiente de pressão em todas as linhas é praticamente o mesmo. Quando vista em planta, a área invadida pelo fluido tem uma forma também praticamente circular. À medida que o fluido avança em cada linha, como o seu gradiente de pressão vai se alterando, a sua velocidade também vai se alterando, de tal maneira que a região invadida, que inicialmente era circular, vai adquirindo outra forma. No instante em que a primeira partícula do fluido injetado alcança o poço de produção, teoricamente só a linha de fluxo mais curta foi inteiramente varrida, restando partes do reservatório que ainda não foram contatadas. A região invadida pelo fluido injetado vai se alterando não só em forma como também em dimensão, à medida que mais e mais fluido vai penetrando no meio poroso.

Conforme será discutido na próxima seção, usando as expressões analíticas que descrevem o comportamento da pressão em reservatórios homogêneos infinitos é possível estimar a área de varrido, bem como a distribuição de pressão e o comportamento das linhas de fluxo, em reservatórios submetidos à injeção de água.

14.3.2. Determinação analítica da área de varrido e do comportamento das linhas de fluxo

Conforme mostrado por Brigham (1981), em algumas situações particulares é possível a determinação analítica da área de varrido, da distribuição de pressão e do comportamento das linhas de fluxo em um reservatório sujeito à injeção de água. Dentre essas situações pode-se considerar o caso de um reservatório de óleo subsaturado, homogêneo e horizontal, sujeito à injeção de água, onde a razão de mobilidades seja unitária. Em outras situações mais complexas, a solução obtida com essas hipóteses simplificadoras fornecerá uma idéia do comportamento real.

Considere, por exemplo, o caso de dois poços, sendo um deles injetor de água, com vazão q_1 , e o outro produtor de óleo, com vazão q_2 , localizados em um reservatório muito extenso, conforme mostrado na Figura 14.15. O reservatório é homogêneo e horizontal, e a razão entre as mobilidades da água e do óleo é unitária. Admita que a espessura do reservatório seja pequena, de modo que o fluxo possa ser considerado como sendo praticamente horizontal. Admita ainda que as vazões sejam medidas em condições de reservatório e que os valores absolutos das vazões de injeção e de produção sejam iguais a q , sendo $q > 0$. Como normalmente convencionam-se que a vazão de produção é positiva, então $q_2 = q$ e $q_1 = -q_2 = -q$.



Figura 14.15 – Sistema composto de um poço injetor e de um produtor.

De acordo com a teoria apresentada no Capítulo 3, utilizando a aproximação logarítmica para representar a solução do modelo da fonte linear, a queda de pressão adimensional em um ponto qualquer de um reservatório infinito, devida à produção de um poço com vazão q , é dada, empregando-se um sistema compatível de unidades, pela expressão:

$$p_D(r_D, t_D) \equiv \frac{2\pi kh [p_i - p(r, t)]}{q\mu} = \frac{1}{2} [\ln(t_D / r_D^2) + 0,80907]. \quad (14.18)$$

No caso do esquema da Figura 14.15, a queda de pressão adimensional em um ponto qualquer do reservatório pode ser obtida através do princípio da superposição de efeitos. Para facilitar o entendimento da aplicação desse princípio, considere a Figura 14.16, onde está representado um sistema de coordenadas cartesianas, sendo C a metade da distância entre os dois poços, (x, y) um ponto qualquer do sistema, r_1 a distância entre o poço injetor e o ponto (x, y) , e r_2 a distância entre o poço produtor e o ponto (x, y) .

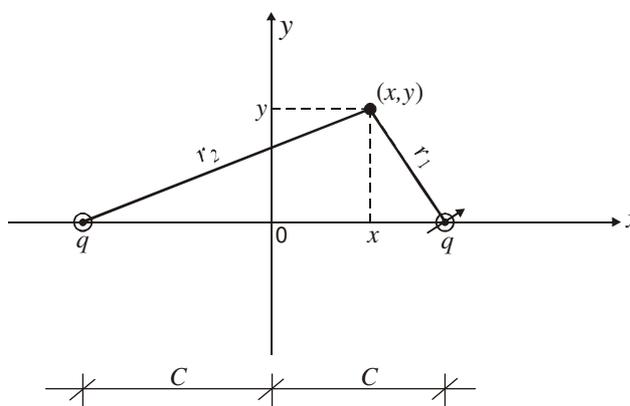


Figura 14.16 – Sistema composto de um poço injetor e de um produtor, em um sistema de coordenadas cartesianas.

A queda de pressão adimensional no ponto (x, y) é dada pela soma dos efeitos devidos aos poços injetor e produtor:

$$p_D(x_D, y_D, t_D) = p_D(r_{1D}, t_D) + p_D(r_{2D}, t_D), \quad (14.19)$$

onde x_D e y_D são as coordenadas adimensionais do ponto (x, y) , e $p_D(r_{1D}, t_D)$ e $p_D(r_{2D}, t_D)$ são as quedas de pressão adimensionais devidas aos poços injetor e produtor, respectivamente. Como $q_1 = -q_2 = -q$, substituindo a definição da Eq. (14.18) na Eq. (14.19) obtém-se a expressão:

$$\frac{2\pi kh[p_i - p(x, y, t)]}{\mu} = -\frac{q}{2} [\ln(t_D / r_{1D}^2) + 0,80907] + \frac{q}{2} [\ln(t_D / r_{2D}^2) + 0,80907] \quad (14.20)$$

ou

$$\frac{2\pi kh[p_i - p(x, y, t)]}{\mu} = \frac{q}{2} \ln(r_{1D}^2 / r_{2D}^2) = q \ln(r_{1D} / r_{2D}), \quad (14.21)$$

que também pode ser escrita como:

$$\frac{2\pi kh[p_i - p(x, y, t)]}{\mu} = \frac{q}{2} \ln(r_{1D}^2 / r_{2D}^2) = q \ln(r_1 / r_2) \quad (14.22)$$

ou ainda:

$$\frac{2\pi kh[p(x, y, t) - p_i]}{q\mu} = \ln(r_2 / r_1). \quad (14.23)$$

A Eq. (14.23) permite calcular a pressão em qualquer ponto do reservatório, em um tempo qualquer t . Conforme se observa, usando a aproximação de longo tempo (aproximação logarítmica da solução do modelo da fonte linear) para o comportamento transiente de pressão, Eq. (14.18), e aplicando o princípio da superposição de efeitos, obteve-se uma solução para fluxo permanente, já que não há dependência do tempo no lado direito da Eq. (14.23). Isso ocorre porque os poços injetor e produtor têm a mesma vazão, gerando então no reservatório um estado permanente de fluxo, ou seja, a pressão no reservatório é uma função somente da posição.

Uma maneira de se analisar o comportamento da pressão (e conseqüentemente das linhas de fluxo) no sistema mostrado na Figura 14.16 é verificar a forma geométrica das linhas de pressão constante, ou seja, das linhas de mesmo potencial (equipotenciais), já que neste caso o potencial de fluxo e a pressão do fluido são iguais, pois o fluxo é horizontal. Para se analisar o comportamento das linhas equipotenciais basta admitir que o lado direito da Eq. (14.23) seja constante, isto é, considerar a situação em que o quociente entre as distâncias r_2 e r_1 seja constante.

Usando o teorema de Pitágoras na Figura 14.16, pode-se escrever que:

$$r_2^2 = (C + x)^2 + y^2 \quad (14.24)$$

e

$$r_1^2 = (C - x)^2 + y^2, \quad (14.25)$$

de onde se obtém uma relação entre as distâncias r_2 e r_1 :

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(C + x)^2 + y^2}{(C - x)^2 + y^2}. \quad (14.26)$$

O desenvolvimento da Eq. (14.26) resulta na expressão:

$$x^2 \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right] + x \left[2C \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 + 2C \right] + y^2 \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right] + C^2 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 C^2 = 0. \quad (14.27)$$

Definindo:

$$R = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2, \quad (14.28)$$

essa equação pode ser reescrita de uma forma mais compacta:

$$x^2(1 - R) + 2x(CR + C) + y^2(1 - R) = RC^2 - C^2. \quad (14.29)$$

A Eq. (14.29) é, portanto, a representação matemática das linhas equipotenciais.

Em um sistema de coordenadas cartesianas, a equação de uma circunferência é representada pela expressão:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r_c^2, \quad (14.30)$$

onde r_c é o raio da circunferência e a e b são as coordenadas do seu centro. A equação da circunferência pode ser desdobrada em:

$$(x^2 - 2ax + a^2) + (y^2 - 2by + b^2) = r_c^2. \quad (14.31)$$

A Eq. (14.29) pode ser escrita como:

$$x^2 + 2x\left(\frac{CR+C}{1-R}\right) + y^2 = C^2 \frac{(R-1)}{(1-R)} \quad (14.32)$$

ou ainda:

$$x^2 - 2\left(\frac{CR+C}{R-1}\right)x + y^2 = C^2 \frac{(R-1)}{(1-R)}. \quad (14.33)$$

Somando o termo $[(CR+C)/(R-1)]^2$ aos lados direito e esquerdo do sinal de igualdade da Eq. (14.33), obtém-se:

$$x^2 - 2\left(\frac{CR+C}{R-1}\right)x + \left(\frac{CR+C}{R-1}\right)^2 + y^2 = C^2 \frac{(R-1)}{(1-R)} + \left(\frac{CR+C}{R-1}\right)^2 \quad (14.34)$$

ou

$$x^2 - 2\left(\frac{CR+C}{R-1}\right)x + \left(\frac{CR+C}{R-1}\right)^2 + y^2 = \frac{4RC^2}{(R-1)^2}. \quad (14.35)$$

Comparando a Eq. (14.35) com a Eq. (14.31), conclui-se que a Eq. (14.35) é a equação de uma circunferência, cujo raio é dado por $r_c = 2C\sqrt{R}/(R-1)$ e cujas coordenadas cartesianas do centro são $a = C(R+1)/(R-1)$ e $b = 0$. Então, as linhas equipotenciais são circunferências, cujos centros estão sobre o eixo horizontal do sistema cartesiano de coordenadas, conforme ilustra a Figura 14.17. Os parâmetros que definem as posições (a) e os raios (r_c) dessas circunferências dependem dos valores de C e de R , ou seja, da distância entre os dois poços e do valor da pressão ou linha equipotencial, representada no grupo de variáveis e parâmetros dado por $2\pi kh[p(x,y,t) - p_i]/(q\mu)$. Ao redor do poço produtor também existirão circunferências de pressão constante.

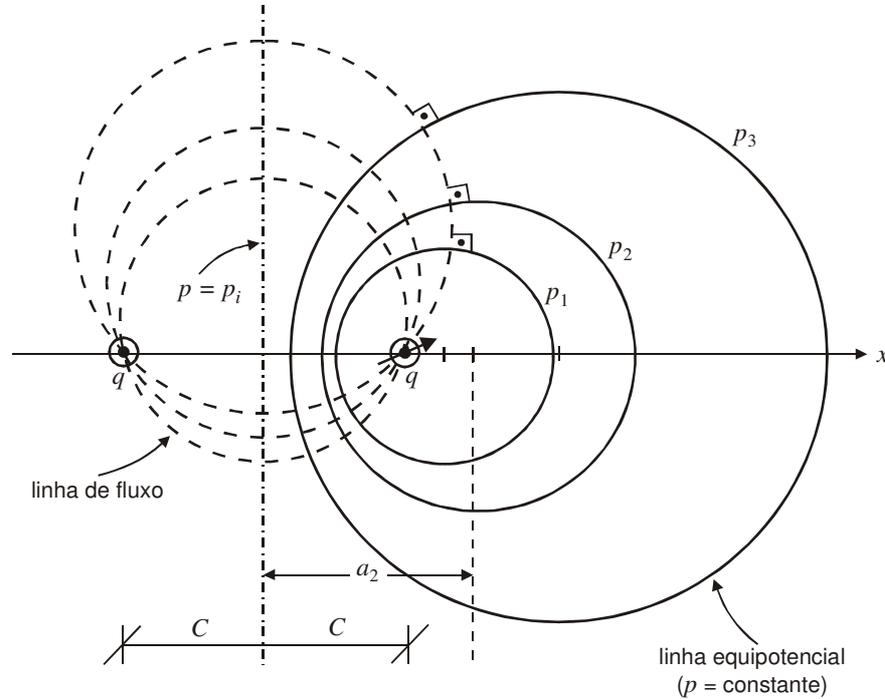


Figura 14.17 – Linhas equipotenciais e linhas de fluxo em um sistema composto de um poço injetor e de um produtor.

Na Figura 14.17, p_1 , p_2 e p_3 são valores de linhas equipotenciais, ou, neste caso em que o reservatório é horizontal, de linhas de pressão constante. A distância entre o centro da circunferência de pressão constante p_2 e a origem do sistema de coordenadas é a_2 . A linha vertical tracejada que coincide com a ordenada do sistema de coordenadas cartesianas é também uma linha de pressão constante. Neste caso, a queda de pressão é nula, ou seja, $\Delta p(x,y) = p(x,y) - p_i = 0$. Assim, a pressão sobre essa linha vertical é igual à pressão inicial do sistema (p_i), já que ela passa exatamente pelo ponto médio do segmento de reta que liga os dois poços. Quanto às linhas de fluxo, estas devem ser ortogonais às linhas equipotenciais. Portanto, as linhas de fluxo são também circunferências, cujos centros localizam-se sobre a ordenada do sistema cartesiano.

Exemplo 14.1 (Brigham, 1981) – Conforme mostrado na Figura 14.17, as linhas de mesma pressão ao redor do poço injetor (e também ao redor do produtor) são circunferências. Qual é a equação da circunferência, ao redor do poço injetor, para a qual $p - p_i = 0,50 (p_{winj} - p_i)$, onde p_{winj} é a pressão de fluxo de fundo no poço injetor? Admita que o raio do poço injetor seja igual a r_{winj} .

Solução:

No poço injetor tem-se $p = p_{winj}$, $r_2 = 2C$ e $r_1 = r_{winj}$. Substituindo esses valores na Eq. (14.23) obtém-se:

$$\frac{2\pi kh (p_{winj} - p_i)}{q\mu} = \ln(2C / r_{winj}) . \quad (14.36)$$

Por outro lado, substituindo o valor de $p - p_i = 0,50 (p_{winj} - p_i)$ na Eq. (14.23) resulta em:

$$\frac{2\pi kh \times 0,50(p_{winj} - p_i)}{q\mu} = \ln(r_2 / r_1) \quad (14.37)$$

ou

$$\frac{2\pi kh(p_{winj} - p_i)}{q\mu} = 2\ln(r_2 / r_1) . \quad (14.38)$$

Comparando a Eq. (14.38) com a Eq. (14.36) pode-se escrever que:

$$2\ln(r_2 / r_1) = \ln(2C / r_{winj}) , \quad (14.39)$$

de onde se obtém:

$$(r_2 / r_1)^2 = 2C / r_{winj} . \quad (14.40)$$

Logo,

$$R \equiv (r_2 / r_1)^2 = 2C / r_{winj} , \quad (14.41)$$

e portanto a circunferência possui um raio igual a:

$$r_c = \frac{2C\sqrt{R}}{R-1} = \frac{2C\sqrt{2C/r_{winj}}}{(2C/r_{winj})-1} = \frac{2Cr_{winj}\sqrt{2C/r_{winj}}}{2C-r_{winj}} \cong \sqrt{2Cr_{winj}} \quad (14.42)$$

e as coordenadas cartesianas do seu centro são $y = b = 0$ e:

$$x = a = \frac{C(2C/r_{winj} + 1)}{2C/r_{winj} - 1} = \frac{C(2C + r_{winj})}{2C - r_{winj}} \cong C . \quad (14.43)$$

Assim, a equação da circunferência para a qual $p - p_i = 0,50 (p_{winj} - p_i)$ é dada por:

$$(x - C)^2 + y^2 = 2Cr_{winj} . \quad (14.44)$$

Um outro aspecto de interesse (Brigham, 1981) é a determinação da área varrida pelo fluido injetado até um determinado instante. Por exemplo, no caso do esquema da Figura 14.15, ou, equivalentemente, da Figura 14.16, onde são mostradas as dimensões do sistema, qual seria a área invadida pela água no momento do “breakthrough”, isto é, quando a água atingisse o poço produtor? Qual seria, nesse instante, a distância percorrida pela água no sentido oposto ao do poço produtor?

Para facilitar o desenvolvimento a ser apresentado, admita novamente um sistema de coordenadas cartesianas, em que o eixo horizontal coincide com a linha horizontal que passa pelos dois poços, como ilustrado na Figura 14.18. Para se analisar o comportamento do sistema no instante do “breakthrough”, é conveniente admitir também que o eixo horizontal tem origem no poço injetor, com valores de x crescentes para a direita neste caso, já que o poço injetor encontra-se à esquerda do produtor.

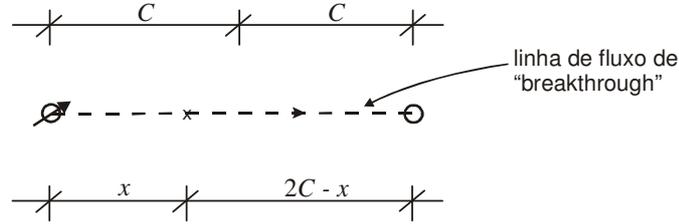


Figura 14.18 – Sistema composto de dois poços: injetor e produtor.

A área invadida, ou varrida, pela água (A_{inv}) pode ser obtida da expressão:

$$V_{inv} = A_{inv}h, \quad (14.45)$$

onde V_{inv} é o volume invadido pela água, o qual pode ser relacionado ao volume de água injetada (V_{winj}) e à saturação de água injetada (S_{winj}) através da equação:

$$V_{winj} = V_{inv}\phi S_{winj}. \quad (14.46)$$

Admitindo que na região invadida pela água a saturação de óleo seja igual à saturação residual, tem-se que:

$$S_{winj} = 1 - S_{or}. \quad (14.47)$$

Assim,

$$V_{winj} = V_{inv}\phi(1 - S_{or}) = A_{inv}h\phi(1 - S_{or}). \quad (14.48)$$

Mas, o volume de água injetada pode ser calculado como:

$$V_{winj} = q_{inj}t, \quad (14.49)$$

onde q_{inj} é a vazão de injeção (medida em condições de reservatório), que neste caso é igual a q , ou seja, $q_{inj} = q$. Substituindo a Eq. (14.49) na Eq. (14.48) resulta em:

$$qt = A_{inv}h\phi(1 - S_{or}) \quad (14.50)$$

ou

$$A_{inv} = \frac{qt}{h\phi(1 - S_{or})}. \quad (14.51)$$

No instante de “breakthrough” a área invadida é dada por:

$$(A_{inv})_{BT} = \frac{qt_{BT}}{h\phi(1 - S_{or})}, \quad (14.52)$$

onde t_{BT} é o tempo de “breakthrough”, ou seja, o tempo necessário para que a água atinja o poço produtor.

O tempo de “breakthrough” pode ser obtido por:

$$t_{BT} = \int_0^{t_{BT}} dt = \int_0^{x_{BT}} \frac{dt}{dx} dx = \int_0^{x_{BT}} \frac{dx}{dx/dt}, \quad (14.53)$$

onde x_{BT} é a distância percorrida pela água ao longo do eixo x até o instante de “breakthrough”. Mas, dx/dt é a velocidade real de fluxo da água ao longo do eixo x , que pode ser determinada a partir da lei de Darcy:

$$\frac{dx}{dt} \equiv v_{real} \equiv \frac{q}{A\phi(1-S_{or})} = -\frac{k}{\phi(1-S_{or})\mu} \frac{dp}{dx}. \quad (14.54)$$

Substituindo a Eq. (14.54) na Eq. (14.53) produz:

$$t_{BT} = \int_0^{x_{BT}} \frac{dx}{-\frac{k}{\phi(1-S_{or})\mu} \frac{dp}{dx}} = -\frac{\phi(1-S_{or})\mu}{k} \int_0^{x_{BT}} \frac{dx}{dp/dx}. \quad (14.55)$$

A pressão ao longo da linha de “breakthrough”, a uma distância x do poço injetor, é obtida aplicando-se a Eq. (14.23):

$$\frac{2\pi kh[p(x, y, t) - p_i]}{q\mu} = \ln(r_2 / r_1), \quad (14.56)$$

onde $r_1 = x$ e $r_2 = 2C - x$. Então,

$$\frac{2\pi kh(p - p_i)}{q\mu} = -\ln\left(\frac{x}{2C - x}\right) = -\ln x + \ln(2C - x), \quad (14.57)$$

de onde se obtém:

$$\frac{2\pi kh}{q\mu} \frac{dp}{dx} = -\frac{2C}{x(2C - x)} \quad (14.58)$$

ou ainda:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{q\mu}{2\pi kh} \frac{2C}{x(2C - x)}. \quad (14.59)$$

A substituição da Eq. (14.59) na Eq. (14.55) resulta na expressão:

$$t_{BT} = -\frac{\phi(1-S_{or})\mu}{k} \int_0^{x_{BT}} \frac{dx}{-\frac{q\mu}{2\pi kh} \frac{2C}{x(2C - x)}} = \frac{\pi h \phi(1-S_{or})}{Cq} \int_0^{2C} x(2C - x) dx, \quad (14.60)$$

cujo valor final é:

$$t_{BT} = \frac{4}{3} \frac{\pi h \phi(1-S_{or}) C^2}{q}. \quad (14.61)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (14.61) na Eq. (14.52) obtém-se a área invadida pela água no instante de “breakthrough”:

$$(A_{inv})_{BT} = \frac{4}{3} \pi C^2. \quad (14.62)$$

A Figura 14.19 mostra um desenho esquemático da região invadida pela água no instante de “breakthrough”. Para determinar a distância percorrida pela água no sentido oposto ao do poço produtor, ou seja, no sentido leste-oeste, considere um novo sistema de eixos cartesianos, em que os valores de x crescem da direita para a esquerda, a partir do poço injetor, como ilustrado na Figura 14.19.

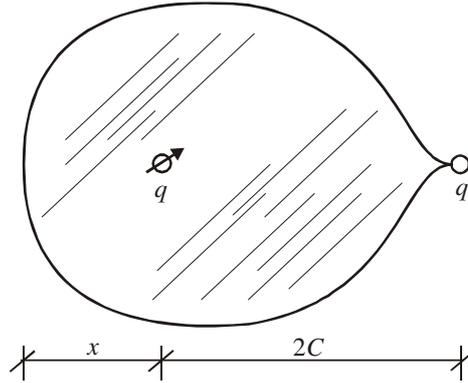


Figura 14.19 – Ilustração da área invadida pela água no instante de “breakthrough” em um sistema composto de um injetor e de um produtor.

A pressão ao longo da linha horizontal que passa pelos dois poços, a uma distância x do poço injetor, é dada por:

$$\frac{2\pi kh[p(x, y, t) - p_i]}{q\mu} = \ln(r_2 / r_1), \quad (14.63)$$

onde agora $r_1 = x$ e $r_2 = 2C + x$. Então,

$$\frac{2\pi kh(p - p_i)}{q\mu} = -\ln\left(\frac{x}{2C + x}\right) = -\ln x + \ln(2C + x), \quad (14.64)$$

de onde se obtém:

$$\frac{2\pi kh}{q\mu} \frac{dp}{dx} = \frac{1}{2C + x} - \frac{1}{x} = -\frac{2C}{x(2C + x)} \quad (14.65)$$

ou:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{q\mu}{2\pi kh} \frac{2C}{x(2C + x)}. \quad (14.66)$$

A substituição da Eq. (14.66) na Eq. (14.55) resulta em:

$$t_{BT} = -\frac{\phi(1 - S_{or})\mu}{k} \int_0^{x_{BT}} \frac{dx}{-\frac{q\mu}{2\pi kh} \frac{2C}{x(2C + x)}} = \frac{\pi h\phi(1 - S_{or})}{qC} \int_0^{x_{BT}} x(2C + x) dx \quad (14.67)$$

ou ainda:

$$t_{BT} = \frac{\pi h\phi(1 - S_{or})}{qC} \left[\frac{x_{BT}^3}{3} + Cx_{BT}^2 \right]. \quad (14.68)$$

Substituindo o tempo de “breakthrough” dado pela Eq. (14.61) na Eq. (14.68):

$$\frac{4}{3} \frac{\pi h\phi(1 - S_{or})C^2}{q} = \frac{\pi h\phi(1 - S_{or})}{qC} \left[\frac{x_{BT}^3}{3} + Cx_{BT}^2 \right], \quad (14.69)$$

obtem-se uma equação cúbica em x_{BT} :

$$\frac{x_{BT}^3}{3} + Cx_{BT}^2 - \frac{4}{3}C^3 = 0, \quad (14.70)$$

cuja solução fornece finalmente a distância percorrida pela água no sentido oposto ao do poço produtor, no instante de “breakthrough”:

$$x_{BT} = C. \quad (14.71)$$

Empregando a teoria apresentada nesta seção, podem ser determinadas as configurações geométricas das áreas varridas pelo fluido injetado em sistemas mais complexos, como, por exemplo, no caso em que se consideram as presenças de mais de dois poços.

14.3.3. Determinação da eficiência de varrido horizontal

Quando se lida com uma injeção do tipo classificada no primeiro grupo (injeção periférica, injeção no topo, etc.), para cada reservatório diferente há uma distribuição particular de poços. Dessa maneira, os dados de eficiência de varrido aí obtidos só são válidos e, portanto, só podem ser usados nos estudos desse reservatório. De maneira nenhuma esses resultados podem ser utilizados para outras formações. Por outro lado, quando se trata de esquemas de injeção do tipo padrão repetido, em meios porosos homogêneos, costuma-se calcular as eficiências de varrido de maneira adimensional, ou seja, independente das dimensões reais do meio poroso. Os valores de eficiência de varrido dependem da razão de mobilidades, do volume injetado e da posição relativa dos poços (geometria de injeção). Nestas circunstâncias, os dados obtidos em laboratório, por exemplo, ou através de modelos matemáticos, podem ser utilizados em qualquer reservatório desde que se empregue o mesmo esquema. Podem ser encontrados na literatura resultados obtidos utilizando modelos matemáticos e físicos, para vários esquemas de injeção e diferentes razões de mobilidades.

Para um melhor entendimento do processo de deslocamento de um fluido por outro, considere um ensaio hipotético para determinação da eficiência de varrido horizontal em um modelo físico que utiliza o esquema de injeção “five-spot”, conforme mostrado na Figura 14.20.

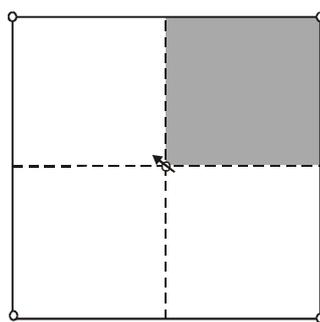


Figura 14.20 – Modelo “five-spot”.

Como se observa na figura, a malha pode ser subdividida em quatro setores iguais tanto na forma como no comportamento em termos de distribuição de pressões, fluxo, etc. Assim sendo o estudo pode ser efetuado usando-se apenas um setor, a área hachurada. O que ocorrer neste setor vai ocorrer no restante da malha e também no restante do reservatório.

Admita que inicialmente o meio poroso contenha apenas dois fluidos, água e óleo, estando a água na forma de saturação irreduzível. Nesse instante, o volume de óleo contido no meio poroso pode ser calculado utilizando-se a expressão:

$$V_{oi} = A_t h \phi S_o = V_p S_o, \quad (14.72)$$

onde V_{oi} é o volume inicial de óleo contido no meio poroso, A_t a área total do setor (medida em planta), h a espessura da formação, ϕ a porosidade, S_o a saturação de óleo e V_p o volume poroso.

Se fosse feita uma injeção de água por um tempo infinito restaria no meio poroso um volume residual (irreduzível com respeito à injeção de água) de óleo, dado pela expressão:

$$V_{or} = A_t h \phi S_{or}, \quad (14.73)$$

onde V_{or} é o volume de óleo residual e S_{or} a saturação de óleo residual (irreduzível).

Verifica-se que, devido aos efeitos da capilaridade, apenas uma parte do óleo inicialmente existente no meio poroso pode ser deslocada pela injeção de água. A essa parte dos fluidos que pode ser removida dá-se o nome de *volume deslocável*. O volume deslocável, que tem por símbolo V_{DL} , pode ser obtido calculando-se a diferença entre o volume inicial de óleo e o volume irreduzível ou residual. O volume de óleo deslocável também pode ser chamado de *óleo móvel*. Assim:

$$V_{DL} = A_t h \phi (S_o - S_{or}) = V_p (S_o - S_{or}). \quad (14.74)$$

Observe que a definição expressa pela Eq. (14.74) é válida para o caso particular em que o óleo é o único fluido que tem uma saturação inicial maior que a irreduzível no meio poroso. No caso em que outros fluidos tiverem saturações maiores que a irreduzível, o volume deslocável será composto pelo óleo móvel mais as parcelas móveis dos demais fluidos. É conveniente ressaltar que em um tempo finito de injeção, o volume *efetivamente deslocado* (de óleo e/ou outros fluidos móveis) será sempre uma fração do volume deslocável.

Voltando ao caso em que o óleo é o único fluido móvel no meio poroso, a água, ao ser injetada, vai ocupando o espaço cedido pelo óleo que está sendo produzido e, dessa forma, invadindo progressivamente o meio poroso. Vista em planta, esta invasão progressiva apresenta o aspecto ilustrado na Figura 14.21.

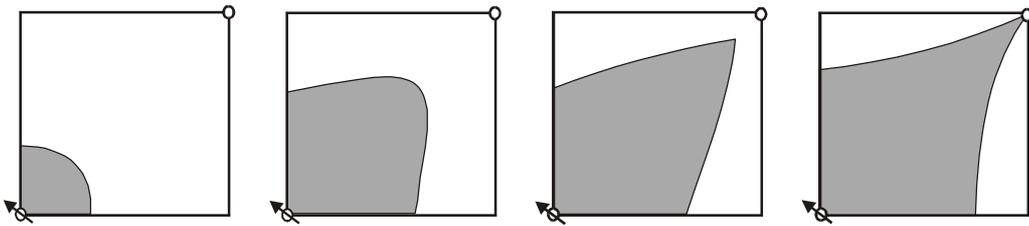


Figura 14.21 – Evolução da área invadida em uma malha de 5 pontos (“five-spot”).

Cada figura mostra uma área hachurada correspondente a um tempo de injeção. O volume de água contido na região invadida do reservatório em um determinado instante pode ser calculado com a seguinte expressão:

$$V_w = A_{inv} h \phi S_w, \quad (14.75)$$

onde A_{inv} é a área invadida e S_w é a saturação média de água na região invadida.

A Figura 14.22 apresenta o volume do meio poroso que foi invadido devido à injeção de um determinado volume de fluido.

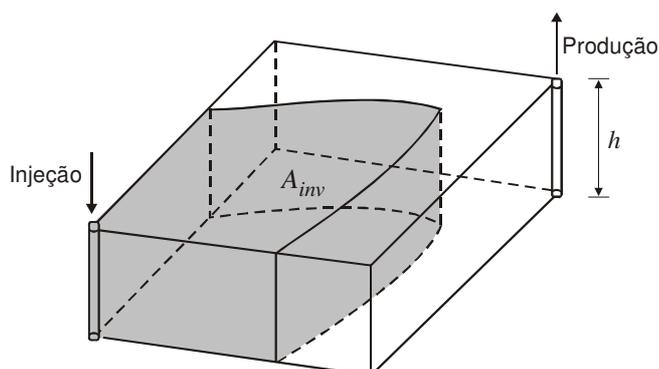


Figura 14.22 – Volume invadido.

Para saber o volume de água que invadiu o meio poroso, é suficiente subtrair da água atualmente existente na região invadida a parcela que já se encontrava aí na forma de saturação de água conata, antes da injeção:

$$V_{winv} = A_{inv} h \phi S_w - A_{inv} h \phi S_{wi} = A_{inv} h \phi (S_w - S_{wi}) = V_{pinv} (S_w - S_{wi}), \quad (14.76)$$

onde V_{winv} é o volume de água injetada que invadiu o meio poroso, S_{wi} a saturação de água inicial (irredutível) e V_{pinv} o volume poroso da zona invadida.

O aparecimento de uma região invadida só foi possível porque uma parcela dos fluidos que aí se encontravam se deslocou, cedendo lugar para a água injetada. Como no presente caso apenas o óleo é deslocável, ao volume de água que invadiu o meio poroso corresponde igual volume de óleo deslocado e por consequência produzido:

$$V_D = V_{winv} = A_{inv} h \phi (S_w - S_{wi}), \quad (14.77)$$

onde V_D é o volume de óleo deslocado e produzido.

Admitindo, para efeito de exemplificação, a condição ideal de que a água desloca todo o óleo inicialmente existente na região invadida, com exceção da saturação de óleo residual (S_{or}), tem-se que:

$$S_w = 1 - S_{or}. \quad (14.78)$$

Além disso, no início da injeção a relação entre as saturações de água e de óleo era dada por:

$$S_{wi} = 1 - S_o. \quad (14.79)$$

Substituindo as Eqs. (14.78) e (14.79) na Eq. (14.77) obtém-se:

$$V_D = A_{inv} h \phi (S_o - S_{or}) = V_{pinv} (S_o - S_{or}). \quad (14.80)$$

A Eq. (14.80) é o resultado óbvio de que o volume de óleo deslocado é a diferença entre o óleo que existia inicialmente e o óleo que existe atualmente na zona que foi invadida pelo fluido injetado. Deve ser lembrado que, como no caso presente existiam inicialmente apenas óleo e água na forma irredutível no meio poroso, o volume de fluido deslocado é igual ao volume de óleo deslocado.

O acompanhamento do processo de injeção pode ser feito utilizando as equações anteriormente apresentadas do seguinte modo: a injeção de água com vazão constante durante um tempo t causa o aparecimento de uma região invadida A_{inv} . Com a Eq. (14.80) calcula-se o volume de óleo deslocado ou produzido. O volume injetado é obtido pelo produto da vazão pelo tempo de injeção. Assim:

$$V_{winj} = q_{inj}t, \quad (14.81)$$

onde V_{winj} é o volume de fluido injetado (medido em condições de reservatório), q_{inj} a vazão de injeção (medida em condições de reservatório) e t o tempo de injeção. Para vários tempos de injeção diferentes têm-se volumes injetados diferentes e volumes deslocados diferentes. Pode-se então construir a Tabela 14.1.

Tabela 14.1 – Acompanhamento de um projeto de injeção de água

Tempo de injeção (t_j)	Volume injetado (V_{winj}) _{j}	Área invadida (A_{inv}) _{j}	Volume de Óleo Deslocado (V_D) _{j}
0	–	–	–
t_1	(V_{winj}) ₁	(A_{inv}) ₁	(V_D) ₁
t_2	(V_{winj}) ₂	(A_{inv}) ₂	(V_D) ₂
t_3	(V_{winj}) ₃	(A_{inv}) ₃	(V_D) ₃
–	–	–	–
–	–	–	–
–	–	–	–
t_n	(V_{winj}) _{n}	(A_{inv}) _{n}	(V_D) _{n}

A construção de um gráfico utilizando os dados da Tabela 14.1 resulta na curva mostrada na Figura 14.23. No eixo das abscissas coloca-se o volume de água injetado (V_{winj}) e no das ordenadas o volume de óleo deslocado (V_D).

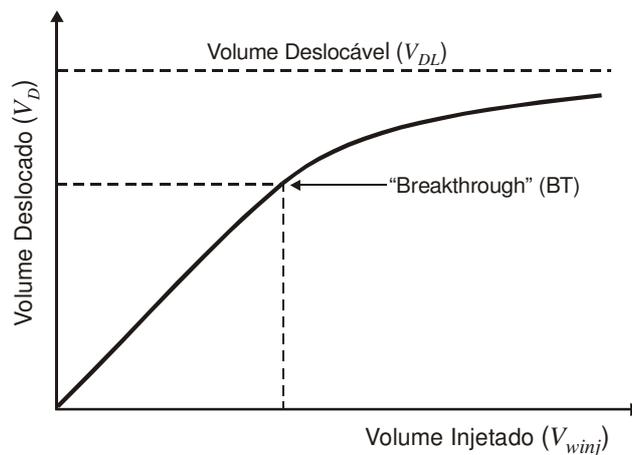


Figura 14.23 – Volume deslocado versus volume injetado.

Observa-se que o gráfico apresenta dois trechos distintos, que são uma parte reta e um trecho curvo tendendo a se tornar horizontal. A parte reta cuja inclinação é de 45° corresponde ao período anterior ao “breakthrough”, ou seja, um período durante o qual toda a água injetada permanece no meio poroso dando em contrapartida um igual volume de óleo produzido. No instante de “breakthrough” tem início a etapa da injeção em que só uma parte da água injetada vai efetivamente deslocando o óleo e, por conseguinte, aumentando a produção acumulada desse fluido. A outra parte vai simplesmente sendo produzida. Nessa etapa, a vazão de produção de óleo é decrescente enquanto que a de água é crescente. Isso explica o fato de a curva de *produção acumulada de óleo* (ou *volume deslocado*) versus *volume de água injetada* tender a se tornar horizontal. O valor máximo de produção acumulada de óleo, que é igual ao volume deslocável, teoricamente só será atingido após uma injeção por um tempo infinito, ou seja, um volume injetado infinito.

Os dados obtidos até agora são válidos apenas para o meio poroso em estudo, uma vez que as dimensões reais do mesmo estão envolvidas nos resultados. Ao se dividir o volume de fluido injetado (V_{winj}) pelo volume deslocável, tem-se o *volume injetado adimensional*. Os volumes injetados são, portanto, expressos como múltiplos ou submúltiplos do volume deslocável. Quando se diz, por exemplo, que foi injetado um volume (V_{winj}/V_{DL}) igual a 2, na verdade está sendo dito que foi injetado um volume de água igual a 2 vezes o volume deslocável do reservatório.

Para se calcular o volume deslocado adimensional divide-se o volume de óleo deslocado (que no caso presente é igual ao volume de óleo produzido) pelo volume deslocável:

$$\frac{V_D}{V_{DL}} = \frac{A_{inv} h \phi (S_o - S_{or})}{A_t h \phi (S_o - S_{or})} = \frac{A_{inv}}{A_t} \quad (14.82)$$

Observa-se que o quociente entre o volume de óleo deslocado (V_D) e o volume deslocável (V_{DL}) resulta, após simplificação, em uma relação entre a área invadida e a área total da malha. Como foi visto anteriormente, essa relação é chamada de eficiência de varrido horizontal. Dessa maneira:

$$\frac{V_D}{V_{DL}} = \frac{A_{inv}}{A_t} = E_A \quad (14.83)$$

e a Figura 14.23 se transforma na Figura 14.24. No eixo das abcissas tem-se o número de volumes deslocáveis injetados e no eixo das ordenadas as eficiências de varrido horizontal correspondentes. Uma curva semelhante à da Figura 14.24, obtida a partir de experimentos reais, pode ser usada para malhas “five-spot” de quaisquer dimensões.

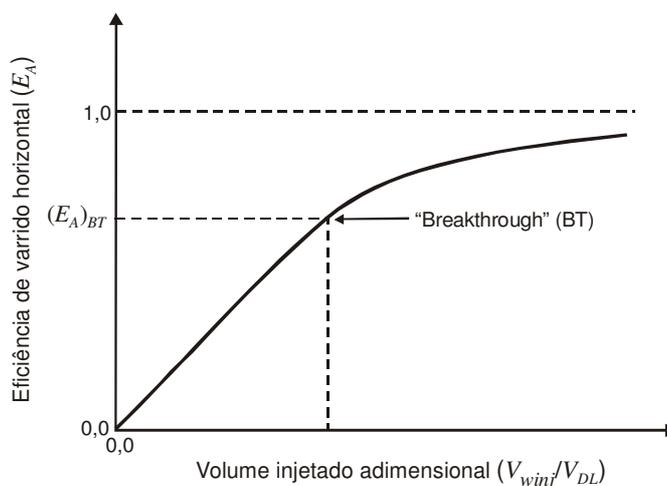


Figura 14.24 – Eficiência de varrido horizontal.

Quando se dispõem de curvas de eficiência de varrido horizontal semelhantes às da Figura 14.24, para se obterem os valores reais para um determinado reservatório basta multiplicar os valores adimensionais que são lidos na figura pelo volume deslocável do meio poroso em estudo. Assim, o volume de água injetado, medido em condições-padrão (W_{inj}), é dado por:

$$W_{inj} = \frac{(V_{DL})_{real}}{B_w} \left(\frac{V_{winj}}{V_{DL}} \right)_{modelo} = \frac{V_p (S_o - S_{or})}{B_w} \left(\frac{V_{winj}}{V_{DL}} \right)_{modelo} \quad (14.84)$$

e a produção acumulada de óleo medida em condições-padrão (N_p) pode ser calculada pela expressão:

$$N_p = E_A \frac{(V_{DL})_{real}}{B_o} = E_A \frac{V_p (S_o - S_{or})}{B_o} \quad (14.85)$$

As Eqs. (14.84) e (14.85) foram deduzidas para um meio poroso em que inicialmente não há gás livre. Quando existe uma saturação inicial de gás móvel, as equações devem ser modificadas para atender a esta nova situação. O volume deslocável deve ser definido também em função da parcela móvel do gás. Costuma-se fazer a consideração de que no instante do “*fill-up*”, ou seja, do *enchimento* do reservatório, o gás deslocável de todo o meio poroso terá sido deslocado. Isto é, mesmo os poros da região não invadida que anteriormente continham gás, apesar de ainda não terem sido contatados pela água injetada, tiveram esse gás deslocado na medida em que foram resaturados com óleo que veio da região invadida. Sendo assim, ao se calcular o volume de óleo produzido, deve-se lembrar que o óleo que saiu da região invadida, isto é, o óleo deslocado, não foi totalmente produzido. Uma parte dele foi se alojar na zona não invadida, no espaço poroso que anteriormente era ocupado pelo gás. Em outras palavras, o volume de óleo produzido devido à injeção de água em um determinado tempo é igual ao volume deslocado, que é igual ao volume invadido, descontada a parcela relativa ao gás livre deslocado. Então:

$$N_p = \frac{V_{DL} E_A - (V_{winj})_{FU}}{B_o} \quad (14.86)$$

onde o volume de água injetada necessário para que ocorra o “*fill-up*”, que é igual ao volume deslocável de gás, é dado pela expressão:

$$(V_{winj})_{FU} = V_p (S_g - S_{gr}) \quad (14.87)$$

onde S_g é a saturação inicial de gás e S_{gr} a saturação residual (irredutível) de gás. O volume deslocável é dado por:

$$V_{DL} = A_t h \phi [(S_o - S_{or}) + (S_g - S_{gr})] \quad (14.88)$$

O resultado mostrado na Figura 14.24 foi obtido para um determinado valor de razão de mobilidades. Se o ensaio fosse repetido utilizando-se fluidos com uma razão de mobilidades menor, mantendo-se constantes as demais condições, seria observado um retardamento do “*breakthrough*”, isto é, o início da produção do fluido injetado aconteceria mais tarde. Nesse caso ocorre uma maior acumulação do fluido injetado no meio poroso, que causa o aparecimento de uma maior área invadida, o que corresponde a uma maior eficiência de varrido horizontal. No caso de uma razão de mobilidades maior, ocorre o contrário, ou seja, menor área invadida e conseqüentemente menor eficiência de varrido.

A Figura 14.25 apresenta curvas de eficiência de varrido horizontal para diferentes valores da razão de mobilidades.

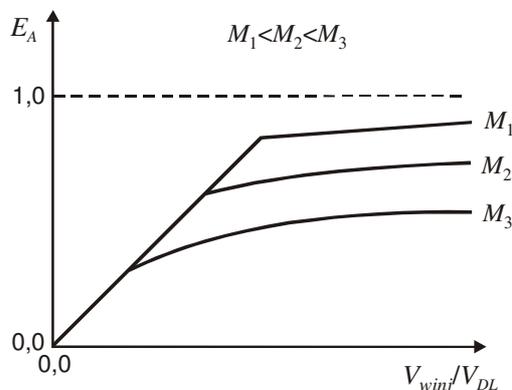


Figura 14.25 – Efeito da razão de mobilidades sobre a eficiência de varrido horizontal.

a) Modelo “five-spot”

Como já foi citado anteriormente, existem alguns esquemas de injeção nos quais as relações entre as suas dimensões podem assumir uma quantidade infinita de valores de tal modo que a utilização dos resultados dos seus estudos tem uma aplicação bastante restrita. É o caso, por exemplo, da injeção em linha direta, onde a relação entre a distância entre as linhas e a distância entre poços do mesmo tipo (d/a) pode assumir uma quantidade de valores infinita.

O modelo “five-spot”, por ter uma relação fixa entre suas dimensões (malha quadrada), se presta bastante para estudos. Um outro aspecto interessante é o fato de que, no desenvolvimento de um campo, os poços são perfurados geralmente na disposição dessa malha, restando apenas a transformação de alguns em poços de injeção, por ocasião da implantação do projeto. Esta observação é válida se o campo tiver sido desenvolvido com poços regularmente espaçados.

Caudle & Witte (1959), utilizando um aparato chamado “X-Ray Shadowgraph”, realizaram determinações de eficiência de varrido horizontal e injetividade para malhas tipo “five-spot”, para diferentes valores de razão de mobilidades. O ensaio consta, em linhas gerais, da injeção em um meio poroso de um fluido deslocante contendo uma substância que absorve raio X. O crescimento da área invadida é acompanhado por sucessivas radiografias do meio poroso à medida que o fluido é injetado. Os resultados do ensaio estão mostrados na Figura 14.26 e na Figura 14.27. A Figura 14.26 apresenta valores de eficiência de varrido horizontal para vários valores de razão de mobilidades e diferentes volumes de fluido injetado.

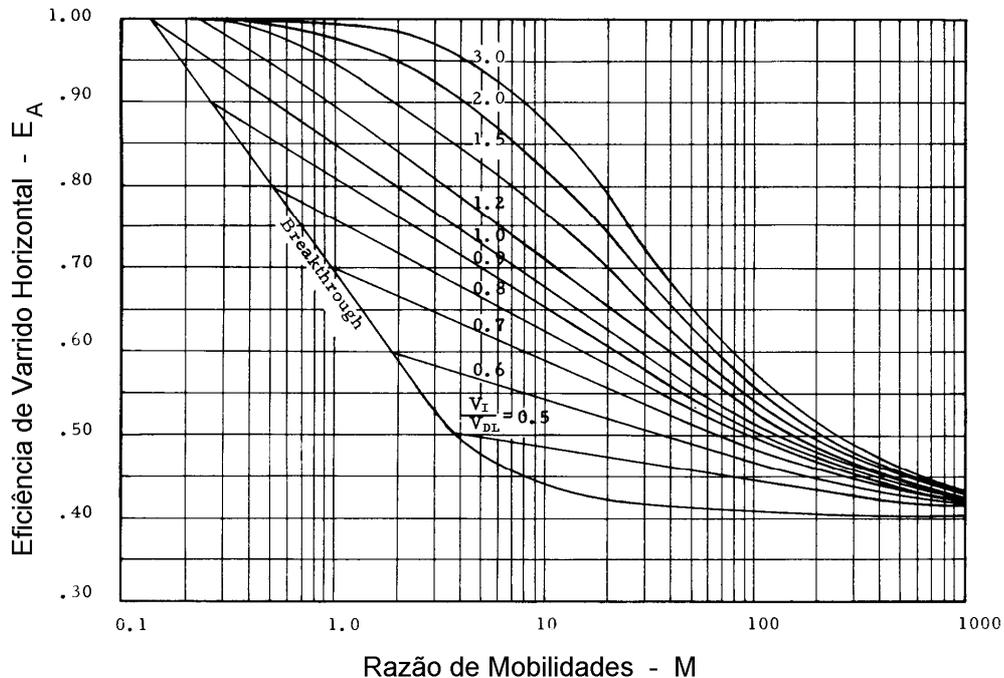


Figura 14.26 – Eficiência de varrido horizontal para um modelo “five-spot”. Reproduzida de Caudle, B. H., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Copyright © 1968, com permissão de SPE-AIME.

A eficiência de varrido horizontal está também apresentada na Figura 14.27, em função do fluxo fracionário do fluido injetado nos poços de produção e da razão de mobilidades, onde o *fluxo fracionário do fluido injetado*, no caso de injeção de água em um reservatório de óleo, por exemplo, é dado por:

$$f_{inj} = f_w = \frac{q_w}{q_w + q_o}, \quad (14.89)$$

sendo q_w e q_o as vazões de água e de óleo (medidas em condições de reservatório), respectivamente, nos poços de produção. Deve ser observado que os gráficos apresentam valores de eficiência de varrido a partir do “breakthrough”. Antes do “breakthrough” o volume deslocado é exatamente igual ao volume injetado, de modo que não se faz necessário o conhecimento da área invadida para o cálculo do volume invadido.

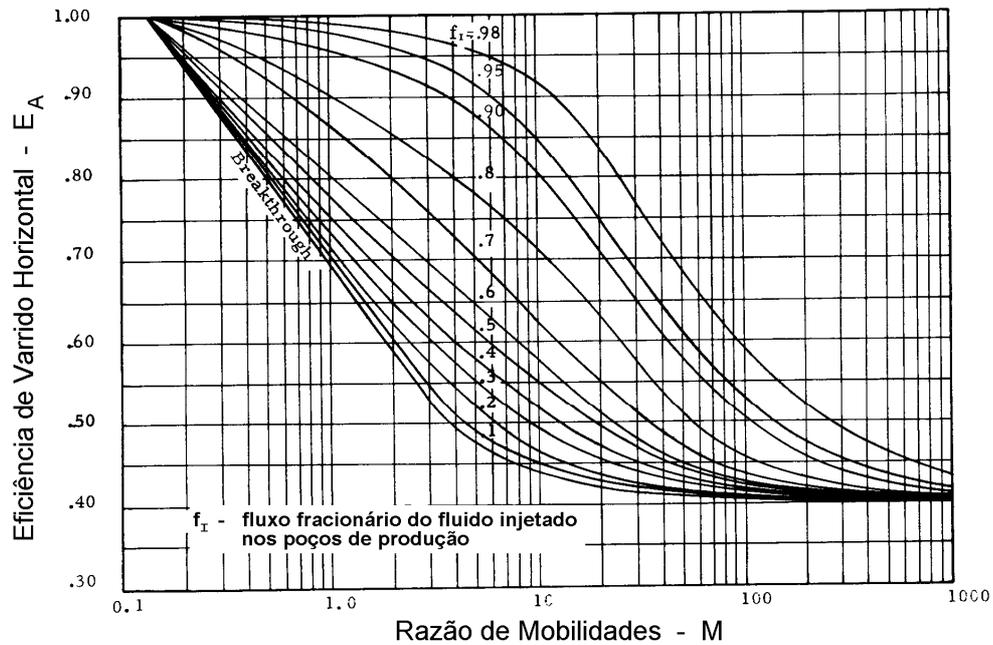


Figura 14.27 – Eficiência de varrido horizontal para um modelo “five-spot”. Reproduzida de Caudle, B. H., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Copyright © 1968, com permissão de SPE-AIME.

b) Outros modelos

A Figura 14.28 e a Figura 14.29 apresentam gráficos de *eficiência de varrido horizontal no instante de “breakthrough”* ($E_A)_{BT}$ versus *razão de mobilidades* para os modelos de injeção em linha direta e em linha esconsa, respectivamente, para uma razão d/a igual a 1.

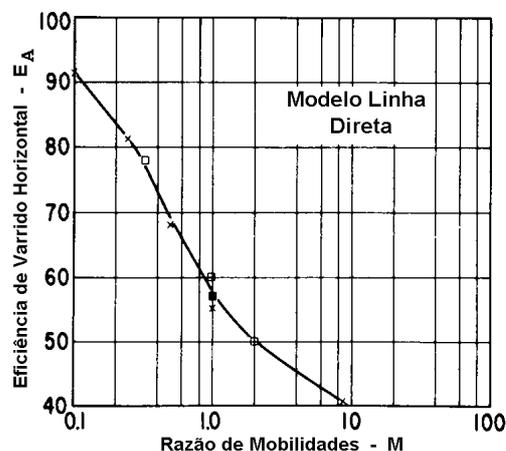


Figura 14.28 – Eficiência de varrido horizontal para modelo de linha direta no instante de “breakthrough”. Reproduzida de Craig, F. F., Jr., *The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding*, Copyright © 1971, com permissão de SPE-AIME.

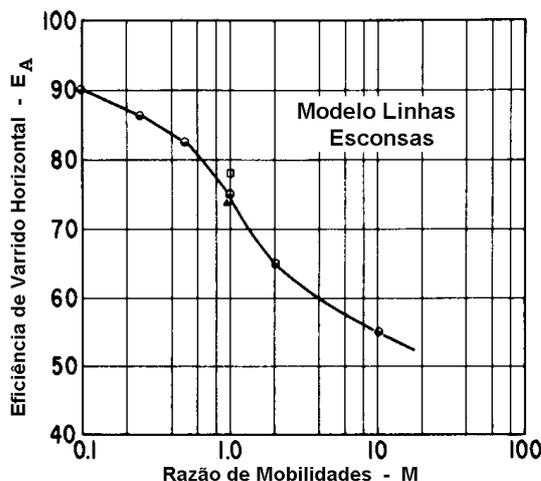


Figura 14.29 – Eficiência de varrido horizontal para modelo de linha esconsa no instante de “breakthrough”. Reproduzida de Craig, F. F., Jr., *The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding*, Copyright © 1971, com permissão de SPE-AIME.

A Figura 14.28 e a Figura 14.29, contudo, devem ser utilizadas com cautela, pois aparentemente apresentam dados incoerentes com o comportamento esperado de um reservatório de óleo submetido a um processo de injeção de água. Observa-se, por exemplo, que para razões de mobilidade próximas de 0,1 a Figura 14.28 mostra valores da eficiência de varrido horizontal no instante de “breakthrough” maiores que os da Figura 14.29. Fisicamente esse resultado não faz sentido, já que a disposição dos poços no modelo de injeção em linha esconsa deve produzir valores maiores de eficiência de varrido horizontal que no modelo de injeção em linha direta.

Conforme apresentado na seção anterior, a correlação de Craig, dada pela Eq. (14.16), utiliza dados de eficiências de varrido horizontal no instante de “breakthrough” para a estimativa da vazão de injeção de água nesse instante. Esses dados podem ser obtidos, por exemplo, da Figura 14.28 e da Figura 14.29, para injeção em linha direta e em linha esconsa, respectivamente.

A correlação de Craig, porém, nem sempre produz resultados coerentes com outros dados experimentais disponíveis na literatura. Sabe-se que quando a razão de mobilidades é maior que 1 a vazão de injeção aumenta com o decorrer do tempo, se mantido constante o diferencial de pressão entre os poços injetores e produtores. Isso ocorre porque nesse caso o fluido do reservatório está sendo substituído por um fluido mais móvel, o que deve provocar um aumento da injetividade. No entanto, considerando um sistema de injeção em linha direta, por exemplo, e admitindo $M = 2$, obtém-se da Figura 14.28 o valor de $(E_A)_{BT} = 0,5$ para a eficiência de varrido horizontal no instante de “breakthrough”, o que implica que $M(E_A)_{BT} = 2 \times 0,5 = 1$. Substituindo na correlação de Craig, Eq. (14.16), resulta em:

$$(q_{inj})_{BT} = (q_{inj})_{t=0} M (E_A)_{BT} = (q_{inj})_{t=0} \times 1 = (q_{inj})_{t=0},$$

ou seja, a vazão de injeção no instante de breakthrough” seria igual à vazão de injeção inicial, o que claramente é um resultado fisicamente incoerente.

Exemplo 14.2 – Um arenito plano horizontal com 5 m de espessura foi submetido a uma injeção de água utilizando o modelo “five-spot” com lado igual a 400 m. Outros dados são:

Saturação de óleo residual.....	0,30
Saturação de água conata (irredutível).....	0,25
Viscosidade do óleo	4,5 cp
Viscosidade da água	0,96 cp
Porosidade.....	0,25
Fator volume-formação do óleo.....	1,20
Fator volume-formação da água.....	1,00
Permeabilidade absoluta.....	300 md
Raio dos poços.....	10 cm
Permeabilidade relativa à água @ $S_o = 0,30$	0,30
Permeabilidade relativa ao óleo @ $S_w = 0,25$	0,70
Vazão de injeção inicial.....	50 m ³ std/d

Considerando que no início da injeção a pressão do reservatório era igual à pressão de bolha, perguntam-se:

- Qual a eficiência de varrido horizontal no instante do “breakthrough”?
- Se a diferença de pressão entre os poços de injeção e de produção fosse mantida constante, qual seria a vazão de injeção no instante do “breakthrough”?
- Qual o volume de óleo (m³ std) recuperado por malha após uma injeção de água constante de 50 m³ std/d durante 4 anos?
- Qual a diferença de pressão entre os poços de injeção e de produção no final do 4^o ano de produção se a vazão de injeção for mantida constante em 50 m³ std/d?

Solução:

Admite-se por hipótese que na região invadida pela água a saturação de óleo seja igual à saturação de óleo residual. Assim, a razão de mobilidades é dada por:

$$M = \frac{(k_w)_{S_{or}} / \mu_w}{(k_o)_{S_{wi}} / \mu_o} = \frac{(k_{rw})_{S_{or}=0,30} \mu_o}{(k_{ro})_{S_{wi}=0,25} \mu_w} = \frac{0,30}{0,70} \times \frac{4,5}{0,96} = 2,0.$$

Parte (a):

A eficiência de varrido horizontal para o modelo “five-spot” pode ser obtida da Figura 14.27. No instante do “breakthrough” tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} M = 2 \\ \text{"Breakthrough"} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 14.22}} (E_A)_{BT} = 0,59.$$

Parte (b):

A vazão de injeção no instante do “breakthrough” pode ser calculada usando-se o conceito de razão de condutividade:

$$\gamma = \frac{(Q_{inj} / \Delta p)_t}{(Q_{inj} / \Delta p)_{t=0}}.$$

Se a diferença de pressão entre os poços de injeção e de produção (Δp) é mantida constante, a razão de condutividade passa a ser escrita como:

$$\gamma = \frac{(Q_{inj})_t}{(Q_{inj})_{t=0}},$$

de onde se obtém:

$$(Q_{inj})_t = \gamma (Q_{inj})_{t=0}.$$

No instante do “breakthrough”:

$$(Q_{inj})_{BT} = \gamma_{BT} (Q_{inj})_{t=0} = 50 \gamma_{BT}.$$

A razão de condutividade no instante do “breakthrough” (γ_{BT}) pode ser estimada usando o gráfico da Figura 14.12. Até o instante do “breakthrough” a relação V_{winj}/V_{DL} é igual à eficiência de varrido horizontal. Portanto,

$$\left. \begin{array}{l} M = 2 \\ (V_{winj} / V_{DL})_{BT} = (E_A)_{BT} = 0,59 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 14.12}} \gamma_{BT} = 1,35$$

e

$$(Q_{inj})_{BT} = 50 \gamma_{BT} = 50 \times 1,35 = 67,5 \text{ m}^3 \text{ std / d}.$$

Parte (c):

Como não há gás livre no reservatório no início da injeção, o volume de óleo recuperado por malha é calculado pela expressão:

$$N_p = V_{DL} E_A / B_o,$$

onde V_{DL} é o volume deslocável de óleo, dado por:

$$V_{DL} = V_p (S_o - S_{or}) = a^2 h \phi (S_o - S_{or}) = 400^2 \times 5 \times 0,25 \times (0,75 - 0,30) = 9 \times 10^4 \text{ m}^3.$$

O volume injetado durante o período de 4 anos, em condições de reservatório, é:

$$V_{winj} = Q_{inj} t B_w = 50 \text{ m}^3 \text{ std / d} \times 4 \text{ anos} \times 365 \text{ d / ano} \times 1,0 \text{ m}^3 / \text{m}^3 \text{ std} = 7,3 \times 10^4 \text{ m}^3.$$

Então,

$$\left. \begin{array}{l} M = 2 \\ \frac{V_{winj}}{V_{DL}} = \frac{7,3 \times 10^4}{9 \times 10^4} = 0,81 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 14.22}} E_A = 0,73$$

e

$$N_p = 9 \times 10^4 \times 0,73 / 1,2 = 5,475 \times 10^4 \text{ m}^3 \text{std} .$$

Parte (d):

O diferencial de pressão pode ser obtido da equação da razão de condutividade:

$$\gamma = \frac{(Q_{inj} / \Delta p)_t}{(Q_{inj} / \Delta p)_{t=0}} .$$

Para uma vazão de injeção constante:

$$\gamma = \frac{(\Delta p)_{t=0}}{(\Delta p)_t} \Rightarrow (\Delta p)_t = \frac{(\Delta p)_{t=0}}{\gamma} ,$$

onde γ é obtido da Figura 14.12:

$$\left. \begin{array}{l} M = 2 \\ V_{winj} / V_{DL} = 0,81 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Figura 14.12}} \gamma = 1,53 .$$

A expressão que relaciona a vazão com o diferencial de pressão em uma malha “five-spot” é a Eq. (14.8), que no sistema de unidades empregado neste exemplo é dada por:

$$q_{inj} = \frac{0,011412 k_o h \Delta p}{\mu_o [\log(d_{ip} / r_w) - 0,2688]} ,$$

onde d_{ip} é a distância entre os poços injetor e produtor:

$$d_{ip} = a\sqrt{2} / 2 = 400 \times \sqrt{2} / 2 = 282,84 \text{ m}$$

e

$$k_o = k k_{ro} = 300 \times 0,70 = 210 \text{ md} .$$

Então,

$$50 = \frac{0,011412 \times 210 \times 5 \times \Delta p}{4,5 [\log(282,84 / 0,10) - 0,2688]} \Rightarrow \Delta p = (\Delta p)_{t=0} = 59,8 \text{ kgf / cm}^2$$

e

$$(\Delta p)_{t=4 \text{ anos}} = \frac{(\Delta p)_{t=0}}{\gamma} = \frac{59,8}{1,53} = 39,1 \text{ kgf / cm}^2 .$$

14.4. Eficiência de Varrido Vertical e Eficiência Volumétrica

Em reservatórios estratificados, ou seja, compostos por várias camadas de diferentes permeabilidades, o avanço da água injetada nas diversas camadas ocorre de maneira não uniforme, como ilustra a Figura 14.30, onde $k_1 > k_2 > k_3$.

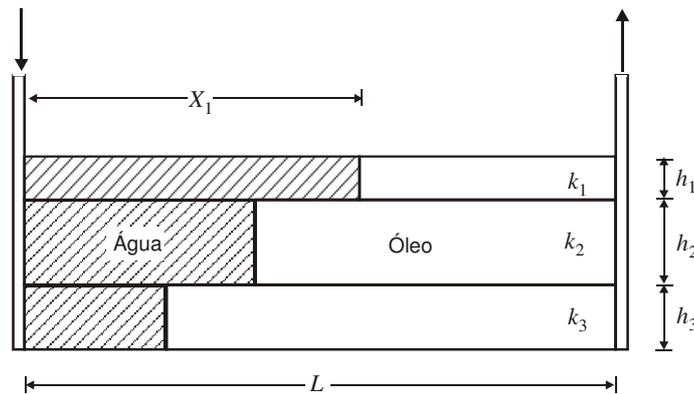


Figura 14.30 – Seção vertical de um reservatório estratificado sujeito à injeção de água.

Define-se *eficiência de varrido vertical* (E_{vv}) como sendo a relação entre a área vertical invadida pela água (região hachurada na Figura 14.30) e a área vertical total da seção transversal. A partir dessa definição pode-se concluir que a eficiência de varrido vertical varia com a seção vertical considerada. No exemplo da Figura 14.30 está sendo considerada uma seção transversal plana que passa pelos poços de injeção e de produção. A depender das características do reservatório, a área vertical invadida pela água em outras seções verticais (não planas mas que também passam pelos poços de injeção e de produção) do reservatório poderia ser diferente daquela mostrada na Figura 14.30. Assim, de maior importância e utilidade na engenharia de reservatórios do que a eficiência de varrido vertical é a chamada *eficiência volumétrica* (E_v), definida como o produto entre as eficiências de varrido horizontal e vertical:

$$E_v = E_A E_{vv} . \quad (14.90)$$

Em termos práticos a eficiência volumétrica pode ser calculada como sendo a relação entre o volume invadido pela água e o volume total da malha:

$$E_v = \frac{\text{Volume invadido pela água}}{\text{Volume total da malha}} . \quad (14.91)$$

A eficiência volumétrica em um reservatório de óleo submetido à injeção de água pode ser estimada utilizando-se modelos simplificados, tais como o de Stiles (1949) e o de Dykstra-Parsons (1950). Antes da aplicação de um desses métodos, no entanto, é necessário um tratamento estatístico dos dados de um reservatório heterogêneo, particularmente no caso de reservatório estratificado.

14.4.1. Tratamento estatístico dos dados de um reservatório heterogêneo

Law (1944) mostrou que a permeabilidade de uma rocha em geral apresenta uma distribuição log-normal. Isso significa que um gráfico do número de amostras contra o logaritmo dos valores de permeabilidade resulta na familiar curva em forma de sino, conforme ilustra a Figura 14.31.

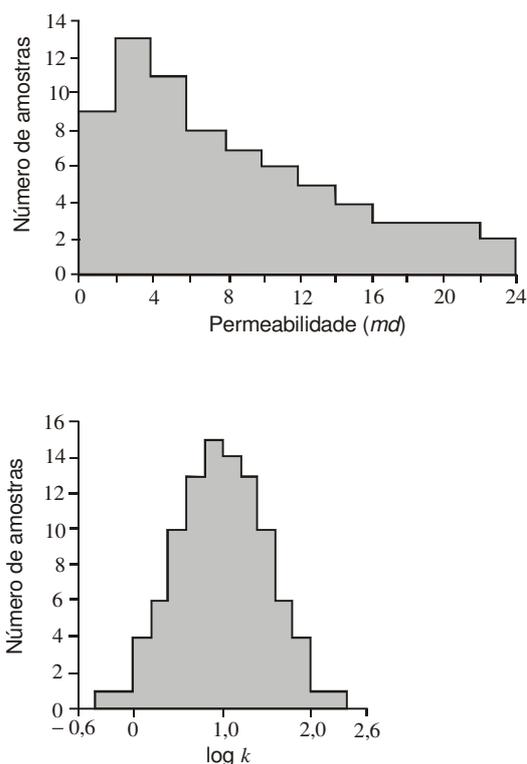


Figura 14.31 – Exemplo de distribuição das permeabilidades de um reservatório. Reproduzida de Craig, F. F., Jr., *The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding*, Copyright © 1971, com permissão de SPE-AIME.

Para caracterizar um reservatório com variação vertical de permeabilidade, Dykstra & Parsons (1950) definiram o chamado *coeficiente de variação da permeabilidade*, ou simplesmente *variação da permeabilidade* (V). Estatisticamente, o coeficiente de variação V é definido por:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}}, \quad (14.92)$$

onde σ é o desvio padrão e \bar{X} é o valor médio da variável X . Em uma distribuição normal o valor do desvio padrão σ é tal que 15,9% das amostras têm valores de X menores que $(\bar{X} - \sigma)$ e 84,1% têm valores de X menores que $(\bar{X} + \sigma)$.

Dykstra & Parsons propõem que os valores de permeabilidade, tomados por exemplo a partir de análises de amostras de testemunhos, sejam arranjados em ordem decrescente. A porcentagem do número total de valores de permeabilidade que igualar ou exceder cada valor tabulado é então computada, ou seja, para cada valor de permeabilidade calcula-se qual é a porcentagem de amostras cujos valores de permeabilidade são maiores ou iguais a um determinado valor da tabela de

permeabilidades. Esses valores de porcentagens são então colocados em um gráfico log-probabilidade, como mostra o exemplo da Figura 14.32.

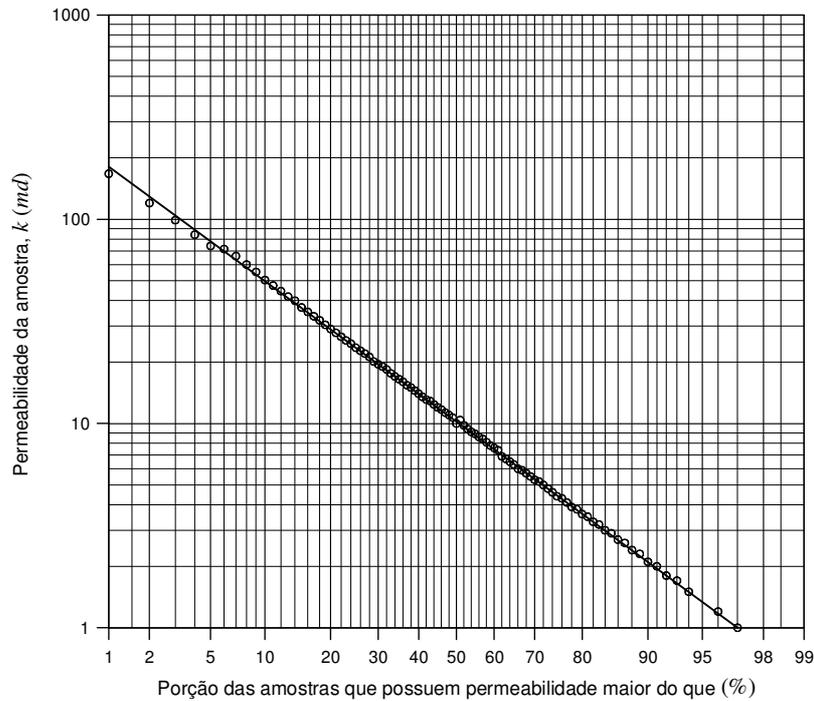


Figura 14.32 – Distribuição log-normal das permeabilidades do reservatório da Figura 14.31 (Craig, 1971).

O procedimento descrito equivale, portanto, a construir um gráfico de k versus *frequência acumulada*, sendo a ordenada uma escala logarítmica e a abscissa uma escala de probabilidade. A melhor linha reta é traçada pelos pontos, com maior peso sendo atribuído aos pontos centrais. O coeficiente de variação da permeabilidade é então obtido pela expressão:

$$V = \frac{\bar{k} - k_{\sigma}}{\bar{k}}, \quad (14.93)$$

onde \bar{k} é a permeabilidade média, ou seja, o valor de permeabilidade com probabilidade de 50%, e k_{σ} é a permeabilidade para 84,1% de probabilidade. Os valores de V variam de 0 a 1, sendo que um sistema completamente homogêneo apresentaria um valor de V igual a 0.

Rigorosamente, o coeficiente de variação da permeabilidade deveria ser calculado por:

$$V = \frac{\log \bar{k} - \log k_{\sigma}}{\log \bar{k}}, \quad (14.94)$$

já que a distribuição é log-normal, mas na prática da engenharia de reservatórios tem sido utilizada a Eq. (14.93).

A Figura 14.32 pode também ser usada para se escolher as permeabilidades de um reservatório estratificado “equivalente” ao original, com o qual pretende-se aplicar uma das técnicas a serem discutidas nas próximas seções (métodos de Stiles e Dykstra-Parsons). Por exemplo, imagine que se deseje “substituir”, para efeito de estudo, o reservatório cuja distribuição de permeabilidades

é representada pela Figura 14.32, por um outro equivalente, contendo 10 camadas com diferentes permeabilidades. Essas permeabilidades seriam escolhidas a partir da Figura 14.32, correspondentes às porcentagens (probabilidades) de 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95%.

Deve-se mencionar que, como a permeabilidade segue uma distribuição log-normal, o valor médio de uma série de valores individuais de permeabilidade é obtido através da sua média geométrica, isto é,

$$\bar{k} = \sqrt[n]{k_1 k_2 k_3 \dots k_n}, \quad (14.95)$$

onde n é o número de amostras, já que:

$$\log \bar{k} = \frac{\log k_1 + \log k_2 + \log k_3 + \dots + \log k_n}{n}. \quad (14.96)$$

Uma aplicação da Eq. (14.95) seria por exemplo a estimativa de valores médios de permeabilidade em várias profundidades de um reservatório a partir de amostras obtidas em diversos poços. A cada profundidade calcula-se o valor médio como sendo a média geométrica dos valores de permeabilidade obtidos nos vários poços. Este método é uma alternativa ao descrito anteriormente, em que se fazia uso da Figura 14.32.

Uma outra aplicação da Eq. (14.95) seria a representação de um reservatório estratificado por um sistema homogêneo. Neste caso o valor da permeabilidade do sistema homogêneo poderia ser estimado pela média geométrica das permeabilidades individuais, como indica a Eq. (14.95).

14.4.2. Modelo de Stiles

No modelo de Stiles (1949) são admitidas as seguintes hipóteses:

- O fluxo é linear e as camadas são isoladas entre si;
- A razão de mobilidades é unitária ($M = 1$);
- A velocidade da frente de avanço da água em qualquer camada é proporcional à permeabilidade absoluta da camada e, para um diferencial de pressão entre os poços de injeção e de produção (Δp) constante, a velocidade é constante;
- O deslocamento é completo, isto é, uma camada produz somente óleo até o instante da erupção (“breakthrough”) e somente água depois da erupção;
- Todas as camadas possuem a mesma porosidade, a mesma permeabilidade relativa ao óleo na zona de óleo e à água atrás da frente de avanço, e todas apresentam a mesma variação na saturação de óleo ($\Delta S_o = S_o - S_{or}$) devida ao deslocamento pela água.

Admita um sistema estratificado semelhante ao mostrado na Figura 14.30, com largura W e contendo n camadas com permeabilidades $k_1 > k_2 > k_3 > \dots > k_n$ e espessuras $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n$. A eficiência volumétrica, definida pela Eq. (14.91), em um determinado instante de tempo pode ser calculada por:

$$E_v = \frac{W(X_1 h_1 + X_2 h_2 + \dots + X_n h_n)}{LW(h_1 + h_2 + \dots + h_n)} = \frac{X_1 h_1 + X_2 h_2 + \dots + X_n h_n}{Lh_t} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i h_i}{Lh_t}, \quad (14.97)$$

onde $h_t = \sum_{i=1}^n h_i$ e X_i é a posição da frente de avanço da água na camada i , sendo $i = 1, n$.

De acordo com as hipóteses do modelo de Stiles, a relação entre as posições das frentes de avanço nas camadas $j+1$ e j é dada por:

$$\frac{X_{j+1}}{X_j} = \frac{k_{j+1}}{k_j}, \quad (14.98)$$

de onde se pode escrever que:

$$X_{j+1} = X_j \left(\frac{k_{j+1}}{k_j} \right), \quad (14.99)$$

ou, para uma camada i qualquer ($i > j$):

$$X_i = X_j \left(\frac{k_i}{k_j} \right). \quad (14.100)$$

No instante do “breakthrough” da camada j , a posição da frente de avanço nas camadas superiores, ou seja, para $i \leq j$, é igual à distância entre os poços injetor e produtor: $X_i = L$. Assim, a eficiência volumétrica nesse instante é dada pela expressão:

$$E_v = \frac{L \sum_{i=1}^j h_i + L \left(\frac{k_{j+1}}{k_j} \right) h_{j+1} + L \left(\frac{k_{j+2}}{k_j} \right) h_{j+2} + \dots + L \left(\frac{k_n}{k_j} \right) h_n}{L h_i} = \frac{\sum_{i=1}^j h_i + \frac{1}{k_j} \sum_{i=j+1}^n (k_i h_i)}{h_i}. \quad (14.101)$$

Se no início da injeção de água a saturação de gás for nula, a eficiência volumétrica será igual à fração recuperada de óleo desde o início da injeção. Caso contrário a eficiência volumétrica será maior que a fração recuperada de óleo a partir do início do projeto.

Uma outra característica que normalmente é calculada em um projeto de injeção de água é o chamado “cut” (*corte*) de água, definido por:

$$cut = \frac{Q_w}{Q_w + Q_o} = \frac{Q_w}{Q_t}, \quad (14.102)$$

onde Q_w e Q_o são respectivamente as vazões de água e de óleo, e Q_t é a vazão total nos poços de produção, todas medidas em condições-padrão. Admitindo que os fluidos sejam praticamente incompressíveis, em uma camada j qualquer a vazão é dada, em condições de reservatório, por:

$$q_j = q_w = q_o = \frac{k_w A_j \Delta p}{\mu_w L} = \frac{k_o A_j \Delta p}{\mu_o L}, \quad (14.103)$$

onde A_j é a área da seção transversal da camada e Δp é a diferença entre as pressões de injeção e de produção. Então, o “cut” de água, imediatamente após o “breakthrough” da camada j , é calculado pela equação:

$$cut = \frac{\frac{W \Delta p \sum_{i=1}^j (k_w)_i h_i}{B_w \mu_w L}}{\frac{W \Delta p \sum_{i=1}^j (k_w)_i h_i}{B_w \mu_w L} + \frac{W \Delta p \sum_{i=j+1}^n (k_o)_i h_i}{B_o \mu_o L}} = \frac{\sum_{i=1}^j (k_w)_i h_i}{\sum_{i=1}^j (k_w)_i h_i + \sum_{i=j+1}^n (k_o)_i h_i} \quad (14.104)$$

ou:

$$cut = \frac{1}{1 + \frac{B_w \mu_w \sum_{i=j+1}^n (k_o)_i h_i}{B_o \mu_o \sum_{i=1}^j (k_w)_i h_i}} = \frac{1}{1 + \frac{B_w \mu_w \sum_{i=j+1}^n (k_{ro}k)_i h_i}{B_o \mu_o \sum_{i=1}^j (k_{rw}k)_i h_i}} . \quad (14.105)$$

Como todas as camadas possuem as mesmas permeabilidades relativas ao óleo na zona de óleo e à água na zona de água:

$$cut = \frac{1}{1 + \frac{B_w \mu_w k_{ro} \sum_{i=j+1}^n k_i h_i}{B_o \mu_o k_{rw} \sum_{i=1}^j k_i h_i}} . \quad (14.106)$$

Como a razão de mobilidades é, por hipótese, unitária:

$$\frac{k_w}{\mu_w} = \frac{k_o}{\mu_o} , \quad (14.107)$$

o que implica que:

$$\mu_o k_w = \mu_w k_o \Rightarrow \mu_o \frac{k_w}{k} = \mu_w \frac{k_o}{k} \Rightarrow \mu_o k_{rw} = \mu_w k_{ro} . \quad (14.108)$$

Substituindo a Eq. (14.108) na Eq. (14.106) obtém-se:

$$cut = \frac{1}{1 + \frac{B_w \sum_{i=j+1}^n k_i h_i}{B_o \sum_{i=1}^j k_i h_i}} . \quad (14.109)$$

O fluxo fracionário de água é definido como:

$$f_w = \frac{q_w}{q_w + q_o} = \frac{q_w}{q_t} , \quad (14.110)$$

onde q_w e q_o são as vazões de água e de óleo (medidas em condições de reservatório), respectivamente, nos poços de produção. Utilizando o mesmo procedimento empregado na dedução da equação para o “cut” de água ou simplesmente levando em conta as hipóteses do modelo de Stiles de que a razão de mobilidades é unitária e de que as camadas possuem as mesmas permeabilidades relativas ao óleo na zona de óleo e à água na zona de água, o fluxo fracionário, imediatamente após o “breakthrough” da camada j , pode ser calculado por:

$$f_w = \frac{q_w}{q_t} = \frac{\sum_{i=1}^j (kh)_i}{\sum_{i=1}^n (kh)_i} , \quad (14.111)$$

já que a vazão de injeção $(q_{inj})_i$ na camada i é proporcional à capacidade $(kh)_i$ da camada, ou seja:

$$(q_{inj})_i \propto (kh)_i , \quad (14.112)$$

e a constante de proporcionalidade é a mesma para todas as camadas.

Exemplo 14.3 – São dados de um reservatório de óleo sujeito à injeção de água:

Modelo de injeção.....	Linha direta
Distância entre os poços de injeção e de produção (linhas).....	400 m
Distância entre poços injetores (poços do mesmo tipo).....	200 m
Espessura da formação produtora.....	18 m
Porosidade.....	15%
Saturação de água conata irreduzível.....	10%
Saturação de óleo residual.....	30%
Fator volume-formação do óleo durante a injeção.....	1,30
Fator volume-formação da água.....	1,00
Perda de carga no reservatório.....	40 atm
Razão de mobilidades.....	1,0
Permeabilidade relativa à água.....	0,7
Viscosidade da água.....	1,0 cp
Saturação de gás no início da injeção.....	0
Características das camadas.....	Tabela 14.2

Tabela 14.2 – Características das camadas do reservatório do Exemplo 14.3

Camada	Permeabilidade (md)	Espessura (m)
1	300	5
2	200	4
3	100	7
4	10	2

Usando o modelo de Stiles, calcular:

- A posição da frente de avanço da água, em cada camada, no instante da erupção da 2ª camada.
- A eficiência volumétrica na erupção da 2ª camada.
- O volume de óleo ($m^3 std$) produzido por malha, desde o início da injeção até o instante da erupção da 2ª camada.
- O fluxo fracionário de água (f_w) logo após a erupção da 2ª camada.
- A vazão de injeção ($m^3 std/d$) na camada nº 4.

Solução:

Parte (a):

No instante da erupção da 2ª camada:

$$X_1 = X_2 = L = 400 m .$$

Usando a Eq. (14.100) tem-se que $j = 2$. Assim,

$$X_i = X_j \left(\frac{k_i}{k_j} \right) = X_2 \left(\frac{k_i}{k_2} \right) = 400 \left(\frac{k_i}{200} \right), \quad i > 2.$$

Então,

$$X_3 = 400 \left(\frac{k_3}{200} \right) = 400 \times \left(\frac{100}{200} \right) = 200m$$

e

$$X_4 = 400 \left(\frac{k_4}{200} \right) = 400 \times \left(\frac{10}{200} \right) = 20m .$$

Parte (b):

A eficiência volumétrica pode ser determinada pela Eq. (14.97):

$$E_v = \frac{\sum_{i=1}^n X_i h_i}{L h_t} = \frac{400 \times 5 + 400 \times 4 + 200 \times 7 + 20 \times 2}{400 \times (5 + 4 + 7 + 2)} = 0,7 .$$

Parte (c):

O volume de óleo produzido por malha, desde o início da injeção até o instante da erupção da 2ª camada, pode ser calculado pela expressão:

$$N_p = \frac{V_p (S_o - S_{or})}{B_o} E_v = \frac{W L h_t \phi (S_o - S_{or})}{B_o} E_v = \frac{200 \times 400 \times 18 \times 0,15 \times (0,9 - 0,3)}{1,3} \times 0,7$$

$$N_p = 69,8 \times 10^3 \text{ m}^3 \text{ std / malha} .$$

Parte (d):

O fluxo fracionário de água é dado pela Eq. (14.111):

$$f_w = \frac{q_w}{q_t} = \frac{\sum_{i=1}^i (kh)_i}{\sum_{i=1}^n (kh)_i} = \frac{300 \times 5 + 200 \times 4}{300 \times 5 + 200 \times 4 + 100 \times 7 + 10 \times 2} = 0,76 .$$

*Parte (e):*A vazão de injeção $(Q_{inj})_i$ na camada i é igual à vazão de água ou de óleo nessa camada, ou seja, é dada pela Eq. (14.103), que no sistema de unidades usado no exemplo e em condições-padrão é expressa por:

$$(Q_{inj})_i = \frac{(q_w)_i}{B_w} = \frac{(q_o)_i}{B_w} = \frac{k_i k_{rw} A_i \Delta p}{119,6 B_w \mu_w L} .$$

Então,

$$(Q_{inj})_4 = \frac{k_4 k_{rw} A_4 \Delta p}{119,6 B_w \mu_w L} = \frac{10 \times 0,7 \times 200 \times 2 \times 40 \text{ atm} \times 1,033 \text{ kgf / cm}^2 \text{ / atm}}{119,6 \times 1,0 \times 1,0 \times 400} = 2,42 \text{ m}^3 \text{ std / d} .$$

14.4.3. Modelo de Dykstra-Parsons

No modelo de Dykstra-Parsons as hipóteses são as mesmas do modelo de Stiles, exceto que a razão de mobilidades não é necessariamente igual a 1.

A velocidade aparente de um fluido é dada pela lei de Darcy:

$$v = -\frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{L} \quad (14.113)$$

Em uma determinada camada onde a água esteja deslocando o óleo, as velocidades aparentes desses dois fluidos são calculadas pelas expressões:

$$\left(\frac{q}{A}\right)_w = \frac{k_w}{\mu_w} \frac{\Delta p_w}{L_w} \quad (14.114)$$

e

$$\left(\frac{q}{A}\right)_o = \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\Delta p_o}{L_o}, \quad (14.115)$$

onde Δp_w e Δp_o são as quedas de pressão na água e no óleo, e L_w e L_o são os comprimentos ocupados pela água e pelo óleo, respectivamente, conforme ilustra a Figura 14.33.

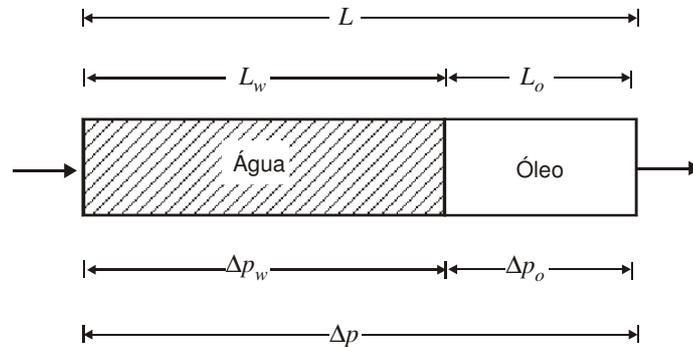


Figura 14.33 – Camada contendo óleo sendo deslocado por injeção de água.

Admitindo fluidos incompressíveis, tem-se que:

$$\left(\frac{q}{A}\right)_w = \left(\frac{q}{A}\right)_o = \frac{q}{A} \quad (14.116)$$

Então,

$$\Delta p_w = \frac{q \mu_w L_w}{A k_w} \quad (14.117)$$

e

$$\Delta p_o = \frac{q \mu_o L_o}{A k_o} \quad (14.118)$$

Como:

$$\Delta p_w + \Delta p_o = \Delta p, \quad (14.119)$$

então:

$$\frac{q \mu_w L_w}{A k_w} + \frac{q \mu_o L_o}{A k_o} = \Delta p, \quad (14.120)$$

de onde se obtém:

$$\frac{q}{A} = \frac{\Delta p}{\frac{\mu_w L_w}{k_w} + \frac{\mu_o L_o}{k_o}} \quad (14.121)$$

ou

$$v = \frac{q}{A} = \frac{k \Delta p}{\frac{\mu_w L_w}{k_{rw}} + \frac{\mu_o L_o}{k_{ro}}}, \quad (14.122)$$

onde v é a velocidade aparente do fluxo, ou ainda:

$$q = \frac{k A \Delta p}{\frac{\mu_w L_w}{k_{rw}} + \frac{\mu_o L_o}{k_{ro}}}. \quad (14.123)$$

A velocidade real do fluxo é dada por:

$$v_{real} = \frac{q}{A_{real}} = \frac{q}{A \phi \Delta S_o}, \quad (14.124)$$

onde $\Delta S_o = S_o - S_{or}$, $\Delta S_w = S_w - S_{wi}$, $\Delta S_o = \Delta S_w$ e S_{wi} é a saturação de água no início do projeto de injeção, conforme ilustra a Figura 14.34.

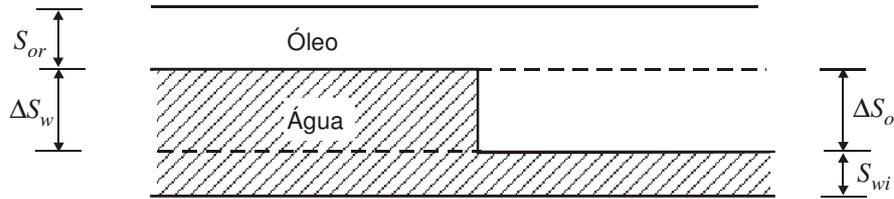


Figura 14.34 – Distribuição de saturações no modelo de Dykstra-Parsons.

Substituindo a Eq. (14.123) na Eq. (14.124) obtém-se:

$$v_{real} = \frac{1}{A \phi \Delta S_o} \frac{k A \Delta p}{\frac{\mu_w L_w}{k_{rw}} + \frac{\mu_o L_o}{k_{ro}}} = \frac{k \Delta p}{\phi \Delta S_o \left(\frac{\mu_w L_w}{k_{rw}} + \frac{\mu_o L_o}{k_{ro}} \right)}. \quad (14.125)$$

Considere um reservatório com duas camadas, sujeito à injeção de água, como mostrado na Figura 14.35.

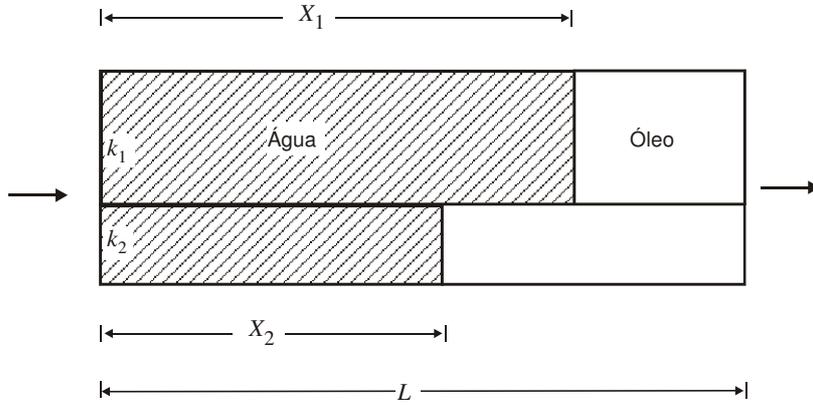


Figura 14.35 – Reservatório com duas camadas sujeito à injeção de água.

As velocidades reais de fluxo nas camadas 1 e 2 são dadas por:

$$(v_{real})_1 \equiv \frac{dX_1}{dt} = \frac{k_1 \Delta p}{\phi \Delta S_o \left[\frac{\mu_w X_1}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - X_1)}{k_{ro}} \right]} \quad (14.126)$$

e

$$(v_{real})_2 \equiv \frac{dX_2}{dt} = \frac{k_2 \Delta p}{\phi \Delta S_o \left[\frac{\mu_w X_2}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - X_2)}{k_{ro}} \right]} \quad (14.127)$$

Das Eqs. (14.126) e (14.127) pode ser escrito que:

$$\frac{\Delta p}{\phi \Delta S_o} \equiv \frac{dX_1}{dt} \frac{1}{k_1} \left[\frac{\mu_w X_1}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - X_1)}{k_{ro}} \right] = \frac{dX_2}{dt} \frac{1}{k_2} \left[\frac{\mu_w X_2}{k_{rw}} + \frac{\mu_o (L - X_2)}{k_{ro}} \right] \quad (14.128)$$

Multiplicando a Eq. (14.128) por k_{rw}/μ_w e rearranjando os termos obtém-se:

$$k_2 dX_1 [X_1 + M(L - X_1)] = k_1 dX_2 [X_2 + M(L - X_2)] \quad (14.129)$$

onde M é a razão de mobilidades.

No instante da erupção da camada 1, $X_1 = L$, e o valor de X_2 pode ser obtido integrando-se a Eq. (14.129):

$$k_2 \int_0^L [X_1 + M(L - X_1)] dX_1 = k_1 \int_0^{X_2} [X_2 + M(L - X_2)] dX_2 \quad (14.130)$$

cujos resultados são:

$$(1 - M) \left(\frac{X_2}{L} \right)^2 + 2M \left(\frac{X_2}{L} \right) - \frac{k_2}{k_1} (1 + M) = 0 \quad (14.131)$$

As soluções da Eq. (14.131) são:

$$\frac{X_2}{L} = \frac{M \pm \sqrt{M^2 + (1 - M^2) \frac{k_2}{k_1}}}{M - 1} \quad (14.132)$$

Quando $k_2 = k_1$ tem-se que:

$$\frac{X_2}{L} = \frac{M \pm 1}{M - 1} \tag{14.133}$$

Mas se $k_2 = k_1$ então no instante da erupção da camada 1 tem-se também a erupção da camada 2, ou seja, $X_2 = L$. Portanto, prevalece o sinal – na Eq. (14.132) e a solução é:

$$\frac{X_2}{L} = \frac{M - \sqrt{M^2 + (1 - M^2) \frac{k_2}{k_1}}}{M - 1} \tag{14.134}$$

O desenvolvimento apresentado pode ser estendido para um sistema composto de n camadas. No instante da erupção (“breakthrough”) da camada j a posição da frente de avanço da água em uma camada i qualquer ($i > j$) é dada pela expressão:

$$X_i = L \left[\frac{M - \sqrt{M^2 + (1 - M^2) \frac{k_i}{k_j}}}{M - 1} \right] \tag{14.135}$$

A eficiência volumétrica, que neste caso é igual à eficiência de varrido vertical, pode ser determinada pela expressão:

$$E_v = \frac{\sum_{i=1}^n X_i h_i}{\sum_{i=1}^n L h_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{L} h_i}{\sum_{i=1}^n h_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{L} h_i}{h_t} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i h_i}{L h_t} \tag{14.136}$$

A generalização da Eq. (14.126) para uma camada i qualquer e o emprego da definição de razão de mobilidades M permite a obtenção de uma expressão para o cálculo da vazão de injeção nessa camada:

$$(q_{inj})_i = \frac{k_i k_{rw} A \Delta p}{\mu_w [X_i + M(L - X_i)]} \tag{14.137}$$

onde X_i é a posição da frente de avanço da água na camada i . Se a vazão for medida em condições-padrão:

$$(Q_{inj})_i = \frac{k_i k_{rw} A \Delta p}{B_w \mu_w [X_i + M(L - X_i)]} \tag{14.138}$$

Exemplo 14.4 – São dados de um reservatório de óleo submetido a um projeto de injeção de água:

Modelo de injeção.....	Linha direta
Distância entre os poços de injeção e de produção (linhas).....	400 m
Distância entre poços injetores (poços do mesmo tipo).....	200 m
Espessura da formação produtora.....	18 m
Porosidade.....	10%
Saturação de água conata irreduzível.....	10%
Saturação de óleo residual.....	30%
Fator volume-formação do óleo durante a injeção.....	1,30
Fator volume-formação da água.....	1,00

Perda de carga no reservatório.....	40 atm
Razão de mobilidades.....	1,0
Permeabilidade relativa à água na região invadida.....	0,7
Permeabilidade relativa ao óleo na zona de óleo.....	$\cong 1,0$
Viscosidade da água.....	0,50 cp
Viscosidade do óleo.....	1,07 cp
Saturação de gás no início da injeção.....	0
Características das camadas.....	Tabela 14.3

Tabela 14.3 – Características das camadas do reservatório do Exemplo 14.4

Camada	Permeabilidade (md)	Espessura (m)
1	300	5
2	200	4
3	100	7
4	10	2

Usando o modelo de Dykstra-Parsons, calcular:

- A posição da frente de avanço da água, em cada camada, no instante da erupção (“breakthrough”).
- A eficiência de varrido vertical no “breakthrough”.
- A vazão de injeção em cada camada no instante de “breakthrough”.
- A razão água/óleo imediatamente após o “breakthrough”.
- A posição da frente de avanço da água, em cada camada, no instante da erupção (“breakthrough”), admitindo $M = 0,8$.
- A eficiência de varrido vertical no “breakthrough”, admitindo $M = 0,8$.
- A vazão de injeção em cada camada no instante de “breakthrough”, admitindo $M = 0,8$.
- A razão água/óleo no “breakthrough”, admitindo $M = 0,8$.

Solução:

Parte (a):

A posição da frente de avanço da água, em cada camada, no instante da erupção (“breakthrough”) é dada pela expressão:

$$X_i = L \left[\frac{M - \sqrt{M^2 + (1 - M^2) \frac{k_i}{k_j}}}{M - 1} \right],$$

onde $j = 1$, $i > j = 1$, $k_j = k_1 = 300$ md, $L = 400$ m e

$$M = \frac{0,7}{0,5} \times \frac{1,07}{1,0} \cong 1,5.$$

Assim,

$$X_i = 400 \left\{ \frac{1,5 - \sqrt{(1,5)^2 + [1 - (1,5)^2] \frac{k_i}{300}}}{1,5 - 1} \right\} = 800 \left(1,5 - \sqrt{2,25 - \frac{k_i}{240}} \right).$$

Camada	1	2	3	4
$X_i(m)$	400	248	117	11

Parte (b):

A eficiência de varrido vertical no “breakthrough” é calculada por:

$$E_{vv} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i h_i}{L h_t} = \frac{400 \times 5 + 248 \times 4 + 117 \times 7 + 11 \times 2}{400 \times (5 + 4 + 7 + 2)} = 0,532 \text{ (53,2\%)}.$$

Parte (c):

A vazão de injeção em cada camada no instante de “breakthrough” pode ser obtida pela Eq. (14.138), que no sistema de unidades utilizado neste exemplo é dada por:

$$(Q_{inj})_i = \frac{k_i k_{rw} A \Delta p}{119,6 B_w \mu_w [X_i + M(L - X_i)]} = \frac{0,7 \times 200 \times 40 \times 1,033 k_i h_i}{119,6 \times 1,0 \times 0,5 [X_i + 1,5(400 - X_i)]} = \frac{96,736 k_i h_i}{X_i + 1,5(400 - X_i)}$$

Camada	1	2	3	4
$(Q_{inj})_i (m^3 std/d)$	362,8	162,6	125,1	3,3

Parte (d):

A razão água/óleo é definida como:

$$RAO = \frac{q_w / B_w}{q_o / B_o},$$

onde as vazões de água q_w e de óleo q_o são dadas em condições de reservatório. Imediatamente após o “breakthrough” (da camada 1) a vazão de água do reservatório provém da camada 1. Portanto, $q_w = q_1 = (Q_{inj})_1 B_w = 362,8 \times 1,0 = 362,8 \text{ m}^3/d$. Por outro lado, a vazão de óleo q_o é devida às produções das demais camadas. Como em cada camada $(q_w)_i = (q_o)_i$, pode-se escrever que $(q_o)_i = (Q_{inj})_i B_w = (Q_{inj})_i \times 1,0 = (Q_{inj})_i$. Assim,

$$RAO = \frac{q_w / B_w}{q_o / B_o} = \frac{q_1 / 1,0}{[(Q_{inj})_2 + (Q_{inj})_3 + (Q_{inj})_4] / B_o} = \frac{362,8 / 1,0}{(162,6 + 125,1 + 3,3) / 1,3} = 1,62.$$

Parte (e):

A posição da frente de avanço da água, em cada camada, no instante da erupção (“breakthrough”), admitindo $M = 0,8$, é dada pela equação:

$$X_i = L \left[\frac{M - \sqrt{M^2 + (1-M^2) \frac{k_i}{k_j}}}{M-1} \right] = 400 \left[\frac{0,8 - \sqrt{(0,8)^2 + [1 - (0,8)^2] \frac{k_i}{300}}}{0,8-1} \right]$$

$$X_i = -2.000 \left(0,8 - \sqrt{0,64 + 0,0012k_i} \right)$$

Camada	1	2	3	4
$X_i (m)$	400	276,2	143,6	14,9

Parte (f):

A eficiência de varrido vertical no “breakthrough”, para $M = 0,8$, é dada por:

$$E_{vv} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i h_i}{L h_t} = \frac{400 \times 5 + 276,2 \times 4 + 143,6 \times 7 + 14,9 \times 2}{400 \times (5 + 4 + 7 + 2)} = 0,575 \text{ (57,5\%)}$$

Parte (g):

Como a razão de mobilidades foi alterada de 1,5 para 0,8, a relação

$$M = \frac{k_w / \mu_w}{k_o / \mu_o} = \frac{k_{rw} / \mu_w}{k_{ro} / \mu_o}$$

será alterada. Admitindo-se que as permeabilidades relativas permaneçam as mesmas, pode ser alterada, por exemplo, a viscosidade da água:

$$M = 0,8 = \frac{0,7 / \mu_w}{1,0 / 1,07} \Rightarrow \mu_w = 0,936 \text{ cp}$$

Então, a vazão de injeção em cada camada no instante de “breakthrough” é dada por:

$$(Q_{inj})_i = \frac{k_i k_{rw} A \Delta p}{119,6 B_w \mu_w [X_i + M(L - X_i)]} = \frac{0,7 \times 200 \times 40 \times 1,033 k_i h_i}{119,6 \times 1,0 \times 0,936 [X_i + 0,8(400 - X_i)]} = \frac{51,675 k_i h_i}{X_i + 0,8(400 - X_i)}$$

Camada	1	2	3	4
$(Q_{inj})_i (m^3 \text{ std/d})$	193,8	110,2	103,8	3,2

Parte (h):

A razão água/óleo no “breakthrough”, admitindo $M = 0,8$, é dada por:

$$RAO = \frac{q_w / B_w}{q_o / B_o} = \frac{q_1 / 1,0}{[(Q_{inj})_2 + (Q_{inj})_3 + (Q_{inj})_4] / B_o} = \frac{193,8 / 1,0}{(110,2 + 103,8 + 3,2) / 1,3} = 1,16$$

Exemplo 14.5 – Usando os dados do Exemplo 14.4 e o método de Stiles, calcular:

(a) A posição da frente de avanço da água, em cada camada, no instante da erupção (“breakthrough”).

(b) A razão água/óleo imediatamente após o “breakthrough”.

Solução:

Parte (a):

No método de Stiles admite-se que a razão de mobilidades seja unitária e as posições da frente de avanço, no instante da erupção na camada j , são dadas por:

$$X_i = L \left(\frac{k_i}{k_j} \right), \quad i > j.$$

Portanto, na erupção da 1ª camada ($j = 1$):

$$X_i = L \left(\frac{k_i}{k_1} \right) = 400 \left(\frac{k_i}{300} \right) = \frac{4}{3} k_i.$$

Camada	1	2	3	4
$X_i (m)$	400	266,7	133,3	13,3

Parte (b):

No método de Stiles as vazões em cada camada são proporcionais às capacidades das camadas:

$$q_i \propto k_i h_i,$$

ou seja,

$$q_i = \frac{k_i h_i}{\sum_{l=1}^n k_l h_l} q_t,$$

onde q_t é a vazão total em condições de reservatório. Então, imediatamente após a erupção:

$$RAO = \frac{q_1 / B_w}{\sum_{i=2}^4 q_i / B_o} = \frac{\frac{k_1 h_1}{\sum_{l=1}^n k_l h_l} q_t / B_w}{\sum_{i=2}^4 \left[\frac{k_i h_i}{\left(\sum_{l=1}^n k_l h_l \right)} q_t / B_o \right]} = \frac{k_1 h_1 / B_w}{\sum_{i=2}^4 k_i h_i / B_o} = \frac{300 \times 5 / 1,0}{(200 \times 4 + 100 \times 7 + 10 \times 2) / 1,3} = 1,28.$$

14.5. Eficiência de Deslocamento

Em um projeto de injeção de um fluido imiscível com o fluido do reservatório é necessário estimar a *eficiência de deslocamento* do óleo pelo chamado fluido deslocante. A eficiência de deslocamento é uma medida da redução da saturação de óleo na região invadida pelo fluido deslocante. Dois modelos são normalmente empregados para se estimar a eficiência de deslocamento: o chamado *modelo de deslocamento completo*, que é uma aproximação bastante simplificada do que ocorre na prática, e o *modelo de Buckley-Leverett*.

14.5.1. Modelo de deslocamento completo

A teoria do deslocamento completo, também conhecido como *deslocamento tipo pistão*, admite que somente o fluido deslocante se move na região do reservatório por ele invadida. Desse modo, o fluido deslocante ao penetrar no meio poroso vai deslocando o fluido que aí se encontra como se fosse um pistão. Em consequência, a permeabilidade efetiva ao fluido deslocado, nessa região, é nula e sua saturação irreduzível. Caso haja um terceiro fluido na região invadida pelo fluido deslocante, ele também é considerado imóvel.

Água e gás são normalmente os fluidos deslocantes de maior interesse prático, sendo óleo ou gás o fluido deslocado. O modelo de deslocamento completo tem maior aplicabilidade no estudo do deslocamento de gás ou de óleo de alto grau *API* pela água e, assim mesmo, em condições bastante especiais onde, por exemplo, a segregação dos fluidos deslocante e deslocado seja auxiliada pelos efeitos gravitacionais. Em casos menos particulares tal modelo fornece resultados bastante pobres do ponto de vista da precisão. Sua simplicidade, todavia, torna obrigatório o seu estudo para melhor compreensão do problema mais geral do deslocamento imiscível e apresenta perspectivas de aplicação em trabalhos preliminares ou de menor importância.

a) Distribuição de saturação no meio poroso

Para efeito de ilustração será considerado o caso da água deslocando o óleo, não havendo no entanto diferença fundamental entre este caso e aquele em que o fluido deslocante é o gás. A Figura 14.36 mostra a distribuição das saturações de óleo, gás e água ao longo de um meio poroso em forma de paralelepípedo no qual está sendo realizado um projeto de injeção de água, onde S_w é a saturação de água na região invadida, S_{wi} a saturação de água conata ou inicial, S_o a saturação de óleo na região não invadida (saturação no início do projeto), S_{ob} a saturação de óleo no banco de óleo, S_{or} a saturação residual de óleo, S_g a saturação de gás na região não invadida e S_{gr} a saturação residual de gás. No esquema da Figura 14.36 as saturações de óleo devem ser lidas acima das saturações de água e as de gás acima das saturações de óleo.

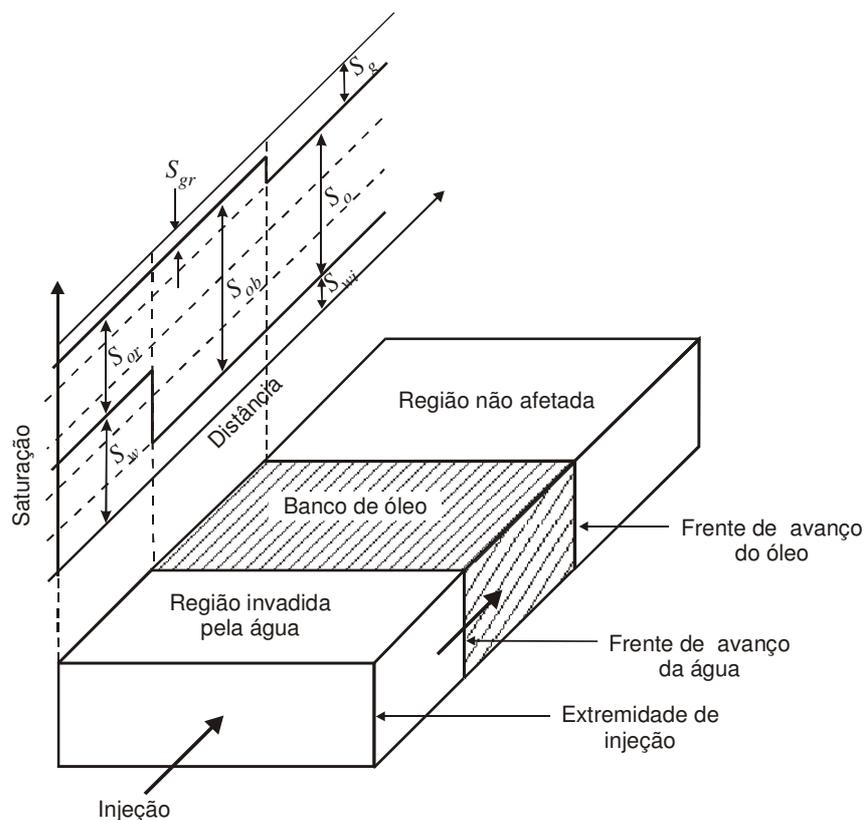


Figura 14.36 – Distribuição de saturação no modelo de deslocamento completo (Lima, H.).

Na região invadida pela água, por exemplo, as saturações de água, óleo e gás poderiam ser da ordem de 50%, 45% e 5%, respectivamente. No banco de óleo tais saturações modificam-se, por exemplo, para 20% (água), 75% (óleo) e 5% (gás). Na região não afetada tem-se, nesse exemplo, 20% (água), 60% (óleo) e 20% (gás).

Na maior parte dos casos práticos a saturação de gás na região invadida pela água e no banco de óleo tende a ser nula, pois parte da saturação de gás existente no início do projeto é deslocada pelo óleo e parte é redissolvida no óleo, devido ao aumento de pressão provocado pela injeção do fluido deslocante.

A Figura 14.36 corresponde ao caso em que o fluido deslocante invade (ou é injetado em) um reservatório parcialmente esgotado, que se encontra abaixo da pressão de bolha, isto é, que possui certa saturação de gás livre S_g no início da injeção. Em muitos casos práticos a injeção de água é iniciada a uma pressão maior que a de saturação e, nesse caso, a saturação inicial de gás é nula em todos os pontos do sistema.

O banco de óleo formado à frente da região invadida pela água cresce à medida que o volume de água injetado cresce. Quando tal banco atinge a extremidade de produção diz-se que houve o “*fill-up*” (*enchimento*) do reservatório. Quando a frente de avanço da água atinge a extremidade de produção diz-se que houve o “*breakthrough*” (*erupção*) da água. No modelo de deslocamento completo não há mais produção de óleo após o “*breakthrough*” quando o fluxo é linear, como ilustrado na Figura 14.36. Na prática, após o “*breakthrough*” o reservatório entra na chamada *fase*

subordinada de produção, quando a produção de óleo ocorre a percentagens crescentes do fluido deslocante. Nos reservatórios com óleos de baixo °API a maior parte do óleo pode ser produzida justamente nessa fase. Fato análogo pode acontecer com certas disposições de poços de injeção e de produção no reservatório.

A Figura 14.37 apresenta diagramas de saturação em função da distância para o modelo de deslocamento completo em vários instantes da vida de um projeto de injeção de água em um reservatório de óleo como o da Figura 14.36.

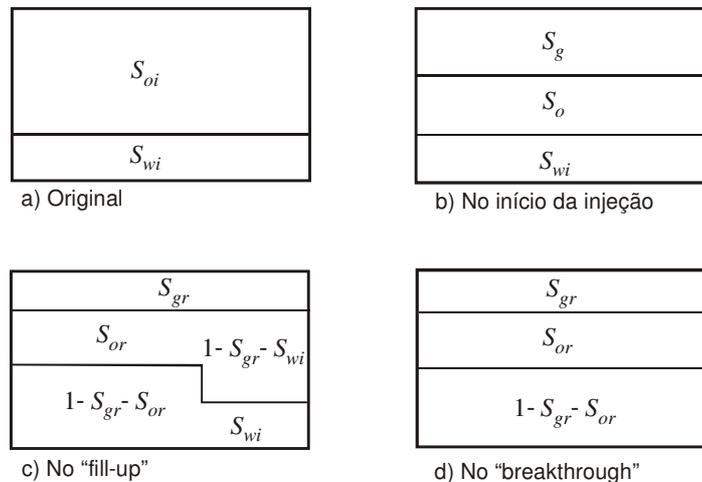


Figura 14.37 – Diagramas de saturação em vários instantes de um projeto de injeção de água (Lima, H.).

b) Posição da frente de avanço da água

A posição da frente de avanço da água pode ser calculada analiticamente para modelos de fluxo simplificados, tais como o fluxo linear e o fluxo radial.

Fluxo linear

O aumento de volume de água na região invadida deve ser igual ao volume acumulado de água injetada (V_{winj}):

$$V_{winj} = AX_a \phi (1 - S_{gr} - S_{or} - S_{wi}), \quad (14.139)$$

onde A é a área da seção transversal do meio poroso (área aberta ao fluxo) e X_a é a posição da frente de avanço da água, como mostra a Figura 14.38.

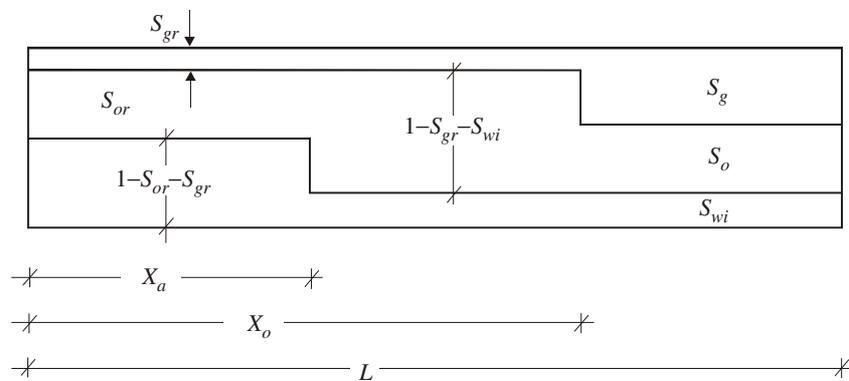


Figura 14.38 – Distribuição de saturações e posições das frentes de avanço no modelo de deslocamento completo - fluxo linear (Lima, H.).

Da Eq. (14.139) obtém-se:

$$X_a = \frac{V_{winj}}{A\phi(1 - S_{gr} - S_{or} - S_{wi})} \quad (14.140)$$

Fluxo radial

Usando o mesmo procedimento empregado no caso anterior (fluxo linear) obtém-se a expressão:

$$R_a = \sqrt{\frac{V_{winj}}{\pi h \phi (1 - S_{gr} - S_{or} - S_{wi})}} \quad (14.141)$$

onde h é a espessura do reservatório e R_a é o raio da região invadida, conforme ilustra a Figura 14.39.

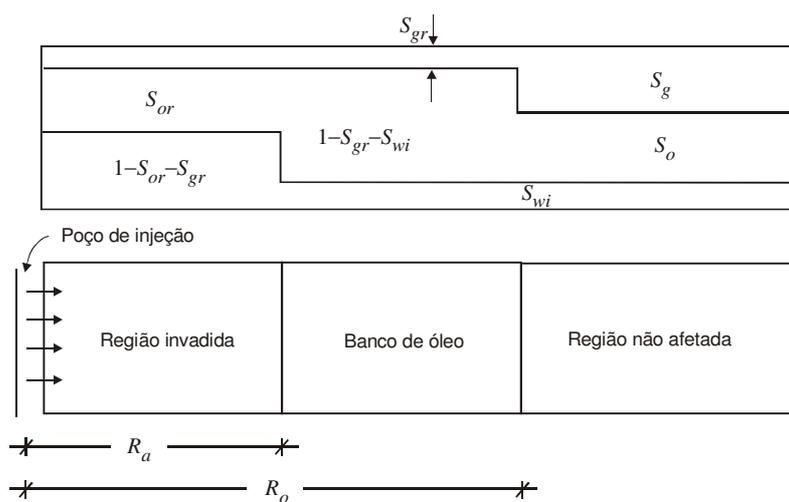


Figura 14.39 – Distribuição de saturações e posições das frentes de avanço no modelo de deslocamento completo – fluxo radial (Lima, H.).

c) Posição da frente de avanço do óleo

Para a dedução da equação que permite calcular a posição da frente de avanço do óleo será considerado que o acréscimo de volume de óleo devido ao gás que entra em solução, em função do aumento de pressão, é desprezível.

Fluxo linear

O decréscimo de volume de óleo na região invadida pela água equivale ao acréscimo de volume do mesmo fluido no banco de óleo, ou seja:

$$AX_a\phi(S_o - S_{or}) = A(X_o - X_a)\phi(1 - S_{gr} - S_{wi} - S_o), \quad (14.142)$$

de onde se escreve que:

$$X_o = X_a \left(1 + \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{gr} - S_{wi} - S_o} \right), \quad (14.143)$$

onde X_o é distância da frente de avanço do óleo à extremidade de injeção.

Da Eq. (14.142) pode-se escrever ainda que:

$$X_o - X_a = X_a \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{gr} - S_{wi} - S_o} \right), \quad (14.144)$$

o que indica que o tamanho do banco de óleo cresce em proporção direta com X_a e, portanto, com o volume de água injetada.

Fluxo radial

Neste caso obtém-se:

$$\frac{R_o^2 - R_a^2}{R_a^2} = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{gr} - S_{wi} - S_o} \quad (14.145)$$

ou:

$$R_o = R_a \sqrt{1 + \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{gr} - S_{wi} - S_o}}, \quad (14.146)$$

onde R_o é o raio do banco de óleo.

d) Volume deslocável (de óleo) e eficiência de deslocamento

Considere um reservatório de óleo subsaturado. *Volume deslocável* (V_{DL}) é o máximo volume de óleo que se pode produzir dessa formação injetando-se nela um fluido imiscível com o óleo:

$$V_{DL} = V_p (S_o - S_{or}) = V_p (1 - S_{wi} - S_{or}), \quad (14.147)$$

onde V_p é o volume poroso do reservatório.

A *eficiência de deslocamento* (E_D) pode ser definida, por exemplo, das duas maneiras seguintes:

$$E_D = \frac{V_p (S_o - S_{or})}{V_p} = S_o - S_{or} \quad (14.148)$$

ou

$$E_D = \frac{V_p(S_o - S_{or})}{V_p(1 - S_{wi})} = \frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{wi}}. \quad (14.149)$$

De acordo com a Eq. (14.148) a eficiência de deslocamento é definida como a relação entre o volume de óleo deslocável e o volume poroso do reservatório, enquanto que na Eq. (14.149) ela é definida em relação ao volume de óleo originalmente existente.

e) Razão de mobilidades

Conforme definida na Seção 14.2.2, a razão de mobilidades é dada por:

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{k_w/\mu_w}{k_o/\mu_o}. \quad (14.150)$$

No modelo de deslocamento completo o valor de k_w deve ser avaliado a uma saturação de água $S_w = 1 - S_{gr} - S_{or}$ e o valor de k_o a uma saturação de óleo $S_o = 1 - S_{wi} - S_{gr}$.

f) Pressão de injeção antes do “fill-up”

Novamente serão considerados dois casos: fluxo linear e fluxo radial.

Fluxo linear

Admite-se que a água seja imóvel no banco de óleo, isto é, que a saturação de água conata seja igual à saturação irreduzível de água, e que a saturação de equilíbrio do gás seja nula ($S_{gr} = 0$). Admite-se também que os fluidos sejam incompressíveis. A Figura 14.40 mostra a distribuição de pressão no meio poroso.

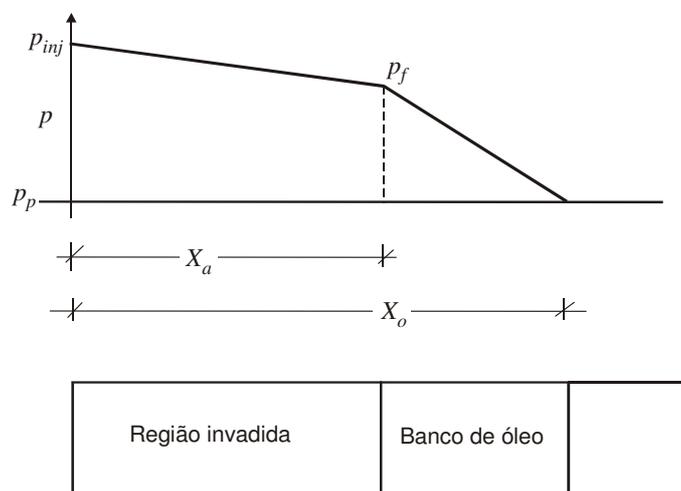


Figura 14.40 – Distribuição de pressão no reservatório antes do “fill-up” - fluxo linear (Lima, H.).

Aplicando a lei de Darcy à água e ao óleo onde eles são móveis, e empregando-se um sistema compatível de unidades, obtém-se:

$$q_w = \frac{k_w A (p_{inj} - p_f)}{\mu_w X_a} \quad (14.151)$$

e

$$q_o = \frac{k_o A (p_f - p_p)}{\mu_o (X_o - X_a)}, \quad (14.152)$$

onde p_{inj} é a pressão de injeção, p_f a pressão na frente de avanço da água e p_p a pressão na extremidade de produção, que se admite a mesma em toda a região não afetada. Como os fluidos são incompressíveis,

$$q_o = q_w = q_{inj}, \quad (14.153)$$

onde q_{inj} é a vazão de injeção de água, medida em condições de reservatório. Das Eqs. (14.151) e (14.152) pode-se escrever que:

$$(p_{inj} - p_f) + (p_f - p_p) \equiv p_{inj} - p_p \equiv \Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w X_a}{k_w A} + \frac{q_{inj} \mu_o (X_o - X_a)}{k_o A} \quad (14.154)$$

ou:

$$\Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w X_o}{k_w A} \left[M + \frac{X_a}{X_o} (1 - M) \right]. \quad (14.155)$$

De acordo com a Eq. (14.143) a relação X_a/X_o é constante. A Eq. (14.155) demonstra então que para uma vazão de injeção constante, o diferencial de pressão (ou a pressão de injeção, já que a pressão na região não afetada pode ser admitida constante) antes do “fill-up” cresce linearmente com X_o , ou seja, com o volume de água injetada. Inversamente, se a pressão de injeção for mantida constante, a vazão de injeção decrescerá linearmente com o volume acumulado de água injetada.

Fluxo radial

Aplicando os mesmos conceitos do caso anterior (fluxo linear) obtém-se a expressão:

$$\Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w}{2\pi k_w h} \left[\ln \left(\frac{R_a}{r_w} \right) + M \ln \left(\frac{R_o}{R_a} \right) \right], \quad (14.156)$$

onde r_w é o raio do poço. O crescimento da pressão de injeção com o volume de água injetada neste caso é logarítmico.

Quando a pressão de injeção for constante as Eqs. (14.155) e (14.156) servirão para calcular a vazão de injeção antes do “fill-up”.

g) Pressão de injeção após o “fill-up”

Os mesmos casos anteriores de fluxos linear e radial serão considerados.

Fluxo linear

A Figura 14.41 mostra a distribuição de pressão no reservatório após o “fill-up”.

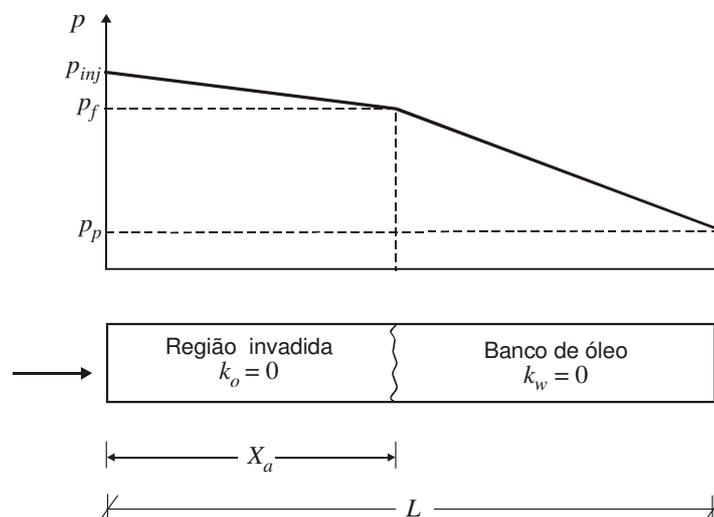


Figura 14.41 – Distribuição de pressão no reservatório após o “fill-up” – fluxo linear (Lima, H.).

Repetindo o procedimento utilizado no caso do fluxo linear antes do “fill-up” chega-se à expressão:

$$\Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w L}{k_w A} \left[M + \frac{X_a}{L} (1 - M) \right]. \quad (14.157)$$

A Eq. (14.157) mostra que, quando q_{inj} é constante, a queda de pressão (e conseqüentemente a pressão de injeção):

- decresce com o aumento de X_a quando $M > 1$.
- cresce com X_a quando $M < 1$.

Analogamente, a vazão de injeção, para Δp constante:

- cresce com X_a quando $M > 1$.
- decresce com o aumento de X_a quando $M < 1$.

A Figura 14.42 e a Figura 14.43 mostram as distribuições de pressão para os casos em que $M < 1$ e $M > 1$, respectivamente. Observa-se que a taxa de variação da pressão (inclinação da reta) na zona invadida é maior que na zona de óleo quando $M < 1$. Por outro lado, quando $M > 1$ a taxa de variação da pressão na zona invadida é menor que no banco de óleo.

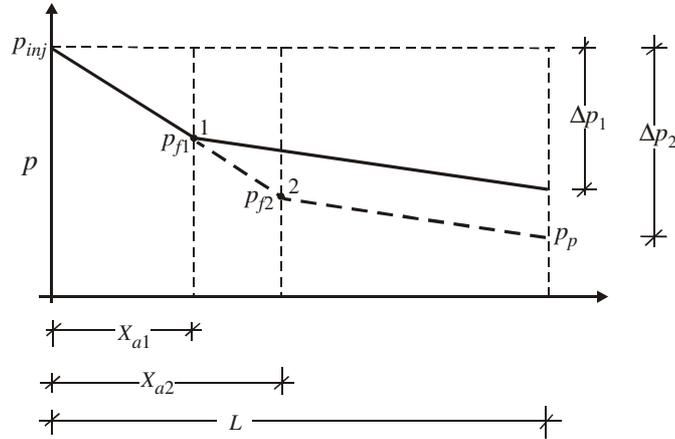


Figura 14.42 – Distribuição de pressão após o “fill-up” - fluxo linear - $M < 1$ (Lima, H.).

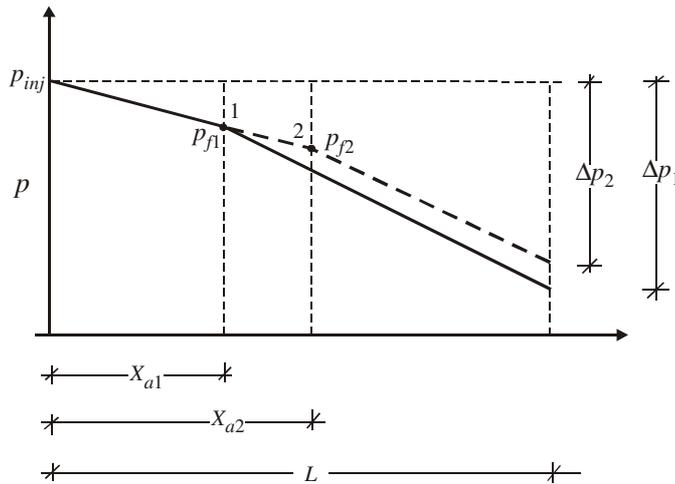


Figura 14.43 – Distribuição de pressão após o “fill-up” - fluxo linear - $M > 1$ (Lima, H.).

Fluxo radial

Por analogia com o caso anterior (fluxo radial antes do “fill-up”), deduz-se a expressão:

$$\Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w}{2\pi k_w h} \left[\ln \left(\frac{R_a}{r_w} \right) + M \ln \left(\frac{R_e}{R_a} \right) \right], \tag{14.158}$$

onde R_e é o raio de influência do poço de injeção. Da Eq. (14.158) conclui-se que, quando $M < 1$, o diferencial de pressão cresce com o crescimento de R_a . Quando $M > 1$, Δp decresce quando R_a cresce.

Das análises apresentadas deduz-se que, do ponto de vista das pressões de injeção requeridas, um valor de $M < 1$ é menos desejável do que um valor de $M > 1$, pois neste último caso os diferenciais de pressão são menores (para uma dada vazão) ou as vazões são maiores (para um dado

diferencial de pressão). No entanto, essa vantagem do caso em que $M > 1$ é anulada por desvantagens maiores, já que quanto maior a razão de mobilidades menor a eficiência de varrido horizontal². Assim, um valor de $M < 1$ já é uma importante indicação de sucesso de um projeto de injeção.

Exemplo 14.6 – Um reservatório ao ser descoberto estava subsaturado e continha $0,251 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ de óleo, com uma saturação de água conata irreduzível igual a 23%. Nas condições iniciais os fatores volume-formação do óleo e da água eram, respectivamente, $B_{oi} = 1,47 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$ e $B_{wi} = 1,00 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$. O reservatório produziu devido à sua energia primária durante certo período, ao final do qual se constatou uma saturação de gás livre igual a 8%, quando o fator volume-formação do óleo era $B_o = 1,38 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$. Nesse instante foi iniciado nesse reservatório um projeto de injeção de água com vazão de injeção igual a $300 \text{ m}^3 \text{ std/d}$, resultando no final da operação uma saturação residual de óleo de 29% e uma saturação residual de gás nula. Dados adicionais sobre o reservatório são:

Porosidade média.....	$\phi = 0,20$
Espessura da formação.....	$h = 15 \text{ m}$
Viscosidade do óleo.....	$\mu_o = 2,5 \text{ cp}$
Viscosidade da água.....	$\mu_w = 0,95 \text{ cp}$
Permeabilidade efetiva à água.....	$k_w = 152 \text{ md}$
Permeabilidade efetiva ao óleo.....	$k_o = 100 \text{ md}$

Admitindo que o fator volume-formação da água durante o projeto de injeção seja igual ao valor original e utilizando o modelo de deslocamento completo, calcule:

- O volume de água (medido em condições-padrão) necessário para se atingir o “fill-up”, supondo que a produção de óleo entre o início da injeção e o “fill-up” seja desprezível (Obs.: em muitas situações esta consideração não pode ser feita, já que a depender das saturações e das permeabilidades relativas aos fluidos a vazão de óleo pode apresentar valores não desprezíveis).
- O volume de óleo produzido até o “fill-up”, medido em condições-padrão.
- O volume de água injetado até o “breakthrough”, medido em condições-padrão.
- O índice de injetividade no instante do “fill-up”, admitindo que o modelo de injeção seja o de linha direta com $L = 400 \text{ m}$ (distância entre as linhas de injeção e de produção) e que o fluxo seja absolutamente linear.
- O volume total de óleo recuperado, medido em condições-padrão.
- O volume de água (medido em condições-padrão) necessário para se atingir o “fill-up”, considerando que entre o início da injeção e o “fill-up” haja uma produção de óleo de $23 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.
- O volume de óleo produzido até o “fill-up” (medido em condições-padrão), considerando que entre o início da injeção e o “fill-up” haja uma produção de óleo de $23 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.
- O volume de água injetado até o “breakthrough” (medido em condições-padrão), considerando que entre o início da injeção e o “fill-up” haja uma produção de óleo de $23 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.
- O índice de injetividade no instante do “fill-up”, admitindo que o modelo de injeção seja o de linha direta com $L = 400 \text{ m}$ (distância entre as linhas de injeção e de produção), que o fluxo seja absolutamente linear e que entre o início da injeção e o “fill-up” haja uma produção de óleo de $23 \text{ m}^3 \text{ std/d}$.

² Vide Seção 14.3.

- (j) O índice de injetividade se a razão de mobilidades fosse igual a 1, admitindo as demais condições do item (i).

Solução:

Parte (a):

O volume de água a ser injetado até o “fill-up” pode ser determinado pela expressão:

$$(W_{inj})_{FU} = V_p (S_g - S_{gr}) / B_w .$$

O volume poroso pode ser obtido a partir do volume original de óleo:

$$N = \frac{V_p S_{oi}}{B_{oi}} \Rightarrow V_p = \frac{NB_{oi}}{S_{oi}} = \frac{0,251 \times 10^6 \times 1,47}{(1-0,23)} = 0,479 \times 10^6 m^3 .$$

Então,

$$(W_{inj})_{FU} = 0,479 \times 10^6 \times (0,08 - 0) / 1,00 = 38,3 \times 10^3 m^3 std .$$

Parte (b):

O volume de óleo produzido até o “fill-up” pode ser determinado pela expressão:

$$(N_p)_{FU} = N - N_I ,$$

onde N_I é o volume de óleo existente no reservatório no início da injeção, dado por:

$$N_I = \frac{V_p S_o}{B_o} = \frac{V_p (1 - S_{wi} - S_g)}{B_o} = \frac{0,479 \times 10^6 \times (1 - 0,23 - 0,08)}{1,38} = 0,239 \times 10^6 m^3 std .$$

Assim,

$$(N_p)_{FU} = 0,251 \times 10^6 - 0,2395 \times 10^6 = 11,5 \times 10^3 m^3 std .$$

Parte (c):

O volume de água injetado até o “breakthrough” pode ser calculado pela equação:

$$(W_{inj})_{BT} = V_p (S_w - S_{wi}) / B_w ,$$

onde S_w é a saturação de água atrás da frente de avanço, ou seja, $S_w = 1 - S_{or}$. Portanto,

$$(W_{inj})_{BT} = V_p (1 - S_{or} - S_{wi}) / B_w = 0,479 \times 10^6 \times (1 - 0,29 - 0,23) / 1,00 = 0,23 \times 10^6 m^3 std .$$

Parte (d):

O índice de injetividade pode ser obtido da equação:

$$II \equiv \frac{Q_{inj}}{\Delta p} = \frac{k_w A}{119,6 B_w \mu_w L \left[M + \frac{X_a}{L} (1 - M) \right]} ,$$

onde:

$$M = \frac{k_w \mu_o}{\mu_w k_o} = \frac{152}{0,95} \times \frac{2,5}{100} = 4$$

$$V_p = AL\phi \Rightarrow A = V_p / (L\phi) = 0,479 \times 10^6 / (400 \times 0,20) = 5.987,5 m^2$$

$$(W_{inj})_{FU} = AX_a \phi (1 - S_{or} - S_{gr} - S_{wi}) / B_w \Rightarrow X_a = \frac{(W_{inj})_{FU} B_w}{A \phi (1 - S_{or} - S_{gr} - S_{wi})}$$

$$X_a = \frac{38,3 \times 10^3}{5.987,5 \times 0,20(1 - 0,29 - 0,23 - 0,0)} = 66,63 m .$$

Então,

$$H = \frac{152 \times 5.987,5}{119,6 \times 1,00 \times 0,95 \times 400 \times \left[4 + \frac{66,63}{400} (1 - 4) \right]} = 5,72 \frac{m^3 std / d}{kgf / cm^2} .$$

Parte (e):

O volume total de óleo produzido é dado por:

$$N_p = N_{p1} + N_{p2} ,$$

onde N_{p1} é o volume produzido antes do início da injeção e N_{p2} é o volume produzido devido à injeção. Como durante o “fill-up” não há produção de óleo, o volume N_{p1} é igual ao volume produzido até o “fill-up”, ou seja, $N_{p1} = (N_p)_{FU}$. O volume N_{p2} pode ser calculado por:

$$N_{p2} = V_p (S_o - S_{or}) / B_o = V_p (1 - S_g - S_{wi} - S_{or}) / B_o = 0,479 \times 10^6 \times (1 - 0,08 - 0,23 - 0,29) / 1,38$$

$$N_{p2} = 0,139 \times 10^6 m^3 std .$$

Assim,

$$N_p = 11,5 \times 10^3 + 0,139 \times 10^6 = 0,1505 \times 10^6 m^3 std .$$

Parte (f):

Considerando que entre o início da injeção e o “fill-up” haja uma produção de óleo igual a $Q_o = 23 m^3 std/d$, o volume de água a ser injetado até o “fill-up” pode ser determinado pela expressão:

$$(W_{inj})_{FU} = V_p (S_g - S_{gr}) / B_w + Q_o B_o t_{FU} / B_w ,$$

onde t_{FU} é o tempo de “fill-up”, dado por:

$$t_{FU} = (W_{inj})_{FU} / Q_{inj} ,$$

onde Q_{inj} é a vazão de injeção medida em condições-padrão ($m^3 std/d$). Substituindo a última equação na penúltima obtém-se:

$$(W_{inj})_{FU} = \frac{V_p (S_g - S_{gr})}{B_w - Q_o B_o / Q_{inj}} = \frac{0,479 \times 10^6 \times (0,08 - 0,00)}{1,00 - (23 \times 1,38) / 300} = 42,9 \times 10^3 m^3 std .$$

Parte (g):

O volume de óleo produzido até o “fill-up”, neste caso, é dado por:

$$(N_p)_{FU} = N_{p1} + Q_o t_{FU} ,$$

onde N_{p1} é o volume produzido até o “fill-up” admitindo que não haja produção de óleo durante o enchimento, calculado no item (b), e:

$$t_{FU} = (W_{inj})_{FU} / Q_{inj} = 42,9 \times 10^3 / 300 = 143 d .$$

Logo,

$$(N_p)_{FU} = 11,5 \times 10^3 + 23 \times 143 = 14,8 \times 10^3 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

Parte (h):

O volume de água injetado até o “breakthrough” não é afetado pelo fato de haver uma produção de óleo entre o início da injeção e o “fill-up”, sendo portanto o mesmo valor calculado no item (c):

$$(W_{inj})_{BT} = 0,23 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

Parte (i):

O índice de injetividade é dado pela expressão:

$$II \equiv \frac{Q_{inj}}{\Delta p} = \frac{k_w A}{119,6 B_w \mu_w L \left[M + \frac{X_a}{L} (1 - M) \right]} ,$$

onde a posição da frente de avanço da água é:

$$X_a = \frac{(W_{inj})_{FU} B_w}{A \phi (1 - S_{or} - S_{wi} - S_{gr})} = \frac{42,9 \times 10^3 \times 1,00}{5.987,5 \times 0,20 (1 - 0,29 - 0,23 - 0,0)} = 74,63 \text{ m} .$$

Assim,

$$II = \frac{152 \times 5.987,5}{119,6 \times 1,00 \times 0,95 \times 400 \times \left[4 + \frac{74,63}{400} (1 - 4) \right]} = 5,82 \frac{\text{m}^3 \text{ std} / \text{d}}{\text{kgf} / \text{cm}^2} .$$

Parte (j):

Se a razão de mobilidades é unitária o índice de injetividade é dado por:

$$II \equiv \frac{Q_{inj}}{\Delta p} = \frac{k_w A}{119,6 B_w \mu_w L} .$$

Se a razão de mobilidades é unitária, então:

$$\frac{k_w}{\mu_w} = \frac{k_o}{\mu_o} .$$

Como as características do óleo não podem ser alteradas em um processo convencional de injeção de água, as características da água injetada é que devem ser alteradas. Portanto,

$$\frac{k_w}{\mu_w} = \frac{k_o}{\mu_o} = \frac{100}{2,5}$$

e

$$II = \frac{100 \times 5.987,5}{119,6 \times 1,00 \times 2,5 \times 400} = 5,00 \frac{\text{m}^3 \text{ std} / \text{d}}{\text{kgf} / \text{cm}^2} .$$

14.5.2. Modelo de Buckley-Leverett

Em 1942, Buckley & Leverett apresentaram um desenvolvimento matemático para o deslocamento de fluidos não miscíveis no qual se encontra a chamada *equação da taxa de avanço frontal*, que juntamente com a *equação do fluxo fracionário* apresentada por Leverett (1941) em um trabalho anterior, compõem o que se costuma chamar de *modelo de Buckley-Leverett* para o deslocamento de fluidos não miscíveis.

O modelo de Buckley-Leverett se baseia na idéia de que o fluido injetado ao penetrar no meio poroso age como se fosse um *pistão com vazamento* (do inglês “leaky piston”). Esse *pistão* vai empurrando o fluido a ser deslocado para fora dos poros, porém, em decorrência do *vazamento*, uma certa quantidade de fluido vai ficando para trás. Isso significa que na região que já foi invadida pelo fluido injetado ocorre fluxo simultâneo dos dois fluidos.

Na dedução das equações a serem apresentadas foram feitas as seguintes considerações: o fluxo acontece em um meio poroso linear, homogêneo e isotrópico, os fluidos são considerados incompressíveis e não ocorre mudança de fases.

Como a teoria foi desenvolvida considerando-se que os fluidos são incompressíveis, ela é bastante adequada para descrever o deslocamento de óleo por água. Entretanto, apesar de ter sido desenvolvida para fluidos incompressíveis, a teoria pode também ser utilizada para o estudo do deslocamento de óleo por gás.

Posteriormente foi apresentado por Welge (1952) um desenvolvimento da teoria para o cálculo de saturações médias nas regiões invadidas, as quais são utilizadas para a determinação da eficiência do deslocamento.

Neste texto estão apresentadas as deduções das equações do fluxo fracionário, da taxa de avanço frontal e da saturação média atrás de uma frente de avanço.

a) Equação do fluxo fracionário

Suponha o fluxo de dois fluidos imiscíveis, água e óleo por exemplo, através de um elemento de meio poroso homogêneo em forma de paralelepípedo, com seção transversal A e um ângulo de inclinação em relação à horizontal igual a α , conforme mostra a Figura 14.44. Admita que o fluxo esteja ocorrendo de baixo para cima.

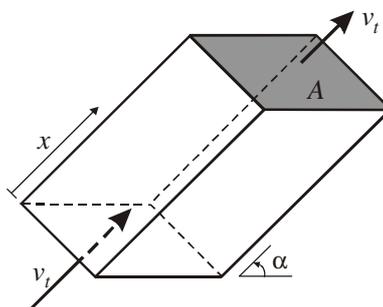


Figura 14.44 – Fluxo linear inclinado de dois fluidos imiscíveis.

Como os fluidos são considerados incompressíveis, tanto a vazão total q_t como a taxa de fluxo v_f são constantes. A velocidade de cada um dos fluidos pode ser descrita pela lei de Darcy:

$$v_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} + g \rho_o \text{sen } \alpha \right) \quad (14.159)$$

e

$$v_w = -\frac{k_w}{\mu_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} + g \rho_w \text{sen } \alpha \right). \quad (14.160)$$

Os termos v_o e v_w são respectivamente a taxa de fluxo do óleo e a taxa de fluxo da água por unidade de área aberta ao fluxo, ou seja, por unidade de área de seção reta normal à direção do fluxo. Em outras palavras, v_o e v_w são iguais aos quocientes das vazões de óleo q_o e de água q_w , pela área aberta ao fluxo A , respectivamente. Os termos $\partial p_o/\partial x$ e $\partial p_w/\partial x$ são os gradientes de pressão na direção do fluxo nas fases óleo e água, respectivamente, e ρ_o e ρ_w são as massas específicas do óleo e da água.

As Eqs. (14.159) e (14.160) podem ser rearrumadas do seguinte modo:

$$\frac{v_o \mu_o}{k_o} = -\left(\frac{\partial p_o}{\partial x} + g \rho_o \text{sen } \alpha \right) \quad (14.161)$$

e

$$\frac{v_w \mu_w}{k_w} = -\left(\frac{\partial p_w}{\partial x} + g \rho_w \text{sen } \alpha \right). \quad (14.162)$$

Subtraindo a Eq. (14.162) da Eq. (14.161) obtém-se:

$$\frac{v_o \mu_o}{k_o} - \frac{v_w \mu_w}{k_w} = -\left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \frac{\partial p_w}{\partial x} \right) - (\rho_o - \rho_w) g \text{sen } \alpha. \quad (14.163)$$

A diferença entre as pressões na fase óleo, p_o , e na fase água, p_w , é a pressão capilar, p_c . Dessa maneira, a diferença entre os gradientes de pressão que aparece na Eq. (14.163) pode ser substituída pelo gradiente de pressão capilar $\partial p_c/\partial x$:

$$\frac{\partial p_c}{\partial x} = \frac{\partial p_o}{\partial x} - \frac{\partial p_w}{\partial x}. \quad (14.164)$$

Do mesmo modo, a diferença entre a massa específica da água e a massa específica do óleo pode ser substituída por $\Delta\rho$:

$$\Delta\rho = \rho_w - \rho_o. \quad (14.165)$$

Assim, substituindo as Eqs. (14.164) e (14.165) na Eq. (14.163) obtém-se:

$$\frac{v_o \mu_o}{k_o} - \frac{v_w \mu_w}{k_w} = -\frac{\partial p_c}{\partial x} + \Delta\rho g \text{sen } \alpha \quad (14.166)$$

ou

$$v_o - v_w \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o} = -\frac{k_o}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} - \Delta\rho g \text{sen } \alpha \right). \quad (14.167)$$

A taxa total de fluxo v_t é igual à soma da taxa de fluxo do óleo v_o com a taxa de fluxo da água v_w , ou seja:

$$v_t = v_o + v_w. \quad (14.168)$$

Dividindo-se a Eq. (14.167) pela taxa total de fluxo v_t , obtém-se:

$$\frac{v_o}{v_t} - \frac{v_w}{v_t} \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o} = -\frac{k_o}{\mu_o v_t} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} - \Delta\rho g \text{sen } \alpha \right). \quad (14.169)$$

Define-se *fluxo fracionário* de um fluido como o quociente entre a taxa de fluxo desse fluido e a taxa total de fluxo. Assim, o *fluxo fracionário de água*, normalmente representado pelo símbolo f_w , é a relação entre a taxa de fluxo da água, v_w , e a taxa de fluxo total, v_t . Do mesmo modo o *fluxo fracionário de óleo* (f_o) é a relação entre a taxa de fluxo do óleo e a taxa total. Têm-se então as seguintes relações:

$$f_w = \frac{v_w}{v_t}, \quad (14.170)$$

$$f_o = \frac{v_o}{v_t} \quad (14.171)$$

e

$$f_w + f_o = 1 \Rightarrow f_o = 1 - f_w. \quad (14.172)$$

Substituindo as Eqs. (14.170), (14.171) e (14.172) na Eq. (14.169) e explicitando f_w obtém-se a seguinte equação para o fluxo fracionário de água:

$$f_w = \frac{1 + \frac{k_o}{\mu_o v_t} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} - \Delta \rho g \sin \alpha \right)}{1 + \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\mu_w}{k_w}}. \quad (14.173)$$

Para o caso em que o fluxo é horizontal e por consequência o termo $\sin \alpha$ é igual a zero, ou quando os efeitos gravitacionais são desprezíveis, a Eq. (14.173) assume a seguinte forma:

$$f_w = \frac{1 + \frac{k_o}{\mu_o v_t} \frac{\partial p_c}{\partial x}}{1 + \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\mu_w}{k_w}}. \quad (14.174)$$

O termo referente à pressão capilar não é conhecido, nem facilmente calculável, o que acrescenta uma dificuldade extra à dedução das equações. Supondo então que o gradiente da pressão capilar (mas não a pressão capilar) possa ser desprezado, a equação do fluxo fracionário de água se reduz a:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_o}{\mu_o} \frac{\mu_w}{k_w}}. \quad (14.175)$$

Na forma da Eq. (14.175) o fluxo fracionário é função apenas das viscosidades dos fluidos e das permeabilidades efetivas ou relativas. A partir das curvas de permeabilidades relativas de um meio poroso, da viscosidade do óleo ali residente e da viscosidade da água que vai deslocá-lo, pode-se construir uma curva de *fluxo fracionário de água versus saturação de água* para o deslocamento.

A Figura 14.45 apresenta uma curva típica do comportamento do fluxo fracionário de água com a saturação de água.

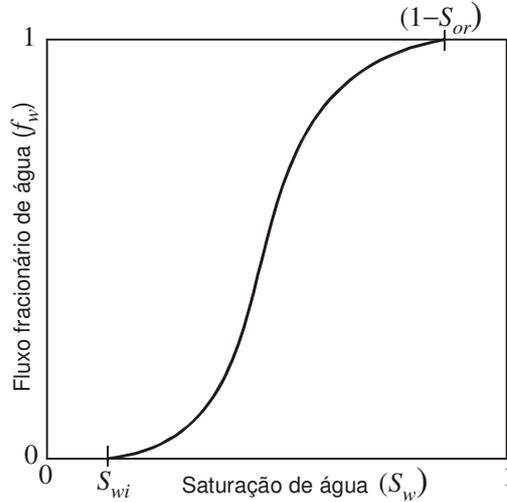


Figura 14.45 – Curva do fluxo fracionário de água.

Admita um meio poroso que contém inicialmente água conata na forma irreduzível ($S_w = S_{wi}$) e óleo que vai ser deslocado por água. Como a saturação de água é irreduzível, a sua permeabilidade relativa é igual a zero e em consequência o fluxo fracionário de água é também igual a zero. O fluxo fracionário de óleo é igual a 100% do fluxo total.

Observando-se um determinado ponto no meio poroso, à medida que a saturação de água vai aumentando devido à injeção, o fluxo fracionário de água vai aumentando e o fluxo de óleo diminuindo. Quando finalmente a saturação de água atinge o seu valor máximo, correspondente à saturação de óleo residual (S_{or}), o fluxo fracionário de água é igual a 1 e o de óleo igual a zero.

b) Equação da taxa de avanço frontal

Considere um elemento de um meio poroso homogêneo, linear, horizontal, no qual se deslocam dois fluidos homogêneos, imiscíveis e incompressíveis, água e óleo. Para se estudar o fluxo, será tomado um elemento de volume representativo do sistema, de comprimento Δx e seção reta A , conforme mostra a Figura 14.46, sendo que o fluido penetra através da face localizada na posição x e sai através da face localizada na posição $x + \Delta x$.

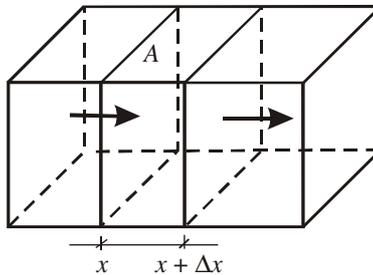


Figura 14.46 – Elemento de meio poroso.

Aplicando-se o princípio da conservação da massa, pode-se dizer que durante um certo intervalo de tempo, a massa de água que penetra no elemento de rocha, menos a massa de água que sai, é igual ao acúmulo de massa de água no interior do elemento:

$$\text{massa que entrou} - \text{massa que saiu} = \text{massa acumulada.}$$

As vazões de massa de água entrando e saindo do meio poroso são expressas respectivamente pelas seguintes equações:

$$\text{Vazão de massa entrando} \rightarrow (v_w \rho_w A)_x \quad (14.176)$$

e

$$\text{Vazão de massa saindo} \rightarrow (v_w \rho_w A)_{x+\Delta x} \quad (14.177)$$

A massa de água que entrou e a massa que saiu durante um intervalo de tempo Δt são dadas pelas equações:

$$\text{Massa que entrou} \rightarrow (v_w \rho_w A)_x \Delta t \quad (14.178)$$

e

$$\text{Massa que saiu} \rightarrow (v_w \rho_w A)_{x+\Delta x} \Delta t \quad (14.179)$$

A variação da massa de água no interior do meio poroso é calculada como a diferença entre a massa que entrou e a que saiu:

$$\Delta m_w = [(v_w \rho_w A)_x - (v_w \rho_w A)_{x+\Delta x}] \Delta t \quad (14.180)$$

A variação da massa de água no interior do meio poroso também pode ser obtida calculando-se a diferença entre a massa existente no início do intervalo de tempo, ou seja, no instante t , e a massa presente no final do intervalo de tempo considerado, ou seja, no instante $t + \Delta t$:

$$\text{No instante } t: \rightarrow (A \Delta x \phi S_w \rho_w)_t \quad (14.181)$$

e

$$\text{No instante } t + \Delta t: \rightarrow (A \Delta x \phi S_w \rho_w)_{t+\Delta t} \quad (14.182)$$

Portanto:

$$\Delta m_w = (A \Delta x \phi S_w \rho_w)_{t+\Delta t} - (A \Delta x \phi S_w \rho_w)_t \quad (14.183)$$

Igualando as Eqs. (14.180) e (14.183) e lembrando que, de acordo com considerações anteriores, A , ϕ e ρ são constantes, chega-se à expressão:

$$[(v_w)_x - (v_w)_{x+\Delta x}] \Delta t = \phi \Delta x [(S_w)_{t+\Delta t} - (S_w)_t] \quad (14.184)$$

Dividindo-se a Eq. (14.184) pelo produto $(\Delta x \Delta t)$ obtém-se:

$$\frac{(v_w)_x - (v_w)_{x+\Delta x}}{\Delta x} = \phi \frac{(S_w)_{t+\Delta t} - (S_w)_t}{\Delta t} \quad (14.185)$$

Utilizando a definição de derivada a Eq. (14.185) pode ser escrita como:

$$-\frac{\partial v_w}{\partial x} = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (14.186)$$

O mesmo desenvolvimento pode ser feito para o óleo, obtendo-se para este fluido uma equação semelhante:

$$-\frac{\partial v_o}{\partial x} = \phi \frac{\partial S_o}{\partial t}. \quad (14.187)$$

Somadas, as Eqs. (14.186) e (14.187) resultam em:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(v_w + v_o) = \phi \frac{\partial}{\partial t}(S_w + S_o). \quad (14.188)$$

A velocidade aparente de cada um dos dois fluidos, considerando-se um sistema horizontal, pode ser escrita, utilizando-se a equação de Darcy, como:

$$v_w = -\frac{k_w}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} = -\lambda_w \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (14.189)$$

e

$$v_o = -\frac{k_o}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} = -\lambda_o \frac{\partial p_o}{\partial x}, \quad (14.190)$$

onde os termos λ_o e λ_w são chamados, respectivamente, de mobilidade do óleo e mobilidade da água.

Se os efeitos capilares são desprezados, a diferença de pressão entre a fase óleo e a fase água é igual a zero e por consequência a pressão na fase óleo e a pressão na fase água são iguais, ou seja:

$$p_o = p_w = p. \quad (14.191)$$

Dessa maneira as equações das velocidades aparentes da água e do óleo podem ser reescritas do seguinte modo:

$$v_w = -\lambda_w \frac{\partial p}{\partial x} \quad (14.192)$$

e

$$v_o = -\lambda_o \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (14.193)$$

Substituindo a Eq. (14.192) na Eq. (14.186):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_w \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}. \quad (14.194)$$

A velocidade aparente total dos fluidos, ou seja, o quociente da vazão total q_t pela área A , é igual à soma das velocidades aparentes da água e do óleo:

$$v_t = v_w + v_o = -(\lambda_w + \lambda_o) \frac{\partial p}{\partial x} = -\lambda_t \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (14.195)$$

onde $\lambda_t = \lambda_w + \lambda_o$ é a mobilidade total do sistema. Da Eq. (14.195) escreve-se que:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{v_t}{\lambda_t}. \quad (14.196)$$

Substituindo-se a Eq. (14.196) na Eq. (14.194):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\lambda_w \frac{v_t}{\lambda_t} \right) = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}. \quad (14.197)$$

Como os fluidos são considerados incompressíveis o termo velocidade total pode ser retirado da derivada, resultando na expressão:

$$-v_t \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda_w}{\lambda_t} \right) = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}. \quad (14.198)$$

Como já foi dito anteriormente, a relação entre a vazão de água e a vazão total de fluidos é chamada de fluxo fracionário de água. Verifica-se facilmente que essa relação é igual ao quociente entre a velocidade aparente da água e a velocidade aparente total dos fluidos, que por sua vez é igual ao quociente entre as mobilidades da água e total. Assim:

$$f_w = \frac{q_w}{q_t} = \frac{v_w}{v_t} = \frac{\lambda_w}{\lambda_t}. \quad (14.199)$$

Com isso a Eq. (14.198) se transforma em:

$$-v_t \frac{\partial}{\partial x} (f_w) = \phi \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (14.200)$$

de onde se obtém finalmente:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{q_t}{A\phi} \frac{\partial f_w}{\partial x}. \quad (14.201)$$

Até este ponto, para a dedução das equações foi tomado um elemento infinitesimal do meio poroso no qual está havendo fluxo simultâneo dos dois fluidos. Como a partir de agora as expressões serão desenvolvidas para o meio poroso como um todo, algumas considerações se fazem necessárias para um melhor entendimento do assunto. Suponha que o meio poroso, onde a injeção de água vai ser feita, seja linear e contenha inicialmente óleo e água conata irredutível. Se forem traçadas seções retas do meio poroso, todas elas apresentarão o mesmo valor de saturação de água e também o mesmo valor para a saturação de óleo. A injeção de água vai provocar uma mudança na distribuição das saturações, de maneira que após algum tempo, diferentes seções apresentarão diferentes valores de saturação. A saturação nos diversos pontos do meio vai mudando com o tempo.

Após um certo tempo de injeção, verifica-se que nas proximidades do ponto de injeção aconteceram grandes mudanças na saturação de água, enquanto que podem existir pontos que ainda não foram afetados pela injeção. Pode-se imaginar a distribuição de fluidos como uma série de planos de saturação paralelos, dispostos perpendicularmente à direção de fluxo e que vão se deslocando dentro do meio poroso. A saturação de água é então função da posição dentro do meio poroso e do tempo de injeção. Por outro lado, o fluxo fracionário é função apenas da saturação. Assim:

$$S_w = S_w(x,t) \quad (14.202)$$

e

$$f_w = f_w(S_w), \quad (14.203)$$

de onde se pode escrever que:

$$\frac{\partial f_w}{\partial x} = \frac{df_w}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial x}. \quad (14.204)$$

Substituindo a Eq. (14.204) na Eq. (14.201) resulta em:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} \right), \quad (14.205)$$

de onde se pode tirar a expressão:

$$-\frac{\frac{\partial S_w}{\partial t}}{\frac{\partial S_w}{\partial x}} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right). \quad (14.206)$$

Da Eq. (14.202) pode-se tirar que o diferencial total de S_w é :

$$dS_w = \frac{\partial S_w}{\partial x} dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} dt. \quad (14.207)$$

Se for tomado um plano de saturação de água constante se deslocando através do meio poroso, sua diferencial total é igual a zero, isto é, $dS_w = 0$, o que resulta em:

$$\frac{\partial S_w}{\partial x} dx + \frac{\partial S_w}{\partial t} dt = 0, \quad (14.208)$$

ou seja:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{S_w} = - \frac{\frac{\partial S_w}{\partial t}}{\frac{\partial S_w}{\partial x}}. \quad (14.209)$$

Substituindo a Eq. (14.209) na Eq. (14.206) obtém-se uma expressão para a velocidade de avanço de um determinado plano (ou frente) de saturação de água S_w :

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_w}. \quad (14.210)$$

A Eq. (14.210) estabelece que a velocidade com que uma dada saturação de água se desloca dentro do meio poroso é igual ao produto da velocidade total real dos fluidos ($q_t/A\phi$) pela variação do fluxo fracionário de água devida à variação da saturação de água.

A integração da Eq. (14.210) em relação ao tempo, para uma determinada saturação S_w constante, resulta numa expressão que estabelece a que distância x_{S_w} do ponto de injeção se encontra o ponto que tem essa saturação S_w considerada. Então:

$$\int_0^{x_{S_w}} dx = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right) \int_0^t dt, \quad (14.211)$$

de onde se obtém:

$$x_{S_w} = \frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_w} \quad (14.212)$$

ou

$$x_{S_w} = \frac{V_{winj}}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_w}, \quad (14.213)$$

onde V_{winj} é o volume total de água injetado até o instante considerado, ou seja, o produto da vazão de injeção (medida em condições de reservatório) pelo tempo. A Eq. (14.213) também pode ser escrita como:

$$x_{S_w} = \frac{W_{inj} B_w}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_w}, \quad (14.214)$$

onde W_{inj} é o volume de água injetado acumulado, medido em condições-padrão.

A Eq. (14.213) pode ser utilizada para calcular a que distância do ponto de injeção se encontra qualquer valor de saturação, após um certo tempo de injeção de água. Na verdade, pode-se associar qualquer posição dentro do meio poroso (ou qualquer seção) com um valor de saturação de água, por meio da Eq. (14.213). O termo (df_w/dS_w) que aparece nessa equação é obtido a partir da curva de fluxo fracionário, para a saturação de água considerada. Com esses dados podem ser traçados diagramas de *distribuição de saturação versus distância*, conforme exemplifica a Figura 14.47.

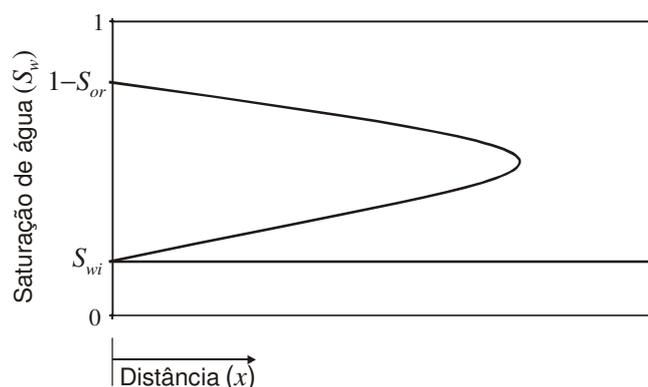


Figura 14.47 – Curva de saturação de água versus distância do ponto de injeção.

A observação da Figura 14.47, no entanto, mostra que existe uma certa discordância entre o resultado matemático e o comportamento físico real. Existem posições que apresentam, segundo o gráfico, três valores de saturação, o que é fisicamente impossível. Entretanto, existe uma interpretação do gráfico que pode levar a algumas conclusões interessantes. Diz-se que a curva tem uma parte real, que é a região que interessa, e uma parte imaginária. A parte real começa no ponto de coordenadas $x = 0$ e $S_w = (1 - S_{or})$ e vai até o ponto de coordenadas $x = x_f$ e $S_w = S_{wf}$, onde existe uma descontinuidade, que recebe o nome de *frente de avanço da água* (representada pelo subscrito f), corresponde à parte dianteira da zona invadida pela água, ou seja, a posição mais avançada que a água de injeção alcançou até então. As coordenadas x_f e S_{wf} desse ponto recebem respectivamente os nomes de *posição da frente de avanço* e *saturação da frente de avanço*.

A Figura 14.48 mostra como os parâmetros x_f e S_{wf} podem ser encontrados.

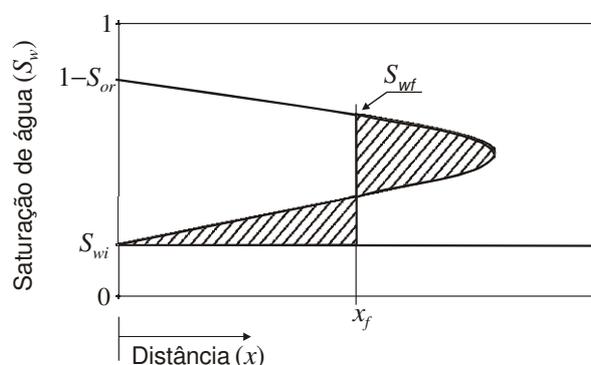


Figura 14.48 – Determinação de x_f e S_{wf} .

Traça-se uma linha vertical definindo-se duas regiões, áreas hachuradas, limitadas pela curva, conforme está mostrado na figura. Se a linha vertical for colocada na posição correta, isto é, na posição exata da frente de avanço, as áreas definidas por ela e pela curva serão iguais. A saturação da frente de avanço corresponde ao ponto em que essa linha vertical intercepta a parte superior da curva. O resultado final está apresentado na Figura 14.49.

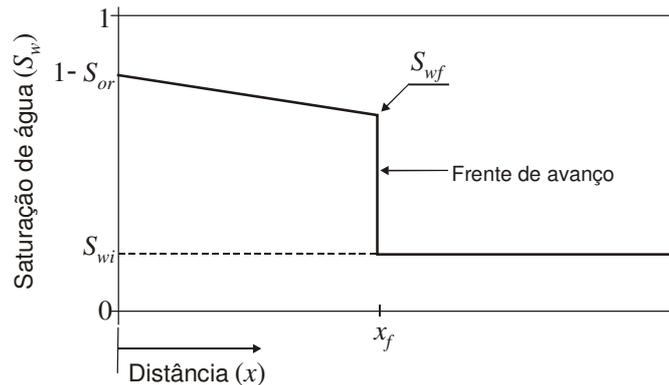


Figura 14.49 – Posição da frente de avanço da água.

O deslocamento se processa então do seguinte modo: o fluido injetado, ao penetrar no meio poroso, cria uma frente de avanço que vai deslocando o fluido residente quase como se fosse um pistão. Existe na frente de avanço uma variação brusca de saturação entre a região já invadida e a região ainda não invadida. Esse comportamento pode ser verificado na prática. A saturação da frente de avanço depende das características da rocha e dos fluidos envolvidos. Como o deslocamento não é completo, uma certa quantidade de óleo vai ficando para trás, de tal maneira que na região invadida existe uma quantidade de fluido a ser deslocado. A contínua injeção de água vai conduzindo a uma contínua redução da saturação de óleo nessa região, podendo chegar a valores bem próximos da saturação residual (irredutível).

Quando, no cálculo do fluxo fracionário de água e por conseguinte no cálculo de (df_w/dS_w) , são introduzidos os efeitos da capilaridade e da aceleração da gravidade, a curva de *distribuição de saturação* versus *distância* assume a feição mostrada na Figura 14.50, em que a frente de avanço da água tem uma forma de **S**.

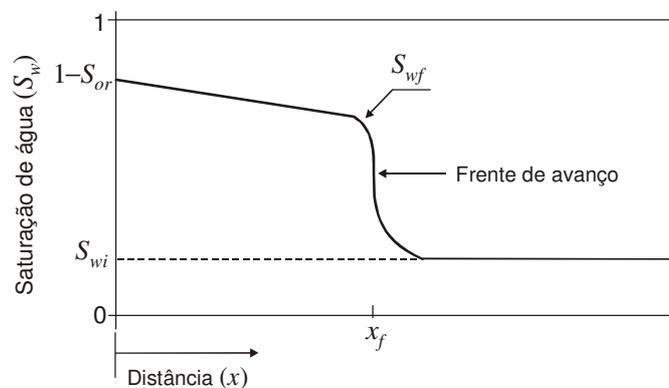
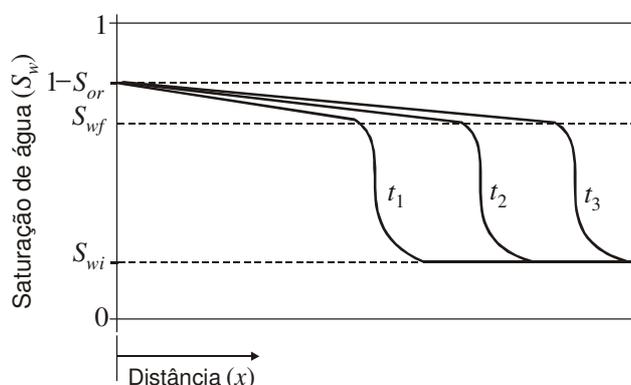


Figura 14.50 – Distribuição real de saturação no deslocamento de óleo por água.

O gradiente de pressão capilar causado pelo gradiente de saturação da descontinuidade pode assumir valores bastante elevados, convertendo a frente de avanço em uma zona de transição.

Observe que o processo de obtenção da posição e da saturação da frente de avanço pode ser empregado em qualquer época entre o início da injeção e o “breakthrough”, que é o nome que se dá ao início da produção do fluido injetado.

Para volumes injetados diferentes têm-se diferentes posições da frente de avanço, entretanto, a saturação da frente é sempre a mesma. A Figura 14.51 apresenta curvas de *saturação de água* versus *distância* para diferentes tempos de injeção.

**Figura 14.51** – Curvas de *saturação de água* versus *distância* para diferentes tempos de injeção.

O deslocamento acontece em duas zonas ou intervalos de saturação distintos: uma em que todos os pontos se movem com a mesma velocidade e que se chama *zona estabilizada* e outra em que os pontos de saturação vão se afastando durante todo o processo, chamada de *zona não estabilizada*. A zona estabilizada é o intervalo que vai da saturação inicial do fluido injetado até a saturação do mesmo fluido na frente de avanço. A zona não estabilizada vai da saturação da frente de avanço até o valor máximo de saturação possível para o fluido injetado e que corresponde à saturação irreduzível (residual) do fluido deslocado. Esses dois intervalos de saturação estão destacados entre linhas tracejadas na Figura 14.51.

Voltando à Eq. (14.210), se os pontos da zona estabilizada têm a mesma velocidade é porque a tangente à curva de fluxo fracionário no intervalo é constante. Isso só pode acontecer se o gráfico do fluxo fracionário no intervalo for uma linha reta, como sugerido na Figura 14.52.

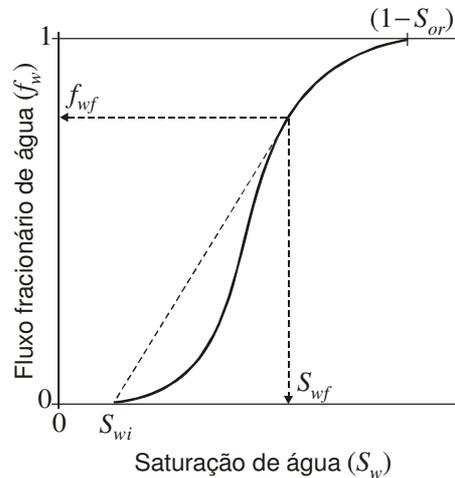


Figura 14.52 – Curva real do fluxo fracionário de água.

O trecho em questão é então substituído por uma linha reta tangente à curva, passando pelo ponto cuja coordenada é a saturação inicial de água (S_{wi}). De acordo com Smith (1975), a substituição da referida parte da curva por uma linha reta equivale a reconduzir à expressão do fluxo fracionário o termo referente à pressão capilar que foi suprimido anteriormente, por insuficiência de dados. Ainda de acordo com o mesmo autor, traçar uma tangente à curva de fluxo fracionário passando pela saturação inicial de água equivale ao processo empregado na Figura 14.48 para obtenção da saturação e da posição da frente de avanço. O valor da saturação de água no ponto de tangência da Figura 14.52 é o mesmo encontrado na Figura 14.48 para a frente de avanço. Graças a essa equivalência tem-se um processo gráfico simples e rápido para a obtenção da saturação e do fluxo fracionário correspondentes à frente de avanço.

Conforme mostra a Figura 14.49, durante um processo de deslocamento imiscível (injeção de água em um reservatório de óleo, por exemplo) a saturação do fluido deslocante na região invadida é maior ou igual à saturação da frente de avanço desse fluido. Assim, em princípio a parte da curva de fluxo fracionário, e conseqüentemente das curvas de permeabilidade relativa, para $S_{wi} \leq S_w < S_{wf}$ não seria utilizada nos estudos de previsão do comportamento de reservatórios de óleo submetidos à injeção de água. No entanto, quando é usado um simulador numérico de fluxo para estudar o comportamento desse tipo de sistema, a presença de dispersão numérica resulta no aparecimento de saturações de água menores que a saturação da frente de avanço. Esse efeito é semelhante ao que é provocado pela capilaridade, ilustrado na Figura 14.50. Com isso, são observadas saturações menores que a da frente de avanço da água, sendo então necessário que estejam disponíveis valores de permeabilidade relativa para o intervalo $S_{wi} \leq S_w < (1 - S_{or})$. Uma alternativa para evitar o aparecimento ou pelo menos minimizar a presença da dispersão numérica seria o refinamento da malha de simulação. Essa alternativa, porém, geralmente não é viável, devido ao excessivo crescimento do tempo computacional requerido.

Uma outra situação na qual se torna imprescindível o conhecimento de valores de permeabilidade relativa para o intervalo $S_{wi} \leq S_w < (1 - S_{or})$, isto é, para todo o intervalo possível de trabalho, é quando o óleo do reservatório possui alta viscosidade. Neste caso há uma razão física para a existência de baixas saturações do fluido injetado (água, no exemplo considerado) na região invadida, já que o formato da curva de fluxo fracionário desse fluido resulta em uma pequena saturação da frente de avanço.

Apesar de não se ter meios para calcular o termo referente à pressão capilar, que foi desprezado na equação do fluxo fracionário, alguns aspectos interessantes podem ser revelados a partir da sua análise. Aplicando-se a regra da cadeia, a variação da pressão capilar pode ser desdobrada nos termos *variação da pressão capilar com a variação de saturação* e *variação da saturação com a distância*:

$$\frac{\partial p_c}{\partial x} = \frac{\partial p_c}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x}. \quad (14.215)$$

A variação da pressão capilar com a saturação de água tem valor negativo, como se pode verificar e obter facilmente em um gráfico de *pressão capilar versus saturação*. Por outro lado, sabe-se que o termo $\partial S_w / \partial x$, apesar de não ser obtido facilmente, é também negativo uma vez que, de acordo com a distribuição mostrada na Figura 14.50, a saturação de água diminui com a distância. Conclui-se portanto que $\partial p_c / \partial x$ é positivo e o seu efeito é aumentar o fluxo fracionário. Em regiões onde a variação de saturação com a distância é grande, como é o caso da zona estabilizada, esse efeito é significativo. Na zona não estabilizada, como a variação de saturação é pequena, esse efeito é pouco significativo. Portanto, o termo $(k_r \mu_o v_r) (\partial p_c / \partial x)$ que foi suprimido na dedução da equação deve corresponder à diferença entre a curva de fluxo fracionário calculada e a linha reta tangente à curva e que corresponde à frente de avanço. Como já foi dito, a contribuição da capilaridade na restante da curva é desprezível. Entretanto, como o interesse geralmente se direciona para o cálculo do tempo de “breakthrough”, ou seja, do tempo em que tem início a produção do fluido injetado, e para os estágios seguintes, em que todo o meio poroso corresponde à zona não estabilizada, a não inclusão da capilaridade torna-se irrelevante para os cálculos.

c) Saturações médias

A eficiência de um processo de deslocamento de um fluido por outro em um meio poroso pode ser verificada a partir da variação de saturação dentro das áreas que foram invadidas pelo fluido injetado. Uma maior quantidade de fluido injetado retido no meio poroso significa que houve um deslocamento mais eficiente do fluido que anteriormente estava alojado nesse meio. O comportamento das saturações dos fluidos dentro da zona invadida é, portanto, outro importante aspecto contemplado no estudo do deslocamento de fluidos.

No esquema mostrado na Figura 14.53, em que aparece a distribuição de saturação de água após a injeção de um certo volume V_{winj} de água, entre o ponto zero e a posição da frente de avanço existem vários valores de saturação de tal modo que um valor representativo da região pode ser a saturação média.

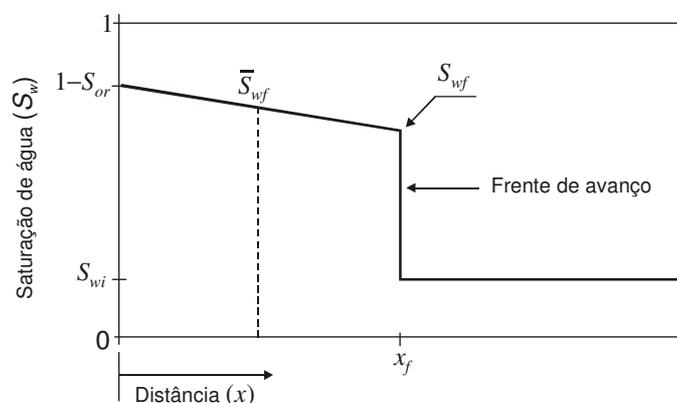


Figura 14.53 – Saturação média de água atrás da frente de avanço da água.

O esquema apresenta a frente de avanço e uma região invadida que recebe o nome de *zona atrás da frente de avanço*. A saturação média dessa região é chamada de *saturação média atrás da frente de avanço* (\bar{S}_{wf}). Esse valor médio pode estar situado em um ponto qualquer dentro da zona invadida, não necessariamente na posição intermediária. Deve ser observado que o valor médio da saturação independe da posição da frente de avanço, e sim apenas do intervalo envolvido, que no caso vai do valor de saturação no ponto zero, que é igual a $(1 - S_{or})$, até a saturação da frente de avanço.

Welge (1952) desenvolveu uma relação para o cálculo da saturação média atrás de uma frente de saturação qualquer. Tomando-se a situação ilustrada na Figura 14.53, a saturação média atrás da frente de avanço é dada por:

$$\bar{S}_{wf} = \frac{\int_0^{x_f} S_w dx}{\int_0^{x_f} dx} \quad (14.216)$$

Deve ser lembrado que são válidas as seguintes condições:

$$x=0 \Rightarrow S_w=1-S_{or} \Rightarrow f_w=1 \text{ e } f'_w=0 \quad (14.217)$$

e

$$x=x_f \Rightarrow S_w=S_{wf} \Rightarrow f_w=f_{wf} \text{ e } f'_w=f'_{wf} \quad (14.218)$$

A condição de que $f_w=1$ para $S_w=1-S_{or}$ pode ser visualizada no gráfico da Figura 14.52, enquanto que a condição de que nesse ponto $f'_w=0$ é obtida observando-se que, de acordo com a Figura 14.51, a velocidade do plano de saturação $S_w=1-S_{or}$ é nula, o que implica que, de acordo com a Eq. (14.214), a derivada de f_w em relação a S_w é nula. A posição da frente de avanço é dada portanto pela expressão:

$$x_f = \frac{V_{winj}}{A\phi} \left(\frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_{wf}} = \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_{wf} \quad (14.219)$$

Integrando por partes o numerador da Eq. (14.216) no intervalo considerado tem-se:

$$\int_0^{x_f} S_w dx = \int_{(1-S_{or}),0}^{S_{wf},x_f} d(S_w x) - \int_{(1-S_{or})}^{S_{wf}} x dS_w = (S_w x) \Big|_{(1-S_{or}),0}^{S_{wf},x_f} - \int_{(1-S_{or})}^{S_{wf}} x dS_w \quad (14.220)$$

$$\int_0^{x_f} S_w dx = S_{wf} \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_{wf} - 0 - \int_{1-S_{or}}^{S_{wf}} \frac{V_{winj}}{A\phi} \left(\frac{df}{dS_w} \right) dS_w = S_{wf} \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_{wf} - \frac{V_{winj}}{A\phi} \int_1^{f_{wf}} df \quad (14.221)$$

$$\int_0^{x_f} S_w dx = S_{wf} \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_{wf} - \frac{V_{winj}}{A\phi} (f_{wf} - 1) = \frac{V_{winj}}{A\phi} (S_{wf} f'_{wf} + 1 - f_{wf}) \quad (14.222)$$

Integrando-se o denominador da Eq. (14.216) obtém-se:

$$\int_0^{x_f} dx = x_f - 0 = \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_{wf} \quad (14.223)$$

Finalmente, substituindo as Eqs. (14.222) e (14.223) na Eq. (14.216) chega-se à equação da saturação média atrás da frente de avanço da água:

$$\bar{S}_{wf} = S_{wf} + \frac{1-f_{wf}}{f'_{wf}}. \quad (14.224)$$

Analisando-se a Eq. (14.224) verifica-se que a saturação média atrás da frente de avanço pode ser obtida graficamente na curva do fluxo fracionário, como está mostrado na Figura 14.54.

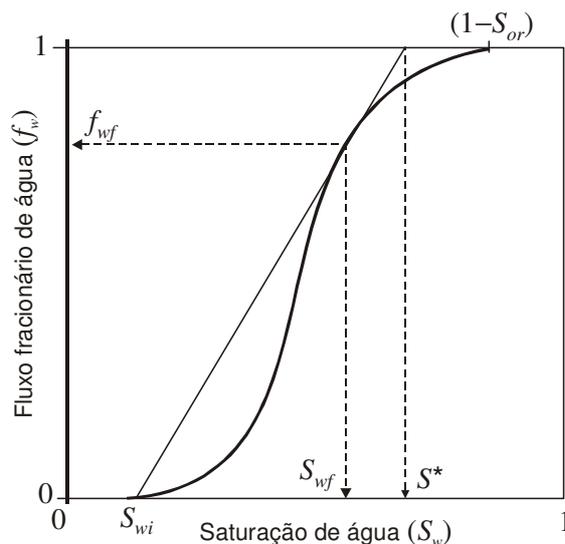


Figura 14.54 – Determinação gráfica da saturação média (\bar{S}_{wf}) atrás da frente de avanço da água.

Se a reta tangente à curva de fluxo fracionário for prolongada até o ponto de $f_w = 1$, a esse valor corresponderá uma saturação de água S^* . A inclinação da reta pode então ser calculada através da expressão:

$$f'_{wf} = \frac{1-f_{wf}}{S^* - S_{wf}}. \quad (14.225)$$

Se o termo S^* for explicitado chega-se à equação:

$$S^* = S_{wf} + \frac{1-f_{wf}}{f'_{wf}}, \quad (14.226)$$

cujas comparação com a Eq. (14.224) conduz à conclusão de que o termo em questão, S^* , é igual à saturação média atrás da frente de avanço. Portanto, para se obter de uma maneira imediata a saturação média atrás da frente de avanço, basta prolongar a tangente até cortar a linha correspondente a $f_w = 1$. O valor de saturação correspondente a esse ponto de corte é a saturação média de água atrás da frente de avanço. A saturação residual de óleo média na região *invadida*, ou seja, atrás da frente de avanço, é dada por:

$$\bar{S}_{or} = 1 - \bar{S}_{wf}. \quad (14.227)$$

A saturação média atrás da frente de avanço pode ser calculada ainda de outra maneira. Lembrando que a saturação média na região invadida é o resultado da soma da água que já existia originalmente no meio, isto é, da água conata, com a saturação devida à injeção do volume V_{winj} , pode-se escrever a seguinte equação:

$$\bar{S}_{wf} = S_{wi} + \Delta S_w = S_{wi} + \frac{V_{winj}}{A\phi x_f} . \quad (14.228)$$

Mas, da Eq. (14.219) pode-se verificar que:

$$\frac{V_{winj}}{A\phi x_f} = \frac{1}{f'_{wf}} . \quad (14.229)$$

Então, substituindo-se a Eq. (14.229) na Eq. (14.228):

$$\bar{S}_{wf} = S_{wi} + \frac{1}{f'_{wf}} . \quad (14.230)$$

O termo f'_{wf} é a tangente à curva de fluxo fracionário no ponto (S_{wf}, f_{wf}) , que, como já foi visto, passa pela saturação inicial de água. Assim,

$$f'_{wf} = \frac{f_{wf}}{S_{wf} - S_{wi}} . \quad (14.231)$$

Substituindo a Eq. (14.231) na Eq. (14.230) obtém-se a seguinte expressão para a saturação média atrás da frente de avanço da água:

$$\bar{S}_{wf} = S_{wi} + \frac{S_{wf} - S_{wi}}{f_{wf}} . \quad (14.232)$$

A equivalência entre as Eqs. (14.232) e (14.224) pode ser verificada facilmente por meio de uma simples inspeção da Figura 14.54.

Quando a frente de avanço alcança a extremidade do meio poroso ($x_f = L$), diz-se que está ocorrendo o “breakthrough”, ou seja, está tendo início a produção do fluido injetado. Nesse exato instante, todo o meio poroso foi invadido pelo fluido injetado, de modo que a saturação média de água dessa região é igual à saturação média atrás da frente de avanço. O volume de fluido deslocado pode ser calculado pela expressão:

$$V_D = AL\phi (\bar{S}_{wf} - S_{wi}) = V_p (\bar{S}_{wf} - S_{wi}) . \quad (14.233)$$

Após o “breakthrough”, à medida que outras frentes de saturação forem alcançando o limite do meio poroso haverá um aumento da saturação média de água do mesmo. A Figura 14.55 mostra uma situação do meio poroso um certo tempo após o “breakthrough”. Para esse tempo de injeção, a frente de avanço estaria na posição indicada pela linha pontilhada, caso o meio poroso fosse mais longo.

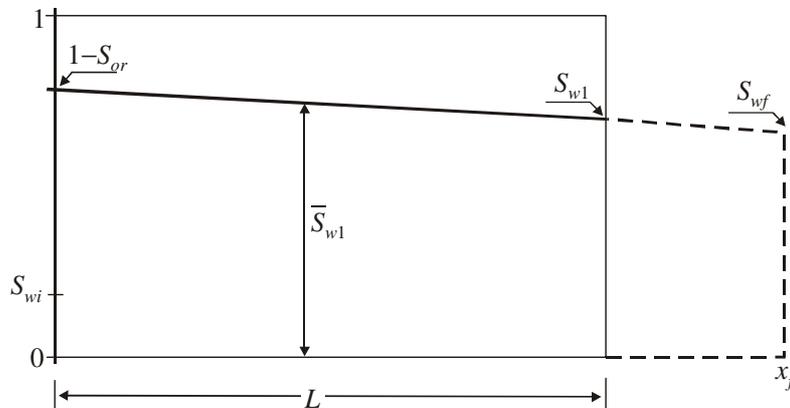


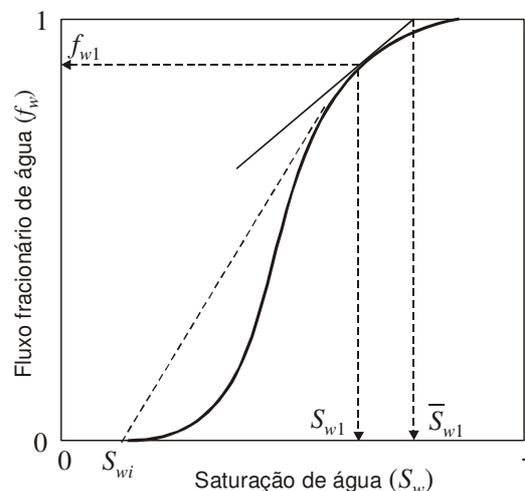
Figura 14.55 – Distribuição de saturação de água após o “breakthrough”.

Entretanto, como o meio poroso tem comprimento L , a saturação de água varia no seu interior de $(1 - S_{or})$ a S_{w1} , sendo \bar{S}_{w1} o valor médio da saturação de água atrás da frente de saturação S_{w1} .

O mesmo desenvolvimento utilizado para a dedução da equação da saturação média atrás da frente de avanço pode ser utilizado para encontrar a equação da saturação média de água atrás de uma frente qualquer. O resultado é a expressão:

$$\bar{S}_{w1} = S_{w1} + \frac{1 - f_{w1}}{f'_{w1}}. \quad (14.234)$$

Essa saturação média também poderia ser obtida graficamente, como mostra a Figura 14.56.

**Figura 14.56** – Determinação gráfica da saturação média (\bar{S}_{w1}) atrás de uma frente qualquer.

Prolongando-se a reta tangente à curva de fluxo fracionário pelo ponto de saturação considerada, no caso S_{w1} , o ponto em que esta reta corta a linha de f_w igual a 1 corresponde à saturação média atrás da frente de saturação S_{w1} . O volume de fluido deslocado até então pode ser calculado pela expressão:

$$V_D = V_p (\bar{S}_{w1} - S_{wi}). \quad (14.235)$$

Os volumes de fluido deslocado calculados pelas Eqs. (14.233) e (14.235) são numericamente iguais aos volumes de óleo deslocado, desde que a saturação inicial de água seja a irreduzível. Essa foi a condição admitida até agora na utilização dos gráficos e deduções das equações. Quando a saturação inicial de água for superior à saturação irreduzível, um valor S_{wj} qualquer, vai existir um fluxo fracionário inicial $f_{wj} \neq 0$. Para a determinação da saturação e do fluxo fracionário da frente de avanço o procedimento é o mesmo que foi utilizado na situação anterior e está mostrado na Figura 14.57.

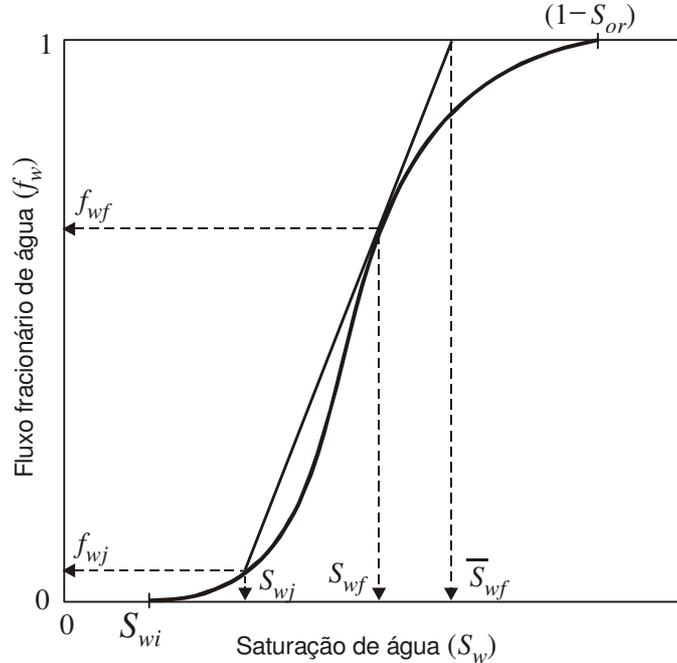


Figura 14.57 – Determinação de S_{wf} , \bar{S}_{wf} e f_{wf} quando a saturação inicial de água é maior que a irreduzível.

Traça-se uma tangente à curva de fluxo fracionário, passando pelo ponto de saturação inicial de água com o seu respectivo fluxo fracionário, lembrando que esse ponto possui coordenadas (S_{wj}, f_{wj}) e não mais $(S_{wi}, 0)$. A saturação média atrás da frente de avanço pode ser calculada com o auxílio da Eq. (14.224), onde o termo f'_{wf} deve ser calculado com a expressão:

$$f'_{wf} = \frac{f_{wf} - f_{wj}}{S_{wf} - S_{wj}}. \quad (14.236)$$

d) Obtenção das curvas de fluxo fracionário a partir de dados de campo

Assim como na fase primária de produção, durante a aplicação de um processo de recuperação secundária é importante o acompanhamento do comportamento do reservatório. Em um projeto de injeção de água, por exemplo, é possível verificar o comportamento do fluxo fracionário de água, cujo valor pode ser obtido a partir de um gráfico da produção acumulada de óleo em função da produção acumulada de líquido total, isto é, de um gráfico de N_p versus $(N_p + W_p)$, ilustrado na Figura 14.58.

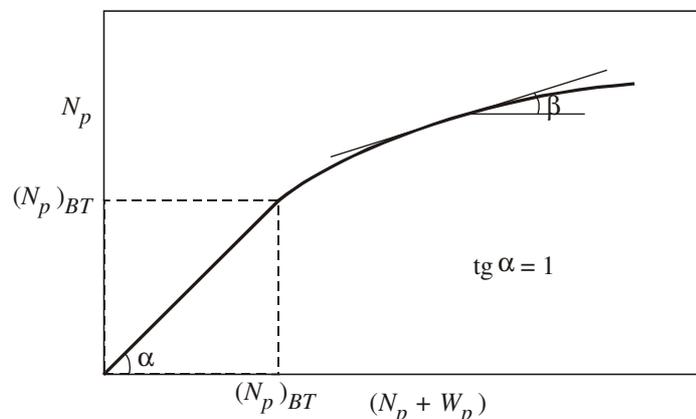


Figura 14.58 – Gráfico da produção acumulada de óleo em função da produção acumulada total de líquido.

Nessa figura, $(N_p)_{BT}$ é a produção acumulada de óleo até o momento do “breakthrough”. Como até esse instante não há produção de água ($W_p = 0$), a inclinação do gráfico é unitária.

O fluxo fracionário de óleo é definido pela relação entre as vazões de óleo e total, ambas medidas em condições de reservatório, ou seja:

$$f_o = \frac{q_o}{q_t} = \frac{q_o}{q_o + q_w} = \frac{1}{1 + q_w / q_o}. \quad (14.237)$$

Por outro lado, a tangente à curva da Figura 14.58 é dada por:

$$tg\beta = \frac{dN_p}{d(N_p + W_p)}. \quad (14.238)$$

Mas:

$$N_p = \int_0^t Q_o dt \quad (14.239)$$

e

$$W_p = \int_0^t Q_w dt, \quad (14.240)$$

onde Q_o e Q_w são as vazões de óleo e de água, respectivamente, medidas em condições-padrão. Então, reescrevendo a Eq. (14.238) como:

$$tg\beta = \frac{\frac{dN_p}{dt}}{\frac{d}{dt}(N_p + W_p)}, \quad (14.241)$$

obtém-se:

$$tg\beta = \frac{\frac{d}{dt} \left(\int_0^t Q_o dt \right)}{\frac{d}{dt} \left(\int_0^t Q_o dt + \int_0^t Q_w dt \right)} = \frac{Q_o}{Q_o + Q_w} = \frac{q_o / B_o}{q_o / B_o + q_w / B_w} = \frac{1}{1 + \frac{B_o}{B_w} \frac{q_w}{q_o}}. \quad (14.242)$$

Da Eq. (14.237) pode-se escrever que:

$$\frac{q_w}{q_o} = \frac{1}{f_o} - 1. \quad (14.243)$$

A substituição da Eq. (14.243) na Eq.(14.242) resulta em:

$$f_o = \frac{1}{1 + \frac{B_w}{B_o} \left(\frac{1}{tg\beta} - 1 \right)}. \quad (14.244)$$

Portanto, admitindo-se que os fatores volume-formação da água (B_w) e do óleo (B_o) sejam aproximadamente constantes durante o processo de injeção de água, o fluxo fracionário de óleo pode ser calculado a partir da tangente de um gráfico da produção acumulada de óleo em função da produção acumulada total de líquido, isto é, a partir do valor de $tg\beta$. Conseqüentemente, o fluxo fracionário de água pode ser obtido de:

$$f_w = 1 - f_o = 1 - \frac{1}{1 + \frac{B_w}{B_o} \left(\frac{1}{tg\beta} - 1 \right)}. \quad (14.245)$$

A Eq. (14.244) indica que, em termos qualitativos, o fluxo fracionário de óleo é proporcional à $tg\beta$, ou seja, à inclinação do gráfico de N_p versus $(N_p + W_p)$, mostrado na Figura 14.58. Então, matematicamente pode-se dizer que $f_o \sim tg\beta$.

Os valores do fluxo fracionário de água, calculados através da Eq. (14.245), podem ser utilizados para se estimar os valores das razões entre as permeabilidades efetivas ou relativas à água e ao óleo, ou sejam, as relações k_w/k_o . Isso pode ser feito explicitando-se essa relação na definição de fluxo fracionário representada pela Eq. Eq. (14.175),

$$\frac{k_w}{k_o} = \left(\frac{\mu_w}{\mu_o} \right) \left(\frac{f_w}{1 - f_w} \right), \quad (14.246)$$

e substituindo-se os valores de f_w obtidos da Eq. (14.245) na Eq. (14.246). Os valores da razão k_w/k_o determinados pela Eq. (14.246) podem ser comparados com os valores medidos em laboratório e com os valores utilizados em um simulador numérico, por exemplo, que esteja sendo empregado no estudo do reservatório em questão, facilitando com isso o processo de ajuste de histórico e melhorando a confiabilidade dos resultados da previsão de comportamento do sistema.

e) Eficiência de deslocamento

Suponha um meio poroso que contenha inicialmente óleo e água conata irreduzível. Um processo de deslocamento por água deve ir gradativamente reduzindo a saturação de óleo até valores muito baixos. Se o tempo de injeção for muito longo, teoricamente infinito, todo óleo possível de ser deslocado será removido do meio poroso, restando aí apenas a saturação de óleo irreduzível. Essa saturação de óleo, que deve a sua existência aos fenômenos capilares, é impossível de ser reduzida por meio de injeção de água.

Chama-se *óleo móvel* à diferença entre a saturação inicial e a saturação irreduzível (residual) de óleo. Assim:

$$S_{omóvel} = S_o - S_{or}, \quad (14.247)$$

onde S_o é a saturação de óleo existente no início da injeção e S_{or} a saturação residual de óleo. A injeção de água por um tempo real conduz a uma saturação residual média de óleo de tal maneira que a saturação correspondente ao volume deslocado é igual a:

$$S_{o\text{deslocado}} = S_o - \bar{S}_{or} . \tag{14.248}$$

A *eficiência de deslocamento* (E_D) pode ser definida então como a relação entre o óleo deslocado a um determinado tempo e o óleo móvel:

$$E_D = \frac{S_o - \bar{S}_{or}}{S_o - S_{or}} , \tag{14.249}$$

ou, de uma outra maneira, simplesmente como:

$$E_D = S_o - \bar{S}_{or} . \tag{14.250}$$

Exemplo 14.7 – Em um reservatório cuja forma aproximada é um paralelepípedo foi implantado um projeto de injeção de água, como ilustra o esquema da Figura 14.59, onde **I** é um poço injetor e **P** um produtor.

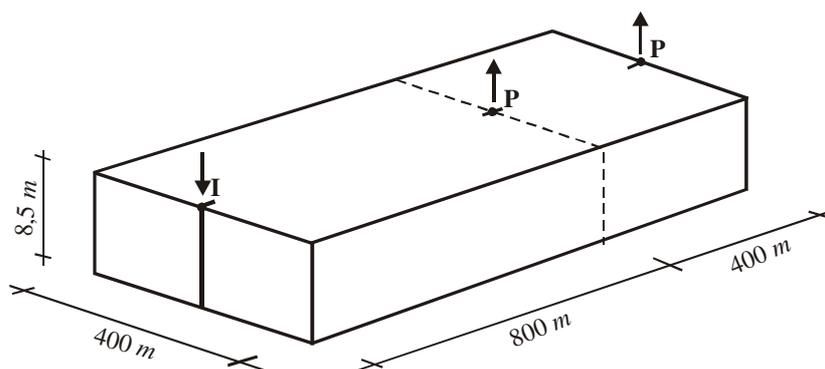


Figura 14.59 – Esquema de injeção-produção do reservatório do Exemplo 14.7.

Quando o poço produtor mais próximo do injetor atingir o “breakthrough”, ele será fechado, mas a vazão de injeção permanecerá a mesma. Outras informações do sistema são:

Curvas de f_w e de f'_w versus S_w	Figura 14.60
Fator volume-formação do óleo.....	1,5
Fator volume-formação da água.....	1,0
Saturação inicial de gás.....	0
Porosidade.....	25%
Espessura da formação.....	8,5 m

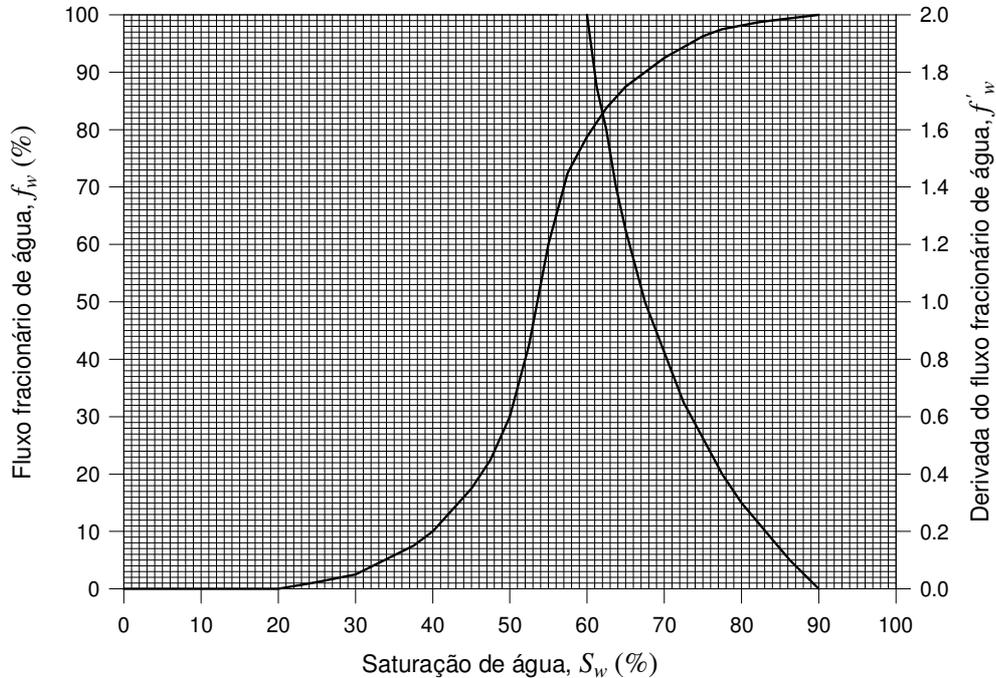


Figura 14.60 – Curvas de f_w e de f'_w versus S_w - Exemplo 14.7.

Calcular:

- A vazão de injeção para manter uma vazão de produção de óleo inicial de $50 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ em cada poço de produção.
- O tempo de “breakthrough” para o poço de produção mais próximo do poço de injeção.
- O tempo de “breakthrough” no poço de produção mais afastado do poço de injeção.
- O volume de água injetada, a produção acumulada de óleo, o volume de água produzida e o “cut” de água 8 anos após o “breakthrough” no poço de produção mais afastado do poço de injeção.
- O tempo de abandono sabendo-se que a razão água/óleo de abandono é de $19 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{m}^3 \text{ std}$.

Solução:

Parte (a):

Como a vazão de produção de óleo medida em condições-padrão (Q_o) em cada um dos dois poços de produção é de $50 \text{ m}^3 \text{ std/d}$ e os fluidos são considerados incompressíveis no meio poroso, então a vazão de injeção de água Q_{inj} (medida em condições-padrão) é dada por:

$$Q_{inj} = 2Q_o B_o / B_w = 2 \times 50 \times 1,5 / 1,0 = 150 \text{ m}^3 \text{ std} / \text{d} .$$

Parte (b):

O “breakthrough” no poço de produção mais próximo do poço de injeção ocorrerá quando a frente de avanço da água atingir esse poço. Do gráfico da Figura 14.60 obtém-se as seguintes informações a respeito da frente de avanço da água: $S_{wf} = 60\%$, $f_{wf} = 80\%$ e $f'_{wf} = 2,0$.

A posição da frente de avanço da água é dada pela Eq. (14.219):

$$x_f = \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_{wf} .$$

No instante de “breakthrough” no poço mais próximo tem-se que $x_f = 800 \text{ m}$ e que o volume injetado de água é dado por $V_{winj} = (V_{winj})_{BT1} = Q_{inj} B_w t_{BT1} = 150 \times 1,0 \times t_{BT1} = 150 t_{BT1}$. Logo,

$$800 = \frac{150 t_{BT1}}{400 \times 8,5 \times 0,25} \times 2,0 \Rightarrow t_{BT1} = 2.267 \text{ d} = 6,21 \text{ ano} .$$

Parte (c):

Para o poço mais afastado $x_f = 1.200 \text{ m}$. Assim,

$$1.200 = \frac{150 t_{BT2}}{400 \times 8,5 \times 0,25} \times 2,0 \Rightarrow t_{BT2} = 3.400 \text{ d} = 9,32 \text{ ano} .$$

Parte (d):

Para um tempo igual a 8 anos após o “breakthrough” no poço de produção mais afastado tem-se que:

(d₁) Volume de água injetada

$$W_{inj} = Q_{inj} (t_{BT2} + 8) \times 365 = 150 \times (9,32 + 8) \times 365 = 0,948 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

(d₂) Produção acumulada de óleo

A produção acumulada de óleo é dada pela expressão:

$$N_p = V_p (\bar{S}_w - S_{wi}) / B_o ,$$

onde \bar{S}_w é a saturação média de água no reservatório, que pode ser determinada pela Eq. (14.234):

$$\bar{S}_w = S_w + \frac{1 - f_w}{f'_w} ,$$

onde por sua vez S_w é a saturação que atingiu o poço mais afastado nesse instante. O valor de f'_w pode ser calculado através da equação da posição de uma determinada frente ou saturação, quando essa saturação tiver percorrido todo o reservatório, isto é,

$$x_f \equiv x_{S_w} = \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_w \Rightarrow 1.200 = \frac{0,948 \times 10^6}{400 \times 8,5 \times 0,25} f'_w \Rightarrow f'_w = 1,076 .$$

Com isso, da Figura 14.60 obtém-se:

$$f'_w = 1,076 \xrightarrow{\text{Figura 14.54}} f_w = 0,90 \quad e \quad S_w = 0,67 .$$

Portanto,

$$\bar{S}_w = 0,67 + \frac{1 - 0,90}{1,076} = 0,763$$

e

$$N_p = 1.200 \times 400 \times 8,5 \times 0,25 \times (0,763 - 0,20) / 1,5 = 0,383 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

(d₃) Volume de água produzida

O volume de água produzida é dado por:

$$W_p = (V_{winj} - N_p B_o) / B_w = (W_{inj} B_w - N_p B_o) / B_w = (0,948 \times 10^6 \times 1,0 - 0,383 \times 10^6 \times 1,5) / 1,0$$

$$W_p = 0,374 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std} .$$

(d₄) “Cut” de água

O “cut” de água é definido como:

$$\text{cut} = \frac{Q_w}{Q_w + Q_o} ,$$

onde as vazões Q_w e Q_o são medidas em condições-padrão. Como o fluxo fracionário, determinado em (d₂), é $f_w = 0,90$, as vazões de água e de óleo em condições de reservatório são, respectivamente, $q_w = f_w Q_{inj} B_w = 0,90 \times 150 \times 1,0 = 135 \text{ m}^3/d$ e $q_o = (1-f_w) Q_{inj} B_w = 0,10 \times 150 \times 1,0 = 15 \text{ m}^3/d$. Então,

$$\text{cut} = \frac{Q_w}{Q_w + Q_o} = \frac{q_w / B_w}{q_w / B_w + q_o / B_o} = \frac{135/1,0}{135/1,0 + 15/1,5} = \frac{135}{135 + 10} = 0,931 .$$

Parte (e):

O tempo de abandono pode ser calculado pela equação da posição de uma frente de avanço, ou seja, de uma determinada saturação S_w ,

$$x_{S_w} = \frac{V_{winj}}{A\phi} f'_w \Rightarrow L = \frac{Q_{inj} B_w t_{ab}}{A\phi} f'_w ,$$

onde L é o comprimento total do reservatório e t_{ab} o tempo de abandono. A derivada do fluxo fracionário é obtida a partir da razão água/óleo de abandono:

$$RAO = \frac{Q_w}{Q_o} = \frac{q_w / B_w}{q_o / B_o} \Rightarrow \frac{q_w}{q_o} = RAO \frac{B_w}{B_o} = 19 \times \frac{1,0}{1,5} = 12,67 \Rightarrow q_w = 12,67 q_o$$

$$f_w = \frac{q_w}{q_w + q_o} = \frac{12,67 q_o}{12,67 q_o + q_o} = 0,927 \xrightarrow{\text{Figura 14.54}} f'_w = 0,825 .$$

Então,

$$1.200 = \frac{150 \times 1,0 t_{ab}}{400 \times 8,5 \times 0,25} \times 0,825 \Rightarrow t_{ab} = 8.242 d = 22,6 \text{ ano} .$$

f) Influência dos parâmetros do sistema rocha-fluido na eficiência de deslocamento

Conforme indica a expressão do fluxo fracionário, dada pela Eq. (14.175), para um processo de injeção de água em um reservatório de óleo, essa característica de comportamento do reservatório e dos poços é uma função das propriedades do sistema rocha-fluido, tais como as permeabilidades relativas e as viscosidades dos fluidos envolvidos. Essas propriedades determinam o tipo de deslocamento que ocorrerá durante um processo de recuperação secundária convencional, quando o fluido injetado é imiscível com o fluido que se encontra no meio poroso. Nesse caso é comum admitir-se que as propriedades do óleo não são alteradas durante o processo, podendo-se no entanto injetar diferentes tipos de fluido, de tal maneira a se otimizar a recuperação do óleo existente no reservatório.

Como pode ser observado na Eq. (14.175), reduzir a permeabilidade relativa à água ou aumentar a viscosidade da água produz o mesmo efeito sobre a curva do fluxo fracionário de água, reduzindo os valores de f_w para uma determinada saturação de água. Por outro lado, o formato da curva de fluxo fracionário determina se o deslocamento aproxima-se mais ou menos de um deslocamento completo, isto é, do tipo pistão. Assim, mesmo que as saturações residuais irreduzíveis (de

água e de óleo) não sejam alteradas, ou seja, mesmo que a eficiência de deslocamento permaneça inalterada, a variação dos formatos das curvas de permeabilidade relativa ou da viscosidade da água altera o formato da curva de fluxo fracionário, aumentando ou diminuindo a recuperação de óleo até um determinado instante da vida do projeto. Isso ocorre porque, a depender do formato da curva de fluxo fracionário, a saturação da frente de avanço do fluido injetado, e conseqüentemente da saturação média desse fluido na região invadida, será maior ou menor. Portanto, mesmo que os pontos terminais da curva de fluxo fracionário não sejam modificados, variando o formato da curva pode-se alcançar uma antecipação da produção de óleo que seria obtida até o final do projeto. O exemplo seguinte ilustra o efeito de variações nas curvas de permeabilidade relativa sobre o comportamento do fluxo fracionário e, como conseqüência, sobre a recuperação de óleo.

Exemplo 14.8 – As características de um reservatório de óleo praticamente horizontal, onde será implantado um projeto de injeção de água, são:

Viscosidade da água conata e da água a ser injetada (condições de reservatório).....	0,5 cp
Viscosidade do óleo (condições de reservatório).....	5 cp
Saturação de água conata (irredutível)	25%
Saturação de óleo residual (irredutível)	20%
Permeabilidade relativa ao óleo.....	Eq. (I)
Permeabilidade relativa à água.....	Eq. (II)

$$k_{ro}(S_w) = \frac{0,7(1-0,20-S_w)^2}{(1-0,20-0,25)^2} \quad (\text{I})$$

$$k_{rw}(S_w) = \frac{k_{rw|S_w=1-S_{or}}(S_w-0,25)^{ew}}{(1-0,20-0,25)^{ew}} \quad (\text{II})$$

Considerando as várias situações mostradas na Tabela 14.4, pedem-se:

- Traçar as curvas de *permeabilidades relativas* (k_{rw} e k_{ro}) versus *saturação de água* (S_w).
- Traçar as curvas de *fluxo fracionário de água* (f_w) versus *saturação de água* (S_w).
- Comentar o efeito do formato da curva de fluxo fracionário de água sobre a recuperação de óleo.

Tabela 14.4 – Valores do ponto terminal $k_{rw|S_w=1-S_{or}}$ e do expoente ew - Exemplo 14.8

Caso	$k_{rw S_w=1-S_{or}}$	ew
1	0,40	2
2	0,40	4
3	0,10	4

Solução:

Parte (a):

A Figura 14.61, a Figura 14.62 e a Figura 14.63 mostram as curvas de permeabilidades relativas para os três casos considerados na Tabela 14.4.

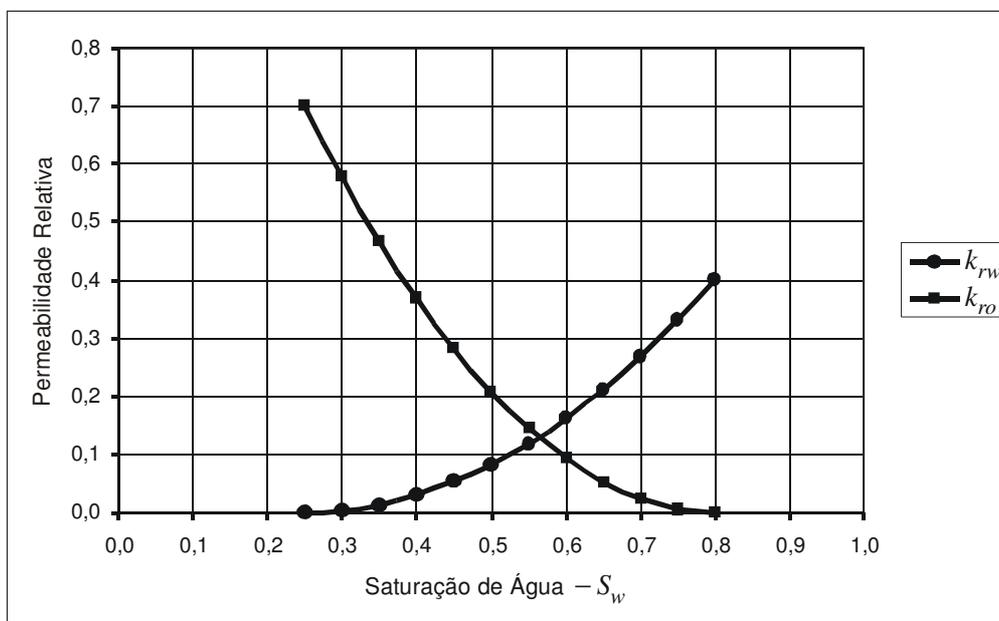


Figura 14.61 – Permeabilidades relativas água-óleo - Caso 1 - Exemplo 14.8.

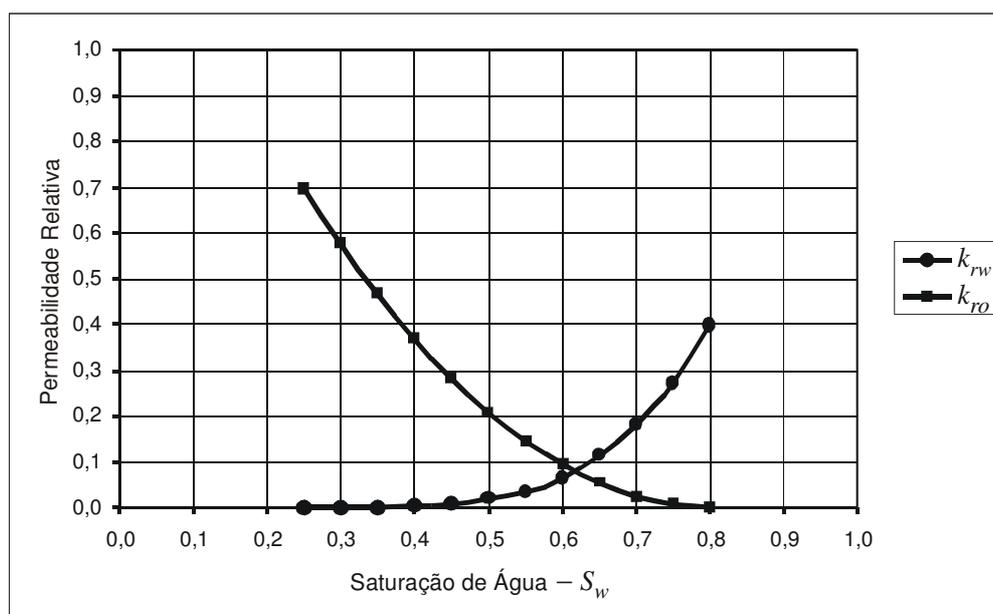


Figura 14.62 – Permeabilidades relativas água-óleo - Caso 2 - Exemplo 14.8.

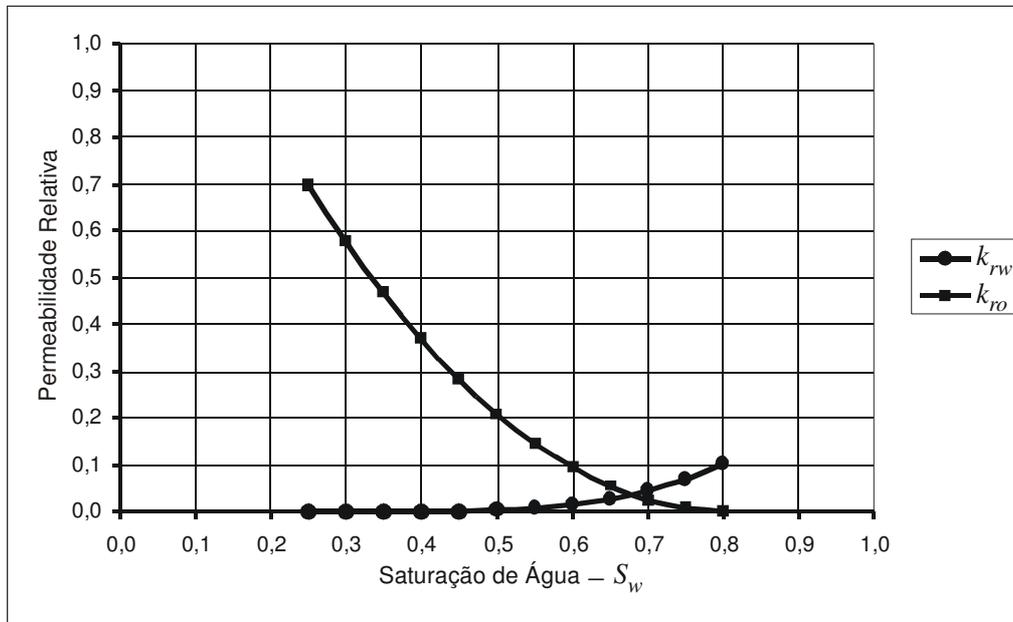


Figura 14.63 – Permeabilidades relativas água-óleo - Caso 3 - Exemplo 14.8.

Parte (b):

As curvas de fluxo fracionário de água (f_w), cujos valores foram determinados através da Eq. (14.175) para os três casos, estão mostradas na Figura 14.64.

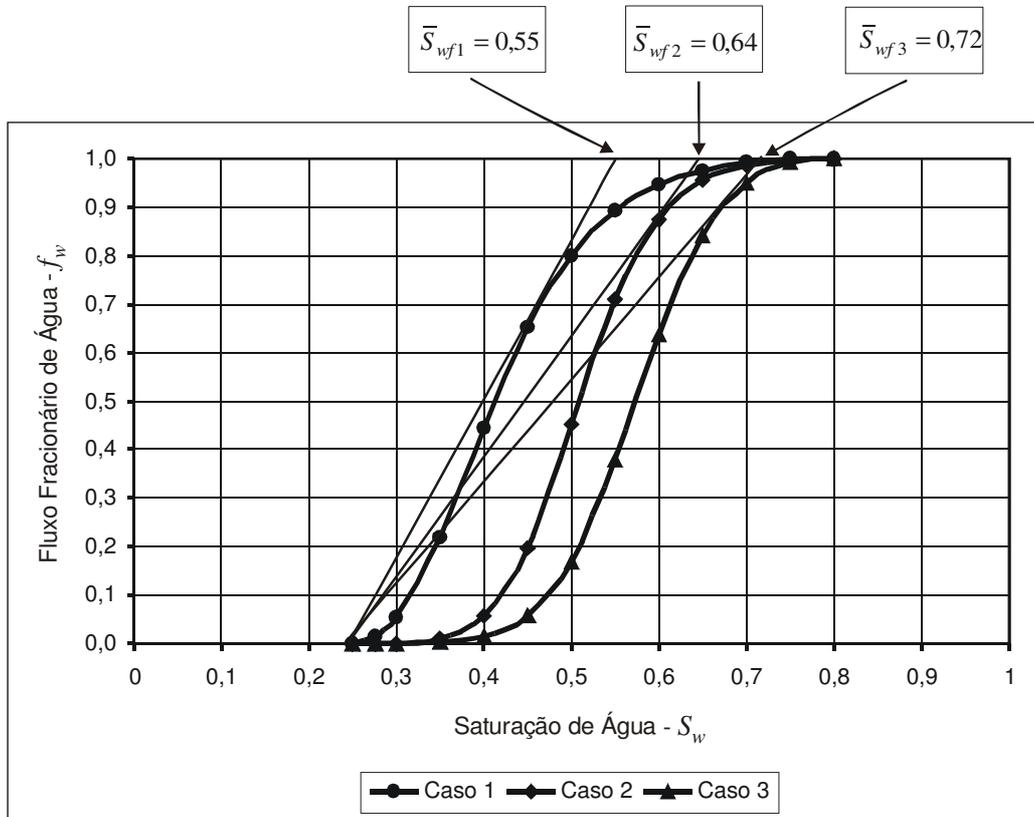


Figura 14.64 – Curvas de fluxo fracionário de água - Exemplo 14.8.

Parte (c):

Conforme indicado na Figura 14.64 da parte (b), as saturações médias de água atrás das frentes de avanço são iguais a 55%, 64% e 72% para os casos 1, 2 e 3, respectivamente. Isso mostra que no momento da erupção (“breakthrough”), por exemplo, as saturações de água no interior do meio poroso serão maiores, respectivamente, nos casos 3, 2 e 1. Conseqüentemente, as saturações de óleo remanescentes no reservatório serão menores e, portanto, maiores as recuperações de óleo, nos casos 3, 2 e 1, respectivamente. Isso decorre do fato de que o caso 3 é o que apresenta menores valores de permeabilidade relativa à água, como pode ser visto através da Figura 14.61, da Figura 14.62 e da Figura 14.63. Assim, devido à menor mobilidade da água em relação ao óleo apresentada pelo caso 3, é maior a dificuldade da água se movimentar no meio poroso, redundando em maior eficiência de deslocamento do óleo.

14.6. Eficiência de Recuperação

Conceitualmente a *eficiência de recuperação* (E_R) de um projeto de injeção de um fluido imiscível em um reservatório de óleo pode ser definida como o produto entre as eficiências de varrido horizontal, de varrido vertical e de deslocamento:

$$E_R = E_A E_{vv} E_D. \quad (14.251)$$

Como o produto das duas primeiras (eficiências de varrido horizontal e vertical) é definido como sendo a eficiência volumétrica (E_v), a Eq. (14.251) pode também ser escrita como:

$$E_R = E_v E_D. \quad (14.252)$$

A eficiência de recuperação é uma medida da eficiência global de um projeto de injeção imiscível. Definindo-se por exemplo a eficiência de deslocamento como sendo a diferença entre a saturação de óleo no início da injeção (S_o) e a saturação média de óleo residual ao final do projeto (\bar{S}_{or}), ou seja,

$$E_D = S_o - \bar{S}_{or}, \quad (14.253)$$

a eficiência de recuperação pode ser usada para se estimar o volume de óleo a ser recuperado devido ao projeto de injeção. Considere por exemplo um reservatório ainda subsaturado submetido a um projeto de injeção de água. O volume de óleo a ser recuperado durante a injeção pode ser estimado pela expressão:

$$N_p = V_p E_R / B_o. \quad (14.254)$$

14.7. Comportamento da Razão Água/Óleo em Reservatórios Sujeitos ao Influxo de Água ou à Injeção de Água

Dentre as tarefas que fazem parte da atividade de gerenciamento de reservatórios de petróleo, duas merecem destaque: a previsão do comportamento futuro de reservatórios e o controle da produção de água em campos maduros, ou seja, em campos que já se encontram em um adiantado estágio de recuperação, onde a produção de água tende a ser elevada.

A previsão do comportamento futuro de reservatórios de petróleo já foi abordada no Capítulo 10, mas será novamente discutida nesta seção, considerando especificamente o aspecto da produção de água. Quanto ao controle da produção de água, é uma tarefa que requer inicialmente um diagnóstico preciso das razões para a produção excessiva de água.

Em reservatórios de óleo sujeitos ao mecanismo de influxo de água ou onde tenha sido implantado um projeto de recuperação convencional através de injeção de água, a tendência é de haver um aumento gradativo da produção de água nos poços produtores. Geralmente deseja-se prever qual será o comportamento futuro da produção de água dos poços ou mesmo do campo como um todo. Esse conhecimento é necessário para o gerenciamento do reservatório. Particularmente, a extrapolação da produção futura de água pode ser útil na avaliação de tratamentos de poços que visem à redução da produção de água. A implementação desses tratamentos, porém, deve ser precedida de uma análise do comportamento do reservatório e dos poços individualmente, com o objetivo de se

obter um diagnóstico dos mecanismos de produção que estão conduzindo ao comportamento da produção de água observado.

Baseado em estudos de simulação numérica, Chan (1995) propôs uma nova técnica para se determinar os mecanismos responsáveis pela produção excessiva de água ou de gás em um reservatório de petróleo. Empregando modelos de reservatório que simulavam a presença de cone e de canalização através de camadas mais permeáveis, o autor mostrou que gráficos log-log de RAO (*Razão Água/Óleo*) versus *tempo* ou de RGO (*Razão Gás/Óleo*) versus *tempo* apresentavam diferentes características para diferentes mecanismos. Além disso, o autor sustenta que gráficos com as derivadas em relação ao tempo da RAO ou da RGO possibilitam distinguir se o poço está sob o efeito de cone de água ou de gás, canalização através de camadas mais permeáveis ou canalização nas imediações do poço.

O argumento usado por Chan para propor novos gráficos para o diagnóstico da causa da produção excessiva de água é que o gráfico convencional de *corte de água* (“*water cut*”) ou de *corte de gás* versus *tempo*, embora possa indicar uma mudança drástica dessas propriedades, são incapazes de distinguir entre canalização através de uma zona mais permeável ou cone, por exemplo, já que a feição do gráfico é similar para os dois casos. Ou seja, os gráficos convencionais, em escala cartesiana, do corte de água ou, equivalentemente, do BSW , ou ainda do corte de gás, não fornecem indicações do comportamento de fluxo no reservatório. A Figura 14.65 mostra uma comparação entre os comportamentos da RAO que seriam observados em um gráfico log-log ao longo do tempo, isto é, $\log(RAO)$ versus $\log t$, para duas situações distintas: cone de água e canalização da água através de zonas mais permeáveis em um reservatório estratificado.

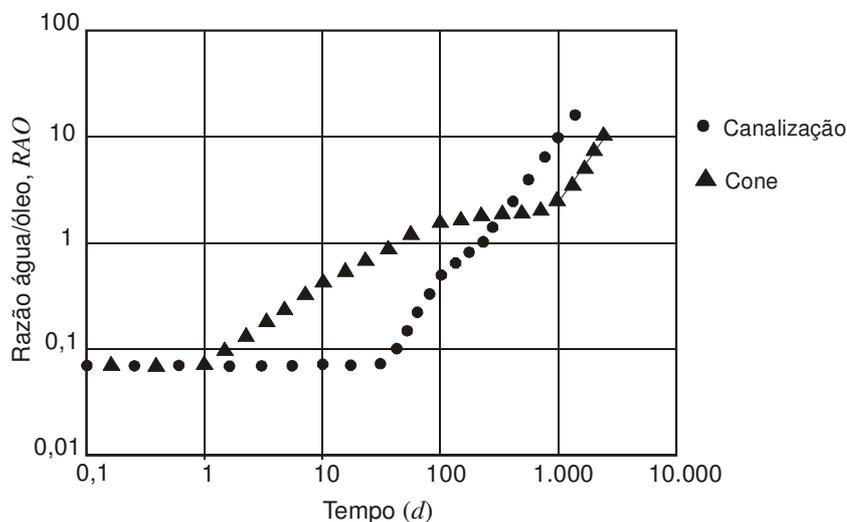


Figura 14.65 – Comparação entre os comportamentos da RAO para os casos de cone e de canalização. Reproduzida de Chan, K. S., *Water Control Diagnostic Plots*, Copyright © 1995, com permissão de SPE-AIME.

Como se pode notar na Figura 14.65, os dois comportamentos são bastante distintos. Basicamente, cada uma das curvas pode ser dividida em três períodos. Durante o período inicial a curva de RAO permanece praticamente horizontal, com o valor de RAO sendo relativamente baixo. Nesse período o valor de RAO reflete a saturação inicial de água, a distribuição de saturação entre as diversas camadas que compõem o reservatório e as curvas de permeabilidades relativas. A duração

do período inicial depende do mecanismo atuante, conforme ilustra a Figura 14.65, e o seu final é marcado por uma variação relativamente brusca na inclinação da curva $\log(RAO)$ versus *tempo*. Para o caso de cone, a duração do primeiro período geralmente é curta, e depende de vários parâmetros do reservatório, tais como a distância entre o contato óleo/água e a base dos canhoneados, a relação entre as permeabilidades vertical e horizontal, a vazão de influxo de água de fundo, as vazões dos poços produtores e as curvas de permeabilidades relativas. Resumidamente, pode-se dizer que no caso de cone de água o período inicial termina quando a água atinge a base dos canhoneados do poço. Para o caso de canalização a duração do período inicial também depende de vários fatores, mas principalmente do espaçamento entre poços, das vazões de injeção e de produção, da saturação inicial de água, da distribuição inicial de saturação entre as diversas zonas eventualmente presentes e das curvas de permeabilidade relativa. Fisicamente, o final do período inicial ocorre no instante de erupção (“breakthrough”) da água em uma das camadas de um sistema estratificado. A erupção pode não ocorrer necessariamente na camada de maior permeabilidade se o contraste entre as permeabilidades das várias camadas não for muito grande. Nesse caso o fator dominante pode ser a saturação inicial de água e a sua distribuição nas diversas camadas.

O segundo período de tempo é representado na Figura 14.65 pelo intervalo em que ocorre um aumento da razão água/óleo. A taxa de aumento da *RAO* varia com o tipo de mecanismo. Para o caso de cone a taxa de aumento da *RAO* é relativamente baixa e a *RAO* tende a se tornar praticamente constante ao final desse segundo período. Durante esse período o cone de água cresce verticalmente, até atingir a base dos canhoneados, e ainda se expande lateralmente. A saturação de óleo na região invadida pelo cone reduz-se gradualmente para um nível próximo da saturação residual de óleo. Por outro lado, para o caso de canalização a *RAO* cresce rapidamente, e essa taxa de crescimento é uma função das curvas de permeabilidade relativa e das saturações iniciais. Ao final do segundo período a taxa de crescimento da *RAO* pode diminuir, verificando-se então um período de transição, decorrente da depleção da camada onde ocorreu a erupção (“breakthrough”). Após o período de transição a taxa de crescimento da *RAO* volta a aumentar, devido à erupção da água em uma outra camada, e assim sucessivamente. O período de transição pode muitas vezes ser bastante curto, dependendo do contraste de permeabilidade entre as várias camadas. Segundo Chan (1995), o período de transição é praticamente inexistente quando o contraste de permeabilidade é menor que 4.

No terceiro período de tempo a Figura 14.65 mostra que, para o caso de cone, uma espécie de cone pseudopermanente é atingido e o cone torna-se um canal de alta condutividade para a água. A *RAO* cresce rapidamente, com um comportamento semelhante ao da canalização. Para o mecanismo de canalização, no início do terceiro período a taxa de crescimento da *RAO* volta a assumir valores tão altos quanto antes, conforme mencionado no parágrafo anterior. Na verdade, as inclinações da curva de *RAO* para canalização, a partir do segundo período e com exceção dos períodos de transição, bem como a inclinação da curva de *RAO* para cone após o segundo período, são muito parecidas, pois são controladas basicamente pelas curvas de permeabilidades relativas.

Chan (1995) propôs também o uso da derivada da razão água/óleo em relação ao tempo como uma ferramenta adicional no diagnóstico das causas do aumento da razão água/óleo. A Figura 14.66 e a Figura 14.67 mostram exemplos de gráficos log-log da razão água/óleo, *RAO*, e da sua derivada em relação ao tempo, RAO' , para os casos de canalização e de cone, respectivamente.

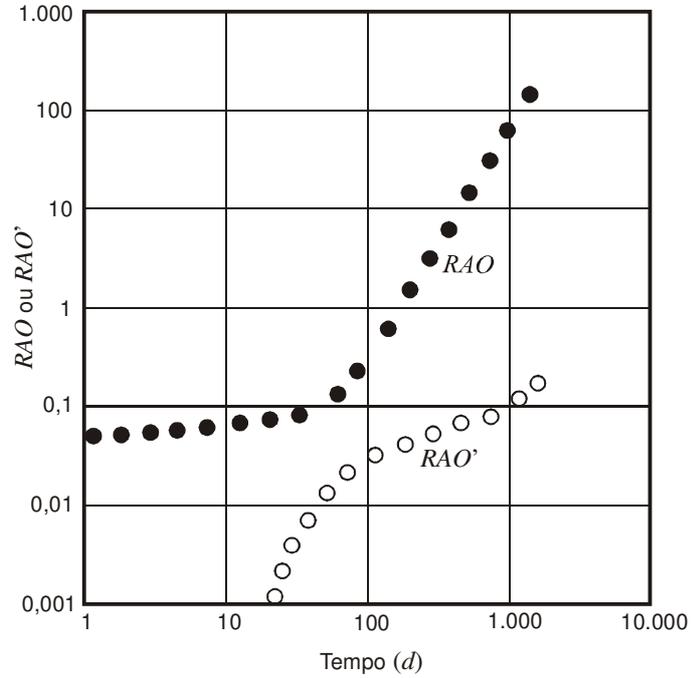


Figura 14.66 – Exemplo de gráfico da razão água/óleo, RAO , e da sua derivada em relação ao tempo, RAO' , para o caso de canalização. Reproduzida de Chan, K. S., *Water Control Diagnostic Plots*, Copyright © 1995, com permissão de **SPE-AIME**.

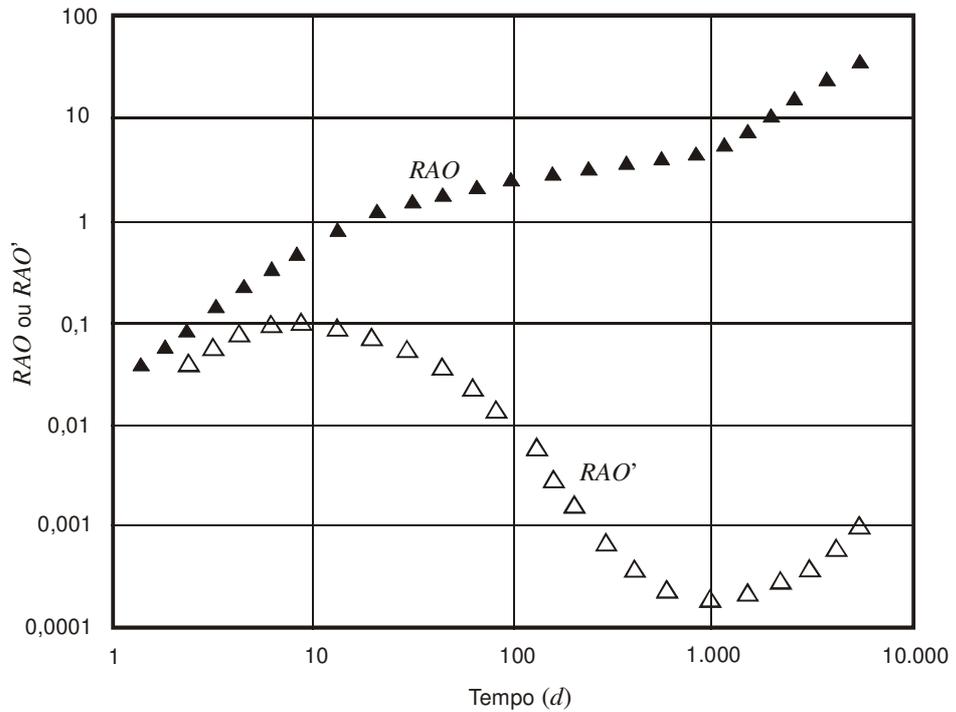


Figura 14.67 – Exemplo de gráfico da razão água/óleo, RAO , e da sua derivada em relação ao tempo, RAO' , para o caso de cone. Reproduzida de Chan, K. S., Water Control Diagnostic Plots, Copyright © 1995, com permissão de SPE-AIME.

A Figura 14.66 mostra que, após o início da canalização, o gráfico log-log da derivada da razão água/óleo (RAO') resulta em uma linha praticamente reta, com coeficiente angular positivo, ou seja, com inclinação positiva. Para o caso de cone, apresentado na Figura 14.67, o gráfico indica que no segundo período, quando há um crescimento lento da RAO , com tendência de estabilização, a curva da derivada possui inclinação variável e negativa. Posteriormente, quando é alcançado o terceiro período, em que o cone atua como se fosse uma canalização (vide discussão anterior a respeito da Figura 14.65), a curva da derivada torna-se praticamente uma reta de inclinação positiva.

O uso da derivada pode se tornar particularmente útil quando há um número limitado de dados no histórico de produção. Por exemplo, se na Figura 14.67 existissem somente os dados de produção referentes ao trecho em que a RAO cresce lentamente (segundo período), esse comportamento poderia ser confundido com um caso de canalização. No entanto, o gráfico log-log da derivada, com inclinação variável (decrecente) e negativa da Figura 14.67 indica que se trata de um caso de cone.

A análise do comportamento da produção de um poço, visando identificar o mecanismo atuante e, conseqüentemente, a causa da produção de água, deve levar em consideração outras variáveis, que podem afetar as conclusões. Por exemplo, o comportamento da produção de um poço pode ser alterado por fatores, tais como: declínio da pressão do reservatório, dano ou estímulo do poço, início de um projeto de injeção de água, alteração dos intervalos canhoneados e alteração da vazão de produção.

Além das técnicas propostas por Chan (1995), uma outra maneira, simplificada e, portanto, bastante expedita de se acompanhar e prever o comportamento de reservatórios de óleo sujeitos ao influxo de água proveniente de aquíferos ou à injeção de água, também utiliza os dados do histórico de produção referentes à produção de água. Um dos métodos usados para se efetuar a extrapolação da produção de água (Lino, 1999) baseia-se no fato de que na prática, muitas vezes observa-se que depois de determinado período de produção de um poço, o gráfico do logaritmo neperiano da razão água/óleo em função da produção acumulada de óleo resulta em uma linha reta, ou seja,

$$\ln(RAO) = a + bN_p, \quad (14.255)$$

onde a e b são duas constantes. Dessa equação pode-se escrever que:

$$RAO = e^{a+bN_p} = e^a e^{bN_p}. \quad (14.256)$$

Mas, por definição, a razão água/óleo é dada por:

$$RAO = \frac{q_w}{q_o} = \frac{dW_p / dt}{dN_p / dt} = \frac{dW_p}{dN_p}, \quad (14.257)$$

onde q_w e q_o são as vazões de água e de óleo, respectivamente, medidas nas condições-padrão. Igualando as Eqs. (14.256) e (14.257) obtém-se:

$$RAO \equiv \frac{dW_p}{dN_p} = e^a e^{bN_p}, \quad (14.258)$$

de onde se pode escrever que:

$$dW_p = e^a e^{bN_p} dN_p. \quad (14.259)$$

A integração da Eq. (14.259) produz:

$$\int_{W_{p0}}^{W_p} dW_p = e^a \int_{N_{p0}}^{N_p} e^{bN_p} dN_p, \quad (14.260)$$

cujo resultado é:

$$W_p - W_{p0} = e^a \left(\frac{\Delta e^{bN_p}}{b} \right) \quad (14.261)$$

ou

$$W_p - W_{p0} = \frac{\Delta(RAO)}{b} = \frac{RAO - RAO_0}{b} \quad (14.262)$$

ou ainda:

$$RAO = RAO_0 + b(W_p - W_{p0}), \quad (14.263)$$

onde o índice “0” refere-se a um valor inicial ou anterior no histórico de produção do poço, reservatório ou campo.

A Eq. (14.263) indica que o gráfico RAO versus W_p é uma reta, cuja inclinação é b . Usando-se um período do histórico de produção do poço, anterior à data do estudo, calcula-se a inclinação b e, através da Eq. (14.263), pode-se extrapolar a RAO , ou seja, estimar os valores futuros da RAO como uma função da produção acumulada futura de água (W_p), tomando-se como referência os valores de RAO_0 e W_{p0} no instante do estudo (t_0). Alternativamente, pode-se prever qual será a produção acumulada futura de água (W_p) quando o poço (ou o campo) atingir uma determinada razão água/óleo (RAO) de produção. Para isso basta explicitar o valor de W_p da Eq. (14.263):

$$W_p = W_{p0} + \frac{RAO - RAO_0}{b}. \quad (14.264)$$

Além do método desenvolvido por Lino (1999), um outro método foi proposto por Rosa *et alii* (2002) para se extrapolar a produção acumulada futura de água. Nesse método parte-se da Eq. (14.255), que em termos do logaritmo decimal é expressa como:

$$\ln(RAO) \equiv 2,3 \log(RAO) = a + bN_p \quad (14.265)$$

ou

$$\log(RAO) = \frac{a}{2,3} + \frac{b}{2,3} N_p \quad (14.266)$$

ou ainda:

$$\log(RAO) = a' + b' N_p, \quad (14.267)$$

onde $a' = a/2,3$ e $b' = b/2,3$. Assim, um gráfico de $\log(RAO)$ versus N_p resulta em uma linha reta com coeficientes linear a' e angular b' .

O valor da produção acumulada de água (W_p) pode ser previsto, ou seja, extrapolado, substituindo-se a Eq. (14.263) na Eq. (14.255), o que resulta em:

$$\ln(RAO) \equiv \ln[RAO_0 + b(W_p - W_{p0})] = a + bN_p, \quad (14.268)$$

de onde se obtém:

$$W_p = W_{p0} + \frac{1}{b} \left(e^{a+bN_p} - RAO_0 \right) \quad (14.269)$$

ou ainda:

$$W_p = W_{p_0} + \frac{1}{b} \left(e^{a+bN_p} - e^{a+bN_{p_0}} \right) = W_{p_0} + \frac{e^a}{b} \left(e^{bN_p} - e^{bN_{p_0}} \right). \quad (14.270)$$

A Eq. (14.270) é preferível em relação à Eq. (14.269) porque não requer o uso da razão água/óleo na data do estudo (RAO_0), mas utiliza o valor da produção acumulada de óleo nessa data (N_{p_0}), valor este que não está sujeito às oscilações que normalmente ocorrem no histórico de RAO .

O valor da produção acumulada extrapolada de óleo (N_p) pode ser previsto usando-se uma equação ajustada ao histórico de produção do poço, conforme foi discutido no Capítulo 11. Por exemplo, se o poço seguia um declínio exponencial antes do momento do estudo, a vazão é dada por (vide Capítulo 11):

$$q = q_0 e^{-D_i t}, \quad (14.271)$$

onde D_i é a taxa de declínio (constante neste caso) e q_0 a vazão inicial (referência). Nesse tipo de declínio a produção acumulada é dada pela expressão (vide Capítulo 11),

$$N_p = 365 \left(\frac{q_0 - q}{D_i} \right) = 365 q_0 \left(\frac{1 - e^{-D_i t}}{D_i} \right), \quad (14.272)$$

onde as vazões são dadas em $m^3 std/d$, a taxa de declínio D_i em ano^{-1} , o tempo em ano e a produção acumulada N_p em $m^3 std$.

Denominando $\Delta t = t - t_0$ o tempo decorrido desde o instante do estudo e q_0 a vazão de óleo nesse instante, a produção acumulada no intervalo de tempo Δt é:

$$\Delta N_p \equiv N_p - N_{p_0} = 365 \left(\frac{q_0 - q}{D_i} \right) = 365 q_0 \left(\frac{1 - e^{-D_i \Delta t}}{D_i} \right) \quad (14.273)$$

e a produção acumulada futura é dada por:

$$N_p = N_{p_0} + 365 \left(\frac{q_0 - q}{D_i} \right) = N_{p_0} + 365 q_0 \left(\frac{1 - e^{-D_i \Delta t}}{D_i} \right) = N_{p_0} + 365 \frac{q_0}{D_i} (1 - e^{-D_i \Delta t}). \quad (14.274)$$

Se a taxa de declínio é expressa em $m\hat{e}s^{-1}$, a produção acumulada é dada aproximadamente pela expressão:

$$N_p = N_{p_0} + 30,42 \left(\frac{q_0 - q}{D_i} \right) = N_{p_0} + 30,42 q_0 \left(\frac{1 - e^{-D_i \Delta t}}{D_i} \right), \quad (14.275)$$

ou ainda,

$$N_p = N_{p_0} + 30,42 \frac{q_0}{D_i} (1 - e^{-D_i \Delta t}), \quad (14.276)$$

onde o número 30,42 representa a média de dias por mês em um ano.

Portanto, o procedimento para a previsão dos comportamentos das produções acumuladas de óleo e de água consiste nas seguintes etapas:

- A partir do histórico de produção de óleo do poço, do reservatório ou mesmo do campo, determinar o tipo de declínio.

- Usando o tipo de declínio identificado antes do momento do estudo, estimar a produção futura acumulada de óleo (N_p). Por exemplo, se o declínio for exponencial, utilizar a Eq. (14.274) ou a Eq. (14.276).
- Calcular a e b a partir do gráfico $\log(RAO)$ versus N_p , cujos coeficientes linear e angular são, respectivamente, $a' = a/2,3$ e $b' = b/2,3$.
- Estimar a produção futura acumulada de água através da Eq. (14.269) ou (14.270).

14.8. Aspectos Operacionais da Injeção de Água³

Conforme foi discutido nas seções anteriores, a injeção de água tem como objetivo o deslocamento do óleo existente no reservatório em direção aos poços produtores, obtendo-se assim um aumento, em relação à recuperação primária, do percentual recuperável e conseqüentemente das reservas.

A depender do estágio em que se encontra o reservatório, pode-se optar pela repressurização ou apenas pela manutenção da pressão do reservatório, injetando-se com uma vazão maior ou igual, em condições de reservatório, à vazão de produção dos fluidos.

Ao se injetar água em um reservatório, eleva-se a saturação de água nas imediações do poço injetor, formando-se um banco de óleo à frente da água injetada. Entre a zona lavada e o banco de óleo tem-se uma zona onde a saturação de água cai bruscamente, à qual denominamos frente de avanço. Quando o banco de óleo alcança o poço de produção verifica-se um aumento brusco na produção de óleo.

O período de tempo entre o início das operações e a chegada do óleo ao poço produtor é chamado de tempo de enchimento (“fill up”). Posteriormente a frente de avanço atinge o poço produtor, aumentando bruscamente a razão água/óleo (RAO), ocorrendo então o que se chama de erupção (“breakthrough”). Após a erupção a RAO continua a crescer até atingir níveis que irão inviabilizar economicamente a produção do poço, o qual é fechado ou eventualmente transformado em poço injetor.

14.8.1. Fatores que influenciam um projeto de injeção de água

Os projetos de injeção de água são específicos para cada reservatório, pois são as características do mesmo (mecanismos de produção, tipo de rocha, propriedades dos fluidos, etc.) que irão ditar, inicialmente, as características do projeto de injeção (tipo de malha, número de poços, cotas de injeção, qualidade da água de injeção, etc.).

a) Mecanismos de produção do reservatório

A presença de um forte influxo natural de água irá requerer uma menor vazão de injeção (ou até mesmo dispensá-la) para que a pressão do reservatório seja mantida. O balanço de materiais (diferença entre o volume que sai e o volume que é repostado pela natureza) irá determinar o volume e a vazão total que deverá ser repostada pela recuperação secundária.

³ O material contido na seção 14.7 foi gentilmente cedido pelo engenheiro de petróleo da Petrobras Rodolfo Silveira.

Um reservatório cujo mecanismo de produção seja o de gás em solução irá requerer maior volume (ou vazão) de água que outros, pois normalmente apresenta queda rápida na pressão estática, isto é, a sua depleção costuma ser muito rápida, exigindo soluções urgentes. O comum, neste caso, é montar-se um Sistema Antecipado de Injeção de Água (SAIA), enquanto é construído o sistema definitivo.

b) Características da rocha

Permeabilidade – para uma mesma cota de injeção unitária (por poço), uma formação com alta permeabilidade irá requerer um menor diferencial de pressão poço-formação, o que se traduzirá em menor pressão de injeção e menor potência do conjunto motor-bomba.

Porosidade – formações cujos poros apresentem diâmetro médio reduzido irão demandar um melhor tratamento da água para remoção dos sólidos e um controle bacteriológico mais eficiente, pois poros com diâmetros menores que 20 μ (20 *micra*) poderão sofrer tamponamento completo por bactérias.

Finos – a presença de finos requererá um menor diferencial de pressão entre o poço injetor e a formação, para que a migração desses finos não ocorra ou seja minorada. Esse menor diferencial de pressão poderá conduzir a menores cotas de injeção por poço, e conseqüentemente a um número maior de poços de injeção, além de influenciar no tipo de malha.

Argila – a presença de argila com tendência ao inchamento irá requerer uma água de injeção com salinidade compatível com a da água da formação, para que os chamados *choques salinos* sejam evitados. Nem sempre, contudo, há disponibilidade de água com salinidade adequada. Nesses casos adota-se a chamada *injeção de banco salino*, na qual a salinidade é alcançada com a adição de sal à água. Decrescendo gradativamente essa salinidade, mantém-se baixo o diferencial de pressão osmótica entre a água injetada e a argila, evitando-se a sua hidratação. Como essa é uma operação que ocorre esporadicamente, pode ser montado um sistema móvel para atender a necessidade de injeção salina em vários campos de uma mesma região de produção.

c) Características dos fluidos

Água original da formação – as águas de injeção e da formação deverão ser quimicamente compatíveis, isto é, não deverá ocorrer a formação de precipitados (sulfato de bário, carbonatos, etc.).

Óleo – uma alta razão de mobilidades água/óleo acentuará o processo de *digitação viscosa*, isto é, a formação de “fingers” (dedos), ocorrendo então “breakthrough” prematuro nos poços produtores sem que se promova a lavagem do reservatório. Para se minimizar esse fenômeno, os poços deverão ter suas cotas de injeção reduzidas, com o conseqüente aumento do número de poços injetores (menor espaçamento da malha de injeção).

d) Profundidade do reservatório

As pressões de injeção e de fraturamento de um reservatório são proporcionais à sua profundidade, o que influenciará diretamente no máximo diferencial de pressão entre os poços de injeção e o reservatório.

e) Conformação estrutural do reservatório

A forma da estrutura que compõe o reservatório irá influir na malha de injeção, pois a injeção periférica tende a produzir melhores resultados em reservatórios com grandes inclinações, onde é grande a segregação gravitacional dos fluidos, que a injeção em linha, freqüentemente de custos mais elevados. Os vários esquemas de injeção foram discutidos na Seção 14.2.1.

14.8.2. Componentes de um sistema de injeção de água

De posse das características do reservatório chega-se às características ideais da água de injeção, e com estas projeta-se o sistema de injeção, que consta basicamente dos seguintes componentes ou fases: captação, adução, tancagem, tratamento, conjunto motor-bomba, rede de distribuição e poços (injetores e de captação). De acordo com a peculiaridade de cada projeto poderá(ão) ser suprimida(s) uma ou mais fases.

a) Captação

As principais fontes de captação, com suas vantagens e desvantagens, são:

Água do mar – abundante, sua salinidade elevada (em torno de 30.000 ppm) não provoca choque salino, mas possui a desvantagem de conter elevada taxa de sais de sulfato, que irão servir de nutrientes para bactérias sulfato-redutoras, as quais produzem gás sulfídrico (H_2S), um dos gases mais danosos para a indústria do petróleo. Sua aplicação em reservatórios que contenham sais de bário deverá ser muito bem avaliada, pois poderá ocorrer a formação de precipitado de sulfato de bário.

Rios e lagos – dificilmente apresentam tendências corrosivas ou formação de precipitados, reque-rendo apenas a remoção de sólidos e do oxigênio dissolvido, mas por tratar-se de água doce, o problema do choque salino deve ser avaliado.

Subsuperfície – quase sempre possuem baixos teores de sólidos e ausência de gases danosos em solução (CO_2 , H_2S e O_2), o que simplifica o tratamento e diminui o custo do sistema. Os poços de captação utilizados são freqüentemente poços perfurados para produção de óleo e, apresentando-se não-produtores, são recompletados para produção de água. Devido às grandes vazões, normalmente são produzidos por bombeio elétrico centrífugo submerso. Em geral a salinidade pode ser considerada como uma função da profundidade do aquífero.

Águas produzidas – subproduto da produção do petróleo, quase sempre apresentam tendências corrosivas e à formação de “scale”, e seu tratamento é dificultado pela presença de óleo residual. Por apresentarem salinidade elevada, não podem ser lançadas em rios (devido ao problema da poluição), devendo sempre ser injetadas ou descartadas em poços de descarte de água.

Outros campos ou reservatórios – havendo excesso de água produzida em um campo, esta poderá ser injetada em outro, desde que ocorra compatibilidade química, vantagens econômicas ou necessidade de controle da poluição.

b) Adução

Uma vez que, quase sempre, as adutoras irão transportar água não tratada, estas deverão ser construídas com material compatível com a agressividade da água. Deverá ainda ser prevista a remoção de possíveis depósitos e/ou “scale”.

c) Tancagem

Em sistemas que operam com águas agressivas são utilizados, preferencialmente, tanques de chapas (de aço carbono) soldadas, pois os tanques aparafusados são mais sujeitos à corrosão por aeração diferencial e por concentração diferencial nas uniões entre as chapas, além de serem mais sujeitos aos vazamentos, que irão danificar a pintura externa, agravando a corrosão.

Embora tenham sido reportadas experiências bem sucedidas com a utilização de tanques de concreto armado para armazenar água do mar, o mesmo não se observou no armazenamento de água produzida. Em alguns campos de petróleo esta atacou as armaduras, produzindo fissuras e

conduzindo à sulfatação e carbonatação do concreto. Por isso, recomenda-se que os tanques de concreto armado sejam construídos somente para operação com águas doces ou salobras.

Água bruta – a tancagem deverá ser dimensionada para absorver picos do abastecimento. Por exemplo, na captação de água do mar, na costa, sujeita ao movimento das marés, a tancagem deverá ser elevada, enquanto no alto mar os tanques poderão ser até suprimidos.

Água tratada – a tancagem deverá promover a continuidade operacional, além de propiciar reserva para determinados equipamentos, como por exemplo, água limpa para contra-lavagem dos filtros ou para refrigeração de bombas.

d) Tratamento

Conforme foi mencionado anteriormente, muitas vezes a água captada requer tratamento para, por exemplo, remoção de sólidos ou controle bacteriológico. Por se tratar de um tema complexo, a sua discussão foge do escopo deste texto.

e) Conjunto motor-bomba

Dois tipos de bomba são normalmente utilizados: as *centrífugas* e as *alternativas*.

Bombas centrífugas

São mais utilizadas em sistemas de baixa pressão, pois a indústria nacional não fabrica essas bombas para condições de vazão e pressão elevadas. Para operação com água produzida são usadas, preferencialmente, bombas de rotação mais baixa (1.750 rpm) devido ao menor desgaste, apesar de serem mais caras.

Bombas alternativas

Nos sistemas de alta pressão ($> 1.000 \text{ psi}$ ou 70 kgf/cm^2) são mais utilizadas as bombas alternativas (deslocamento positivo), de custo inicial maior mas que requerem pouca manutenção. Devido à existência de sólidos em suspensão e à necessidade de lubrificação dos pistões, as bombas alternativas utilizadas em injeção de água são normalmente as de êmbolo engaxetadas com lubrificação forçada (“plunger”), preferencialmente às de pistão/camisa com lubrificação pelo fluido.

Como o *NPSH* (“*Net Pressure Suction Head*”) requerido por bombas alternativas é elevado, quase sempre demandam a instalação de bombas (centrífugas) Booster.

Cavitação

O *fator de aceleração* (“*acceleration head*”) presente nas bombas alternativas se deve à intermitência (pulsação) dos pistões, o que provoca pequenas variações de velocidade na sucção. Esse fator freqüentemente é maior que a soma de todos os outros que fazem parte do cálculo do *NPSH* disponível, sendo portanto responsável pelo fato de as bombas alternativas requererem maior *NPSH* que as centrífugas. As bombas centrífugas provocam, durante a partida, uma aceleração inicial na água da sucção, mas esta aceleração cessa quando a vazão do sistema estabiliza-se.

Para se evitar a cavitação deve ser observada a seguinte desigualdade:

$$(NPSH)_r < (NPSH)_d, \quad (14.277)$$

onde $(NPSH)_r$ é o *NPSH* requerido e $(NPSH)_d$ o *NPSH* disponível.

No caso de bombas centrífugas o *NPSH* disponível é dado pela expressão:

$$(NPSH)_d = p_{atm} - \Delta c - h_f - p_v, \quad (14.278)$$

sendo p_{atm} a pressão atmosférica em *m.c.a. (metros de coluna de água) absolutos*, Δc a diferença de cota entre o nível mínimo do fluido e o centro da sucção da bomba (*m*), h_f a perda de carga por fricção (*m.c.a.*), p_v a pressão de vapor do fluido à temperatura e pressão de operação (*m.c.a.*) e o $(NPSH)_d$ medido em *m.c.a. absolutos*. No caso de trechos com mudanças de vazões e/ou diâmetros, a perda de carga será o somatório das perdas em cada trecho.

Para bombas alternativas o *NPSH* disponível é calculado pela equação:

$$(NPSH)_d = p_{atm} - \Delta c - h_f - p_v - AH, \quad (14.279)$$

onde *AH* é o fator de aceleração (“Acceleration Head”), que pode ser obtido da expressão:

$$AH(m) = \frac{8,02QR_{pm}C_bL}{D^2}, \quad (14.280)$$

onde *Q* é a vazão (m^3/s), R_{pm} o número de rotações por minuto (*rpm*) do eixo da manivela da bomba, C_b um coeficiente que depende do número de pistões da bomba (Tabela 14.5), *L* o comprimento da tubulação entre o tanque e a bomba (*m*) e *D* o diâmetro nominal da tubulação (*m*). No caso de trechos com mudanças de vazões e/ou diâmetros, a perda de carga e o fator de aceleração serão obtidos pela soma dos respectivos valores em cada um dos trechos.

Tabela 14.5 – Valores do coeficiente C_b

Tipo de bomba	C_b
Centrífuga	0
Simplex duplo efeito	0,200
Duplex simples efeito	0,200
Duplex duplo efeito	0,115
Triplex simples efeito	0,066
Triplex duplo efeito	0,066
Quintuplex	0,040
Septuplex	0,028
Nonaplex	0,022

A perda de carga por fricção em tubulações pode ser calculada através da equação de Hazen-William, dada pela expressão:

$$Q = 0,278CD^{2,63}J^{0,54}, \quad (14.281)$$

a partir da qual pode-se obter a perda de carga unitária *J*:

$$J = 10,65 \frac{Q^{1,85}}{C^{1,85}D^{4,87}}, \quad (14.282)$$

onde *Q* é a vazão (m^3/s), *D* o diâmetro da tubulação (*m*) e *C* o coeficiente de rugosidade da tubulação, cujo valor pode ser encontrado na Tabela 14.6.

Tabela 14.6 – Coeficiente de rugosidade *C*

Material	C
Aço corrugado ou galvanizado – novo	130
Aço corrugado ou galvanizado – usado	100
Aço soldado – novo	120
Aço soldado – usado	85
Aço soldado com revestimento – novo ou usado	130
Cimento amianto	140
Ferro fundido – novo	130
Ferro fundido – usado	90
Ferro fundido revestido com cimento	130
Plástico	140

A perda de carga localizada em peças especiais, expressa em diâmetros, pode ser encontrada na Tabela 14.7:

Tabela 14.7 – Perda de carga localizada em peças especiais

Tipo de peça	Perda de carga (em diâmetros)
Ampliação gradual	12
Cotovelo de 90°	45
Cotovelo de 45°	20
Curva de 90°	30
Curva de 45°	15
Entrada normal	17
Entrada de borda	35
Junção	30
Redução gradual	6
Registro de gaveta – aberto	8
Registro de globo – aberto	350
Registro de ângulo – aberto	170
Saída de tubulação	35
Tê – passagem direta	20
Tê – saída de lado	50
Tê – saída bilateral	65
Válvula de pé com crivo	250
Válvula de retenção	100

f) Rede de distribuição

Existem dois tipos de rede: a de distribuição em marcha (espinha de peixe) e a centralizada através de “manifolds” (pé de galinha), conforme ilustra a Figura 14.68.

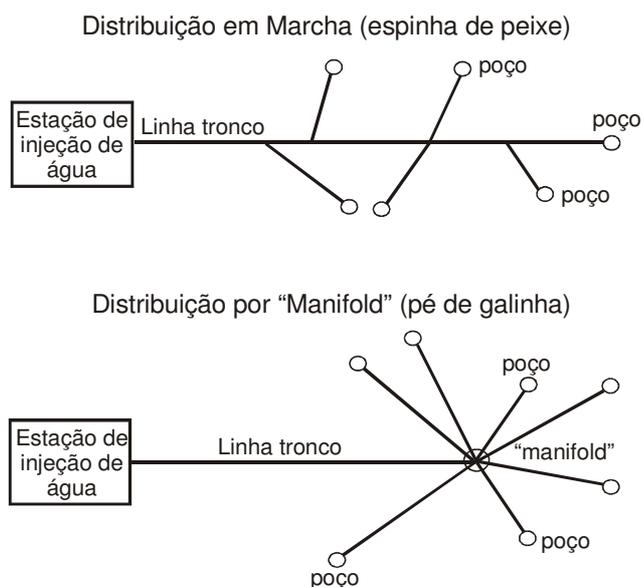


Figura 14.68 – Tipos de rede de distribuição de água em um sistema de injeção.

A vantagem dos “manifolds” é a centralização dos testes de injetividade, a facilidade para detecção de vazamentos nas linhas e a facilidade para a passagem de “pigs”. No entanto, em água com tendências à deposição, a limpeza interna do “manifold” somente é possível através de hidrojetamento.

A distribuição em marcha economiza em comprimento de linhas mas a passagem de “pigs” oferece dificuldades e a detecção de vazamentos é mais difícil. Esse tipo de rede obriga ainda a instalação de um hidrômetro de alta pressão em cada poço e, sendo este um equipamento de custo elevado, a economia com o menor comprimento de linhas pode ser sobrepujada.

Qualquer que seja o modo de distribuição adotado, deve-se prever a necessidade de passagem de “pig” ou esfera para limpeza mecânica. Para tal deve-se observar um raio mínimo das curvas, instalar câmaras de “pigs” e construir instalações para recolhimento do material retirado das linhas.

g) Poços de injeção

Os poços de injeção de água normalmente não são inicialmente perfurados para este fim, pois a maioria é formada de antigos poços produtores convertidos ou recompletados para injeção. Há casos em que o mesmo poço comporta uma zona produtora e outra injetora. Dispondo dessa flexibilidade, o pessoal da engenharia de reservatórios, a partir de estudos econômicos, determina os poços-zona de injeção que atuarão nos campos e estabelece uma cota (vazão de injeção) para cada um.

Em campos onde há excesso de água produzida (residual da produção de petróleo), isto é, um volume superior ao necessário para a recuperação secundária, são utilizados poços com a finalidade exclusiva de descarte desse excedente.

Equipamentos de superfície

Os equipamentos de superfície estão mostrados na Figura 14.69.

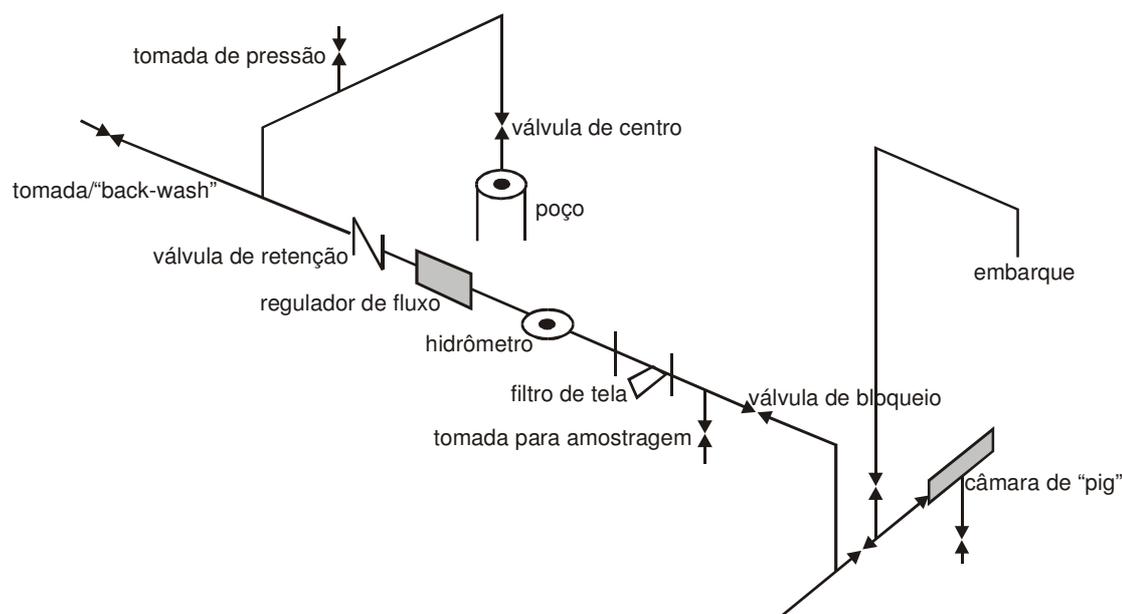


Figura 14.69 – Equipamentos de superfície – sistema de injeção de água.

- *Instalação para limpeza da linha de injeção* – consiste em uma tomada para descarga da linha e uma câmara para recebimento de “pig” ou esfera.
- *Válvula de bloqueio* – utilizada quando há necessidade de paralisação do poço.
- *Tomada para amostragem* – permite a coleta de amostras de água para controle químico e microbiológico.
- *Filtro* – através de tela cilíndrica, retém as impurezas maiores carregadas pela água, agindo como um último recurso, já que a filtração básica deve ser realizada na estação de tratamento. Protege o hidrômetro e a formação.
- *Hidrômetro* – utilizado individualmente para controle de vazão do poço em caso de impossibilidade da utilização de “manifolds” que centralizem essa medição.
- *Regulador de fluxo* – válvula auto-reguladora de vazão. A depender da cota de injeção, utiliza-se em seu interior uma placa de orifício com diâmetro adequado, proporcionando vazão constante e igual à cota estabelecida para o poço.
- *Válvula de retenção* – permite a passagem do fluxo em um só sentido, impedindo que haja retorno de água quando se faz necessário paralisar a estação de injeção.
- *Tomada de pressão* – normalmente uma válvula de $\frac{1}{2}$ in. É onde se instala o manômetro para controle da pressão na cabeça do poço.

Equipamentos do poço

- *Válvula de centro* – bloqueia a coluna de injeção. Com o poço em operação deverá estar totalmente aberta para não mascarar a pressão de cabeça de poço.
- *Coluna de injeção* – normalmente de 2 3/8 in ou 2 7/8 in, conduz o fluido de injeção até o intervalo canhoneado, protegendo o revestimento de pressões mais elevadas e da ação de fluidos corrosivos.
- *Obturador (“packer”)* – utilizado para isolar a zona de injeção de outras zonas injetoras ou produtoras existentes no poço.
- *Regulador de fluxo de subsuperfície* – de funcionamento semelhante ao regulador de superfície, é utilizado quando se injeta em mais de uma zona ou conjunto de zonas que possuem cotas de injeção distintas.
- *“D” “Nipple”* – é o “nipple” de assentamento do regulador de fluxo de subsuperfície. Vai enroscado na coluna.
- *Boca de sino* – equipamento indispensável quando da necessidade de se descer algum aparelho em frente ao intervalo canhoneado, visto que o seu formato característico facilita a passagem pela extremidade da coluna.
- *Flange KTH* – é o flange adaptador onde se assentam as cunhas que mantêm a coluna tracionada. Vai aparafusado na cabeça de produção.
- *Cabeça de produção* – possui tomadas laterais que permitem a comunicação com o anular do poço.

A Figura 14.70 apresenta alguns tipos de completação empregados em poços de injeção de água.

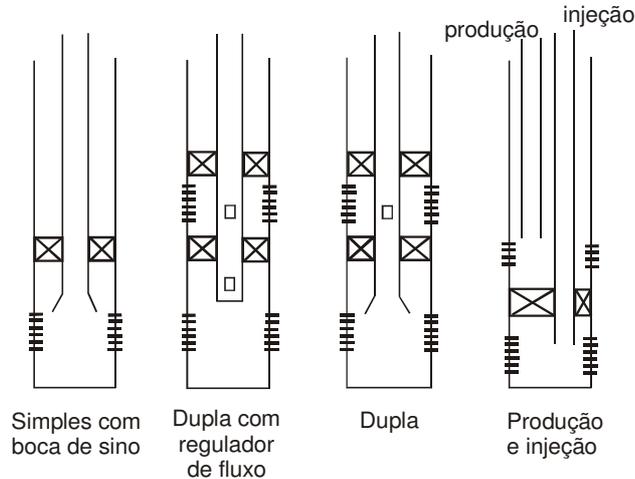


Figura 14.70 – Tipos de completação em poços de injeção de água.

h) Poços de captação

Alguns dos poços de captação normalmente são antigos produtores de óleo, recompletados (recanhoneados) em zonas produtoras de água. Apesar de se tratarem de poços que seriam abandonados (custo inicial muito baixo), são poços problemáticos pois, devido às vazões elevadas (grande velocidade de fluxo) e à diluição de sais (cimento natural) da formação pela água, produzem areia, o que, na maioria dos casos, diminui drasticamente a vida dos equipamentos de produção.

Configuração

Os poços dimensionados para captação de água diferem dos demais por possuírem *câmara de bombeamento, filtro e pré-filtro*.

A câmara de bombeamento é o revestimento de diâmetro maior, destinado a conter o equipamento de bombeio. Abaixo desta utiliza-se revestimento de menor diâmetro. Para evitar o problema de produção de areia são utilizados filtros ranhurados (e pré-filtro de areia), mas este é um equipamento que deve ser descido juntamente com o revestimento de produção, quando da perfuração do poço. Os filtros são tubos vazados com ranhuras menores que o diâmetro dos grãos da formação que se queira reter. No caso de formação com grãos de pequeno diâmetro, utiliza-se um colchão de areia de granulometria bem definida, denominado pré-filtro, colocado no espaço anular entre o filtro e a formação.

Após o posicionamento do pré-filtro e da cimentação da parte superior do poço, procede-se o desenvolvimento do mesmo, que consiste em produzi-lo para acomodação do pré-filtro e para retirada da lama de perfuração e, ainda, para determinar os parâmetros de produção: nível estático, nível dinâmico, índice de produtividade e tempo de recarga.

Equipamentos de bombeio

Os poços de captação podem ser produzidos por quaisquer dos métodos utilizados para produção de óleo, mas devido às vazões mais elevadas a preferência é quase sempre por bombeio elétrico centrífugo submerso ou por "ar-lift" ("gás-lift" com ar).

Os parâmetros de dimensionamento do equipamento são simplificados por tratar-se de um único líquido e isento de gás. A pressão necessária (Altura Manométrica Total – *HMT*) para elevar uma determinada vazão desde a formação até a estação é dada pela expressão:

$$HMT = ND + h_{fc} + \Delta c + h_{fs} + p_{est}, \quad (14.283)$$

onde *ND* é o nível dinâmico, *h_{fc}* a perda de carga por fricção na coluna de produção, *Δc* a diferença de cota entre a cabeça do poço e a estação, *h_{fs}* a perda de carga por fricção na adutora que liga o poço à estação e *p_{est}* a pressão de entrada no vaso da estação. As perdas de carga podem ser calculadas através das fórmulas de Hazen-Willians, com excelente aproximação. Variando-se a vazão, varia-se a *HMT* e a curva de *vazão x pressão* resultante é a curva do sistema, que deve ser comparada com a curva da bomba.

i) Poços de "dump-flood"

Estes constituem os sistemas de injeção mais simples, pois consistem simplesmente em poços simultaneamente produtores e injetores de água, isto é, produzem água na zona superior e injetam diretamente, por gravidade, na zona inferior. A operação desse tipo de poço é muito simples, mas o acompanhamento somente é possível através de perfilagens periódicas com o chamado *medidor de fluxo contínuo* ("continuous flow meter") ou com *perfilagem radiativa*.

14.8.3. Controle e acompanhamento

Para que se possa fazer um bom acompanhamento dos poços de injeção de água, não basta medir as suas vazões e mantê-las sempre ajustadas às cotas estabelecidas. Esse controle seria suficiente se as formações fossem homogêneas e as suas condições de permeabilidade e pressão se mantivessem inalteradas ao longo do tempo. Sabe-se, contudo, que isso é praticamente impossível

de ocorrer, devendo-se portanto realizar testes periódicos para que possam ser identificadas situações indesejadas como, por exemplo, dano à formação e má distribuição da água.

a) Testes

Vários tipos de teste podem ser empregados no acompanhamento de poços de injeção de água.

Teste de injeção

É o teste de rotina que tem por finalidade o acompanhamento da vazão e da pressão de injeção, fornecendo uma primeira idéia do comportamento do poço. É realizado através de hidrômetro localizado na própria instalação do poço, no caso de distribuição em marcha, ou nos “manifolds” centrais. O resultado deste teste e o cômputo das horas de operação do poço geram um relatório mensal onde são registrados o volume injetado no mês e o volume acumulado desde o início da injeção, dados esses necessários ao acompanhamento do reservatório em questão.

Teste “step rate”

Este teste consiste em realizar-se a injeção com pressões variadas, medindo-se as respectivas vazões. Consegue-se desse modo obter um gráfico da vazão em função da pressão, conforme ilustra a Figura 14.71.

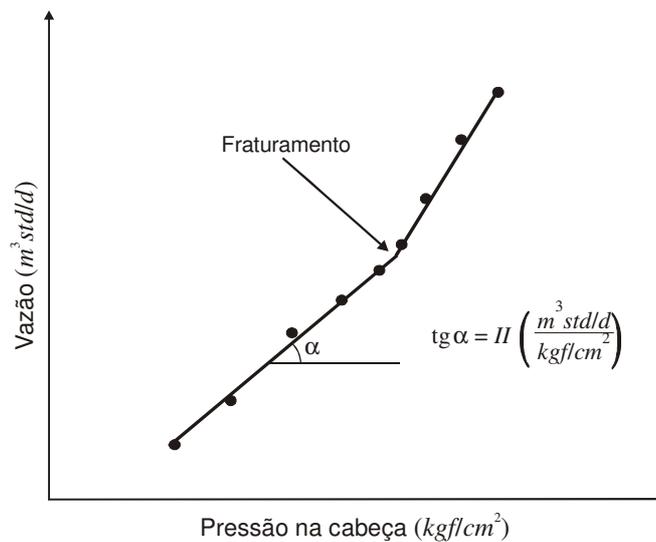


Figura 14.71 – Teste “step-rate”.

Recorre-se a este teste tanto para o cálculo da *pressão de fraturamento* como do *índice de injetividade* (*II*). Além da estimativa do índice de injetividade, o cálculo da pressão de fraturamento é de capital importância em projetos de recuperação secundária. Em projetos de injeção de água uma fratura artificial pode prejudicar a eficiência de varrido, a depender da sua direção. Por outro lado, em projetos de métodos especiais de recuperação secundária (ou de recuperação terciária) não podem ser admitidos desperdícios de fluidos injetados de alto custo através de fraturas induzidas.

Conforme indica a Figura 14.71, a pressão na cabeça que resulta no fraturamento da formação é estimada a partir da intersecção das duas retas mostradas, já que após a indução da fratura o crescimento da vazão pode se obtido com um crescimento menor da pressão na cabeça.

O índice de injetividade, conforme discutido anteriormente, é definido como:

$$II = \frac{Q_{inj}}{\Delta p}, \quad (14.284)$$

onde Q_{inj} é a vazão de injeção e Δp a queda de pressão associada. No caso do teste “step rate” geralmente o regime de fluxo é transiente, de modo que o índice de injetividade calculado refere-se ao chamado *índice de injetividade transiente*, cujo valor, conforme foi discutido no Capítulo 3, difere do valor obtido durante um regime de fluxo estabilizado. Então, nesse caso a queda de pressão seria dada por $\Delta p = p_{winj} - p_i$, onde p_{winj} é a pressão de injeção no fundo do poço e p_i a pressão inicial do reservatório. Assim, a expressão que define o índice de injetividade pode ser escrita como:

$$Q_{inj} = II \Delta p = II (p_{winj} - p_i). \quad (14.285)$$

Como nesse tipo de teste mede-se somente a pressão na cabeça, pode-se escrever que $p_{winj} = p_{cab} + \gamma_w D - \Delta p_f$, onde γ_w é o peso específico da água, D a profundidade média dos canhoneados e Δp_f a queda de pressão devida à fricção na coluna de injeção. Portanto,

$$Q_{inj} = II (p_{cab} + \gamma_w D - \Delta p_f - p_i). \quad (14.286)$$

Admitindo que o índice de injetividade seja aproximadamente constante durante a realização do teste, pode-se tomar a derivada da equação anterior, o que resulta em:

$$d(Q_{inj}) = II d(p_{cab} + \gamma_w D - \Delta p_f - p_i). \quad (14.287)$$

Admitindo ainda que o peso específico da água seja constante e que a perda de carga (Δp_f) devida ao fluxo na coluna de injeção também seja constante, ou seja, desprezando o aumento da perda de carga com o aumento da vazão, obtém-se então a expressão:

$$d(Q_{inj}) = II d(p_{cab}), \quad (14.288)$$

ou ainda:

$$II = \frac{d(Q_{inj})}{d(p_{cab})}. \quad (14.289)$$

Portanto, o índice de injetividade transiente pode ser estimado como sendo a inclinação da reta ajustada aos pontos Q_{inj} versus p_{cab} , isto é, a tangente do ângulo α mostrado na Figura 14.71.

Teste de “fall-off”

O teste de “fall-off” permite avaliar, através do cálculo do chamado fator de película (s), se a formação está danificada ($s > 0$), estimulada ($s < 0$) ou se mantém a sua condição original ($s = 0$). Consiste no registro contínuo da pressão em função do tempo durante um período de fluxo (injeção) com vazão constante, seguido de um período de fechamento do poço.

Como parte do acompanhamento dos poços de injeção de água, normalmente é calculado o índice de injetividade dos poços. Além disso, o chamado *perfil de injetividade* pode ser usado para verificar a distribuição da água na formação.

b) Índice de injetividade

O índice de injetividade, quando calculado periodicamente, pode indicar se o decréscimo de vazão durante os primeiros estágios de injeção de um poço deve-se ao tamponamento da formação, sendo portanto remediável, ou ao enchimento do reservatório, sendo neste caso inevitável. Esse índice pode ser estimado a partir de um teste de injeção, de um teste de “fall-off” ou de um teste “step-rate”, e é similar ao índice de produtividade utilizado para poços produtores (vide Capítulo 3).

c) Perfil de injetividade

As presenças de fraturas naturais ou induzidas, zonas de alta permeabilidade devidas à heterogeneidade do reservatório, etc., podem provocar uma erupção precoce da água de injeção nos poços produtores, prejudicando tremendamente a eficiência de varrido e, assim, a própria produção. É necessário, então, correr perfis de injetividade em frente aos intervalos canhoneados dos poços de injeção a fim de que se possa investigar a distribuição de água através da formação e corrigir as eventuais anomalias. Desse modo, além de se aumentar a recuperação de óleo reduz-se a produção de água, o que significa redução nos gastos com tratamento químico, principalmente. Os dois processos comumente usados para a obtenção desses perfis são o traçador radiativo e o medidor de fluxo contínuo.

14.8.4. Intervenções nos poços de injeção

As intervenções nos poços de injeção são normalmente realizadas com o uso das chamadas *unidades de arame* (“wire-line”), sondas de produção ou guindastes.

a) Unidades de arame

As unidades de arame são utilizadas quando se quer aplicar ou sacar reguladores de fluxo de sub-superfície, e nos testes de “fall-off”, para descida do registrador de pressão.

b) Sondas de produção

Realizam-se com sondas de produção as chamadas *intervenções de limpeza*, cuja finalidade é a manutenção dos poços, dos seus equipamentos e dos reservatórios nas vizinhanças dos poços. Essa manutenção pode constituir-se de:

- Limpeza do revestimento e do fundo do poço (por circulação e caçambeio);
- Verificação e teste dos equipamentos do poço (revestimento, coluna, “packers”, “nipples” de assentamento de reguladores de fluxo e outros acessórios);
- Pistoneio da formação (com “swab” ou por impacto);
- Injeção de bactericidas;
- Injeção de ácido;
- Aplicação do “packer-fluid” no anular do poço.

Em função da qualidade da água de injeção, isto é, dos seus efeitos sobre os equipamentos e sobre o reservatório, é importante que se estipule uma frequência de intervenções para cada campo, em caráter preventivo. Assim poderão ser evitados problemas mais graves como pescarias, recompletações ou até a perda total de poços. Entretanto, a melhor maneira de se evitar intervenções com sondas para resolver problemas de queda de injetividade é promover um bom tratamento da água a ser injetada.

c) Guindastes

Em poços rasos de captação de água (até 200 m), a substituição simples de bombas é efetuada utilizando-se um guindaste, dispensando assim o uso de uma sonda de produção e gerando grande redução de custo.

14.8.5. Corrosão em sistemas de injeção de água

O controle da corrosão metálica tem sido um dos maiores problemas correlacionados à injeção de água, particularmente nos casos de águas com salinidade elevada e gases dissolvidos como oxigênio, sulfeto de hidrogênio e dióxido de carbono.

a) Efeitos da composição da água

Algumas propriedades da água, como a sua condutividade e a quantidade de gases dissolvidos, constituem-se em importantes fatores na ocorrência ou não de corrosão nas instalações de injeção de água.

Condutividade da água

Em primeira análise pode-se dizer que a corrosividade da água aumenta proporcionalmente com a sua condutividade. Água destilada não é muito condutora e não é muito corrosiva, em contrapartida água salgada é condutora e corrosiva, pois a condutividade aumenta com a salinidade.

Gases dissolvidos

Oxigênio, dióxido de carbono ou sulfeto de hidrogênio dissolvidos na água aumentam drasticamente a sua corrosividade, pois os gases dissolvidos são a causa primária da maior parte dos problemas de corrosão. Não existindo nenhum desses gases em solução e mantendo-se o *pH* da água neutro ou alto, a maior parte dos sistemas apresentará muito poucos problemas de corrosão.

O oxigênio dissolvido na água funciona como despolarizador catódico, promovendo a corrosão. Células de concentração ou de concentrações diferenciais de oxigênio, como usualmente ocorrem sob depósito ou “scale”, podem causar corrosão localizada muito severa (“pitting”). Se a água contiver H_2S e/ou CO_2 dissolvidos, quaisquer traços de oxigênio dissolvido aumentarão drasticamente a corrosão. A quantidade de oxigênio que pode estar dissolvido na água está diretamente relacionada à pressão, temperatura e salinidade (cloretos).

O dióxido de carbono dissolvido na água ocasiona a formação de ácido carbônico, abaixando o *pH* e aumentando a agressividade. Ele não é tão corrosivo quanto o oxigênio, pois comumente resulta em corrosão generalizada. A solubilidade do CO_2 na água, como todos os gases, é função da pressão parcial de vapor do CO_2 nas condições a que a água está submetida. Quanto maior a pressão de vapor, maior a solubilidade.

O sulfeto de hidrogênio é um dos gases mais prejudiciais que podem entrar em um sistema, e nos sistemas de injeção de água normalmente é produzido pela redução do ion sulfato por bactérias sulfato-redutoras. Esse gás promove corrosão ativa de duas maneiras: por ser ácido causa ataque por *pH* baixo e é responsável pela formação de sulfeto de ferro, que é catódico em relação ao ferro e conduz à corrosão galvânica. Novas colônias de bactérias irão se formar e, protegidas pelos depósitos da ação de bactericidas, continuarão a produzir mais H_2S , que irá gerar mais sulfeto de ferro, num círculo crescente e cada vez mais danoso. A combinação de H_2S e CO_2 é muito mais agressiva e a presença de quantidades mínimas que sejam de O_2 poderá ser desastrosa.

b) Efeitos de variáveis físicas

Além das propriedades da água, as variáveis físicas do sistema, como a temperatura, a pressão e a velocidade da água, também influem na taxa de corrosão.

Temperatura

Em um sistema fechado a taxa de corrosão aumenta com a temperatura (um aumento da temperatura de 25 para 80 °C pode aumentar a taxa de corrosão em até 400%). Se o sistema é aberto, aumentando-se continuamente a temperatura, inicialmente a taxa de corrosão aumentará (até 75 °C), para em seguida diminuir, porque os gases dissolvidos serão liberados para a atmosfera mais rapidamente que o aumento da taxa de difusão.

Qualquer variação de temperatura dentro de uma mesma peça de metal fará com que as partes mais quentes tornem-se anódicas com relação às áreas mais frias.

Alguns metais ou ligas mudam o seu potencial elétrico à medida que aumenta a temperatura. A capa de zinco sobre o aço galvanizado torna-se catódica com relação ao ferro em torno de 75 °C e não oferece mais proteção.

Pressão

A pressão altera algumas reações químicas. Nos sistemas de injeção de água, o efeito principal de uma pressão maior é o aumento da solubilidade dos gases em solução, que resulta em aumento da taxa de corrosão.

Velocidade da água

O aumento da velocidade do fluxo normalmente ocasiona aumento da taxa de corrosão. Águas estagnadas ou com baixas velocidades geralmente provocam uma menor taxa geral de corrosão, mas podem provocar “pitting” e favorecem a decantação de sólidos em suspensão. Velocidades muito elevadas (fluxo tampão) provocam erosão/corrosão. Valores entre 1 e 2 m/s para tubulações de recalque, e entre 0,5 e 1 m/s em sucções são, na prática, consideradas velocidades ótimas, pois não favorecem deposição, corrosão nem erosão.

14.8.6. Depósitos e/ou “Scale”

As deposições mais comuns encontradas em sistemas de injeção de água são as causadas por sais de cálcio e magnésio, ferro, bário e sílica, quase sempre aglutinadas pelo óleo residual da água. Devem ser eliminadas do sistema rapidamente, uma vez que irão servir de abrigo para as bactérias do ferro ou para as sulfato-redutoras.

Sais de cálcio e magnésio

São incrustações comuns de serem encontradas em qualquer sistema que opere com água que apresenta alguma dureza (quase todas as águas). Nos sistemas de injeção são as que provocam menores danos, pois são removidas facilmente com limpeza ácida, passagem de “pig” ou hidrojateamento.

Compostos ferrosos

Os compostos ferrosos que podem ocorrer nos sistemas de injeção de água são os óxidos, os hidróxidos e os sulfetos. Sendo todos catódicos em relação ao aço carbono, conduzem à corrosão

galvânica. O mais danoso é o sulfeto de ferro, resultado do ataque do H_2S ao ferro da tubulação e aos compostos ferrosos solúveis e insolúveis encontrados na água produzida, pois além dos problemas de corrosão mencionados anteriormente, este composto poderá ainda ser arrastado pelo fluxo de água e seu atrito com a tubulação provocará abrasão na mesma. Uma vez que esse depósito serve de abrigo para as bactérias que, de maneira indireta, irão produzir mais sulfeto de ferro, a obstrução total da tubulação poderá ocorrer rapidamente, sendo portanto essencial a sua remoção. A remoção dos depósitos das linhas é efetuada pela passagem de “pig” ou por hidrojateamento. Nas linhas de grande extensão, já com deposição severa, o método utilizado para remoção é o químico, através do ácido clorídrico, que traz o inconveniente de produzir grande quantidade de H_2S , que é um oxidante energético, corrosivo, inflamável (provoca misturas explosivas) e tóxico (mortal em concentrações acima de 50 ppm na atmosfera).

O sulfeto de ferro pode também causar sérios danos à formação, ocorrendo facilmente o tamponamento total da mesma. Neste caso a remoção é muito difícil, pois o pistoneio convencional ou mesmo por impacto remove somente o sulfeto de ferro das proximidades do poço. A acidificação da matriz com ácido clorídrico produz grande quantidade de H_2S , impossibilitando o pistoneio para remoção do ácido com o material danificador, pois altas concentrações de H_2S conduzirão à grafitação do aço do revestimento, da coluna e do cabo de pistoneio, podendo ocorrer o colapso dos mesmos, além dos anteriormente citados problemas causados pelo H_2S quando lançado na atmosfera. Pelos motivos apresentados, o pistoneio posterior à acidificação é impraticável, sendo portanto o ácido deslocado para a formação, onde novo dano poderá ocorrer devido a reações químicas, com a formação de um precipitado. A formação desse precipitado inicia-se assim que o *pH* ultrapassa 2,2, o que ocorre assim que a frente de ácido é consumida. Para se evitar esse novo dano são utilizados seqüestrantes de ferro, e sua concentração deverá ser suficiente para seqüestrar todo o ferro livre. Uma vez que a quantidade de seqüestrante é elevada, o custo do processo sofrerá aumento.

Bário

Danos à formação devidos à precipitação de sulfato de bário no reservatório são irreversíveis, pois o mesmo é insolúvel em ácidos. Em alguns casos de deposição em linhas o mesmo poderá ser removido por hidrojateamento. Em águas com teores de sais de sulfato e de bário a única providência possível é impedir a formação do sulfato de bário através do uso de inibidores químicos.

Sílica

A sílica (areia de quartzo) somente forma deposições, mas poderá auxiliar no tamponamento de linhas por outros precipitados ou mesmo ser aglutinada pelo óleo residual da água produzida. A sílica é solúvel em ácido fluorídrico.

14.8.7. Materiais utilizados

Os equipamentos utilizados na injeção de água devem ser construídos com materiais adequados à agressividade da água, estudando-se cada caso para encontrar a solução mais econômica, uma vez que o uso de materiais inadequados a essa agressividade poderá proporcionar taxas de corrosão elevadas.

Quando as águas são de salinidade não muito elevada, isentas de gases danosos dissolvidos e apresentam pouca agressividade, os materiais normalmente utilizados são o aço carbono e o ferro-fundido, pois são os de menor custo. Para águas agressivas os materiais deverão ser mais nobres, e portanto de custo mais elevado, como os aços inoxidáveis, os aços-liga, o Monel, as ligas não

ferrosas como o bronze e o bronze-alumínio, e os materiais não metálicos como a fibra de vidro e o PVC.

14.9. Problemas

Problema 14.1 – Utilizando os conceitos apresentados na Seção 14.3.2 e no Exemplo 14.1, deduza a equação para a vazão de injeção de um poço situado a uma distância d do centro de um reservatório horizontal circular, com pressão constante p_e no limite externo. Admita fluxo monofásico no reservatório e considere k a permeabilidade ao fluido, h a espessura do reservatório, μ a viscosidade do fluido, r_e o raio do reservatório, r_w o raio do poço e p_{winj} a pressão de injeção no fundo do poço.

$$\text{Resposta: } q = \frac{2\pi kh(p_{winj} - p_e)}{\mu \ln \left\{ \frac{r_e}{r_w} \left[1 - \left(\frac{d}{r_e} \right)^2 \right] \right\}}$$

Problema 14.2 – Considere um sistema de injeção de água, em um reservatório homogêneo e horizontal, composto por três poços igualmente espaçados ao longo de uma linha reta, sendo o poço do centro um injetor com vazão q e os poços das extremidades produtores, cada um deles com vazão $q/2$. A distância entre os poços é igual a C . Considere um sistema de coordenadas cartesianas em que o eixo horizontal passe pelos três poços e o vertical passe pelo poço injetor. Admitindo que a razão de mobilidades seja unitária e que o fluxo seja monofásico, calcule:

- A área varrida pela água até o instante de “breakthrough”.
- A distância, medida a partir do poço injetor, percorrida pela água sobre o eixo vertical, até o instante de “breakthrough”.

Respostas:

$$(a) A_{inv} = \pi C^2/2 \quad (b) y = 0,6436 C$$

Problema 14.2 – Um reservatório de óleo plano e horizontal, originalmente à pressão de bolha, possui porosidade média de 20% e saturação de água conata irreduzível também igual a 20%. Após a produção primária esse reservatório foi submetido a um projeto de injeção de água utilizando o esquema de linha direta, onde tanto a distância entre as linhas como a distância entre os poços do mesmo tipo foi estabelecida em 400 m.

A produção de óleo acumulada por malha até o início da injeção é de 10.000 $m^3 std$, o fator volume-formação do óleo nesse instante é igual a 1,20 e a vazão de injeção é constante e igual a 200 $m^3 std/d$ por poço.

A operação de injeção deverá ser abandonada quando a razão água/óleo de produção acumulada for igual a 1. Alguns estudos mostraram que para essa razão água-óleo 80% do reservatório estarão invadidos pela água, com uma saturação média deste fluido igual a 70%. Sabe-se também que a saturação média de água atrás da frente de avanço da mesma é de 60%. Outros dados do sistema são:

Fator volume-formação do óleo à pressão de bolha.....	1,25
Fator volume-formação da água.....	1,00
Viscosidade do óleo	2 cp
Viscosidade da água	0,8 cp

Espessura da formação.....	20 m
Raio dos poços.....	10 cm
Permeabilidade efetiva ao óleo no banco de óleo.....	125 md
Permeabilidade efetiva à água à saturação média atrás da frente de avanço da água.....	100 md

Considere que a saturação de gás residual seja nula e que ao tempo de “fill-up” as regiões ocupadas pelo gás tenham sido ressaturadas com óleo. Utilize a aproximação de Craig, dada pela Eq. (14.16), para o cálculo da vazão de injeção no instante do “breakthrough”. Calcule:

- O volume poroso da malha.
- O volume original provado de óleo por malha.
- O tempo de enchimento (“fill-up”), admitindo ser desprezível a produção de óleo nesse período.
- A eficiência de varrido horizontal no “fill-up”.
- A distância da frente de avanço da água aos poços de injeção no “fill-up”, admitindo que o fluxo até esse instante seja radial.
- A injeção acumulada de água até o “breakthrough”.
- O tempo de “breakthrough”.
- A produção acumulada de óleo por malha, desde o início da vida produtiva do reservatório, até o instante de “breakthrough”.
- A produção acumulada de óleo por malha, desde o início da vida produtiva do reservatório, até o instante de abandono do reservatório.
- O fator de recuperação.
- O tempo de abandono.
- A pressão de injeção em frente à formação portadora de óleo no início do projeto, sabendo que a pressão dinâmica de fundo nos poços produtores é de 10 kgf/cm^2 .

Respostas:

- | | | |
|---|---|--|
| (a) $V_p = 0,64 \times 10^6 \text{ m}^3$ | (b) $N = 0,41 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ | (c) $t_{FU} = 320 \text{ d}$ |
| (d) $(E_A)_{FU} = 0,125 \text{ (12,5\%)}$ | (e) $R_a = 113 \text{ m}$ | (f) $(W_{inj})_{BT} = 0,128 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ |
| (g) $t_{BT} = 1280 \text{ d}$ | (h) $(N_p)_{BT} = 0,09 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ | (i) $(N_p)_{ab} = 0,197 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$ |
| (j) $FR = 0,48 \text{ (48\%)}$ | (k) $t_{ab} = 4.530 \text{ d}$ | (l) $p_{inj} = 58,91 \text{ kgf/cm}^2$ |

Problema 14.3 – São dados de um reservatório de óleo submetido a um projeto de injeção de água:

Esquema de injeção.....	“five-spot”
Área da malha.....	40 acre
Espessura da formação.....	18 ft
Vazão de injeção.....	250 STB/d
Porosidade média.....	0,22
Saturação de água conata irreduzível.....	0,23
Saturação de óleo.....	0,77
Saturação de óleo residual.....	0,28
Viscosidade da água.....	0,78 cp
Viscosidade do óleo.....	2,6 cp
Fator volume-formação da água.....	1,0
Fator volume-formação do óleo.....	1,15

Permeabilidade relativa à água @ $S_o = 0,28$	0,26
Permeabilidade relativa ao óleo @ $S_o = 0,77$	0,82

Determinar:

- O tempo de “breakthrough”.
- O volume de óleo produzido até o “breakthrough” devido apenas à injeção de água.
- O volume de óleo produzido devido à injeção quando a razão água/óleo for igual a 25.

Respostas:

- (a) $t_{BT} = 1.637 d$ (b) $(N_p)_{BT} = 0,356 \times 10^6 STB$ (c) $N_p = 0,513 \times 10^6 STB$

Problema 14.4 – São conhecidas as seguintes informações de um reservatório de óleo submetido a um projeto de injeção de água:

Esquema de injeção.....	“five-spot”
Espaçamento.....	400 m
Porosidade.....	20%
Saturação de óleo no início da injeção.....	75%
Saturação de água conata irreduzível.....	25%
Saturação média de água atrás da frente de avanço.....	50%
Fator volume-formação original do óleo.....	$1,1 m^3/m^3 std$
Fator volume-formação do óleo após a injeção.....	$1,1 m^3/m^3 std$
Fator volume-formação da água.....	$1,0 m^3/m^3 std$
Razão de mobilidades até a erupção.....	0,9
Vazão de injeção total.....	$100 m^3 std/d$
Permeabilidade em função da profundidade.....	Tabela 14.8

Tabela 14.8 – Permeabilidade em função da profundidade para o reservatório do Problema 14.4

Profundidade (m)	Permeabilidade (md)
1.000 – 1.001	35
1.001 – 1.002	51
1.002 – 1.003	27
1.003 – 1.004	116
1.004 – 1.005	60
1.005 – 1.006	237
1.006 – 1.007	519
1.007 – 1.008	98
1.008 – 1.009	281
1.009 – 1.010	164

Determinar:

- O coeficiente de variação da permeabilidade.
- O zoneamento da formação produtora em cinco camadas de iguais propriedades, exceto k .
- A vazão de injeção em cada camada, considerando-a proporcional à capacidade (kh) da camada em questão.

- (d) O volume poroso de cada camada.
- (e) O tempo de erupção (“breakthrough”).
- (f) As produções acumuladas de água e de óleo até a erupção, devidas à injeção de água.
- (g) A fração recuperada até a erupção devida à injeção de água, em relação ao volume original de óleo.
- (h) O tempo de erupção admitindo a formação homogênea com permeabilidade igual a $k_{50\%}$.
- (i) As produções acumuladas de água e de óleo até a erupção, devidas à injeção de água, admitindo a formação homogênea com permeabilidade igual a $k_{50\%}$.
- (j) A fração recuperada até a erupção devida à injeção de água, em relação ao volume original de óleo, admitindo a formação homogênea com permeabilidade igual a $k_{50\%}$.
- (k) O tempo de erupção (“breakthrough”) na segunda camada de maior capacidade.
- (l) As produções acumuladas de água e de óleo até a erupção da segunda camada de maior capacidade, devidas à injeção de água.
- (m) A fração recuperada até a erupção da segunda camada de maior capacidade devida à injeção de água, em relação ao volume original de óleo.

Observações:

1. Quando necessário adotar a expressão:

$$E_A = (E_A)_{BT} + 0,633 \log[W_{inj} / (W_{inj})_{BT}],$$

onde E_A é a eficiência de varrido horizontal em um instante qualquer após o “breakthrough”, $(E_A)_{BT}$ a eficiência de varrido horizontal no instante do “breakthrough”, W_{inj} o volume de água injetado até o instante considerado, posterior ao “breakthrough”, e $(W_{inj})_{BT}$ o volume de água injetado até o “breakthrough” .

2. Considerar que a saturação média de óleo na região invadida pela água em cada camada não varia após o “breakthrough”.

Respostas:

- (a) $V = 0,683$
- (b) $k_1 = 465 \text{ md}; k_2 = 194 \text{ md}; k_3 = 104 \text{ md}; k_4 = 57 \text{ md}; k_5 = 24 \text{ md}$
- (c) $q_1 = 55,2 \text{ m}^3 \text{ std/d}; q_2 = 23,0 \text{ m}^3 \text{ std/d}; q_3 = 12,3 \text{ m}^3 \text{ std/d}; q_4 = 6,7 \text{ m}^3 \text{ std/d}; q_5 = 2,8 \text{ m}^3 \text{ std/d}$
- (d) $V_p = 0,128 \times 10^6 \text{ m}^3$
- (e) $t_{BT} = 412 \text{ d}$
- (f) $W_p = 0; N_p = 37.454 \text{ m}^3 \text{ std}$
- (g) $f_R = 8,6\%$
- (h) $t_{BT} = 1.136 \text{ d}$
- (i) $W_p = 0; N_p = 103.300 \text{ m}^3 \text{ std}$
- (j) $f_R = 23,7\%$
- (k) $t_{BT} = 987 \text{ d}$
- (l) $W_p = 24.082 \text{ m}^3 \text{ std}; N_p = 67.834 \text{ m}^3 \text{ std}$
- (m) $f_R = 15,6\%$

Problema 14.5 – São dados de um reservatório de óleo, constituído de 10 camadas de 61 cm de espessura cada uma:

Camada	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Permeabilidade (md)	2	40	45	120	80	145	110	74	48	6

Vazão de injeção.....	31,83 m ³ std/d
“Cut” de abandono.....	84,30%
Volume poroso do reservatório.....	15.250 m ³
Porosidade.....	25%
Saturação de água conata irreduzível.....	22%
Saturação de óleo no início da injeção.....	60%
Saturação de óleo residual.....	17%
Saturação de gás residual.....	0
Fator volume-formação do óleo à pressão original.....	1,20
Fator volume-formação do óleo na pressão de abandono.....	1,12

Utilizando o modelo de Stiles, pedem-se:

- Construir um gráfico de “cut” de água versus eficiência de varrido vertical.
- Calcular a eficiência de varrido vertical no instante de abandono do reservatório.
- Calcular o fator de recuperação, em relação ao volume original de óleo, no instante de abandono do reservatório.

Observação: Considerar que não se produz óleo até que ocorra o “fill-up” de todas as camadas (os poços de produção permanecem fechados durante o enchimento do reservatório).

Respostas:

- (b) $(E_{vv})_{ab} = 0,85$ (85%) (c) $FR = 0,645$ (64,5%)

Problema 14.6 – Utilizando os dados do Problema 14.5 e o modelo de Dykstra-Parsons, determinar a eficiência de varrido vertical no instante da erupção da 6^a camada mais permeável. Outras informações são:

Viscosidade da água.....	0,9 cp
Viscosidade do óleo.....	1,6 cp
Permeabilidade relativa à água na região invadida pela água.....	0,40
Permeabilidade relativa ao óleo no banco de óleo.....	0,92

Resposta: $E_{vv} = 0,858$ (85,8%)

Problema 14.7 – Utilizando os dados do Problema 14.2, calcule, em relação ao óleo originalmente existente:

- A eficiência de deslocamento no “breakthrough”.
- A eficiência de deslocamento no abandono.

Respostas:

- (a) $E_D = 0,44$ (44%) (b) $E_D = 0,56$ (56%)

Problema 14.8 – Imagine uma situação hipotética em que se tem um poço de injeção cercado por um número muito grande (teoricamente infinito) de poços de produção situados a uma distância igual ao raio de influência (r_e) do poço de injeção, conforme ilustra a Figura 14.72.

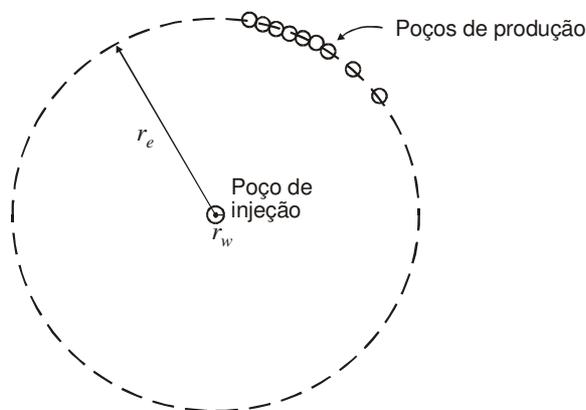


Figura 14.72 – Poço de injeção cercado por um círculo de poços de produção - Problema 14.8.

Assim, o “fill-up” e o “breakthrough” ocorrem quando as frentes de avanço do óleo e da água, respectivamente, atingem os poços de produção, ou seja, percorrem uma distância r_e . Admitindo o modelo de deslocamento completo, deduza expressões para a:

- (a) posição da frente de avanço da água (R_a), em função do volume acumulado de água injetada (medido em condições-padrão) (W_{inj}), do fator volume-formação da água (B_w), da espessura da formação (h), da porosidade ϕ , da saturação de água atrás da frente de avanço (S_w) e da saturação de água conata irreduzível (S_{wi}). Despreze o efeito do raio do poço de injeção.
- (b) posição da frente de avanço do óleo (R_o), em função da posição da frente de avanço da água (R_a), da saturação de óleo no início da injeção (S_o), da saturação de óleo residual (S_{or}), da saturação de gás no início da injeção (S_g) e da saturação de gás residual (S_{gr}).

Respostas:

$$(a) R_a = \sqrt{\frac{W_{inj} B_w / \pi h \phi}{S_w - S_{wi}}} \qquad (b) R_o = R_a \sqrt{1 + \frac{S_o - S_{or}}{S_g - S_{gr}}}$$

Problema 14.9 – Utilizando o enunciado do Problema 14.8, considerando os fluidos incompressíveis e adotando um sistema compatível de unidades, deduza as expressões da diferença de pressão (Δp) entre os poços injetor e produtor, em um tempo qualquer:

- (a) antes do “fill-up”, em função da vazão de injeção (q_{inj}), da viscosidade da água (μ_w), da permeabilidade efetiva à água na região invadida (k_w), da espessura da formação (h), da posição da frente de avanço da água (R_a), da posição da frente de avanço do óleo (R_o), do raio do poço (r_w) e da razão de mobilidades (M).
- (b) após o “fill-up”.

Respostas:

$$(a) \Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w}{2\pi k_w h} \left[\ln\left(\frac{R_a}{r_w}\right) + M \ln\left(\frac{R_o}{R_a}\right) \right] \qquad (b) \Delta p = \frac{q_{inj} \mu_w}{2\pi k_w h} \left[\ln\left(\frac{R_a}{r_w}\right) + M \ln\left(\frac{r_e}{R_a}\right) \right]$$

Problema 14.10 – Um reservatório de óleo apresenta as seguintes condições:

Espessura.....	20 m
Raio de influência do poço de injeção.....	400 m

Raio do poço.....	0,10 m
Porosidade.....	20%
Saturação de água conata irreduzível.....	20%
Saturação de óleo residual.....	30%
Saturação de gás residual.....	0%
Saturação de gás no início da injeção.....	5%
Permeabilidade absoluta.....	400 md
Permeabilidade relativa à água na região invadida pela água.....	50%
Permeabilidade relativa ao óleo no banco de óleo.....	80%
Viscosidade da água.....	1,00 cp
Viscosidade do óleo.....	1,28 cp
Fator volume-formação da água.....	1,00

Calcule os índices de injetividade quando:

- (a) o volume de água injetado for igual a $40.000 \text{ m}^3 \text{ std}$.
 (b) o reservatório atingir o “fill-up”.
 (c) o volume de água injetado for igual a $160.000 \text{ m}^3 \text{ std}$.

Respostas:

$$(a) II = 27,2 \frac{\text{m}^3 \text{ std} / d}{\text{kgf} / \text{cm}^2} \quad (b) II = 26,1 \frac{\text{m}^3 \text{ std} / d}{\text{kgf} / \text{cm}^2} \quad (c) II = 25,9 \frac{\text{m}^3 \text{ std} / d}{\text{kgf} / \text{cm}^2}$$

Problema 14.11 – Considere os dados do Problema 14.10, com exceção da saturação de gás no início da injeção, que deve ser admitida como sendo nula. Determine as razões de condutividade correspondentes às seguintes posições da frente de avanço da água:

- (a) 0,50 m
 (b) 5,0 m
 (c) 100 m.

Respostas:

$$(a) \gamma = 0,954 \quad (b) \gamma = 0,894 \quad (c) \gamma = 0,828$$

Problema 14.12 – Utilizando para a razão de mobilidades o valor de $M = 4$, ao invés do valor encontrado no Problema 14.10, resolva novamente o Problema 14.11. Observe que para haver mudança na razão de mobilidades deverá ser alterada a mobilidade do fluido injetado, já que o do reservatório permanece com as suas características inalteradas.

Respostas:

$$(a) \gamma = 1,170 \quad (b) \gamma = 1,547 \quad (c) \gamma = 2,664$$

Problema 14.13 – Um reservatório inicialmente à pressão de bolha de 200 kgf/cm^2 , quando o fator volume-formação do óleo era de $1,45 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$, produziu 6% do óleo original, tendo então a pressão declinado para 100 kgf/cm^2 e o fator volume-formação do óleo reduzido para $1,35 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ std}$. Foi em seguida iniciado nesse reservatório um projeto de injeção de água com um esquema em linha direta e uma vazão de injeção constante igual a $280 \text{ m}^3 \text{ std}/d/\text{poço}$, ou sejam, $140 \text{ m}^3 \text{ std}/d/\text{malha}$. Outras informações sobre o projeto são:

Porosidade média.....	10%
-----------------------	-----

Saturação de água conata irreduzível.....	20%
Saturação de óleo residual.....	40%
Saturação de gás residual.....	0%
Espessura média do reservatório.....	20 m
Distância entre as linhas de injeção e de produção.....	800 m
Distância entre os poços nas linhas.....	400 m
Permeabilidade absoluta.....	200 md
Permeabilidade relativa à água na região invadida pela água.....	60%
Permeabilidade relativa ao óleo no banco de óleo.....	40%
Viscosidades da água e do óleo.....	1 cp
Fator volume-formação da água.....	1,0

Usando o modelo de deslocamento completo, determine:

- O tempo de “fill-up”.
- A posição da frente de avanço da água 6 meses após o início do projeto de injeção, admitindo que $1 \text{ mês} = 30,42 \text{ d}$.
- A posição da frente de avanço do óleo 6 meses após o início do projeto de injeção, admitindo que $1 \text{ mês} = 30,42 \text{ d}$.
- O tempo de “breakthrough”.
- A fração recuperada, desde o início da produção do reservatório, no instante de “breakthrough”.
- A razão de mobilidades.
- A pressão de injeção no fundo do poço no instante de “fill-up”, admitindo uma pressão de fluxo de fundo no poço de produção constante e igual a 90 kgf/cm^2 .
- A pressão de injeção no fundo do poço no instante de “breakthrough”, admitindo uma pressão de fluxo de fundo no poço de produção constante e igual a 90 kgf/cm^2 .

Respostas:

- | | | | |
|-----------|-------------|-------------------------------|-------------------------------|
| (a) 457 d | (b) 79,85 m | (c) 319,4 m | (d) 1.829 d |
| (e) 0,463 | (f) 1,5 | (g) 109,2 kgf/cm ² | (h) 103,9 kgf/cm ² |

Problema 14.14 – Um arenito, submetido à injeção de água, apresenta as características de permeabilidade relativa mostradas na Tabela 14.9.

Tabela 14.9 – Dados de permeabilidade relativa do reservatório do Problema 14.14

S_w	k_{ro}	k_{rw}
0,24	0,95	0,00
0,30	0,89	0,01
0,40	0,74	0,04
0,50	0,45	0,09
0,60	0,19	0,17
0,70	0,06	0,28
0,80	0,00	0,44

Outros dados são:

Viscosidade do óleo.....	1,25 cp
--------------------------	---------

Viscosidade da água.....	0,76 cp
Porosidade.....	20%
Saturação de óleo residual (irredutível).....	20%
Saturação de água irredutível.....	24%
Saturação de óleo no início da injeção.....	76%
Comprimento do arenito.....	2,0 m
Seção reta transversal do arenito.....	50 cm ²
Vazão de injeção.....	163 cm ³ /h

- (a) Admitindo que a pressão média do sistema seja mantida constante e acima da pressão de bolha, trace um gráfico do fluxo fracionário de água em função da saturação de água.
- (b) Utilizando o gráfico do *fluxo fracionário versus saturação de água*, determine a saturação da frente de avanço, o fluxo fracionário da frente de avanço e a saturação média atrás da frente de avanço.
- (c) Calcule a posição da frente de avanço da água 1 h após o início da injeção.
- (d) Determine o volume de óleo deslocado até que ocorra o “breakthrough”.

Respostas:

(b) 70%; 88,5%; 75%

(c) 32 cm

(d) 1.020 cm³

Problema 14.15 – Um reservatório apresenta o esquema de injeção mostrado na Figura 14.73, onde **I** é um poço de injeção, **P** um poço de produção e **O** um poço de observação.

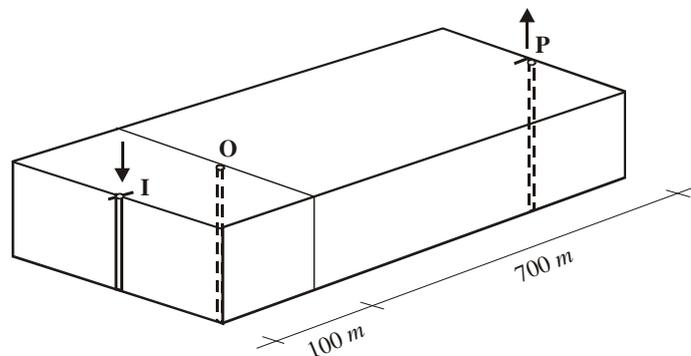


Figura 14.73 – Esquema de injeção do reservatório do Problema 14.15.

Duzentos *dias* após o início da injeção o poço **O** foi aberto (durante um intervalo de tempo desprezível, apenas o suficiente para se medirem as vazões de óleo e de água), tendo produzido óleo e água, sendo a vazão de óleo igual a 5% da vazão de injeção de água (constante) no poço **I**, vazões essas medidas em condições de reservatório. Em seguida o poço **O** foi imediatamente fechado, prosseguindo-se a injeção de água até o poço de produção **P** apresentar um fluxo fracionário de água de 95%, quando então foi convertido em poço de injeção. As curvas de f_w e de f'_w versus S_w são dadas na Figura 14.74.

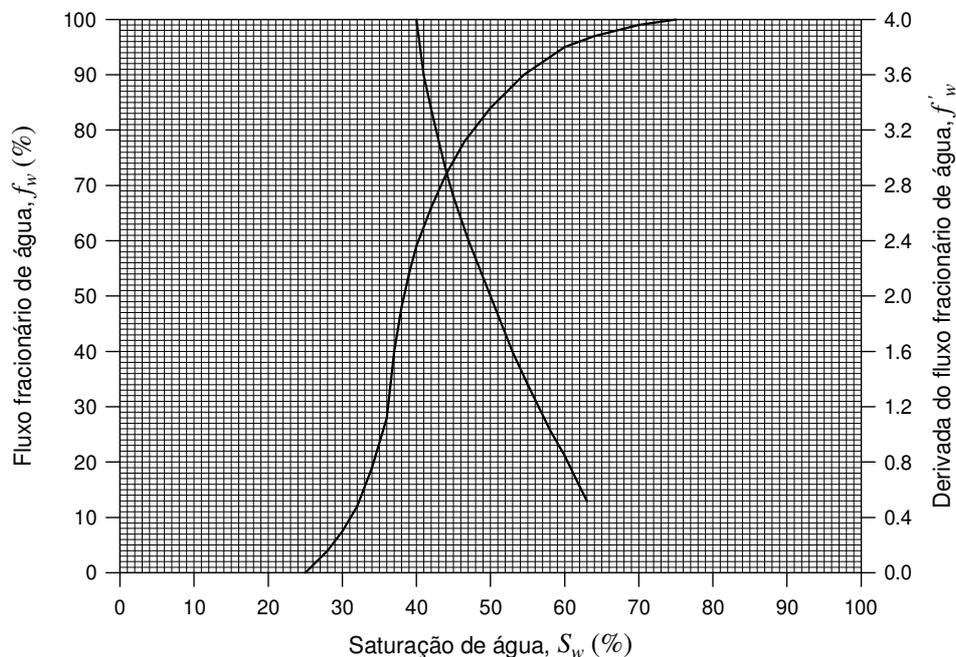


Figura 14.74 – Curvas do *fluxo fracionário* e sua *derivada* versus *saturação de água* - Problema 14.15.

Determine:

- A saturação de água irreduzível.
- A saturação de óleo residual (irreduzível).
- A saturação de água na frente de avanço da água.
- A saturação média de água atrás da frente de avanço da água.
- O fluxo fracionário de água no poço **O** no instante em que esteve aberto.
- A saturação de água nas imediações do poço **O** no instante em que esteve aberto.
- A distância da frente de avanço da água ao poço de injeção no instante em que o poço **O** esteve aberto.
- Uma curva de *saturação de água* versus *distância ao poço de injeção* no instante em que o poço **O** esteve aberto (200 dias após o início da injeção).
- O tempo de “breakthrough” no poço **P** a contar do início da injeção.
- O tempo de vida do poço **P** como poço de produção.

Respostas:

- | | | | | |
|---------|-----------|------------------|-----------|-------------|
| (a) 25% | (b) 25% | (c) 40% | (d) 50% | (e) 95% |
| (f) 60% | (g) 476 m | (h) Tabela 14.10 | (i) 336 d | (j) 1.600 d |

Tabela 14.10 – Respostas do item (h) do Problema 14.15

Distância (m)	38	100	167	238	324	476
S_w (%)	65	60	55	50	45	40

Problema 14.16 – Um reservatório em que é feita injeção de água em linha direta possui as seguintes características:

Espessura da formação produtora.....	10 m
Mergulho estrutural.....	0°
Porosidade média.....	20%
Permeabilidade absoluta média.....	5 md
Saturação de gás no início da injeção.....	15%
Pressão média do reservatório.....	70 kgf/cm ²
Fator volume-formação do óleo à pressão de bolha (original).....	1,29
Fator volume-formação do óleo à pressão atual do reservatório.....	1,20
Fator volume-formação da água.....	1,00
Viscosidade da água.....	0,5 cp
Viscosidade do óleo.....	1,0 cp
Saturação de gás irreduzível.....	0%
Distância dos poços de injeção aos poços de produção.....	400 m
Distância entre os poços de injeção.....	200 m
Dados de permeabilidade relativa.....	Tabela 14.11
Dados de fluxo fracionário.....	Tabela 14.12

Tabela 14.11 – Dados de permeabilidade relativa do reservatório do Problema 14.16

S_w	0,100	0,469	0,563	0,700
k_{rw}	0,000	0,228	0,375	0,740
k_{ro}	1,000	0,115	0,061	0,000

Tabela 14.12 – Dados de fluxo fracionário do reservatório do Problema 14.16

S_w	f_w	f'_w
0,100	0,000	0,000
0,469	0,795	2,160
0,495	0,845	1,750
0,520	0,888	1,410
0,546	0,920	1,130
0,572	0,946	0,851
0,597	0,965	0,649
0,622	0,980	0,477
0,649	0,990	0,317
0,674	0,996	0,195
0,700	1,000	0,000

Determine:

- A saturação de água irreduzível.
- A saturação de óleo residual (irreduzível).
- A razão de mobilidades admitindo que o deslocamento fosse completo.
- A saturação média de água atrás da frente de saturação de água igual a 67,4%.

- (e) A velocidade de deslocamento da frente de saturação de água igual a 67,4% se a vazão de injeção é de $90 \text{ m}^3 \text{ std/d/malha}$ ($180 \text{ m}^3 \text{ std/d/poço}$).
- (f) O valor da razão de permeabilidades (k_{rw}/k_{ro}) correspondente à saturação de água nas imediações do poço produtor quando a razão água/óleo nesse poço for igual a 4,71.
- (g) A produção acumulada de óleo até o abandono, sabendo-se que o poço produtor será abandonado quando o fluxo fracionário de água no mesmo for de 96,5%.
- (h) A produção acumulada de água até o abandono.

Respostas:

- (a) 10% (b) 30% (c) 1,48 (d) 69,5%
 (e) $0,044 \text{ m/d}$ (f) 1,96 (g) $65,1 \times 10^3 \text{ m}^3 \text{ std}$ (h) $0,159 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ std}$

Problema 14.17 – Um reservatório de óleo em forma de paralelepípedo, com um ângulo de mergulho igual a 20° e uma capa de gás, será submetido a um projeto de injeção de gás na crista com a finalidade de manter a pressão e deslocar o óleo em direção aos poços produtores. Sabe-se que a distância do contato gás/óleo à primeira linha de poços produtores é de 152 m e que a taxa de injeção de gás medida em condições de reservatório será de $3,158 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ /d/m}^2$. Outros dados do projeto são:

Porosidade média.....	9%
Permeabilidade absoluta média.....	50 md
Saturação de água irreduzível média.....	10%
Viscosidade do óleo no reservatório.....	2,26 cp
Viscosidade do gás no reservatório.....	0,0186 cp
Peso específico do óleo no reservatório.....	0,621 gflcm ³
Peso específico do gás no reservatório.....	0,121 gflcm ³
Pressão média do reservatório.....	177 kgflcm ²
Solubilidade à pressão do reservatório.....	106,9 m ³ std/m ³ std
Fator volume-formação do óleo à pressão do reservatório.....	1,50 m ³ / m ³ std
Fator volume-formação do gás à pressão do reservatório.....	0,0081 m ³ / m ³ std
Permeabilidade relativa.....	Tabela 14.13

Tabela 14.13 – Dados de permeabilidade relativa do reservatório do Problema 14.17

S_o	k_g/k_o	k_{ro}
90	0,000	–
85	0,030	–
80	0,072	0,710
75	0,140	0,600
70	0,270	0,500
60	1,000	0,320
50	2,300	0,190
40	10,000	0,120
30	50,000	0,050
20	grande	0,000

Calcular:

- (a) O tempo necessário para o contato gás/óleo atingir a primeira linha de poços produtores.

- (b) A razão gás/óleo quando o contato gás/óleo atingir a primeira linha de poços produtores.
- (c) O tempo de fechamento da primeira linha de poços produtores admitindo uma razão gás/óleo limite de $1.000 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$.
- (d) A fração recuperada no instante do fechamento da primeira linha de poços produtores.
- (e) O tempo necessário para o contato gás/óleo atingir a primeira linha de poços produtores, admitindo um ângulo de mergulho igual a zero.

Respostas:

- (a) 1.666 d (b) $172 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3 \text{ std}$ (c) 14,8 ano (d) 0,70 (e) 278 d

Bibliografia

- Brigham, W. E.: *Advanced Reservoir Engineering* course. Stanford, CA, USA, Stanford University, School of Earth Sciences, Department of Petroleum Engineering, 1981.
- Buckley, S. E. & Leverett, M. C.: Mechanism of Fluid Displacement in Sands. *Trans. AIME*, 146, 1942.
- Carvalho, R. S.: *Eficiência de Varrido Vertical*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)
- Caudle, B. H.: *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1968. (Part II.)
- Caudle, B. H. & Witte, M. D.: *J. Pet. Tech.*, 63, Dec. 1959. (Note 2047.)
- Chan, K. S.: Water Control Diagnostic Plots. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Dallas, TX, USA, Oct. 22-26, 1995. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1995. (SPE 30775.)
- Craig, F. F., Jr.: *The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding*. Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1971. (Monograph volume 3, 3rd printing, 1980.)
- Deppe, J. C.: Injection Rates – The Effect of Mobility Ratio, Area Swept, and Pattern. *SPEJ*, June 1963.
- Dykstra, H. & Parsons, H. L.: The Prediction of Oil Recovery by Water Flood. *Secondary Recovery of Oil in the United States*, New York, API, 160-174, 1950. (2nd ed..)
- Law, J.: Statistical Approach to the Interstitial Heterogeneity of Sand Reservoirs. *Trans. AIME*, 155: 202–222, 1944.
- Leverett, M. C.: Capillary Behavior in Porous Solids. *Trans. AIME*, 142, 1941.

- Lima, H.: *Introdução ao Estudo da Recuperação Secundária*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEPES/DIVEN/SEN-BA, 1974. (Apostila.)
- Lima, H.: *Modelos de Deslocamento Imiscível – Deslocamento Completo*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEPES/DIVEN/SEN-BA. (Apostila.)
- Lino, U. R. A.: Método Utilizado Para Extrapolação da RAO. *Relatório “Avaliação Técnica dos Tratamentos com Polímeros Seletivos na E&P-Ba – Rosane Mota”*. Salvador, Bahia, PETROBRAS, E&P-BA, Junho 1999. (Relatório interno.)
- Mota, R.: *Avaliação Técnica dos Tratamentos com Polímeros Seletivos na E&P-Ba*. Salvador, Bahia, PETROBRAS, E&P-BA, Junho 1999. (Relatório interno.)
- Muskat, M.: *Physical Principles of Oil Production*. New York, NY, USA, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1949.
- Muskat, M.: *Physical Principles of Oil Production*. Boston, MA, USA, International Human Resources Development Corporation (IHRDC), 1981.
- Rosa, A. J.; Barbosa, L. C. F. & Coelho, S. L. P. F.: *Avaliação Técnico-Econômica dos Tratamentos com Polímeros Seletivos na UN-BA*. PETROBRAS/E&P/UN-BA/ST/CER, Julho 2002. (Relatório Interno.)
- Silveira, R.: *Injeção de Água*. Salvador, Bahia, PETROBRAS/E&P/UN-BA/ST/EIPA, 2003. (Apostila.)
- Silveira, R. & Ribeiro, L. F. P.: *Injeção de Água*. Salvador, Bahia, PETROBRAS/DEPRO/RPBA/DIMOV, 1988. (Apostila.)
- Smith, C. R.: *Mechanics of Secondary Oil Recovery*. Malabar, Florida, TX, USA, Robert E. Krieger Publishing Company, 1975.
- Stiles, W. E.: Use of Permeability Distribution in Water Flood Calculation. *AIME Tech. Pub.* 2513, 1949.
- Welge, H. S.: A Simplified Method for Computing Oil Recovery by Gas or Water Drive. *Trans. AIME*, 195, 1952.
- Xavier, J. A. D.: *Eficiência de Varrido Horizontal*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS / SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)
- Xavier, J. A. D.: *Deslocamento de Fluidos em Meios Porosos*. PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR, 1966. (Apostila.)

Lista de figuras a serem copiadas de livros

Figura deste livro	Fonte		
	Livro	Figura	Página
Figura 14.12	Caudle, B. H. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1968. (Part II.)	?	VII-20
Figura 14.26	Caudle, B. H. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1968. (Part II.)	Figura inferior	VII-7
Figura 14.27	Caudle, B. H. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering</i> . Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1968. (Part II.)	Figura Superior	VII-7
Figura 14.28	Craig, F. F., Jr.: <i>The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding</i> . Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1971. (Monograph volume 3, 3 rd printing, 1980.)	5.11	55
Figura 14.29	Craig, F. F., Jr.: <i>The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding</i> . Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1971. (Monograph volume 3, 3 rd printing, 1980.)	5.12	55

Tabela de figuras que já foram preparadas em Corel Draw, mas que necessitam de autorização para serem reproduzidas

Figura deste livro	Fonte		
	Livro ou artigo técnico	Figura	Página
Figura 14.31	Craig, F. F., Jr.: <i>The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding</i> . Dallas, Texas, USA, SPE of AIME, 1971. (Monograph volume 3, 3 rd printing, 1980.)	6.2	65
Figura 14.65	Chan, K. S.: Water Control Diagnostic Plots. SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Dallas, TX, USA, Oct. 22-26, 1995.	1	6
Figura 14.66	Chan, K. S.: Water Control Diagnostic Plots. SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Dallas, TX, USA, Oct. 22-26, 1995.	2	6
Figura 14.67	Chan, K. S.: Water Control Diagnostic Plots. SPE Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers of AIME. Dallas, TX, USA, Oct. 22-26, 1995.	4	7

15.

MÉTODOS ESPECIAIS DE RECUPERAÇÃO SECUNDÁRIA

Este capítulo, que trata dos métodos especiais de recuperação secundária, poderia ser iniciado com a seguinte pergunta: por que aplicar um método especial de recuperação?

Um ponto de partida lógico quando se discute a aplicação de métodos especiais de recuperação secundária é o exame da recuperação secundária convencional, já que esta explica o porquê da necessidade e da ocasião ideal daquela aplicação. A recuperação secundária convencional fornece indicações também de como os vários métodos especiais de recuperação secundária devem ser projetados para produzir parte do óleo deixado no reservatório após a recuperação convencional.

O principal método convencional de recuperação secundária é a injeção de água, que possui vantagens sobre outros mecanismos de recuperação secundária. A água é relativamente barata para se obter e para se injetar, e funciona bem no deslocamento do óleo de um reservatório. A injeção de água foi primeiramente utilizada há mais de 100 anos, mas somente a partir dos anos 50 é que ganhou notoriedade, quando as aplicações práticas de campo aumentaram rapidamente. Em um determinado campo ou mesmo país é comum o número de projetos de recuperação secundária convencional aumentar até atingir um pico e depois declinar. Isso ocorre porque deixam de haver reservatórios adequados para a aplicação desses métodos, em termos econômicos. Nesse ponto surge a questão de como fazer para manter ou reduzir a taxa de declínio das vazões de produção. Uma resposta seria recuperar parte do óleo deixado pela recuperação secundária convencional.

Embora as crises de energia e a falta de novos candidatos aos métodos convencionais de recuperação secundária sejam razões importantes para o desenvolvimento de métodos especiais de recuperação, há ainda uma outra razão muito importante. Muitos daqueles campos nos quais foi iniciada a injeção de água há algum tempo acabam então atingindo estágios avançados de recuperação. Alguns acabam ficando próximos do seu limite econômico e os poços têm que ser tamponados e abandonados. Torna-se portanto evidente que a recuperação secundária especial precisa ser aplicada enquanto os poços existentes e os equipamentos de superfície estão ainda intactos e utilizáveis, já que poucos reservatórios candidatos são tão atraentes a ponto de permitirem a perfuração de novos poços e a substituição de equipamentos de superfície. Em geral, os lucros comparativamente menores obtidos com a recuperação especial são devidos a uma menor recuperação de óleo, em relação à recuperação convencional, e aos custos de investimento e de operação relativamente maiores. A maioria dos métodos especiais de recuperação é pesadamente penalizada com os custos de produtos químicos e/ou custos de equipamentos.

15.1. Reconhecimento dos Reservatórios Candidatos

A recuperação especial é aplicável a muitos dos campos de óleo existentes. Os engenheiros, os geólogos e o pessoal de produção, em todos os níveis organizacionais da empresa, devem fazer um esforço para reconhecer aqueles campos, sob sua supervisão, que são candidatos à aplicação de métodos especiais de recuperação secundária. As decisões do dia-a-dia de trabalho dos técnicos responsáveis pelo gerenciamento da produção de um reservatório de óleo podem influenciar significativamente na questão de se um projeto deve ser implantado ou não, e, se implantado, se terá sucesso ou não. A decisão de tamponar e abandonar poços, as condições nas quais os poços são deixados como resultado de tratamentos de “workover” ou de estimulação, a confiabilidade dos testes de produção, etc., podem ser todos fatores que influenciam a avaliação e a aplicação da recuperação especial. Por exemplo, um programa de recuperação especial é virtualmente impossível de ser implantado se um número demasiado de poços for tamponado em um campo ou reservatório com perspectivas dessa aplicação.

O reconhecimento de campos que são candidatos à recuperação especial requer, em geral: (a) familiaridade completa com cada campo de óleo em uma determinada área; (b) compreensão dos métodos especiais de recuperação secundária. A injeção de água tem sido e é o agente de recuperação secundária universal. Não há um método especial semelhante à injeção de água, aplicável à maioria dos reservatórios. A aplicação de técnicas especiais de recuperação secundária a um reservatório específico requer a análise de todos os métodos disponíveis para se selecionar o mais adequado.

15.2. Por Que Aplicar a Recuperação Especial?¹

Para entender o objetivo dos métodos especiais de recuperação secundária é necessário continuar a examinar a recuperação secundária convencional e a injeção de água em particular. A fração de óleo recuperada com a injeção de água é uma função dos seguintes fatores de eficiência: (a) eficiência de varrido horizontal ou areal; (b) fator de contato; (c) eficiência de deslocamento. Essa abordagem simplificada admite que o reservatório seja composto por uma única camada, com as propriedades médias do reservatório real. Um outro método de cálculo da recuperação de óleo admite que o reservatório seja formado de várias camadas com diferentes propriedades. Neste caso cada camada é tratada independentemente, resultando em uma eficiência de varrido diferente para cada uma. Esses métodos foram apresentados no Capítulo 14.

A Figura 15.1 ilustra os fatores de eficiência que influenciam na fração de óleo recuperada por injeção de água. A compreensão desses fatores pode explicar a recuperação que é obtida através de um projeto de injeção de água e porque parte do óleo é deixada no reservatório. Os métodos especiais de recuperação secundária tentam melhorar os fatores de eficiência e recuperar uma parte adicional do óleo remanescente.

¹ As Seções 15.1 e 15.2 incluem um resumo do artigo técnico de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, *Pet. Engineer*, Jan. 1976, cuja reprodução foi autorizada pela SPE-AIME.

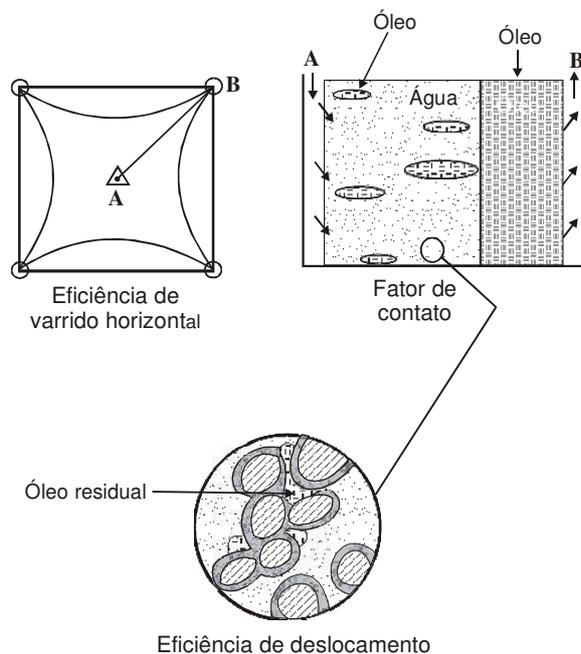


Figura 15.1 – Fatores de eficiência que afetam a fração de óleo recuperada por injeção de água. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, Jan. 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**.

15.2.1. Eficiência de varrido horizontal

Conforme foi discutido no Capítulo 14, a *eficiência de varrido horizontal* é a fração da área de uma malha de injeção que é varrida ou invadida pela água. Isso está exemplificado na Figura 15.1 pela malha de 5 pontos, onde a água varreu a maior parte – mas não toda – a área da malha. Áreas não varridas relativamente grandes permanecem após a injeção ter sido abandonada. A eficiência de varrido horizontal é função da razão de mobilidades entre o fluido injetado (água) e o fluido deslocado (óleo). A razão de mobilidades é definida como:

$$M = \frac{\text{Mobilidade do fluido injetado}}{\text{Mobilidade do fluido deslocado}} \quad (15.1)$$

A mobilidade de um determinado fluido é a razão entre a permeabilidade efetiva a esse fluido e a sua viscosidade. Portanto, a razão de mobilidades é dada por:

$$M = \frac{(k_w / \mu_w)}{(k_o / \mu_o)} = \frac{k_w \mu_o}{\mu_w k_o} \quad (15.2)$$

Um valor de 1 para M significa que a água injetada e o óleo do reservatório podem fluir através do meio poroso com a mesma facilidade ou mobilidade. Quando M apresenta um valor igual a 10, por exemplo, implica que a capacidade da água fluir é 10 vezes maior que a do óleo.

Conforme apresentado no Capítulo 14, o efeito da razão de mobilidades sobre a eficiência de varrido tem sido estudado extensivamente com a ajuda de modelos de reservatório com diferentes malhas de injeção. Quando a razão de mobilidades é alta, a água ou qualquer outro fluido injetado

tende a se mover através do óleo na direção dos poços produtores, deixando parte da área do reservatório sem ser invadida (varrida). Assim, as maiores eficiências de varrido horizontal são alcançadas com razões de mobilidades baixas. Por isso, são comumente usados os termos *razão de mobilidades favorável* e *razão de mobilidades desfavorável*. Uma razão de mobilidades M menor do que 1 é considerada favorável, enquanto razões de mobilidades maiores que 1 são consideradas desfavoráveis.

Se o propósito de um projeto de recuperação secundária especial é aumentar a eficiência de varrido horizontal, isso deve ser feito diminuindo-se a razão de mobilidades. Somente os projetos de injeção de água com razões de mobilidades desfavoráveis podem ser considerados candidatos à melhoria da razão de mobilidades. Uma inspeção da fórmula que define a razão de mobilidades, Eq. (15.2), indica que aumentando a viscosidade da água injetada (μ_w) e/ou reduzindo a viscosidade do óleo do reservatório (μ_o), a razão de mobilidades diminuirá e melhorará a eficiência de varrido horizontal.

Os métodos especiais de recuperação usados para melhorar a eficiência de varrido são a *injeção de polímeros* e os *métodos térmicos*. Os polímeros aumentam a viscosidade da água injetada e os métodos térmicos aplicam calor ao reservatório, reduzindo a viscosidade do óleo.

15.2.2. Fator de contato

O *fator de contato* é a fração do volume varrido que foi atingida ou contatada pelo fluido injetado, podendo então ser expresso por:

$$\text{Fator de contato} = \frac{\text{Volume do reservatório contatado pela água}}{\text{Volume varrido total do reservatório}}. \quad (15.3)$$

O fator de contato está ilustrado na Figura 15.1 através de uma seção transversal que passa pelo poço injetor **A** e pelo poço produtor **B**. Nessa seção transversal estão mostrados o reservatório varrido pela água e o banco de óleo. Como se pode observar, nem toda a região varrida foi contatada pela água. Regiões ultrapassadas ou ilhas foram deixadas para trás. Essa ultrapassagem pode ser causada por falhas, lentes, barreiras de folhelhos, variações de permeabilidade ou outras heterogeneidades do reservatório. O fator de contato aproxima-se de 100% em um reservatório de areia limpa e homogênea. Valores entre 75% e 90% são considerados comuns em reservatórios típicos.

A determinação do fator de contato antes de se implantar um projeto de injeção de água é difícil e na maioria dos casos é somente uma aproximação. A melhor estimativa é feita por uma análise de desempenho realizada depois que a injeção de água é completada.

É usual se admitir que regiões do reservatório que foram ultrapassadas durante a recuperação secundária convencional também serão ultrapassadas durante operações de recuperação especial. A ultrapassagem resultante de estratificação com variação de permeabilidade é uma exceção a essa suposição. Nesse caso, um método de recuperação especial que diminua a razão de mobilidades pode melhorar o fator de contato.

Em reservatórios estratificados, além da eficiência de varrido horizontal e do fator de contato, pode ser usada também a eficiência de varrido vertical como uma medida da eficiência de recuperação do óleo.

15.2.3. Eficiência de deslocamento

A *eficiência de deslocamento* é ilustrada na Figura 15.1 por uma vista ampliada de uma amostra do reservatório. Essa amostra foi retirada de uma parte do reservatório que foi varrida e

contatada pela água injetada. Um exame microscópico mostraria que a água deslocou a maior parte do óleo da amostra, mas que uma parte foi aprisionada como óleo residual. A eficiência de deslocamento pode ser definida como sendo a fração da saturação de óleo original que foi deslocada dos poros pela água. Nesse caso a eficiência de deslocamento é expressa pela relação:

$$E_D = \frac{\text{Saturação de óleo no início da injeção} - \text{Saturação de óleo residual}}{\text{Saturação de óleo inicial}} = \frac{S_o - S_{or}}{S_{oi}}. \quad (15.4)$$

Se a injeção de água é iniciada com o reservatório ainda subsaturado a eficiência de deslocamento é calculada por:

$$E_D = \frac{\text{Saturação de óleo inicial} - \text{Saturação de óleo residual}}{\text{Saturação de óleo inicial}} = \frac{S_{oi} - S_{or}}{S_{oi}}. \quad (15.5)$$

Alguns autores usam a seguinte definição para a eficiência de deslocamento:

$$E_D = \text{Saturação de óleo no início da injeção} - \text{Saturação de óleo residual} = S_o - S_{or}, \quad (15.6)$$

ou, quando a injeção é iniciada com o reservatório ainda subsaturado:

$$E_D = \text{Saturação de óleo inicial} - \text{Saturação de óleo residual} = S_{oi} - S_{or}. \quad (15.7)$$

Por que existe uma saturação residual de óleo? Por que a água não desloca todo o óleo? A Figura 15.2 ajuda a responder essas questões, mostrando como as forças capilares que provocam o deslocamento do óleo pela água também provocam o aprisionamento de uma saturação de óleo residual. Essas forças capilares, que também fazem a água ascender em tubos de vidro de pequeno diâmetro, conforme discutido no Capítulo 2, atuam através da interface água-óleo.

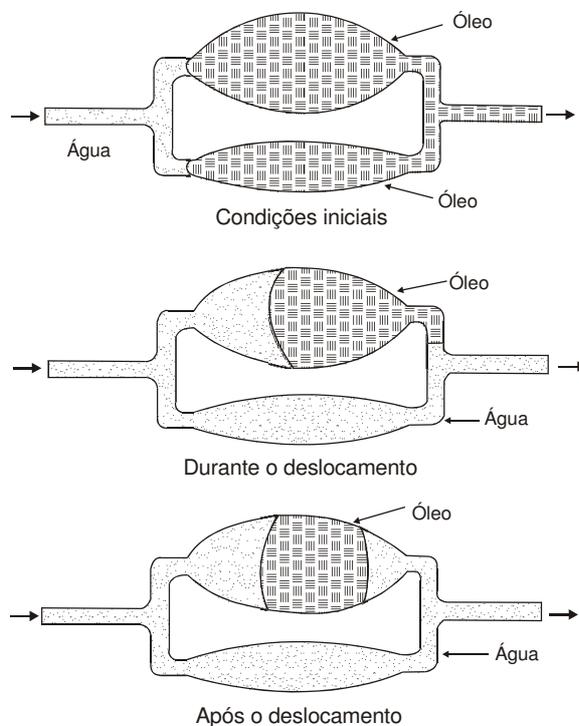


Figura 15.2 – Poro idealizado mostrando como as forças capilares deslocam o óleo e ao mesmo tempo aprisionam o óleo residual. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, Jan. 1976, Copyright © 1976, com permissão de SPE-AIME.

A Figura 15.2 é um modelo idealizado de dois espaços porosos que têm entradas e saídas comuns. No diagrama superior a água se move através de um canal de entrada e está prestes a entrar em ambos os poros. As forças capilares na interface água-óleo arrastam a água para a frente e fazem com que ela se mova em ambos os poros, superior e inferior, deslocando o óleo à medida que se move. Essa ação admite que as paredes dos poros (que são na realidade rocha-reservatório) sejam molhadas preferencialmente pela água.

O diagrama central mostra que a água deslocou todo o óleo do espaço poroso menor, mas somente uma parte do óleo do poro maior. A água se move mais rapidamente através do poro menor porque o seu diâmetro menor aumenta a força capilar² e porque o volume de óleo deslocado pela água é muito menor. A água, movendo-se mais rapidamente através do poro menor, atingirá a saída comum antes que todo o óleo seja deslocado do poro maior (superior). Uma força capilar então é exercida na extremidade a jusante do poro maior e o deslocamento do óleo cessa, trapeando-o entre as duas interfaces.

O diagrama inferior da Figura 15.2 representa o óleo aprisionado, depois que todas as forças capilares atingiram o equilíbrio. O caminho de fluxo de água foi estabelecido através do espaço poroso menor e a injeção de água contínua não pode desalojar o óleo trapeado. As forças dinâmicas de água fluindo do poço injetor em direção ao poço produtor tenderão a mover a gota de óleo na direção do fluxo de água, mas essas forças exercem um diferencial de pressão pequeno considerando a curta distância de um comprimento de poro e elas não podem deslocar o óleo para fora.

O deslocamento do óleo, como foi aqui explicado, acontece centenas de vezes em cada metro cúbico de rocha-reservatório, deixando para trás 15% a 40% do volume de poros preenchidos com óleo residual. A maior parte do óleo não recuperado após a injeção de água é deixada na forma de gotas microscópicas de óleo residual. Tipicamente, o óleo residual representa de 60% a 90% de todo o óleo remanescente depois de um projeto de injeção de água. Os outros 40% a 10% do óleo permanecem nos bolsões não varridos ou nas regiões ultrapassadas. Assim, a maior ênfase no desenvolvimento de métodos especiais de recuperação tem sido no sentido de recuperar o óleo residual. O óleo residual pode ser recuperado pela injeção um fluido miscível com o óleo do reservatório. *Miscível* simplesmente significa misturável e *miscibilidade* é a capacidade de duas ou mais substâncias de se misturarem e formarem uma só fase homogênea. Se dois fluidos miscíveis, querosene e óleo, por exemplo, são colocados em um recipiente, eles se misturam um no outro sem qualquer interface. Sem interface não há forças capilares e a gota de óleo mostrada na Figura 15.2 pode ser desalojada pelas forças dinâmicas ou viscosas.

Exemplo 15.1 – Considere uma gota de óleo penetrando em uma restrição de um poro, como mostrado na Figura 15.3.

² Vide Capítulo 2 – Capilaridade.

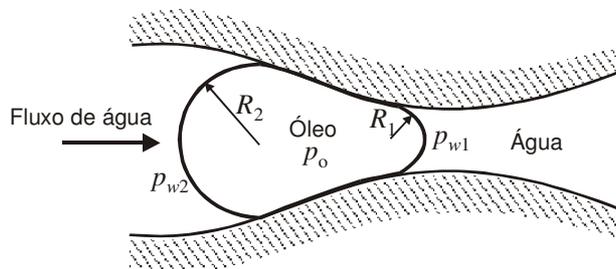


Figura 15.3 – Gota de óleo penetrando em uma restrição de um poro - Exemplo 15.1.

Admita os seguintes dados adicionais:

Raio de curvatura no ponto 1.....	$R_1 = 9 \times 10^{-4} \text{ cm}$
Raio de curvatura no ponto 2.....	$R_2 = 4 \times 10^{-3} \text{ cm}$
Comprimento da gota de óleo.....	$L = 4 \times 10^{-2} \text{ cm}$
Tensão interfacial entre a água e o óleo	$\sigma_{wo} = 30 \text{ dina/cm}$

Calcular o gradiente de pressão necessário para se vencer as forças capilares e comparar com o gradiente prático de campo, que é de cerca de $0,005 \text{ kgf/cm}^2/\text{cm}$.

Solução:

Utilizando-se a equação de Plateau, as pressões capilares nos pontos 1 e 2 podem ser calculadas pelas expressões:

$$p_{c1} = p_o - p_{w1} = \frac{2\sigma_{wo}}{R_1}$$

e

$$p_{c2} = p_o - p_{w2} = \frac{2\sigma_{wo}}{R_2}.$$

Então, o gradiente de pressão necessário para vencer as forças capilares é dado por:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{p_{w2} - p_{w1}}{L} = \frac{2\sigma_{wo}}{L} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 1,3 \text{ kgf/cm}^2/\text{cm} \gg 0,005 \text{ kgf/cm}^2/\text{cm}.$$

Como pode ser observado, o gradiente de pressão necessário para se vencer as forças capilares é incomparavelmente maior que o gradiente prático de campo.

Enquanto os laboratórios de pesquisa de muitas companhias de petróleo estão desenvolvendo e/ou aperfeiçoando métodos especiais de recuperação, é freqüentemente função dos engenheiros, dos geólogos e do pessoal de produção que trabalham em um determinado campo reconhecer se há um reservatório candidato à recuperação especial. Os candidatos a esse tipo de projeto devem ser estudados, estimando-se então os volumes de óleo deixados após a injeção de água e se esse óleo foi deixado como óleo residual ou como óleo não varrido. Esse tipo de estudo determina o tipo de recuperação especial a ser aplicado.

Não há uma maneira simples de se determinar onde o óleo remanescente é deixado após a injeção de água. A razão de mobilidades dá uma idéia da eficiência de varrido e um estudo geológico pode ser um guia a respeito do fator de contato. A chave para um estudo de recuperação especial, entretanto, é determinar a saturação de óleo residual após a injeção de água. Para se obter a satura-

ção residual de óleo pode ser necessária a retirada de amostras de testemunhos a partir de perfurações realizadas na parte do reservatório varrida pela água. Barriletes com testemunhos pressurizados, técnicas que usam traçadores químicos e vários métodos de perfilagem podem ser usados em combinação com análises convencionais de amostras de testemunho para se estimar mais precisamente os valores de óleo residual.

Nas seções seguintes serão apresentados com mais detalhes os vários métodos especiais de recuperação secundária, que podem ser classificados como:

a) Métodos miscíveis

- Injeção de hidrocarbonetos
 - Injeção de banco miscível de GLP
 - Injeção de gás enriquecido
 - Injeção de gás pobre a alta pressão
- Injeção de CO_2

b) Métodos térmicos

- Injeção de fluidos quentes
 - Injeção de água quente
 - Injeção de vapor d'água
- Combustão “in-situ”

c) Métodos químicos

- Injeção de polímero
- Injeção de solução micelar
- Injeção de solução ASP (Álcali-Surfactante-Polímero)

O custo dos fluidos a serem injetados, bem como os custos operacionais, são geralmente altos para a maioria dos métodos especiais de recuperação secundária. Por isso, um estudo geológico e de engenharia detalhado a respeito do reservatório candidato à aplicação do método deve ser feito para se determinar a sua viabilidade técnica e econômica. Testes de laboratório, usando amostras de testemunhos e óleo do próprio reservatório candidato, devem ser realizados para se estimar o comportamento da recuperação de óleo com a implementação do método. Também, um estudo de simulação numérica do reservatório deve ser feito, visando ajustar o histórico de produção e extrapolar o seu comportamento a partir do início do projeto. Além disso, a implantação de um projeto-piloto é recomendada, antes da extensão do processo para todo o reservatório ou campo. A comparação entre os resultados dos experimentos, da simulação numérica e do projeto-piloto possibilita maior segurança quanto à aplicação do método para o reservatório candidato como um todo.

15.3. Métodos Miscíveis

O *deslocamento miscível* pode ser definido como um processo de recuperação de óleo caracterizado pela ausência de interface entre os fluidos deslocante e deslocado. A importância desse processo está relacionada com a sua habilidade em reduzir as forças capilares e interfaciais que, do

contrário, causariam a retenção do óleo no reservatório. A propriedade dos fluidos responsável por essa habilidade é a chamada *miscibilidade*. Dois ou mais fluidos são ditos *miscíveis* se, misturados em quaisquer proporções, produzem um sistema homogêneo, ou seja, composto de uma única fase. Excetuando-se a possibilidade de transformações químicas no processo de mistura, todos os gases são miscíveis entre si. Contudo, a miscibilidade entre dois líquidos depende da sua semelhança química e das condições de pressão e temperatura. Por essa razão, torna-se necessária a análise do comportamento de fases no sistema em estudo.

15.3.1. Comportamento de fases nos fluidos hidrocarbonetos

A teoria do comportamento de fases será apresentada para vários tipos de sistema, desde os mais simples (componente único) até os mais complexos (multicomponentes). O petróleo, como se sabe, é uma complexa mistura, constituindo, portanto, um sistema multicomponente.

a) Sistema com componente único (substância pura)

A Figura 15.4 apresenta um diagrama $p \times V$ (*pressão versus volume*) típico para uma substância pura.

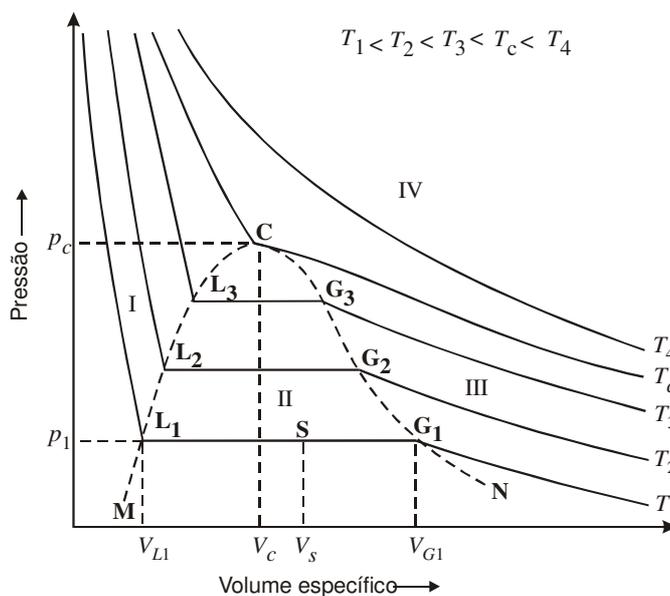


Figura 15.4 – Diagrama *pressão versus volume* para uma substância pura.

Com o auxílio de uma equação de estado pode-se construir um diagrama desse tipo para qualquer hidrocarboneto e prever as características de suas fases em uma dada condição de pressão e temperatura. No diagrama resultante, como na Figura 15.4, podem ser identificadas quatro regiões distintas: I – região de líquido; II – região bifásica; III – região de gás; IV – região supercrítica. O limite entre as regiões I e II é definido pela curva dos pontos de bolha (MC), entre as regiões II e III pela curva dos pontos de orvalho (CN), enquanto a região IV (fluido supercrítico) é formada pelos pontos onde a pressão e a temperatura são maiores que a pressão e a temperatura críticas, respectivamente. A curva MCN é o chamado *envelope de fases* ou *envoltória* e C é o ponto crítico.

No envelope de fases a condição para que uma fase líquida coexista com uma fase gasosa em equilíbrio é que ambas estejam à mesma pressão e temperatura. Com efeito, as isotermas dentro do envelope de fases são horizontais (isóbaras), o que significa que, tomando como exemplo a temperatura T_1 :

- O gás G_1 , que ocupa um volume específico (volume/mol) V_{G1} , pode ser condensado isobaricamente até o líquido L_1 , passando a ocupar $V_{L1} < V_{G1}$.
- O líquido L_1 , que ocupa o volume V_{L1} , pode ser vaporizado (ou “fervido”) isobaricamente até o gás G_1 , ocupando então o volume V_{G1} .
- Se o processo (a) ou (b) for interrompido em algum ponto intermediário, S , por exemplo, o sistema total ocupará um volume específico V_S e conterá L_1 e G_1 em equilíbrio. Os volumes específicos das fases líquida e gasosa em equilíbrio serão V_{L1} e V_{G1} , respectivamente.

Com o aumento da temperatura, L e G correspondentes são cada vez mais próximos: o líquido se torna menos denso e o gás mais denso. A partir do ponto crítico não há mais distinção entre líquido e gás, só existindo o chamado *fluido crítico*.

b) Sistema com dois componentes

Misturando-se uma substância pura a uma segunda substância pura acrescenta-se uma nova variável ao problema: a proporção de mistura, ou seja, a composição. Fixando-se a composição global do sistema pode-se construir um diagrama $p \times V$ como o da Figura 15.5, de modo que as suas características possam ser previstas sob várias condições.

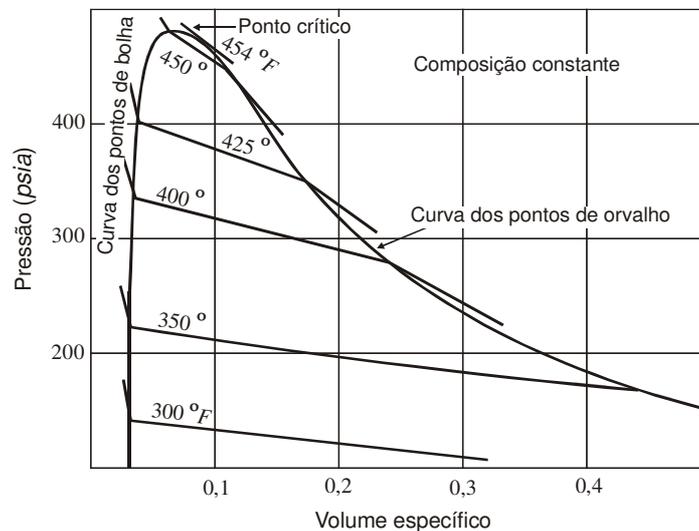


Figura 15.5 – Diagrama *pressão versus volume* para um sistema com dois componentes.

O resultado é semelhante ao da Figura 15.4: em uma dada condição p e T pode-se saber se o sistema estará no estado líquido, gasoso, bifásico ou supercrítico. Todavia, dentro do envelope de fases nota-se uma diferença básica: as isotermas não são isóbaras, o que significa que o líquido e o vapor ligados por cada uma delas não podem estar em equilíbrio. Isso pode ser melhor visualizado na Figura 15.6, onde é mostrado um diagrama *pressão versus composição* à temperatura constante T . O envelope possui as extremidades **A** e **B**. O líquido e o vapor que coexistem em equilíbrio à pressão

p_z têm composições x e y , respectivamente. Ainda nessa figura pode-se observar que à temperatura T a condição de miscibilidade dos fluidos **A** e **B** é $p < p_B$ ou $p > p_A$.

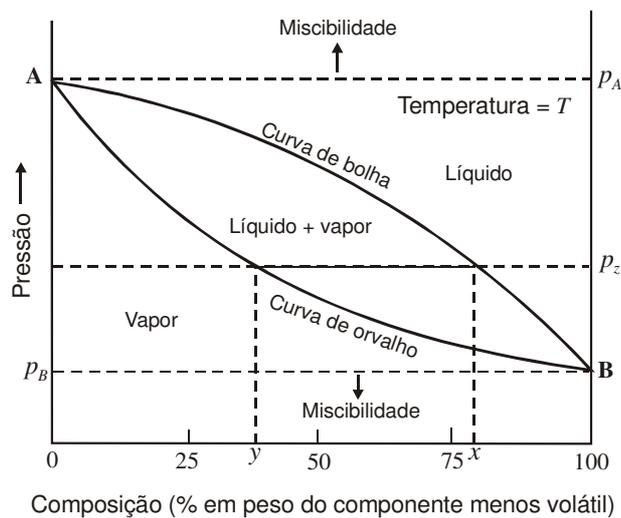


Figura 15.6 – Diagrama pressão versus composição para um sistema com dois componentes.

c) Sistema com três componentes

Provavelmente o diagrama mais importante usado no estudo do comportamento de fases de um sistema com três componentes é o diagrama ternário mostrado na Figura 15.7.

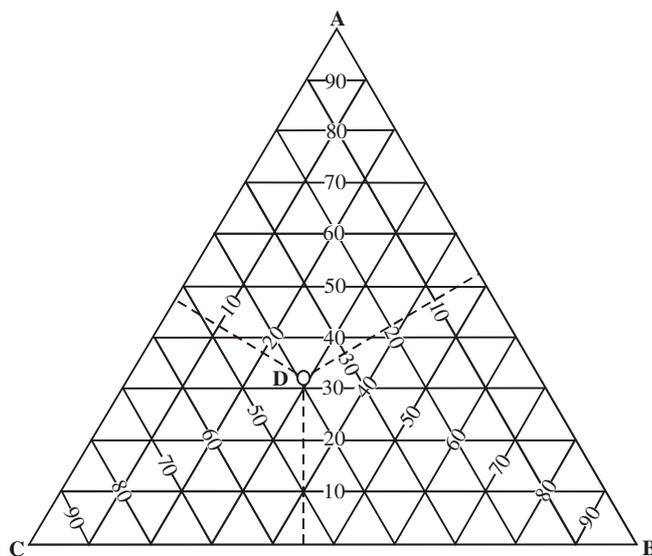


Figura 15.7 – Diagrama ternário para três componentes.

O diagrama é traçado para p e T constantes. Os vértices representam os componentes puros **A**, **B** e **C**. Um ponto sobre um dos lados representa uma mistura binária entre os componentes localizados

nos vértices adjacentes a esse lado. Pontos no interior do triângulo representam misturas ternárias. Em um ponto qualquer do diagrama, a percentagem de cada componente na mistura representada pode ser lida na escala que parte do lado oposto ao vértice que representa. Por exemplo: a composição da mistura representada pelo ponto **D** é 32% de **A**, 29% de **B** e 39% de **C**.

A Figura 15.8 mostra a caracterização das regiões de fases em um diagrama ternário. O ponto **C** é o equivalente ao ponto crítico, sendo denominado na literatura como “*plait point*”.

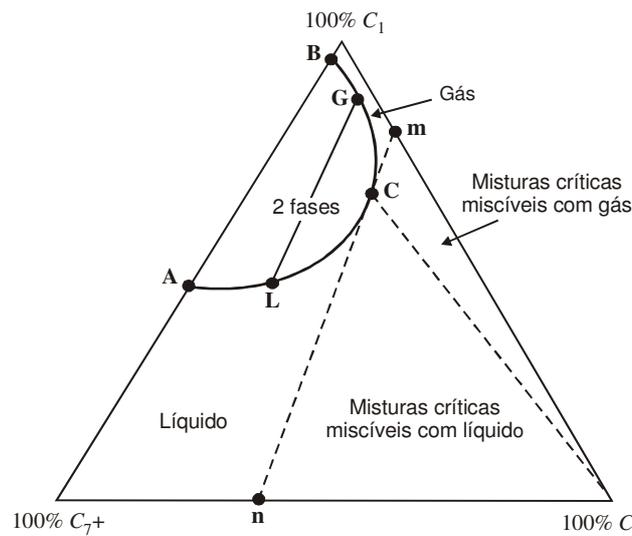


Figura 15.8 – Caracterização das regiões de fases em um diagrama ternário.

A Figura 15.9 ilustra uma outra característica dos diagramas ternários: qualquer mistura entre dois fluidos terá composição global definida por um ponto situado sobre a linha que une os pontos representativos desses dois fluidos.

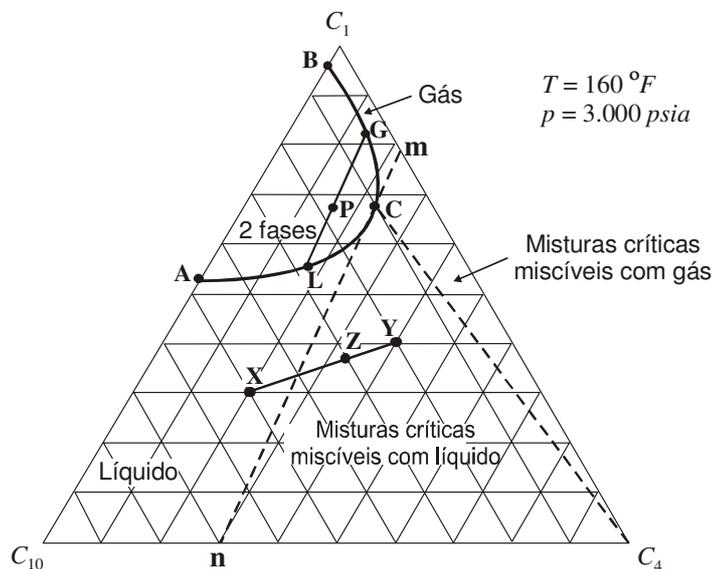


Figura 15.9 – Determinação da composição da mistura final em um diagrama ternário.

O ponto exato será determinado pela proporção de mistura dos fluidos de partida. Por exemplo: misturando-se os fluidos **X** e **Y** na proporção de 1/3:2/3, o sistema resultante terá a composição dada pelo ponto **Z**. Note-se que o comprimento do segmento de reta \overline{ZY} será 1/3 da distância total \overline{XY} e \overline{XZ} será 2/3 de \overline{XY} . Isso significa que a posição final da mistura será definida na razão inversa das proporções de mistura. À primeira vista isto pode parecer estranho mas, por outro lado, faz sentido que, se **Z** contém mais **Y** do que **X**, tenha composição mais próxima de **Y** do que de **X**. Na verdade, com um simples balanço de materiais pode-se provar que a composição total **Z** de uma mistura de outras duas misturas **X** e **Y** situa-se sobre o segmento de reta que une **X** a **Y**, e que a exata posição de **Z** sobre o segmento é dada por:

$$\frac{\overline{XZ}}{\overline{ZY}} = \frac{n_Y}{n_X}, \quad (15.8)$$

onde n_X e n_Y são, respectivamente, os números de *mols* das misturas **X** e **Y**.

A partir da Figura 15.8 e da Figura 15.9 pode-se concluir que, sempre que o segmento de reta que liga os pontos representativos das composições de partida estiver inteiramente fora do envelope de fases, haverá miscibilidade.

A Figura 15.10 mostra em um diagrama ternário as chamadas *linhas de amarração* para as fases líquido e vapor (gás) em equilíbrio. Por exemplo, um ponto situado sobre a linha $L_2 - V_2$, dentro do envelope de fases, representa um sistema bifásico, onde o líquido tem composição L_2 e o vapor V_2 .

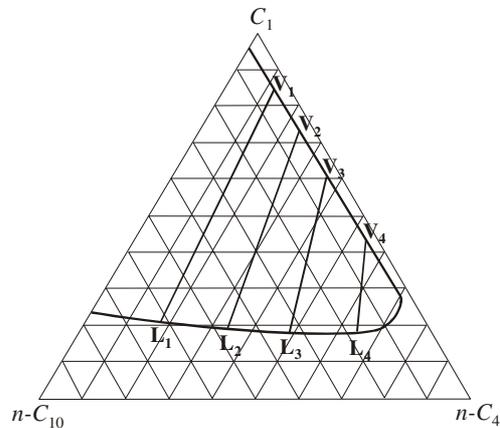


Figura 15.10 – Envelope de fases para um sistema composto de metano, n-butano e n-decano à temperatura de 280 °F e pressão de 1.000 psia.

A Figura 15.11 apresenta um progressivo encolhimento do envelope de fases à medida que a pressão $p(e)$ não há mais região bifásica.

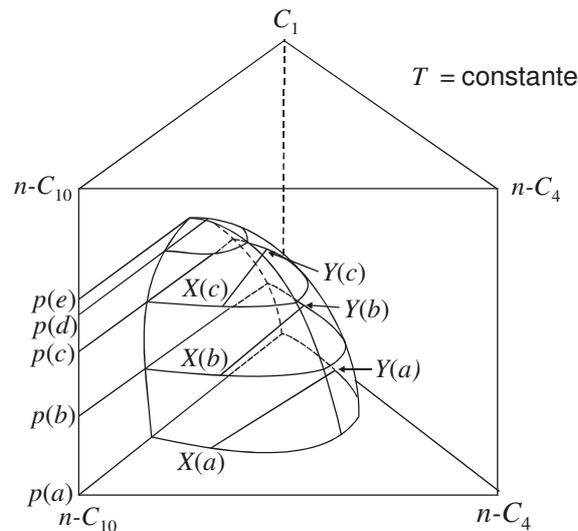


Figura 15.11 – Efeito da pressão no comportamento de fases de um sistema com três componentes.

d) Sistemas multicomponentes

À medida que o número de componentes aumenta torna-se mais difícil ilustrar o comportamento das fases como função da composição em um diagrama. Para melhor visualização, nesses casos adota-se como artifício o uso de diagramas pseudoternários. Os fluidos hidrocarbonetos são considerados como misturas de três pseudocomponentes: leves (geralmente C_1 , podendo incluir também N_2 e CO_2); intermediários (geralmente $C_2 - C_6$, podendo incluir CO_2 e H_2S) e pesados (geralmente C_{7+}). A Figura 15.12 e a Figura 15.13 mostram diagramas desse tipo.

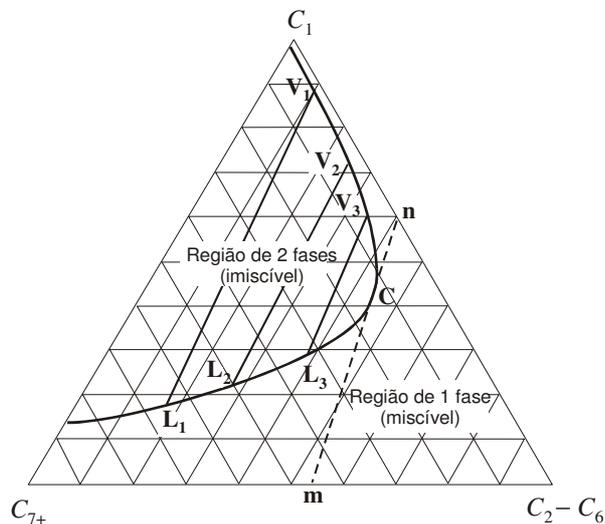


Figura 15.12 – Diagrama pseudoternário a alta pressão (4.000 psia).

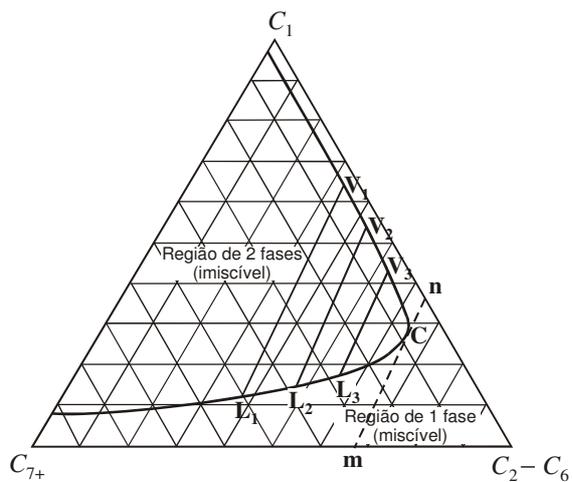


Figura 15.13 – Diagrama pseudoternário a baixa pressão (2.000 psia).

As demais características do diagrama ternário são válidas para o pseudoternário. No estudo do deslocamento miscível em reservatórios adota-se o diagrama pseudoternário, pois é este o diagrama mais abrangente no sentido de representar as diversas composições possíveis encontradas no petróleo. A Figura 15.8, por exemplo, é na verdade um diagrama pseudoternário.

15.3.2. Injeção de hidrocarbonetos³

Os métodos miscíveis baseados na injeção de hidrocarbonetos utilizam misturas de hidrocarbonetos leves para comporem o fluido a ser injetado no reservatório. Geralmente esses métodos são classificados em: injeção de banco de GLP, injeção de gás enriquecido e injeção de gás pobre a alta pressão.

a) Injeção de banco de GLP

Qualquer hidrocarboneto líquido, como nafta, querosene ou gasolina, é miscível com um óleo de reservatório típico. Também miscíveis com os óleos de reservatórios são os chamados *gases liqüefeitos de petróleo (GLP)*, compostos por etano, propano ou butano, ou ainda uma combinação destes componentes. Esses hidrocarbonetos líquidos apresentam o que se chama de *miscibilidade ao primeiro contato*, o que implica que são miscíveis com o óleo assim que os mesmos entram em contato. O seu uso, no entanto, em geral não é economicamente viável. Quando a idéia de um agente miscível ao primeiro contato foi desenvolvida, o propano era abundante e barato no mercado, tornando-se então o agente mais usado nesse método especial de recuperação secundária. O método ficou conhecido como *processo propano* ou *processo banco de propano*.

O processo de deslocamento consiste na injeção de um banco de GLP convenientemente dimensionado, que se destina a deslocar o banco de óleo formado à sua frente em direção aos poços de produção, conforme ilustra esquematicamente a Figura 15.14.

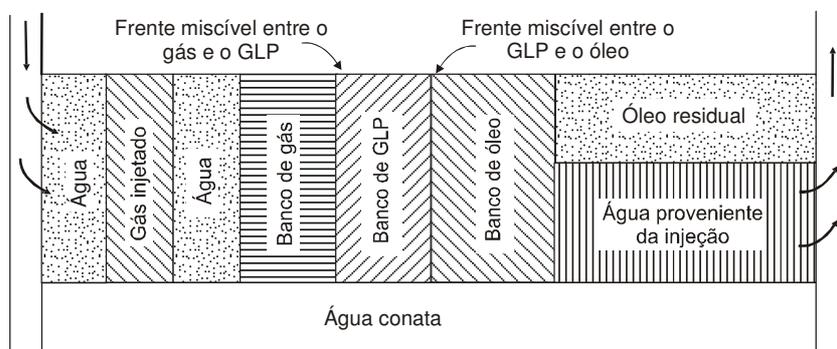


Figura 15.14 – Representação esquemática da injeção de banco de GLP. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, Feb. 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**

O banco de GLP, por sua vez, é deslocado por um gás seco. Em vista da grande mobilidade deste último, costuma-se injetar alternadamente bancos de gás e de água, de modo a melhorar a eficiência de varrido. Além do banco de óleo, a água proveniente de um projeto de injeção anteriormente aplicado move-se à frente e é produzida. O processo em que são injetados alternadamente bancos de água e de gás é denominado *WAG*, originário do inglês “*Water-Alternating-Gas*”.

Analisando a Figura 15.15 observa-se que o óleo do reservatório, de composição **O**, pode ser deslocado miscivelmente pelo GLP, de composição **L**. Este, por sua vez, será também miscível com o gás deslocante **G**. Naturalmente isso só é possível porque na condição de pressão do diagrama

³ A Seção 15.3.2 inclui resumos dos artigos técnicos de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, Feb./Mar. & Apr. 1976, cuja reprodução foi autorizada pela **SPE-AIME**.

ma o envelope de fases é suficientemente pequeno para não interceptar as linhas \overline{OL} e \overline{LG} . Isso configura uma pressão de reservatório mínima para aplicação do processo, que geralmente se situa entre 1.000 *psia* (70 *kgf/cm²*) e 2.000 *psia* (140 *kgf/cm²*), a depender da composição dos fluidos envolvidos e da temperatura do reservatório.

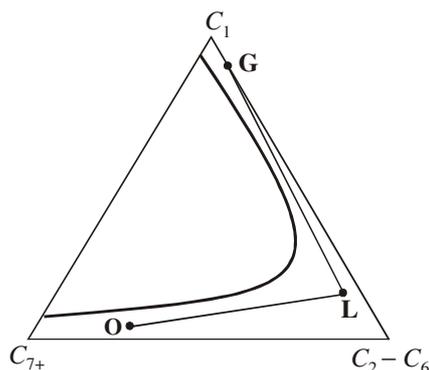


Figura 15.15 – Diagrama ternário mostrando miscibilidade imediata.

Enquanto o banco de GLP estiver no estado líquido, a miscibilidade com o óleo do reservatório será mantida. Para manter o propano no estado líquido, por exemplo, nas temperaturas típicas de reservatório é necessária uma pressão entre 200 *psia* (14 *kgf/cm²*) e 400 *psia* (28 *kgf/cm²*). Acima de sua temperatura crítica qualquer substância estará no estado gasoso, independentemente da pressão. Isso coloca um limite superior de temperatura no uso do processo, que para o propano é de 206 °F (97 °C).

No processo do banco de propano, no entanto, a pressão requerida não é de 200 *psia* (14 *kgf/cm²*) a 400 *psia* (28 *kgf/cm²*), necessárias para mantê-lo líquido, mas um valor muito maior para manter a miscibilidade entre a borda traseira do banco e o gás que o desloca. A miscibilidade na borda traseira do banco é tão importante quanto na dianteira. Exatamente como o material do banco de GLP age para deslocar o óleo, o gás deve também manter o deslocamento desse banco à sua frente. Para um banco de propano e gás pobre, principalmente metano, a pressão está em torno de 1.100 *psia* (77 *kgf/cm²*) a 1.300 *psia* (91 *kgf/cm²*) nos intervalos normais de temperatura de reservatório. Isso coloca outra limitação sobre a aplicação do processo, devendo ser usado numa profundidade suficiente para que a pressão necessária possa ser atingida sem fraturar o reservatório. Se o fluido utilizado for o propano, por exemplo, a profundidade da formação deve estar, ao menos, a 1.500 *ft* (450 *m*), e possivelmente até 2.500 *ft* (750 *m*), para evitar exceder a pressão de fraturamento da formação com 1.300 *psia* (91 *kgf/cm²*).

Se não se dispõe de gás natural, o nitrogênio (ar) ou gases de combustão podem ser usados para formar o banco de gás a ser injetado atrás do banco de GLP. Entretanto, nesses casos a pressão necessária para deslocar miscivelmente um banco de GLP é substancialmente maior. Em muitos casos a pressão é alta demais para aplicação prática.

O dimensionamento do banco de GLP é um aspecto crucial do projeto. Se o banco for grande demais poderá tornar o projeto antieconômico. Se pequeno demais poderá ser ultrapassado pela frente de gás seco, o que ocasionará a quebra da miscibilidade. Costuma-se empregar bancos de GLP com volumes entre 2% e 10% do volume poroso, sendo 5% um valor típico.

O banco de GLP desloca todo o óleo residual e a água móvel. A saturação de GLP se aproxima de 100% do volume poroso deslocável no banco miscível, resultando em uma permeabilidade

efetiva muito alta. Semelhantemente, altas permeabilidades são experimentadas na frente gás–GLP. As baixas viscosidades e as altas permeabilidades ao gás e ao GLP se combinam para fornecer razões de mobilidades desfavoráveis (50 a 100), resultando então numa esperada baixa eficiência de varrido. Assim, se um banco de gás é injetado atrás do GLP e é seguido por água e gás, a permeabilidade ao gás é reduzida e a razão de mobilidades total é melhorada. A água e o gás que seguem o banco de gás são injetados numa razão determinada por permeabilidades relativas, viscosidades e saturações de fluidos.

O gás e a água deixam para trás uma saturação de gás residual que ocupa os poros anteriormente preenchidos com óleo residual. O objetivo na seleção da razão água/gás é manter as velocidades de ambos iguais, de modo que o gás seja injetado na mesma velocidade em que é consumido como gás residual. Se é injetado gás demais, ele se move adiante da água e expande o banco de gás. O banco de gás expandido aumenta a razão de mobilidades total e reduz a eficiência de varrido. Se é injetada água demais, ela consome primeiro o banco de gás e então o banco de GLP como saturação residual de hidrocarbonetos. A recuperação de óleo em geral pode ser otimizada com um volume de banco de gás em torno de 5% do volume poroso.

A injeção simultânea de gás e água foi tentada nas primeiras aplicações mas a experiência tem mostrado que isso é quase impossível. As permeabilidades relativas ao gás e à água, reduzidas, restringem a injeção a vazões muito baixas. Mesmo se a injeção simultânea fosse possível, não seria prática. O gás e a água tenderiam a segregar no poço de injeção, com o gás indo para a parte superior da formação e a água para a inferior. A melhor tentativa tem sido injetar gás alternadamente com a água usando períodos de vários dias para cada um desses fluidos.

Aplicação

As características de reservatório preferenciais para a aplicação do processo de banco miscível de GLP são:

- A profundidade mínima de reservatório de 1.500 *ft* (450 *m*) a 2.500 *ft* (750 *m*) é necessária para operar acima da pressão de miscibilidade.
- A profundidade máxima é restringida pela temperatura do reservatório, que não deve exceder 206 °F (97 °C) para o propano.
- A viscosidade do óleo do reservatório deve ser baixa para se atingir uma razão de mobilidades aceitável. Normalmente um limite superior é de 5 a 10 *cp*.
- Para reduzir a segregação gravitacional nos reservatórios a serem varridos horizontalmente é preferível ter formações relativamente pouco espessas.
- Também porque a segregação gravitacional é mais severa com permeabilidades altas, as formações com menos de 50 *md* são melhores candidatas.

Vantagens

A principal vantagem do processo de injeção de GLP é que ele desloca essencialmente todo o óleo residual da rocha-reservatório que contata. A pressão requerida geralmente encontra-se em um intervalo inferior àquele necessário para outros métodos miscíveis. Pode, portanto, ser usado em reservatórios mais rasos.

A injeção de GLP é aplicável a muitos reservatórios que, devido à composição do óleo, não podem ser miscivelmente varridos pelo processo de injeção de gás pobre ou gás enriquecido (a serem discutidos nos próximos itens desta seção) a uma pressão razoável. Pode ser empregada como método secundário ou terciário, tendo sido utilizada com sucesso após a injeção de água, deslocando o óleo residual que havia sido deixado no reservatório.

Desvantagens

- As eficiências de varrido são normalmente baixas.
- O banco de GLP é disperso à proporção que se move através do reservatório e se esta dissipação é suficientemente severa a miscibilidade com o óleo pode ser perdida.
- O dimensionamento do banco é difícil e não há um modo prático de corrigir o tamanho depois que a injeção do banco já tenha ocorrido. Se ele é pequeno demais, parte do óleo recuperável é deixada no reservatório. Se superdimensionado, muito dinheiro é gasto desnecessariamente.
- O GLP e o gás, sendo mais leves que o óleo, tendem a segregar gravitacionalmente e ultrapassar o óleo.
- O gás natural e o GLP normalmente estão em grande demanda e seus preços são altos.

b) Injeção de gás enriquecido

O processo *miscível com gás enriquecido*, também chamado de mecanismo de gás condensado, é semelhante ao processo do banco de GLP quanto ao objetivo de se obter um deslocamento miscível do óleo do reservatório. De fato, representado na Figura 15.16, à primeira vista este processo é muito parecido com o de injeção de GLP. Contudo, o banco de gás enriquecido mostrado nessa figura não é prontamente miscível com o óleo do reservatório, como ocorre com o banco de GLP. A miscibilidade é atingida após um processo chamado de *múltiplos contatos*. Assim, muitas vezes esse processo é descrito como obtenção “in-situ” de um banco miscível.

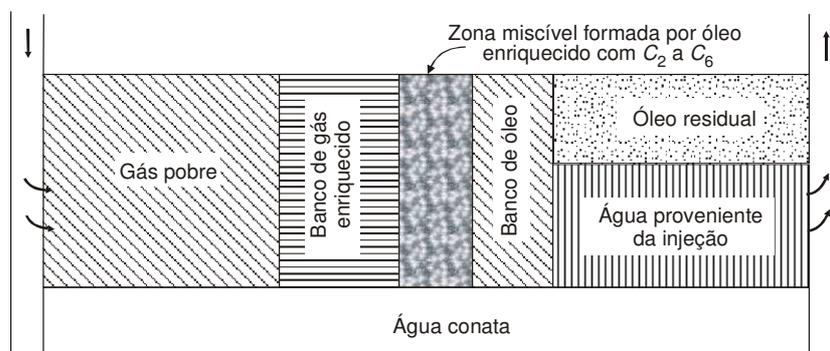


Figura 15.16 – Injeção de gás enriquecido. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, Mar. 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**.

Para entender melhor esse processo, considere a Figura 15.17. O gás enriquecido **G** (relativamente rico em $C_2 - C_6$) não é miscível com o óleo do reservatório **O** (pobre em $C_2 - C_6$).

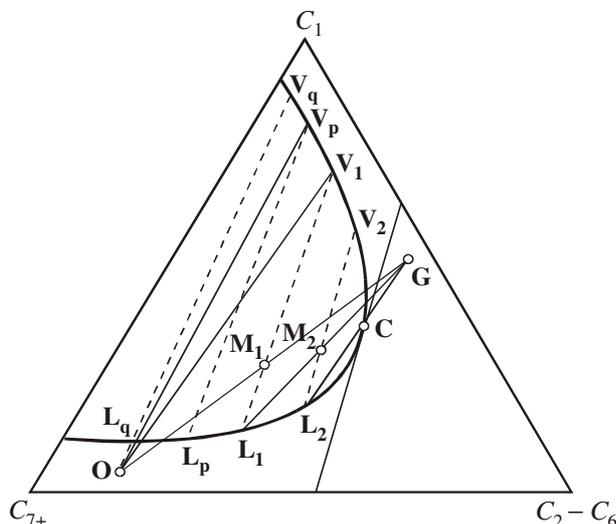


Figura 15.17 – Obtenção de miscibilidade no método de injeção de gás enriquecido.

Ao primeiro contato eles formarão, por exemplo, a mistura M_1 , na região de duas fases. Esta, por sua vez, se repartirá no líquido L_1 e no gás (vapor) V_1 . Note-se que V_1 é mais pobre do que G , mas L_1 é mais rico do que O . Diz-se então que o gás *enriqueceu* (perdeu componentes intermediários para) o líquido. O gás resultante (mais móvel) seguirá à frente do fluido deslocante, ultrapassando o óleo. O líquido L_1 terá novo contato com o fluido deslocante G . Na mistura resultante, M_2 , o líquido L_2 é ainda mais rico. Através de sucessivos contatos esse líquido será progressivamente enriquecido até atingir a composição C . Nesse ponto a miscibilidade terá sido atingida, formando-se então uma *frente miscível* entre o banco de óleo e o banco de gás enriquecido. Não há uma interface nítida entre o gás e o óleo, mas sim uma gradação nos fluidos, na proporção em que a composição varia desde o gás injetado até o óleo do reservatório. Uma posterior injeção de gás resulta em deslocamento do óleo à medida que o gás varre o óleo através da formação.

À medida que o óleo é deslocado para longe do poço de injeção, quebras da frente miscível ocorrem, expondo óleo novo do reservatório ao gás injetado. Sempre que isso ocorre, a troca de componentes do gás para o óleo se repete, até que a miscibilidade seja novamente obtida.

Quanto ao gás que ultrapassou o óleo, este prosseguirá fazendo contatos com o óleo O até atingir a composição V_q . Neste ponto, se o óleo for suficientemente subsaturado (mais pesado que L_q) o gás será completamente dissolvido. Se não, algum gás residual se acumulará na zona de óleo até ser varrido (e dissolvido) pelo gás enriquecido ou pelo gás seco que o desloca.

Da análise anterior pode-se concluir que a composição do gás G é um parâmetro importante na previsão de miscibilidade. A condição limite para que a miscibilidade seja atingida é que o ponto G se situe à direita da *linha de amarração limite* (tangente à envoltória no ponto C).

Pelas mesmas razões apresentadas no processo de injeção de banco de GLP, se o gás enriquecido estiver sendo deslocado por gás seco, o banco do primeiro deverá ser convenientemente dimensionado, de tal maneira que a frente miscível possa ser mantida na maior parte da malha do projeto. Geralmente se usa um banco de gás enriquecido entre 10% e 20% do volume poroso do reservatório.

Os efeitos da densidade dos fluidos são minimizados se o processo é aplicado para formações pouco espessas e de baixa permeabilidade. A melhor aplicação pode ser em formações que

tenham boa inclinação estrutural, com a injeção sendo feita de cima para baixo e o óleo sendo deslocado para baixo. A força da gravidade, então, manteria o gás acima do óleo, aumentando a eficiência de varrido e conseqüentemente a recuperação.

Aplicação

O processo de injeção de gás enriquecido é indicado para o deslocamento de óleos contendo pequenas quantidades de intermediários, a pressões moderadamente altas. As pressões mínimas normalmente encontram-se na faixa de 2.000 *psia* (140 *kgf/cm²*) a 3.000 *psia* (210 *kgf/cm²*). Os óleos de alto grau *API* (maior que 30) são os preferidos para se obter miscibilidade a pressões razoáveis.

A razão de mobilidades neste processo de gás enriquecido é desfavorável. Para mantê-la em um intervalo aceitável a viscosidade do óleo do reservatório deve ser baixa, com um limite superior entre 5 e 10 *cp*.

A segregação gravitacional pode ser um problema em reservatórios que são varridos horizontalmente.

Vantagens

O processo de injeção de gás enriquecido, como o de GLP, desloca essencialmente todo o óleo residual da parte do reservatório com a qual entra em contato. Também oferece flexibilidade de projeto, já que a pressão necessária para desenvolver a miscibilidade pode ser elevada ou reduzida pela diminuição ou aumento da riqueza do gás.

Caso haja perda da miscibilidade entre o óleo do reservatório e o gás enriquecido em um segmento do reservatório, ela será obtida novamente, desde que o banco de gás rico esteja presente e desde que as condições originais de temperatura e pressão estejam presentes.

Em comparação com o processo de injeção de banco de GLP, o gás enriquecido – que usualmente é obtido pela mistura de propano e metano – tem um custo menor. Em alguns casos, o gás de um separador pode ser usado satisfatoriamente, tornando esse processo especialmente atraente em áreas onde não exista mercado para o gás.

Em comparação com o processo de gás pobre a alta pressão (a ser discutido no próximo item), o de gás enriquecido desenvolve miscibilidade com um determinado óleo a uma pressão inferior e atinge miscibilidade com alguns óleos que não se tornariam miscíveis com gás pobre a uma pressão razoável. Pode ser aplicado em reservatórios mais rasos do que o método de gás pobre por causa da pressão requerida, que é inferior.

O custo inferior do gás enriquecido, comparado ao do GLP, torna-o economicamente possível para uso em grandes bancos e minimiza problemas de projeto do banco. Com bancos maiores a miscibilidade é provavelmente mantida durante a invasão de uma grande parte da área da malha do projeto.

A pressão necessária para produzir a troca de componentes do gás para o óleo e para desenvolver a miscibilidade entre os dois depende das composições do gás e do óleo, e da temperatura do reservatório. Para um determinado óleo na temperatura do reservatório, a pressão do reservatório ou a composição do gás enriquecido pode ser alterada para se obter miscibilidade. Isso permite uma considerável flexibilidade no projeto do processo. Aumentando-se a riqueza do gás pela adição de propano ou de GLP reduz-se a pressão requerida.

A previsão das condições de miscibilidade pode ser feita através de correlações disponíveis na literatura, mas o recomendável é que sejam realizados testes de deslocamento em laboratório antes da preparação do projeto final.

Desvantagens

Entre as desvantagens do processo de gás enriquecido está o fato de que a razão de mobilidades adversa reduz a eficiência de varrido areal. Os “fingers” gravitacionais podem ser severos em reservatórios permeáveis espessos.

Embora as dificuldades para dimensionar o banco adequado sejam diminuídas pelo uso de grandes bancos, elas não são eliminadas. A heterogeneidade da areia e os “fingers” viscosos e gravitacionais do gás tendem a dispersar a frente miscível e o banco de gás enriquecido. Como no processo do banco de GLP, não há um método prático de corrigir o tamanho do banco depois de ter sido iniciada a injeção do gás pobre. Um banco pequeno demais deixa óleo recuperável para trás e um banco superdimensionado fornece um fator de segurança mas representa um custo adicional.

O processo de gás enriquecido, assim como outros métodos miscíveis baseados na injeção de hidrocarbonetos, têm a desvantagem do alto custo do gás.

Considerações econômicas

Os bancos de gás enriquecido variando de 10% a 20% do volume poroso são geralmente considerados adequados. Como se permite alguma flexibilidade no projeto do banco, os custos de injeção, para ao menos duas pressões diferentes do reservatório, devem ser estimados e comparados. O caso da pressão menor tem a vantagem de que um menor volume de gás (medido em condições-padrão) é necessário para cada volume unitário de espaço poroso de reservatório, além de requerer menor custo de compressão. A pressão maior requer menos propano ou GLP no enriquecimento do gás.

Se o banco de gás enriquecido é deslocado por gás e água, o gás é aprisionado pela água como uma saturação residual de hidrocarbonetos. Um mínimo de 1 *bbl* ($0,159 m^3$) de gás nas condições de reservatório é aprisionado para cada *bbl* de óleo do reservatório deslocado. Isso tem um efeito adverso sobre a economicidade do projeto em campos onde: (a) o fator volume-formação do óleo é alto; (b) a pressão do reservatório é alta, requerendo mais gás nas condições-padrão para cada *bbl* de espaço poroso; (c) o preço do gás é alto em relação ao preço do óleo. Se essas condições existem a máxima atenção deve ser prestada em relação à economicidade. A substituição do gás pobre por ar ou gás de combustão deve ser investigada.

c) Injeção de gás seco a alta pressão

O processo de *injeção de gás seco a alta pressão*, primeiro método de recuperação miscível de hidrocarbonetos, foi desenvolvido durante o final da década de 40 e início dos anos 50 pela Atlantic Richfield. A pesquisa original tratava sobre uma revaporização de líquido em reservatórios com condensação retrógrada. Desse estudo desenvolveu-se a idéia de que uma mistura de gás, aplicada sob condições adequadas, pode resultar em vaporização retrógrada de grandes volumes de óleo provenientes de um reservatório de óleo. As experiências mostravam que deslocando o óleo com gás a altas pressões podia-se realmente aumentar a recuperação do óleo se comparada com o processo de injeção de gás a baixa pressão.

O esquema do processo de injeção de gás seco a alta pressão está representado na Figura 15.18 e consiste na injeção de um gás pobre a uma pressão suficientemente alta para provocar uma vaporização retrógrada do óleo cru e a formação de uma frente miscível, rica em intermediários, entre o óleo e o gás.

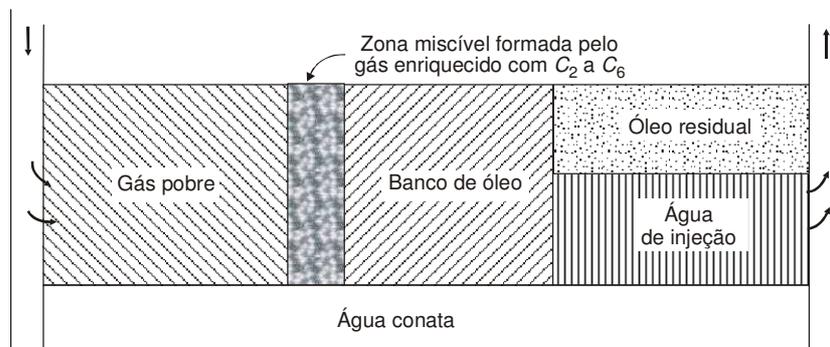


Figura 15.18 – Injeção de gás seco a alta pressão. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, Apr. 1976, Copyright © 1976, com permissão de SPE-AIME.

Assim, a principal diferença entre o processo de injeção de gás enriquecido e este é que, no primeiro, os componentes intermediários são transferidos do gás para o óleo, enquanto no segundo eles são transferidos do óleo para o gás. Por isso, o processo de injeção de gás pobre a alta pressão é muitas vezes chamado de mecanismo de vaporização por gás.

Três condições são geralmente necessárias para que o processo ocorra: (a) Deve existir alta pressão na interface gás-óleo; (b) O óleo do reservatório deve conter alta concentração de C_2-C_6 ; (c) O óleo deve ser subsaturado na frente de gás. A composição do gás injetado não é crítica para o processo. Normalmente é utilizado um gás composto basicamente por metano como gás pobre.

O diagrama triangular da Figura 15.19 ilustra os diversos estágios na formação da frente miscível no reservatório. O raciocínio é muito semelhante ao do caso do gás enriquecido, com a diferença de que no caso do gás pobre é o óleo empobrecido que vai ficando para trás, enquanto o gás, progressivamente enriquecido após múltiplos contatos, atinge a composição C e se torna miscível com o óleo do reservatório. A condição limite para que a miscibilidade seja atingida é que o ponto O esteja à direita da linha de amarração limite.

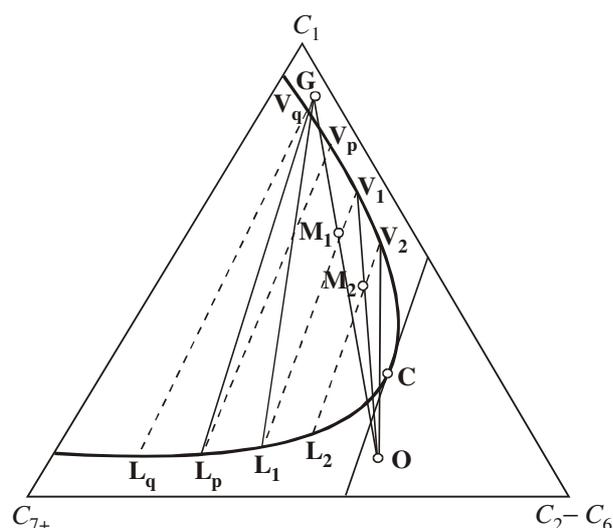


Figura 15.19 – Diagrama triangular para a injeção de gás pobre a alta pressão.

Após o alcance da miscibilidade, em que a interface entre o óleo e o gás desaparece e os fluidos misturam-se um com o outro, um anel de fluido miscível circunda o poço de injeção. Uma injeção posterior de gás desloca a frente miscível através do reservatório, deslocando também o óleo e a água móvel à frente dela. No seu movimento, afastando-se do poço de injeção, o gás pode percorrer somente alguns metros, às vezes em torno de 30 a 50 m, antes que a frente miscível se forme. Essa distância depende da pressão, da composição do óleo e da saturação de óleo.

À proporção que o anel miscível se expande ele é continuamente quebrado. Cada vez que isso acontece o processo de múltiplos contatos é repetido até que se obtenha novamente a miscibilidade. Além disso, um resíduo asfáltico é deixado para trás. Como resultado, o processo de gás pobre não remove todo o óleo que ele contata, mas deixa um resíduo que ocupa até cerca de 5% do volume poroso.

A pressão requerida para miscibilidade é usualmente maior ou igual a 3.000 *psi* (210 *kgf/cm²*). Um limite prático superior para aplicação do processo é em torno de 6.000 *psi* (420 *kgf/cm²*), sob o ponto de vista operacional. Acima desta pressão os custos operacionais do compressor e dos equipamentos tornam-se excessivos.

O melhor método para se determinar a pressão requerida para miscibilidade é por meio de testes de deslocamento em laboratório. Tais testes são freqüentemente conduzidos usando-se um tubo com areia não consolidada, conforme ilustra o diagrama esquemático da Figura 15.20.

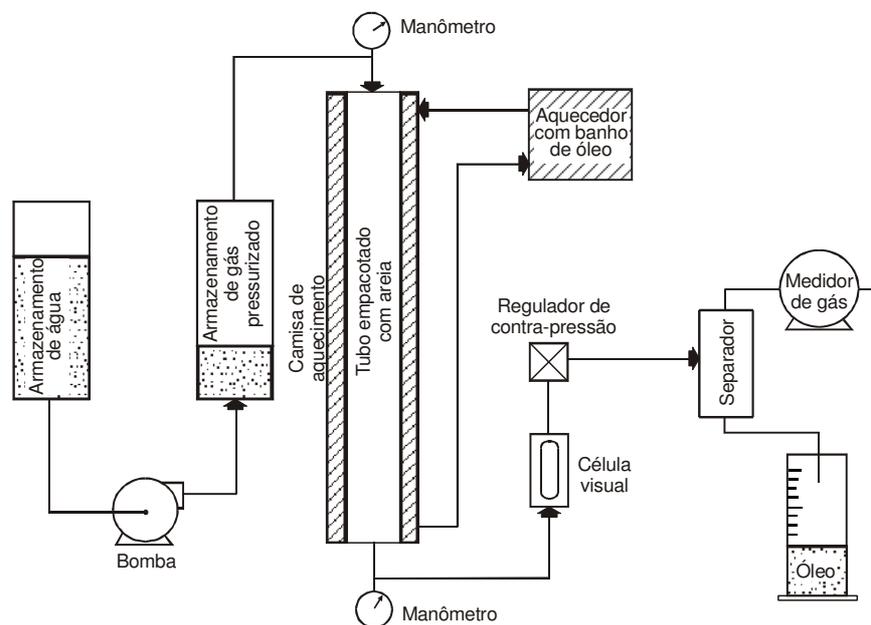


Figura 15.20 – Aparelho para se determinar as condições de miscibilidade. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, Apr. 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**

O tubo preenchido com areia é saturado com óleo, que é deslocado por gás a alta pressão. Isso é repetido para várias pressões, medindo-se então as respectivas recuperações de óleo. Um gráfico de

recuperação versus *pressão*, como mostrado na Figura 15.21, pode ser construído e usado para se estimar a pressão necessária para o deslocamento miscível.

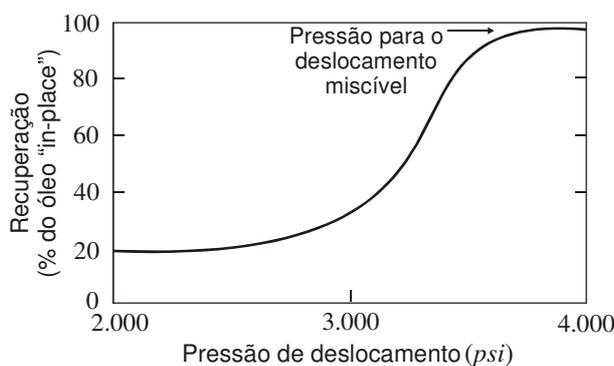


Figura 15.21 – Exemplo de gráfico da *recuperação de óleo* versus *pressão de deslocamento*. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, Apr. 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**

O gás de combustão pode ser usado como substituto para o gás de hidrocarbonetos, devido às suas vantagens de volume. Um dado volume de gás de hidrocarbonetos pobre usa 10 volumes de ar para combustão. O gás de combustão resultante, após a remoção do vapor d'água, ainda tem 9 vezes o volume original do gás pobre. Outra vantagem do gás de combustão sobre o de hidrocarbonetos pobre é que o seu fator de compressibilidade é maior. Assim, 1 m^3_{std} de gás de combustão ocupa cerca de 1,2 vezes o volume de reservatório que seria ocupado pelo metano quando submetido a pressões no intervalo 3.500 psi (246 kgf/cm^2) – 4.000 psi (280 kgf/cm^2) e temperatura de 150 °F (65 °C).

Experiências, conduzidas usando 100% de nitrogênio em lugar do gás de combustão (que pode ter de 80 a 90% de nitrogênio), indicaram que as pressões necessárias para miscibilidade são maiores com o gás de combustão do que com o gás de hidrocarbonetos. Um óleo que precisou de uma pressão de 3.500 psi (246 kgf/cm^2) com o gás de hidrocarbonetos para obter um deslocamento miscível precisou de 3.870 psi (272 kgf/cm^2) com o nitrogênio.

Se a pressão necessária para deslocamento miscível é substancialmente maior com o gás de combustão do que com o gás de hidrocarbonetos, pode ser desejável injetar um banco de gás de hidrocarbonetos antes que o gás de combustão seja injetado.

Aplicação

As condições desejáveis de reservatórios para aplicação do processo de gás pobre a alta pressão são:

- As pressões requeridas para um deslocamento miscível começam com cerca de 3.000 psi (210 kgf/cm^2) e vão até um limite superior prático de 6.000 psi (420 kgf/cm^2). O reservatório candidato ao processo deve estar em uma profundidade suficiente para que não se atinja a sua pressão de fraturamento.
- O reservatório deve ser rico em componentes C_2 – C_6 . Esses óleos são caracterizados por um °API maior que 40 e por terem um alto fator volume-formação.
- O óleo deve ser subsaturado.

- Como em todos os processos com hidrocarbonetos, a segregação gravitacional pode ser um problema em reservatórios a serem varridos horizontalmente. O “finger” gravitacional pode ser minimizado se o processo for aplicado a formações pouco espessas e de baixa permeabilidade. Pode-se melhorar a eficiência de varrido tirando vantagem da estrutura, ao se injetar de cima para baixo.

Vantagens

Uma das vantagens do método de injeção de gás pobre a alta pressão é que a frente de miscibilidade é extremamente estável. Se houver ruptura da miscibilidade a frente volta a se formar mais adiante. Além disso, como o gás seco é relativamente barato, pode ser injetado em grandes quantidades.

O processo de gás seco promove uma alta eficiência de deslocamento. Embora não remova todo o óleo residual do reservatório contactado, a saturação é reduzida a um valor muito baixo.

O gás pobre é usado do começo ao fim do processo, eliminando a dificuldade de determinação do tamanho do banco.

O gás pobre produzido pode ser reinjetado. Esse ciclo contínuo permite a maior eficiência de varrido que pode ser atingida com processos miscíveis que usam um banco de hidrocarbonetos. Um outro fator que resulta em um varrido mais eficiente, em comparação com os processos de banco de GLP e gás enriquecido, é uma melhor razão de mobilidades, pois os óleos aos quais o processo é aplicável geralmente têm viscosidades menores. Além disso, as pressões maiores para este processo aumentam a viscosidade do gás. A combinação dos efeitos de viscosidade frequentemente resulta em razões de mobilidades entre 10 e 15.

Desvantagens

As condições limitantes neste caso fazem com que a sua aplicação seja ainda mais restrita que nos casos anteriores. O óleo do reservatório precisa ser leve (rico em intermediários).

As pressões mínimas de injeção são da ordem de 3.000 *psi* (210 *kgf/cm²*) a 4.500 *psi* (316 *kgf/cm²*), resultando em altos custos de compressão.

A eficiência de varrido, embora geralmente melhor que a dos processos com GLP ou gás enriquecido, ainda é menor que a da injeção de água. A segregação gravitacional pode ocorrer em reservatórios altamente permeáveis.

Considerações econômicas

Na elaboração de um projeto de injeção de gás seco a alta pressão deve-se decidir se o processo a ser aplicado será a injeção de gás somente ou de gás e água alternadamente (WAG). O deslocamento do óleo residual é efetivo em ambos os casos.

Um considerável volume de gás nas condições-padrão é necessário para deslocar 1 *m³* de óleo, porque o processo é aplicado a altas pressões a óleos que tipicamente têm fatores volume-formação altos. Se somente gás for injetado, ele preencherá o espaço ocupado tanto pelo óleo residual como pela água que não é irreduzível. O resultado é que cada *m³* de óleo recuperado pode requerer vários milhares de *m³* de gás. Se os custos do gás são altos em relação ao preço do óleo, a parte econômica pode ser desfavorável, embora a maior parte do gás possa ser recuperada no final do projeto.

Se gás e água são injetados alternadamente, espera-se que o gás preencha somente o espaço do reservatório do qual o óleo residual é deslocado. Isso pode resultar em uma redução substancial da necessidade de gás. Uma vantagem adicional é que a injeção alternada de gás e água aumenta a

eficiência de varrido. A injeção gás-água, entretanto, pode reduzir as vazões de injeção, que podem ser críticas em reservatórios de baixa permeabilidade.

15.3.3. Injeção miscível de CO_2 ⁴

O dióxido de carbono, CO_2 , é uma substância simples, geralmente concebida como sendo um gás, embora possa facilmente ser convertida em líquido ou sólido. Sua temperatura crítica é de somente 88 °F (31 °C) e, como a maioria dos reservatórios tem uma temperatura superior a esta, o CO_2 quando usado para deslocamento miscível normalmente se encontra no estado gasoso.

O CO_2 tem uma forte atração pelo óleo, dissolvendo-se bem no mesmo, causando vaporização e inchamento, e conseqüente deslocamento do mesmo no interior do reservatório. Todavia, quando se trata de método especial de recuperação é necessário que o deslocamento do óleo seja completamente miscível. A um primeiro contato o CO_2 não é miscível com o óleo, entretanto, sob condições de temperatura, pressão e composição de óleo favoráveis gera-se uma frente miscível no reservatório.

O processo de injeção miscível de CO_2 é semelhante em muitos aspectos ao método de deslocamento com gás seco a alta pressão. A zona miscível entre o CO_2 e o óleo, como a do processo com gás pobre, é formada pela transferência de componentes do óleo para o CO_2 . Isso é obtido através de múltiplos contatos da frente de CO_2 com o óleo do reservatório.

A exemplo do processo com gás seco, o processo de injeção de CO_2 não recupera todo o óleo da área contatada enquanto a frente miscível está sendo formada ou regenerada. O resultado é que permanece um resíduo de asfalto que preenche cerca de 5% do volume poroso.

Embora os processos com CO_2 e com gás pobre sejam semelhantes, há algumas diferenças. No processo com gás pobre, componentes C_2-C_6 são vaporizados a partir do óleo, devendo portanto o mesmo conter uma grande quantidade desses componentes intermediários para que o processo funcione. O CO_2 , porém, tem um intervalo de vaporização ou extração de hidrocarbonetos do óleo maior que o gás seco, podendo extrair componentes mais pesados, no intervalo C_2-C_{30} , o que significa que o CO_2 pode ser miscível com óleos cujas quantidades de componentes C_2-C_6 sejam relativamente menores. Essa característica torna o processo aplicável a um grande número de reservatórios, incluindo os que inicialmente eram ricos em C_2-C_6 mas perderam a maior parte desses componentes durante a fase de recuperação primária por mecanismo de gás em solução. Esses campos não são mais candidatos ao processo de injeção de gás seco mas podem ser considerados para recuperação especial com CO_2 .

A pressão necessária para se obter deslocamento miscível de um dado óleo é freqüentemente muito menor para o CO_2 do que para o gás pobre. Para muitos reservatórios a pressão requerida para o CO_2 é menor que 1.500 psi (105 kgf/cm²).

Embora correlações possam ser usadas para a estimativa da pressão necessária para um deslocamento miscível com CO_2 , a melhor maneira de se determinar a pressão de miscibilidade é a utilização de testes de laboratório, nos quais o CO_2 desloca o óleo contido em tubos cheios de areia. Os tubos devem ter mais de 20 ft (6 m) de comprimento para fornecer a distância necessária para o desenvolvimento da frente miscível.

Vários esquemas de injeção usando o CO_2 têm sido sugeridos:

- Injeção contínua de CO_2 do início ao fim do projeto;

⁴ A Seção 15.3.3 inclui um resumo do artigo técnico de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, *Pet. Engineer*, May 1976, cuja reprodução foi autorizada pela SPE-AIME.

- Banco de CO_2 deslocado por água;
- Banco de CO_2 deslocado por gás de hidrocarbonetos;
- Banco de CO_2 deslocado por injeção alternada de água e CO_2 ;
- Banco de CO_2 deslocado por injeção alternada de água e gás de hidrocarbonetos.

Excetuando-se os reservatórios de baixa permeabilidade, onde a injeção alternada de CO_2 e água pode reduzir seriamente a vazão de injeção, o esquema que apresenta as melhores condições de aplicação é o do banco de CO_2 seguido por injeção alternada de água e CO_2 .

O tamanho do banco inicial de CO_2 é de cerca de 5% do volume poroso. A este banco segue-se uma injeção alternada de água e CO_2 até que se tenha um volume injetado acumulado de CO_2 entre 15 e 20% do volume poroso. A partir daí passa-se a injetar apenas água. A água, ao avançar no meio poroso, aprisiona o CO_2 na forma de saturação residual que ocupa os poros anteriormente preenchidos com óleo residual. A Figura 15.22 é uma representação esquemática da injeção de CO_2 como um processo especial de recuperação secundária.

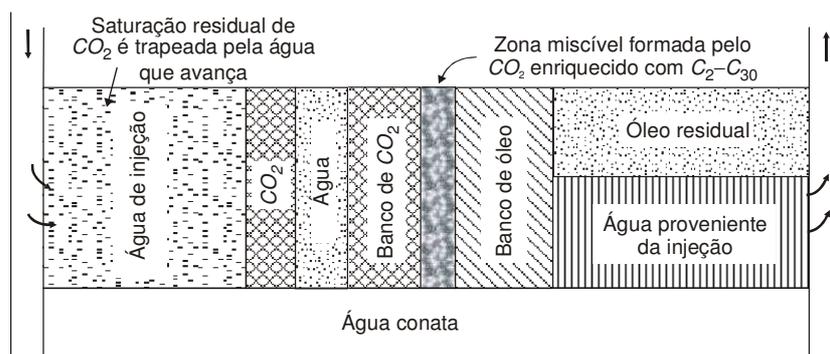


Figura 15.22 – Injeção miscível de CO_2 . Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, May 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**.

Aplicação

O processo miscível com CO_2 é aplicável a uma grande percentagem de reservatórios. São as seguintes as condições necessárias:

- Óleos com grau *API* acima de 25;
- Intervalo de pressão começando com aproximadamente 1.500 *psi* (105 kgf/cm^2) e alcançando um limite prático superior de 6.000 *psi* (422 kgf/cm^2);
- Os reservatórios candidatos ao processo devem estar a uma profundidade suficiente para que possam ser operados a uma pressão acima da necessária para que o deslocamento seja miscível sem que haja fraturamento da formação.

Vantagens

O CO_2 promove um deslocamento miscível eficiente a baixa pressão para a maioria dos reservatórios. A eficiência de deslocamento é alta, sendo a saturação de óleo reduzida para cerca de 5% do volume poroso na região contactada.

Sob certas condições de reservatório, a densidade do CO_2 é próxima da do óleo e se aproxima da densidade da água, o que minimiza grandemente os efeitos de segregação gravitacional.

O CO_2 é de duas a quatro vezes mais viscoso que o metano no intervalo usual de pressões, o que melhora a eficiência de varrido se comparada com aquela dos métodos miscíveis com hidrocarbonetos.

Se a frente miscível se desintegrar, ela se regenerará por si própria, como acontece com o processo de injeção de gás seco.

Desvantagens

De um modo geral, o CO_2 não está disponível facilmente.

Embora a eficiência de varrido seja melhor do que com os métodos miscíveis com hidrocarbonetos, ela ainda pode ser adversa em condições típicas de reservatórios. Faz-se necessária uma injeção alternada de CO_2 e água para se obter uma razão de mobilidades razoável.

O CO_2 reage com a água formando ácido carbônico, que é altamente corrosivo. Isso implica na necessidade do uso de ligas metálicas especiais e proteção para as instalações.

Quando se utiliza a injeção alternada de água e CO_2 são necessários dois sistemas de injeção, um para cada fluido.

Considerações econômicas

Se o esquema de injeção inclui um banco de CO_2 seguido de água alternada com CO_2 , um mínimo de $1 m^3$ de CO_2 é necessário para tomar o lugar de $1 m^3$ de óleo, ambos em condições de reservatório. É necessário no entanto injetar acima desse valor mínimo porque o CO_2 se dissolve na água injetada e no óleo. Além disso é necessário repor uma possível perda para horizontes não produtores.

O custo do CO_2 inclui o seu preço base mais o transporte e a compressão até a pressão desejada. Na maioria dos casos o custo de transporte é o mais alto entre todos os custos envolvidos.

15.4. Métodos Térmicos⁵

Os *métodos térmicos* classificam-se em duas categorias: injeção de fluidos quentes (água quente ou vapor d'água) e combustão "in-situ".

15.4.1. Injeção de fluidos quentes

O objetivo da recuperação térmica é aquecer o reservatório e o óleo nele existente para aumentar a sua recuperação. Na injeção de fluido aquecido, o calor é gerado na superfície e transportado para dentro do reservatório pelo fluido injetado, que usualmente é a água, resultando em um projeto de injeção de vapor ou de água quente. A Figura 15.23 ilustra a injeção de vapor usada como método especial de recuperação de óleo.

⁵ A Seção 15.4 inclui resumos dos artigos técnicos de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, *Pet. Engineer*, Aug. 1976 & Feb. 1977, cuja reprodução foi autorizada pela SPE-AIME.

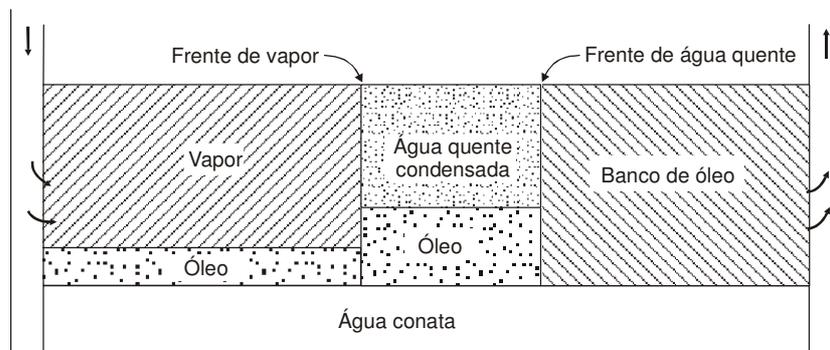


Figura 15.23 – Injeção de vapor d’água. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, Aug. 1976, Copyright © 1976, com permissão de SPE-AIME.

O calor afeta a recuperação de óleo pela redução de viscosidade, o que provoca um aumento da eficiência de varrido, e pela expansão e destilação do óleo, e extração de solvente, o que aumenta a eficiência de deslocamento. Os projetos de injeção de fluido quente que têm tido sucesso geralmente são auxiliados por uma combinação desses mecanismos.

O efeito mais óbvio do aquecimento de um reservatório é a redução da viscosidade do óleo. Quanto à influência do aquecimento sobre a viscosidade, observa-se na prática que a taxa de melhora da viscosidade é maior no início dos aumentos de temperatura. Depois de atingir uma certa temperatura se ganha muito pouco na redução da viscosidade. Além disso, nota-se que as maiores reduções de viscosidade são experimentadas em óleos de $^{\circ}API$ mais baixo (e geralmente mais viscosos) do que em óleos de alto $^{\circ}API$.

Um outro mecanismo básico inerente à recuperação térmica é a expansão do óleo do reservatório após o aquecimento. A dilatação do óleo, quando aquecido, adiciona energia para expulsar os fluidos do reservatório. Dependendo da composição, o óleo pode dilatar de 10 a 20% durante uma injeção de vapor. Isso ocorre em um menor grau na injeção de água quente, já que neste caso as temperaturas são menores que na injeção de vapor.

Um terceiro benefício possível para a recuperação na injeção de vapor é a destilação do óleo. No deslocamento de um óleo volátil por vapor, a alta temperatura, as frações mais leves do óleo residual podem ser vaporizadas. Essas frações se condensam quando em contato com a formação mais fria, formando um solvente ou banco miscível à frente da zona de vapor.

Outros fatores também contribuem para o aumento da recuperação pelo aquecimento do reservatório. Eles incluem os efeitos de mecanismos de gás e uma possível alteração das características de permeabilidade relativa. A importância relativa de cada um dos fatores mencionados depende do tipo de projeto e das características do reservatório e do óleo. Mesmo para projetos específicos, entretanto, a determinação da contribuição relativa de cada um na recuperação total pode ser difícil.

A água é o meio básico usado nos métodos térmicos de geração de calor na superfície. Ela pode ser aquecida até a temperatura de vapor ou convertida para vapor. Após atingir a temperatura de ebulição, o fornecimento continuado de calor converte mais e mais água para vapor nessa temperatura. A fração em peso de água convertida para vapor é chamada de *qualidade do vapor*. Depois de se atingir a qualidade de 100%, um posterior fornecimento de calor novamente aumenta a temperatura, produzindo vapor superaquecido.

A energia adicional requerida para converter água em ebulição para vapor é o chamado calor latente. Um sistema água-vapor pode ganhar ou perder esse tipo de energia sem variar a tempera-

tura ou a pressão. O calor latente é maior às pressões mais baixas e diminui até zero no ponto crítico da água de 705 °F (374 °C) e 3.206 psia (225 kgf/cm²). Acima deste ponto, a água existe somente numa fase única. No intervalo de pressão de 100 psia (7 kgf/cm²) a 1.500 psia (105 kgf/cm²), em que a maioria dos projetos térmicos opera, o vapor carrega consideravelmente mais calor do que a água quente. Por exemplo: 1 bbl de água convertido para vapor de qualidade 80% carrega acima de 150.000.000 BTU a mais de calor que a água em ebulição na mesma temperatura.

a) Injeção de água quente

A *injeção de água quente* é o tipo mais básico de recuperação térmica. Com poucas mudanças no equipamento, a injeção de água pode ser estendida a uma técnica térmica por aquecimento da água injetada. A recuperação é aumentada pela melhora da eficiência de varrido e expansão térmica do óleo.

Diversas considerações, todavia, tornam a injeção de água quente menos atrativa que a injeção de vapor. Devido à baixa quantidade de calor da água aquecida, um reservatório típico pode requerer 2,5 a 3 volumes porosos de água para elevar sua temperatura até um valor próximo do da água injetada. Além disso, carregando mais calor por unidade de massa de água, a menor viscosidade do vapor geralmente resulta em vazões de injeção maiores que as da água quente. Diferentemente de um sistema vapor-água, a água esfria quando perde energia. Isso resulta em um crescimento lento da zona de alta temperatura em torno do poço injetor.

Embora a injeção de água quente seja geralmente considerada menos aplicável do que a injeção de vapor, há registros na literatura de projetos bem sucedidos. A injeção de água quente pode ser usada em muitos reservatórios onde o vapor não pode. Estes incluem formações sensíveis à água doce e aquelas com altas pressões, onde a temperatura de vapor seria excessiva.

b) Injeção cíclica de vapor

A *injeção cíclica de vapor* é aplicada para reforçar a recuperação primária de reservatórios de óleos viscosos. É primariamente uma técnica de estimulação que, através da redução de viscosidade e efeitos de limpeza ao redor do poço, ajuda a energia natural do reservatório a expulsar o óleo.

Embora a injeção cíclica de vapor não seja considerada uma técnica de recuperação secundária, é freqüentemente usada em projetos de injeção contínua de vapor. Na maioria desses projetos a injeção de vapor começa como um programa de injeção cíclica e é posteriormente mudado para injeção contínua quando o programa cíclico torna-se marginal.

A injeção cíclica de vapor consiste de períodos de injeção, de espera e de produção. A injeção de um determinado volume de vapor freqüentemente é seguida por um período de espera para que o calor injetado seja mais bem distribuído a uma maior parte do reservatório. O poço entra então em produção, até que o ciclo seja repetido. Todas as fases do ciclo podem sofrer variação para otimizar o processo.

A resposta à injeção cíclica de vapor varia consideravelmente com o tipo do reservatório. Para estruturas espessas, muito inclinadas, a drenagem por gravidade é dominante e muitos ciclos são possíveis, à medida que óleo menos viscoso e aquecido continue a fluir para baixo em direção ao poço produtor. Para reservatórios pouco inclinados, onde o mecanismo de produção é o gás em solução, a energia do reservatório é rapidamente depletada, limitando o número de ciclos de injeção. Independentemente do tipo de reservatório, a injeção cíclica geralmente se torna menos eficiente à proporção que o número de ciclos aumenta. Esse fato é evidente em várias estatísticas de produção. As vazões médias e máximas, juntamente com a recuperação de óleo, declinam nos últimos ciclos. À

medida que a resposta diminui, torna-se mais difícil justificar tratamentos adicionais que fazem com que a duração dos ciclos aumente.

Na injeção cíclica de vapor, grandes frações do vapor injetado são produzidas na forma de líquido, tornando o manuseio da água um fator importante. Do ponto de vista econômico, um bom indicador de desempenho é a razão entre o óleo produzido e a água injetada. Os melhores resultados apresentados na literatura mostraram os primeiros ciclos recuperando cerca de 30 *bbl* ($4,77 \text{ m}^3$) de óleo por *bbl* ($0,159 \text{ m}^3$) de água injetada na forma de vapor. À proporção que a energia do reservatório é depletada essa razão tende a diminuir.

c) Injeção de vapor

A *injeção de vapor*, diferentemente da injeção cíclica, consiste em uma injeção contínua desse fluido. Enquanto na injeção cíclica tanto a injeção como a produção ocorrem no mesmo poço, na injeção contínua os poços injetor e produtor são diferentes, conforme ilustra a Figura 15.23. Uma zona de vapor se forma em torno do poço injetor, a qual se expande com a contínua injeção. Nessa zona a temperatura é aproximadamente aquela do vapor injetado. Adiante do vapor forma-se uma zona de água condensada, através da qual a temperatura diminui a partir da do vapor até a do reservatório.

A recuperação por injeção de vapor depende de vários fatores. Os mais importantes são os efeitos de injeção de água quente na zona de água condensada. A redução da saturação de óleo é máxima nesta zona por causa das menores viscosidades, da dilatação do óleo e da alta temperatura. Na zona invadida pelo vapor a saturação de óleo é posteriormente reduzida por efeitos de mecanismos de gás e possivelmente destilação por vapor e extração por solvente. Os efeitos do mecanismo de gás geralmente são mínimos mas a destilação por vapor pode contribuir significativamente para a produção de certos óleos.

A quantidade de calor recebida e retida pela formação produtora determina a resposta ao processo de injeção de vapor. O crescimento rápido e continuado da zona de vapor, resultando em alta vazão de deslocamento do óleo, requer que um mínimo de calor seja perdido através das linhas de superfície, nos poços de injeção e para formações adjacentes. As perdas de calor durante a injeção de vapor são uma função da temperatura de injeção, das características do reservatório e do equipamento usado. As perdas na superfície e no poço podem ser parcialmente controladas mas nas condições de reservatório não podem, e elas são as mais críticas na determinação da viabilidade do projeto.

A relação entre a temperatura e a pressão de vapor de uma determinada substância, ou seja, a chamada curva de pressão de vapor, fornece diversas indicações quanto à aplicabilidade da injeção de vapor d'água. A pressões maiores, requer-se uma temperatura maior para converter água para vapor. As perdas de calor aumentam com a temperatura do vapor, de modo que aplicações a baixas pressões têm menores perdas de calor. Isso mostra a influência da profundidade do reservatório. Para vencer a alta pressão da formação em zonas profundas é necessário usar vapor a uma maior pressão e temperatura, resultando em maiores perdas de calor. Quanto mais profundo for um poço, maiores serão as perdas de calor.

A relação entre a temperatura e a pressão de ebulição da água enfatiza a importância da alta permeabilidade. Além de permitir ao óleo viscoso fluir mais livremente, a permeabilidade afeta as vazões de injeção, as pressões e as temperaturas do vapor. Zonas fechadas requerem altos valores de pressão e temperatura de injeção, provocando altas perdas de calor.

As perdas de calor do gerador até o poço injetor dependem do tipo e do comprimento das linhas. Os geradores devem ficar próximos dos poços de injeção e as perdas na linha podem ser posteriormente minimizadas por isolamento ou enterramento. Para grandes projetos de injeção de

vapor, as linhas de injeção enterradas normalmente são suficientes para manter as perdas na superfície abaixo de 10%. Além da profundidade, as perdas de calor no poço dependem do tipo de completação do poço, incluindo diâmetro e tipo de revestimento e “tubing”. Para projetos de injeção de vapor os poços de injeção usualmente são completados de uma maneira que minimiza as perdas de calor. O espaço anular revestimento-tubing pode ser usado como isolamento para manter a temperatura do revestimento baixa pelo uso de obturadores (“packers”) térmicos ou através do seu preenchimento com gás a alta pressão.

Pouco controle pode ser exercido sobre a maior fonte de perda de calor – a própria formação produtora – onde o calor é perdido por condução através das rochas não produtoras adjacentes. A taxa de perda depende da área presente para o fluxo de calor e aumenta com o crescimento da zona de vapor. A espessura da formação é importante na determinação da fração de calor injetado que é perdida para as formações adjacentes. Para volumes iguais de reservatório, a zona de vapor deve cobrir uma área maior em formações pouco espessas do que nas de maior espessura, o que representa uma maior área superficial para perdas de calor.

Aplicação

A injeção de fluido aquecido é limitada em seu uso a relativamente poucos reservatórios. As seguintes características são favoráveis ao método:

- Óleos viscosos entre 10 e 20 °API são mais suscetíveis à redução de viscosidade pelo calor. Óleos voláteis de alto °API podem ser considerados para o método de injeção de vapor devido à recuperação adicional causada pela destilação do óleo e extração por solvente.
- Reservatórios com menos de 3.000 ft (900 m) de profundidade minimizam as perdas de calor. Também o calor latente é maior a pressões mais baixas. Portanto, mais calor pode ser transportado por unidade de massa de vapor injetado em reservatórios rasos, de baixa pressão, do que em zonas mais profundas a altas pressões.
- Permeabilidade maior ou igual a 500 md auxilia o fluxo de óleos viscosos. A permeabilidade em projetos de injeção de vapor é muito importante porque a resposta depende da vazão de injeção.
- Uma saturação de óleo próxima de 0,15 m³ de óleo/m³ de rocha aumenta as chances de sucesso econômico.
- Espessuras de arenito excedendo 30 ft (9 m) a 50 ft (15 m) geralmente são necessárias para limitar as perdas de calor da formação em projetos de injeção de vapor.

Vantagens

A recuperação térmica por injeção de fluido quente é um método comprovado na prática para produzir óleos viscosos de baixo °API. Em muitos casos nenhum outro método pode ser exequível para reforçar a recuperação primária ou secundária. Apresenta uma vantagem sobre a combustão “in-situ” que é a de danificar menos os poços. Além disso, os métodos de injeção de vapor fornecem maiores vazões de injeção de calor do que outros métodos térmicos. Assim, mais calor é aplicado rapidamente ao reservatório.

A eficiência de deslocamento é aumentada pelo calor à proporção que mais óleo flui. As saturações de óleo atrás da zona de vapor, para o processo de injeção contínua, podem ser tão baixas quanto 5%.

A água quente pode ser usada para transportar calor com variações mínimas nos equipamentos em relação à injeção de água convencional. Esse método é aplicável em zonas sensíveis à água doce ou em zonas de alta pressão, onde o vapor não pode ser empregado.

Desvantagens

As perdas de calor, gerado na superfície a alto custo, são significativas nas linhas de injeção, nos poços e na formação. Por causa disso, o calor não pode ser utilizado em reservatórios profundos, de pequena espessura ou que tenham baixa permeabilidade.

O pessoal do campo deve estar familiarizado com a operação do gerador para manter a eficiência. Operações a altas temperaturas acarretam riscos de segurança adicionais.

A falha na cimentação, em poços de completação convencional, é freqüente sob operações térmicas. Os poços novos devem ser completados e equipados para operar em altas temperaturas. A produção de areia é comum em projetos térmicos. A formação de emulsão é possível com alguns óleos durante a injeção de vapor.

“Fingers” de vapor podem acontecer na parte superior da formação que está sendo contatada.

Considerações econômicas

O investimento inicial em geradores de vapor é alto. O aluguel de unidades portáteis para testar a resposta do reservatório ao método pode ser considerado para minimizar o risco.

A disponibilidade e o custo do combustível para aquecimento da água ou geração de vapor são fatores importantes. Gás natural ou óleo, cada um tem vantagens e desvantagens. Geradores alimentados a óleo podem converter cerca de 15 m³ de água para vapor para cada m³ de óleo queimado. Portanto, ao menos 1 m³ de óleo deve ser recuperado para cada 15 m³ de água injetada como vapor.

Operações térmicas requerem uma maior atenção do pessoal de engenharia e de operação para mantê-las eficientes. Para a estimulação cíclica, a otimização de programas de injeção requer comparação das respostas anterior e atual de cada poço, o que significa que são necessários testes freqüentes dos poços.

Óleos de alta viscosidade usualmente considerados para os projetos térmicos também são os de menor preço. O resultado do alto investimento, alto custo de operação e menor preço do óleo é um lucro relativamente baixo.

Projetos de sucesso geralmente usam instalações centralizadas para diminuir custos de produção e de geração do vapor.

15.4.2. Combustão “in-situ”

A *combustão “in-situ”* é uma técnica de recuperação térmica de óleo na qual o calor é produzido dentro do reservatório, contrastando com a injeção de fluido aquecido, em que o calor é gerado na superfície e transportado para o reservatório por meio de um fluido.

No processo “in-situ” uma pequena porção do óleo do reservatório entra em ignição, que é sustentada pela injeção de ar. Como em qualquer reação de combustão, o oxigênio se combina com o combustível (óleo) formando dióxido de carbono e água, e liberando calor. A composição do óleo afeta a quantidade de energia (ou calor) liberada.

A ignição do óleo no reservatório é o primeiro requisito para a combustão “in-situ”. Em muitos reservatórios a ignição é espontânea e em outros requer aquecimento. A reação química entre o oxigênio do ar injetado e o óleo do reservatório gera calor mesmo sem combustão. Dependendo da composição do óleo, a velocidade deste processo de oxidação pode ser suficiente para desenvolver temperaturas que podem levar à ignição do óleo. Se não, a ignição pode ser auxiliada pelo uso de

aquecedores de fundo, pré-aquecendo o ar de injeção ou por meio de injeção de ar com um produto químico oxidável, tal como óleo de linhaça.

A alta temperatura obtida durante a queima faz com que as frações leves do óleo adiante da frente de combustão se vaporizem, deixando um resíduo de coque pesado ou depósito de carbono como combustível para ser queimado. Os componentes leves vaporizados e o vapor gerado pela combustão são carregados para adiante, até que se condensam depois de entrar em contato com as porções mais frias do reservatório. A frente se move para adiante através do reservatório somente após a queima de todo o combustível depositado.

O termo *combustão direta* é freqüentemente aplicado no processo “in-situ” em que a frente de combustão avança no mesmo sentido do movimento de ar, ou seja, do poço injetor para o poço produtor. O processo em que o movimento da frente de combustão ocorre no sentido inverso da injeção de ar é denominado *combustão “in-situ” reversa*.

A Figura 15.24 mostra as várias zonas formadas em um reservatório de óleo submetido a um processo de combustão “in-situ” direta, enquanto a Figura 15.25 apresenta um perfil de temperatura entre o poço injetor e o poço produtor, ilustrando as variações de temperatura pelas diversas zonas.

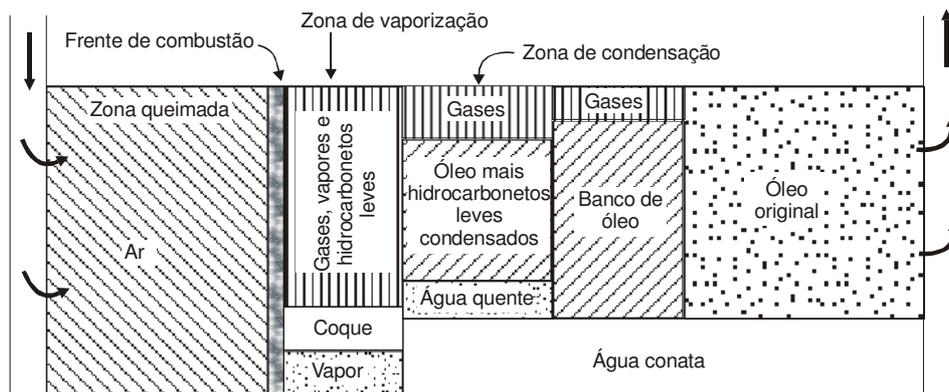


Figura 15.24 – Processo de combustão “in-situ” direta. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer, Pet. Engineer*, Feb. 1977, Copyright © 1977, com permissão de SPE-AIME.

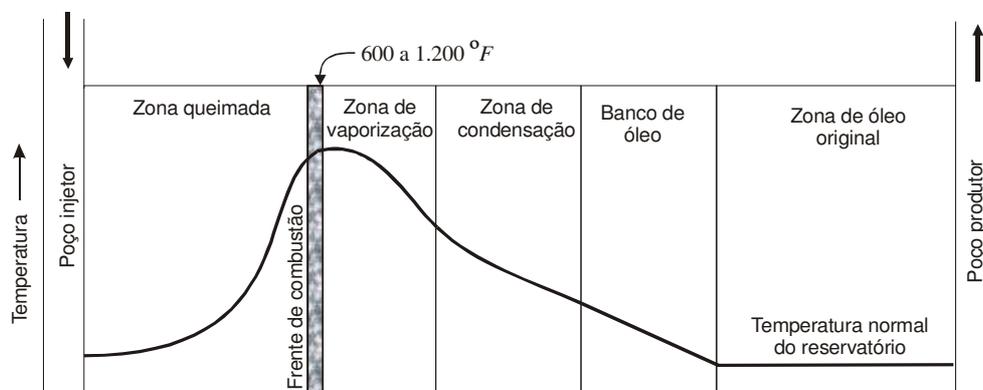


Figura 15.25 – Perfil de temperatura durante um processo de combustão “in-situ” direta. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, Pet. Engineer*, Feb. 1977, Copyright © 1977, com permissão de SPE-AIME.

Próxima ao poço injetor encontra-se uma zona queimada através da qual a frente de combustão já passou. Todo o líquido foi removido da rocha, deixando somente poros saturados com ar. As temperaturas na zona queimada são mais altas nas proximidades da frente de combustão. Na frente de queima o combustível pesado depositado é queimado à temperatura de 600 °F (315 °C) a 1.200 °F (630 °C).

Adiante da frente de combustão, na zona de vaporização, encontram-se os produtos da combustão, os hidrocarbonetos leves vaporizados e o vapor. As temperaturas através desta zona variam da de combustão até aquela necessária para ferver a água na pressão do reservatório. Um valor típico é 400 °F (204 °C).

Logo após a zona de vaporização vem a zona de condensação, na qual o óleo é deslocado de vários modos. Os hidrocarbonetos leves condensados deslocam o óleo do reservatório miscivelmente; o vapor condensa-se criando um banco de água quente que também desloca o óleo; e os gases da combustão promovem um mecanismo de deslocamento por gás. As temperaturas nessa zona vão de 50 °F (10 °C) a 200 °F (40 °C) acima da temperatura inicial do reservatório.

O óleo deslocado pelo processo se acumula na próxima zona, o banco de óleo. Nessa zona a água conata imóvel, o óleo deslocado e alguns gases de combustão ocupam o espaço poroso. A temperatura é próxima da inicial, de modo que há pouco melhoramento quanto à viscosidade do óleo. Finalmente, adiante do banco de óleo encontra-se o reservatório não perturbado, isto é, que não foi ainda afetado pela frente de queima.

As características de deposição de combustível do óleo do reservatório são os parâmetros mais básicos no projeto de combustão “in-situ”. O coque depositado como combustível é medido em unidades de massa por unidade de volume de rocha-reservatório. Se este valor é muito baixo, a combustão não se auto-alimenta. Se é muito alto, o movimento da frente é muito lento porque todo o combustível deve ser queimado antes que esta avance. A deposição de combustível determina também o volume de ar requerido para o avanço da frente através da rocha-reservatório. Na medida em que mais combustível é depositado, mais ar é requerido.

O volume de ar injetado por unidade de área da frente de combustão é outro fator importante de um projeto de combustão “in-situ”. Os valores mínimos desse parâmetro, chamado de fluxo de ar, para manter a combustão dependem das condições do óleo e do reservatório, e podem ser medidos em laboratório. Abaixo desses valores mínimos a oxidação do óleo é baixa para gerar calor suficiente para manter a combustão. À proporção que o fluxo aumenta a partir desse valor mínimo, a velocidade da frente de combustão também aumenta e resultados mais rápidos de queima são obtidos. Aumentando-se o fluxo de ar, no entanto, reduz-se o tempo de contato do ar injetado com a frente, resultando em uma fraca utilização do oxigênio do ar. Com exceção dos estágios iniciais de um poço injetor, os projetos de campo operam com fluxo de ar muito baixo, com os valores típicos variando entre 3 e 9 $m^3 \text{std}/h/m^2$ de frente de combustão.

Normalmente os dados obtidos durante estudos de laboratório, que tentam reproduzir as condições de reservatório, são necessários para se avaliar o potencial do projeto e prever o seu desempenho.

A utilização do calor no processo de combustão direta é muito ineficiente porque o ar tem uma baixa capacidade de transportar calor. Somente cerca de 20% do calor gerado é carregado adiante da frente de combustão, onde é benéfico para a recuperação do óleo. O calor remanescente

permanece atrás e é eventualmente perdido para as rochas capeadoras, acima e abaixo do reservatório.

Diversas variações do processo “in-situ” foram propostas para aproveitar o calor perdido. Água pode ser injetada simultaneamente ou alternadamente com o ar, resultando em uma melhor distribuição do calor e menores necessidades de ar. Na zona queimada, a água é injetada e convertida em vapor, que atravessa a frente de combustão e aquece o reservatório adiante dela. O método de injeção de ar e água alternadamente é conhecido como *COFCAW* (combinação da combustão direta com a injeção de água). Dependendo do volume de água injetada, a frente pode ser parcialmente apagada, fazendo com que ela se mova para diante antes de queimar todo o combustível depositado. Isso tem um efeito benéfico adicional: o de requerer menos ar para varrer o reservatório.

A combustão reversa foi sugerida para uso com óleos muito viscosos. Em contraste com a combustão direta, a frente se move em sentido contrário ao fluxo de ar. A injeção é iniciada em um poço que mais tarde se torna produtor. Depois de estabelecida a ignição, o injetor inicial é colocado em produção e um outro é usado para injeção. O óleo aquecido na frente de combustão se move através da zona aquecida até o poço produtor. Este método torna possível a produção de óleos viscosos demais para fluir sob as condições do reservatório. O reservatório, porém, deve ter permeabilidade ao ar adequada para que o processo funcione. Neste processo, uma parte do óleo que flui é queimada e o ar requerido é freqüentemente excessivo, apresentando portanto baixa eficiência.

Aplicação

O processo de combustão “in-situ” tem sido aplicado principalmente em reservatórios com óleos de alta viscosidade. Nestes casos, freqüentemente o objetivo tem sido produzir óleo por recuperação primária ou secundária. O processo tem sido usado como recuperação terciária em óleos com $^{\circ}API$ variando de 20 a 40.

As seguintes características são benéficas para recuperação de óleo por combustão “in-situ”:

- A espessura do reservatório deve ser maior ou igual a 3 m para prevenir perdas excessivas de calor.
- A quantidade de óleo existente no reservatório deve ser maior que $0,1 m^3$ de óleo/ m^3 de rocha para que o processo seja econômico. Tanto a porosidade como a saturação de óleo devem ser relativamente altas para se atingir esse valor.
- O $^{\circ}API$ do óleo deve estar no intervalo entre 10 e 40. Óleos de $^{\circ}API$ menores depositam combustível em excesso para o sucesso comercial, enquanto óleos de $^{\circ}API$ altos depositam pouco combustível para sustentar a combustão.
- A permeabilidade deve ser maior que 100 md para permitir o fluxo de óleo mais viscoso.
- A profundidade do reservatório deve variar de 100 a 1.200 m. Reservatórios rasos limitam as pressões de injeção, enquanto os custos de compressão de ar são excessivos para reservatórios profundos.

Vantagens

A combustão “in-situ” é uma técnica provada, de modo que os reservatórios candidatos podem ser comparados com projetos anteriores para verificar a sua viabilidade. O processo não é limitado a óleos de alta viscosidade. Há reservatórios que produzem óleos de $^{\circ}API$ maior que 40 e têm sido submetidos a esse processo. Pode-se obter alta eficiência de deslocamento, embora algum óleo seja queimado e não produzido. O fluido de injeção (ar) é facilmente disponível.

Desvantagens

Problemas de produção freqüentemente aparecem quando se opera à temperatura de combustão. Emulsões são formadas no reservatório ou na superfície. O equipamento de produção pode ser seriamente danificado pelo calor e pela corrosão à medida que a frente de combustão se aproxima do poço produtor.

A distribuição de calor é ineficiente em projetos de combustão típicos. Uma zona aquecida, relativamente grande, é formada atrás da frente, onde pouco benefício traz. A injeção de água, simultânea ou alternada, pode auxiliar neste problema.

A segregação gravitacional pode ser um problema, com o ar “overriding” o reservatório de óleo, ou seja, fluindo pela parte superior da camada e ultrapassando o óleo.

Considerações econômicas

O balanço econômico é fortemente ditado pelo reservatório e pelo seu óleo. As características de deposição do combustível determinam o volume de ar requerido para o projeto. As propriedades do reservatório determinam as vazões de injeção de ar e a velocidade da frente de queima necessárias. Ambas determinam o dimensionamento das instalações de compressores necessárias para um projeto específico e que geralmente representam um investimento considerável. Os custos da compressão de ar podem ser altos, dependendo da pressão requerida.

Por causa da complexidade do processo e do seu risco de falha, uma instalação piloto é normalmente recomendada.

Um bom indicador econômico da operação é a razão entre os volumes de ar injetado e de óleo produzido. Injeções de sucesso têm razões ar/óleo menores que $3.500 \text{ m}^3 \text{ std/m}^3$.

15.5. Métodos Químicos⁶

Entre os chamados *métodos químicos* podem ser consideradas a injeção de polímero, a injeção de solução micelar e a injeção de solução ASP (Álcali-Surfactante-Polímero).

15.5.1. Injeção de polímero

A maioria dos processos de recuperação especial é projetada para melhorar a eficiência de deslocamento pela redução da saturação residual de óleo. A injeção de polímero, porém, está diretamente relacionada ao aumento da eficiência de varrido pela redução da razão de mobilidades, que é a característica singular mais importante em um projeto de injeção de água.

A razão de mobilidades em um projeto de injeção de água é a relação entre a mobilidade da água injetada, medida na saturação residual de óleo, e a mobilidade do óleo, medida na saturação de água conata, ou seja:

$$M = \frac{k_w / \mu_w}{k_o / \mu_o} \quad (15.9)$$

Uma razão de mobilidades menor ou igual a 1 (um) é considerada favorável. Assim, a redução de uma razão de mobilidades alta (desfavorável) de uma injeção de água para um valor em torno de 1

⁶ A Seção 15.4 inclui resumos dos artigos técnicos de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., Fundamentals of Tertiary Oil Recovery, *Pet. Engineer*, June & July 1976, cuja reprodução foi autorizada pela **SPE-AIME**.

aumenta a eficiência de varrido. O exame da expressão da razão de mobilidades mostra que o seu valor pode ser tornado mais favorável através de:

- Diminuição da permeabilidade efetiva à água (k_w);
- Diminuição da viscosidade do óleo (μ_o);
- Aumento da viscosidade da água injetada (μ_w);
- Aumento da permeabilidade efetiva ao óleo (k_o).

Pouco pode ser feito para melhorar as características do fluxo de óleo no reservatório, exceto por meio de métodos térmicos. A pesquisa, entretanto, encontrou uma classe de produtos químicos, os chamados *polímeros*, que quando adicionados à água, mesmo em baixas concentrações, aumentam a sua viscosidade e em muitos casos diminuem a permeabilidade efetiva à água.

Um polímero é uma molécula muito grande, formada por milhares de blocos que se repetem, chamados *monômeros*. À proporção que os monômeros se juntam para formar os polímeros, uma longa cadeia de moléculas é formada com massas moleculares da ordem de milhões. Muitos polímeros são usados na indústria petrolífera como fluidos de perfuração e de fraturamento, para correção de perfil de injetividade e como agentes bloqueadores de água. Mas em injeção de polímeros, dois são os mais freqüentemente usados: *biopolímeros polissacarídeos* e *poliacrilamidas parcialmente hidrolisadas*.

A Tabela 15.1 apresenta uma comparação entre as eficiências de varrido horizontal para várias razões de mobilidades em uma malha de 5 pontos.

Tabela 15.1 – Eficiências de varrido horizontal para várias razões de mobilidades - malha de 5 pontos

Razão de mobilidades	Eficiência de varrido horizontal no instante da erupção (“breakthrough”) da água	Eficiência de varrido horizontal com um corte (“cut”) de água de 95%
10	0,35	0,83
2	0,58	0,97
1	0,69	0,98
0,5	0,79	0,995
0,25	0,90	0,998

Observa-se que, pela redução da razão de mobilidades de 10 para 1 duas vezes mais área é varrida antes que a produção de água comece. Além disso, 15% a mais da área da malha é varrida antes que o limite econômico de 95% de corte de água seja atingido. Com isso, somente em torno de 75% de água tem que ser injetada e produzida. Essa é a vantagem dos polímeros: mais óleo produzido com menos manuseio de água.

Quanto à eficiência de deslocamento, a injeção de polímeros geralmente apresenta um aumento apenas marginal quando comparada com a injeção de água, já que o polímero não é miscível com o óleo. No entanto, pode proporcionar uma antecipação da produção de óleo que seria alcançada até o final de um projeto de injeção de água, o que apresenta vantagens do ponto de vista econômico, devido à antecipação de receitas.

Conforme discutido na teoria de Buckley & Leverett (1942), apresentada no Capítulo 14, a saturação de água na região varrida de um reservatório de óleo submetido a um processo de injeção de água varia, em um determinado instante, entre os poços injetores e produtores, sendo maior nas proximidades dos poços injetores e menor nas imediações dos poços produtores. Além disso, a saturação de água em um determinado ponto do meio poroso varia ao longo do tempo, aumentando

à medida que a injeção prossegue. O comportamento da distribuição de saturação de água entre os pontos de injeção e de produção foi ilustrado na Figura 14.51 do Capítulo 14. Observa-se nessa figura que, após um tempo de projeto muito grande (teoricamente infinito), a saturação média de água na área invadida do reservatório será igual a $\bar{S}_w = 1 - S_{or}$, onde S_{or} é a saturação residual irreduzível de óleo para um processo de injeção de água. Nesse caso, usando-se, por exemplo, a definição de eficiência de deslocamento dada pela Eq. (15.6), o valor a ser obtido ao final de um tempo teoricamente infinito será:

$$E_D = S_o - S_{or}, \quad (15.10)$$

onde S_o é a saturação de óleo no início da injeção. Nos casos práticos, todavia, os projetos de recuperação secundária têm um tempo de vida finito. Assim, ao final do tempo de vida útil de um projeto a saturação de óleo residual média na área invadida pela água (\bar{S}_{or}) será maior que a saturação de óleo irreduzível (S_{or}), ou seja, $\bar{S}_{or} > S_{or}$, e a eficiência de deslocamento deverá ser calculada através da expressão:

$$E_D = S_o - \bar{S}_{or}. \quad (15.11)$$

Com isso, a economicidade de um projeto de injeção de água será tanto melhor quanto menor for a saturação média de óleo residual \bar{S}_{or} . Portanto, embora a injeção de água ou de qualquer fluido imiscível com o óleo do reservatório não reduza a saturação residual irreduzível de óleo, a economicidade de um projeto poderá ser melhorada através da antecipação de produção, decorrente da obtenção de uma menor saturação residual média de óleo, no menor tempo possível.

Para se reduzir a saturação residual média de óleo (\bar{S}_{or}) é necessário aumentar a saturação média de água (\bar{S}_w) na área invadida, já que $\bar{S}_{or} = 1 - \bar{S}_w$. Por seu turno, para se reduzir o tempo de um projeto de injeção de água é necessário aumentar a vazão de injeção, isto é, a velocidade da frente de avanço da água ou de uma saturação qualquer, conforme foi mostrado na teoria de Buckley & Leverett (Capítulo 14).

Uma das maneiras de se aumentar a saturação média de água (\bar{S}_w) na zona varrida, em um determinado instante de um projeto de injeção, consiste na alteração da curva de fluxo fracionário, de modo que o deslocamento aproxime-se, tanto quanto possível, do modelo de deslocamento completo (tipo pistão), discutido no Capítulo 14. Nesse modelo, na área invadida pela água a saturação de óleo é reduzida imediatamente para a saturação residual irreduzível de óleo (S_{or}), resultando que $\bar{S}_w = 1 - S_{or}$. Essa alteração da curva de fluxo fracionário pode ser conseguida aumentando-se a viscosidade da água injetada, através da adição de um polímero, como ilustra o próximo exemplo.

Exemplo 15.2 – Um reservatório de óleo possui as seguintes características:

Viscosidade da água conata (condições de reservatório).....	0,5 cp
Viscosidade do óleo (condições de reservatório).....	5 cp
Saturação de óleo.....	75%
Saturação de água conata (irreduzível)	25%
Saturação de óleo residual (irreduzível)	20%
Permeabilidade relativa ao óleo.....	Eq. (I)
Permeabilidade relativa à água.....	Eq. (II)

$$k_{ro}(S_w) = 2,314(0,80 - S_w)^2 \quad (\text{I})$$

$$k_{rw}(S_w) = 1,322(S_w - 0,25)^2. \quad (\text{II})$$

- (a) Caso seja implantado nesse reservatório um projeto de injeção de água, cuja viscosidade em condições de reservatório seja igual à da água conata, calcule a razão de mobilidades, a saturação da frente de avanço da água e as saturações médias de água e residual de óleo na região invadida, no instante da erupção.
- (b) Considere agora a alternativa de se implantar no reservatório em questão um projeto de injeção de polímero. A viscosidade de uma solução de polímero pode ser calculada através de um modelo linear ou de um modelo não-linear. No modelo linear a viscosidade da solução de polímero (μ_{pl}) é dada pela expressão:

$$\mu_{pl} = \alpha\mu_{pr} + (1 - \alpha)\mu_w,$$

onde μ_w é a viscosidade da água, $\alpha = C_p / C_{pr}$, C_p é a concentração de polímero, C_{pr} é uma concentração de referência e μ_{pr} é a viscosidade da solução de polímero na concentração de referência. No modelo não-linear a viscosidade da solução de polímero (μ_{pnl}) é dada por:

$$\mu_{pnl} = \mu_{pr}^\alpha \mu_w^{1-\alpha}.$$

Calcule a concentração de polímero necessária em cada caso (modelos linear e não-linear), para que se obtenha uma razão de mobilidades unitária. Admita $C_{pr} = 0,5 \text{ kg/m}^3$ e $\mu_{pr} = 10 \text{ cp}$.

- (c) Determine, para a situação do item anterior, a saturação da frente de avanço e as saturações médias de água e residual de óleo na região invadida, no instante da erupção.
- (d) Usando a equação $E_D = S_o - \bar{S}_{or}$, calcule as eficiências de deslocamento no instante da erupção, para os dois projetos (injeção de água e injeção de polímero). Compare os resultados obtidos.

Solução:

Parte (a):

A Figura 15.26 apresenta a curva de fluxo fracionário de água para esse reservatório. A tangente a essa curva a partir da saturação irreduzível de água indica uma saturação média de água no momento da erupção, atrás da frente de avanço, ou seja, na região invadida, de aproximadamente 55%. Com isso, nesse instante a saturação residual de óleo média na região invadida pela água será de:

$$\bar{S}_{or} = 1 - \bar{S}_{wf} = 1 - 0,55 = 0,45 \text{ (45\%)}.$$

A tangente à curva de fluxo fracionário a partir da saturação irreduzível de água determina também a saturação de água da frente de avanço: $S_{wf} = 0,46 \text{ (46\%)}$.

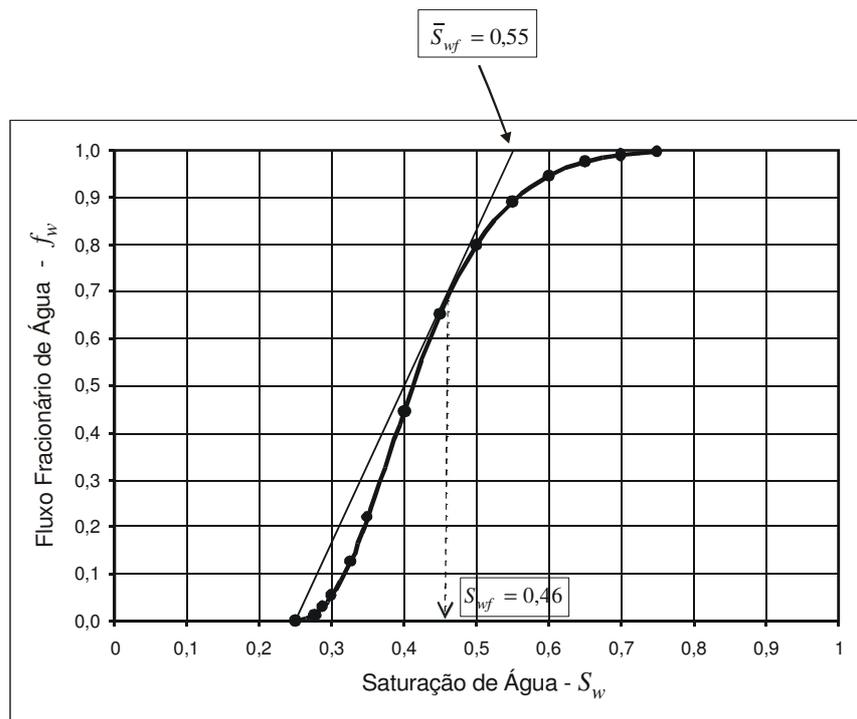


Figura 15.26 – Curva de fluxo fracionário de água - Exemplo 15.2.

A razão de mobilidades para o sistema água-óleo é definida como:

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{k_w / \mu_w}{k_o / \mu_o} = \frac{k_{rw} / \mu_w}{k_{ro} / \mu_o}$$

Essa expressão mostra que a razão de mobilidades depende das saturações consideradas para os fluidos envolvidos. Por outro lado, conforme demonstrado no Capítulo 14, as saturações de água e de óleo variam ao longo do reservatório. Assim, o cálculo da razão de mobilidades depende de uma hipótese adicional, ou seja, de que saturações são consideradas. Tomando-se, por exemplo, as saturações médias existentes na região invadida pela água, obtém-se através das Eqs. (I) e (II) as seguintes permeabilidades relativas:

$$k_{rw}(\bar{S}_{wf}) = 1,322(\bar{S}_{wf} - 0,25)^2 = 1,322(0,55 - 0,25)^2 = 0,119$$

e

$$k_{ro}(\bar{S}_{wf}) = 2,314(0,80 - \bar{S}_{wf})^2 = 2,314(0,80 - 0,55)^2 = 0,145$$

Então, a razão de mobilidades será:

$$M = \frac{k_{rw} / \mu_w}{k_{ro} / \mu_o} = \frac{0,119 / 0,5}{0,145 / 5,0} \cong 8,2 .$$

Uma outra maneira de se calcular a razão de mobilidades seria considerar a mobilidade da água na saturação residual de óleo (que ocorreria principalmente nas proximidades dos poços injetores) e a mobilidade do óleo na saturação irreduzível de água (que ocorreria na região ainda não invadida pela água de injeção, isto é, à frente da frente de avanço da água). Neste caso obter-se-ia a expressão:

$$M = \frac{\left[(k_{rw}) \Big|_{S_w=1-S_{or}} \right] / \mu_w}{\left[(k_{ro}) \Big|_{S_w=S_{wi}} \right] / \mu_o} ,$$

onde, das Eqs. (I) e (II) calculam-se:

$$k_{rw}(S_w = 1 - S_{or}) = k_{rw}(S_w = 1 - 0,20) = k_{rw}(S_w = 0,80) = 1,322(0,80 - 0,25)^2 = 0,40$$

e

$$k_{ro}(S_w = S_{wi}) = 2,314(0,80 - 0,25)^2 = 0,70 .$$

Assim,

$$M = \frac{0,40 / 0,5}{0,40 / 5,0} = 10 .$$

Observa-se que as duas formas de se calcular a razão de mobilidades produz resultados diferentes, mas da mesma ordem de grandeza. Os valores obtidos (8,2 e 10) indicam que um processo de injeção de água nesse tipo de reservatório não será tão eficiente, já que a razão de mobilidades é consideravelmente maior que 1 (um).

Parte (b):

Para que seja obtida uma razão de mobilidades unitária é necessário que:

$$M = \frac{k_{rw} / \mu_w}{k_{ro} / \mu_o} = 1 .$$

Utilizando-se a segunda definição de razão de mobilidades apresentada na parte (a), pode-se escrever que:

$$\frac{\left[(k_{rw}) \Big|_{S_w=1-S_{or}} \right] / \mu_w}{\left[(k_{ro}) \Big|_{S_w=S_{wi}} \right] / \mu_o} = 1 .$$

No processo de injeção de polímero somente a viscosidade da água injetada é alterada. Então, a partir da equação anterior obtém-se:

$$\frac{\left[(k_{rw}) \Big|_{S_w=1-S_{or}} \right] / \mu_p}{\left[(k_{ro}) \Big|_{S_w=S_{wi}} \right] / \mu_o} = \frac{0,40 / \mu_p}{0,40 / 5,0} = 1 \Rightarrow \mu_p = 5,0 \text{ cp},$$

onde μ_p é a viscosidade da solução polimérica.

Utilizando-se os dados fornecidos e as equações que definem as viscosidades da solução de polímero para os dois modelos (linear e não-linear), pode-se construir um gráfico da viscosidade da solução em função da concentração de polímero, como ilustra a Figura 15.27.

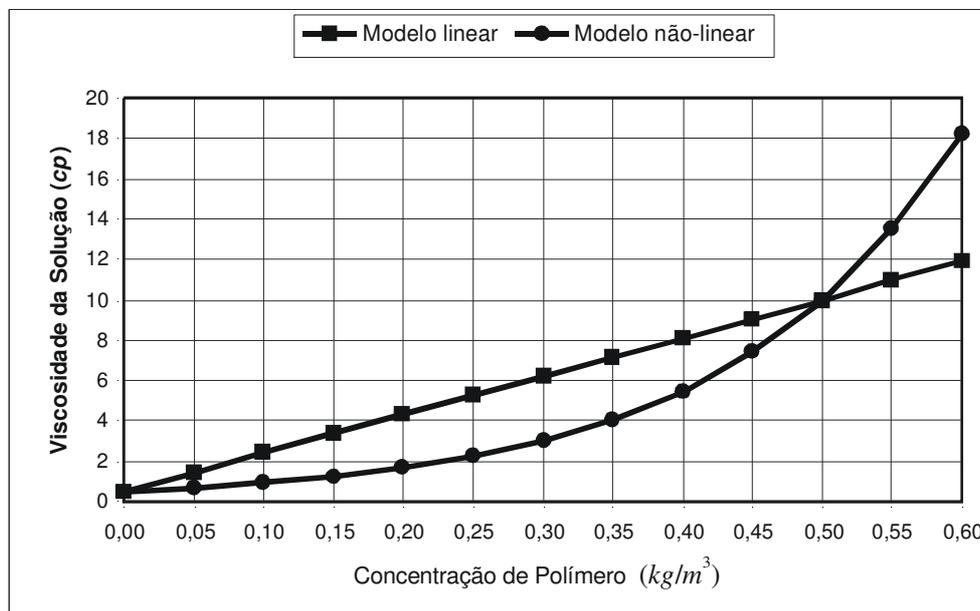


Figura 15.27 – Viscosidade da solução polimérica versus concentração de polímero - Exemplo 15.2.

Da Figura 15.27 podem ser obtidas as concentrações de polímero necessárias para se alcançar a viscosidade desejada. No caso deste exemplo a viscosidade pretendida é de 5 cp. Assim, da figura são lidos os valores:

Modelo	Concentração de Polímero Necessária (kg/m³)
Linear	0,235
Não-linear	0,380

Parte (c):

A Figura 15.28 mostra a curva de fluxo fracionário de água quando é utilizado um polímero para aumentar a sua viscosidade para 5 cp. Observa-se que neste caso a saturação da frente de

avanço da água (S_{wf}) é igual a 0,69 (69%) e a saturação média de água na região invadida, no momento da erupção (\bar{S}_{wf}), é igual a 0,73 (73%). Assim, a saturação média de óleo restante na área invadida pela água, no instante da erupção, é dada por:

$$\bar{S}_{or} = 1 - \bar{S}_{wf} = 1 - 0,73 = 0,27.$$

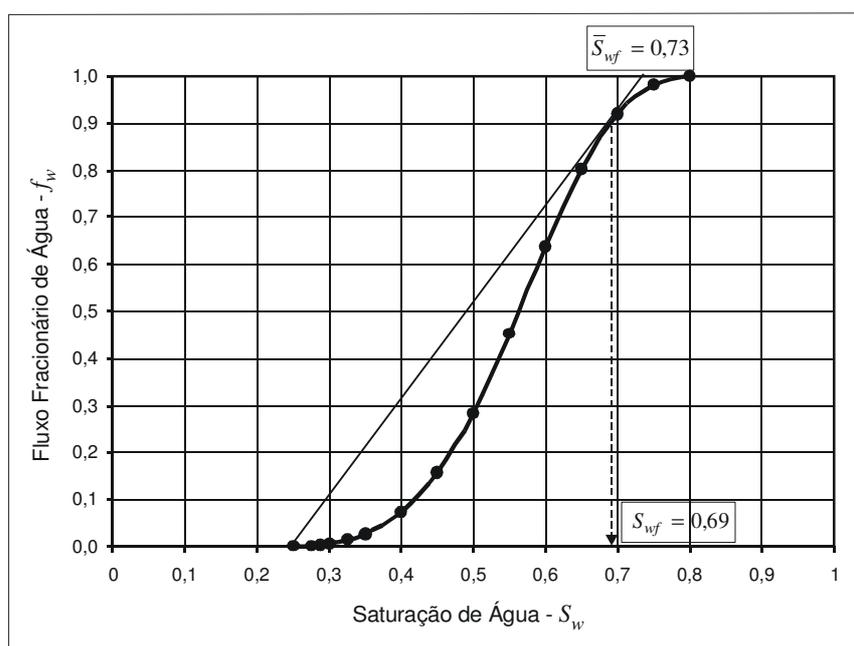


Figura 15.28 – Curva de fluxo fracionário de água - Injeção de solução polimérica - Exemplo 15.2.

Parte (d):

No caso da injeção de água (Parte a), a eficiência de deslocamento será de:

$$E_D = S_o - \bar{S}_{or} = 0,75 - 0,45 = 0,30$$

enquanto para a injeção de uma solução polimérica, com viscosidade de 5 cp, essa eficiência atinge o valor de:

$$E_D = S_o - \bar{S}_{or} = 0,75 - 0,27 = 0,48.$$

Conforme se observa, a injeção de polímero produz um incremento na eficiência de deslocamento calculada no momento da erupção, quando comparada à que seria obtida com a injeção de água convencional. Isso redundará, portanto, em uma antecipação da recuperação de óleo. O mesmo ocorreria se a análise fosse feita em outro instante qualquer da vida do projeto, já que a saturação média de água na região invadida é maior no caso da injeção de polímero.

As soluções poliméricas (soluções de polímero em água) foram inicialmente consideradas por sua propriedade de aumentar a viscosidade da água. Posteriormente verificou-se que, além disso, a permeabilidade do meio poroso era reduzida após a passagem da solução polimérica, devido ao fato de que as moléculas de polímero criavam zonas de bloqueio ao fluxo da própria solução. Essa redução de mobilidade foi denominada de *fator de resistência* (R), definido como o quociente entre a mobilidade da água (λ_w) e a mobilidade da solução com polímero (λ_p) quando deslocada através de um testemunho:

$$R = \lambda_w / \lambda_p . \quad (15.12)$$

Esta equação pode também ser expressa por:

$$R = \frac{k_w / \mu_w}{k_p / \mu_p} , \quad (15.13)$$

onde k_p e μ_p são, respectivamente, a permeabilidade efetiva e a viscosidade aparente da solução com polímero no testemunho. O fator de resistência é, ao menos parcialmente, devido ao fenômeno associado com a adsorção do polímero à rocha-reservatório. Como a mobilidade da água é sempre maior que a mobilidade da solução polimérica, conclui-se que $R > 1$. Valores usuais de R encontram-se na faixa entre 4 e 8.

Mesmo depois da solução polimérica ser deslocada do meio poroso pela injeção de água, persiste ainda o que se chama de *resistência residual ao fluxo da água*, devido ao fato de que muitas moléculas de polímero continuam adsorvidas à rocha-reservatório. A resistência residual é medida através do chamado *fator de resistência residual*, definido como:

$$R_r = \lambda_{w1} / \lambda_{w2} , \quad (15.14)$$

onde λ_{w1} é a mobilidade da água antes do fluxo da solução polimérica e λ_{w2} a mobilidade da água após o fluxo da solução polimérica. O fator de resistência residual é mais importante que o fator de resistência, já que o banco de polímero é normalmente deslocado com água. Valores do fator de resistência residual podem variar entre 3 e 5.

As técnicas de fabricação dos dois tipos de polímero de interesse para injeção em reservatórios são muito diferentes entre si. A poliacrilamida é produzida pela combinação de carbono, hidrogênio, oxigênio e nitrogênio em uma unidade básica chamada monômero de amida. Milhares dessas unidades básicas são polimerizadas para formar uma molécula de polímero de cadeia longa. Um outro processo químico, chamado de hidrólise, muda alguns dos grupos amidas para grupos carboxilatos. Quando somente parte dos grupos amida é mudada, o processo é chamado de hidrólise parcial, criando-se então poliacrilamidas parcialmente hidrolisadas. A extensão de hidrolisação que a molécula de polímero suporta determina em um alto grau seu efeito sobre a viscosidade.

Para se ter uma idéia do tamanho de uma molécula de polímero, se o seu diâmetro for aumentado para 1 *cm* o seu comprimento se estenderá por 3 *km*. De fato, o tamanho de uma molécula de polímero em solução é da mesma ordem de grandeza dos tamanhos dos poros em rochas de baixa permeabilidade.

Os polímeros polissacarídeos são produzidos pelo microorganismo *Xanthomonas Campestris*. O polímero é formado pelos restos de uma capa protetora ou casca desenvolvida pelo organismo. Os três monômeros sacarídeos que formam a estrutura básica do polímero são a manose, a glicose e um ácido. A casca circunda o organismo e o protege da desidratação pela absorção da umidade da atmosfera. Ela serve também, possivelmente, para proteger o organismo contra o ataque de outras bactérias. Os microorganismos são produzidos comercialmente pelo processo de fermentação. O polissacarídeo é recuperado pelo tratamento da cultura com álcool isopropil, seguido de lavagem e secagem.

Os polímeros têm uma alta massa molecular, da ordem de 2.000.000 ou mais, e têm sido usados para outros fins industriais, tais como fabricação de tintas e vernizes, e numa forma muito refinada têm sido usados em cosméticos, alimentos e bebidas.

O valor dos polímeros na recuperação de óleo depende de suas características de fluxo. O fluxo de um fluido pode ser classificado como *Newtoniano* ou *não-Newtoniano*. A água é um fluido Newtoniano, para o qual a velocidade de fluxo varia linearmente com o gradiente de pressão. A viscosidade independe da velocidade. Por outro lado, os polímeros são fluidos não-Newtonianos.

As características de fluxo de um fluido podem ser vistas na Figura 15.29.

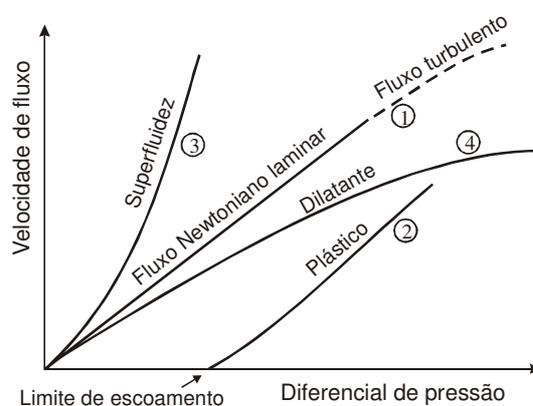


Figura 15.29 – Velocidade de fluxo versus diferencial de pressão para fluxos Newtoniano e não-Newtoniano. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, July 1976, Copyright © 1976, com permissão de SPE-AIME.

A curva 1 mostra o fluxo de um fluido Newtoniano, onde a velocidade de fluxo em função do diferencial de pressão é uma linha reta enquanto o regime é laminar. A curva 2 refere-se ao fluxo de um fluido *plástico*, semelhante ao comportamento de um fluido de perfuração, para quem um diferencial de pressão mínimo, denominado *limite de escoamento*, é requerido para se iniciar o fluxo. A viscosidade de um fluido plástico diminui com o aumento da velocidade de fluxo. A curva 3 ilustra a *superfluidez*, onde a viscosidade diminui com o aumento da velocidade. A curva 4 mostra o comportamento de um fluido *dilatante*, em que a viscosidade aumenta com o aumento da velocidade. Esta característica de fluxo é importante na injeção de polímeros. O aumento da viscosidade com a velocidade tende a dirigir o fluxo para dentro de zonas menos permeáveis, aumentando assim a eficiência de varrido e promovendo uma melhor distribuição da frente de injeção.

As injeções de polímeros são conduzidas injetando-se um banco de solução de polímero. Por certo seria desejável injetar uma solução de polímero durante toda a operação, mas a injeção contínua provavelmente não seria econômica. A maioria dos projetos de injeção de polímeros usa um banco de cerca de 20% do volume poroso. O banco de polímero é deslocado pela injeção de água.

Grande parte das primeiras injeções de polímeros foi conduzida usando um volume de banco com uma concentração constante de polímero. Todavia, a maior parte dos polímeros é, em certo grau, adsorvida pela rocha-reservatório. O processo de adsorção ocorre na borda dianteira do banco de polímero, deixando a água, agora praticamente sem polímero, contatar o fluido do reservatório, o que resulta em uma baixa eficiência de varrido. Na borda traseira do banco de polímero ocorre uma razão de mobilidades adversa entre o banco de polímero e a água injetada, o que provoca um “fingering” viscoso e uma baixa eficiência de varrido. Uma solução para esse problema é a injeção

de alta concentração de polímero na borda dianteira do banco. A adsorção ocorre a partir dessa alta concentração, reduzindo o tamanho do banco de água sem polímero. A concentração de polímero é reduzida a um valor baixo na borda traseira, próximo à água injetada. Com isso, menos “fingering” viscoso passa a ocorrer.

Aplicação

A injeção de polímero é mais aplicável a reservatórios moderadamente heterogêneos, onde a razão de mobilidades água/óleo esteja entre 5 e 40.

Como a injetividade é menor para soluções de polímeros do que para água, o reservatório deve ter boa permeabilidade. Se a permeabilidade é muito baixa ou a viscosidade do óleo é muito alta, uma vazão de injeção econômica pode não ser atingida. Embora a baixa injetividade seja parcialmente compensada pela melhoria na eficiência de varrido, o que requererá menos água injetada, a vida do projeto será longa demais para que ele seja econômico.

Em reservatórios estratificados as características de fluxo de soluções com polímeros promovem uma frente mais uniforme de injeção, desviando a injeção para zonas de menor permeabilidade. Mais óleo poderá ser produzido com menos água.

Os polímeros encontram também aplicação como banco de controle de mobilidade em projetos de injeção de micelas miscíveis, conforme será descrito no item seguinte, e nos projetos de injeção de solução ASP (Álcali-Surfactante-Polímero), a ser discutida no terceiro item desta seção. A boa eficiência de varrido proporcionada pela solução de polímeros, aliada ao bom efeito de deslocamento das micelas ou da solução ASP, fornece uma poderosa combinação para a recuperação de óleo.

Durante uma injeção convencional de água, quanto mais cedo a injeção de polímero começa melhor a chance de sucesso econômico.

Vantagens

Os polímeros podem mudar a viscosidade da água injetada com concentrações relativamente baixas, tais como 250 a 1.500 *ppm*. Essa alteração na viscosidade da água reduz a sua mobilidade, aumentando a recuperação de óleo pelo aumento da eficiência de varrido, tanto areal (horizontal) como vertical.

As poliacrilamidas têm uma característica adicional além do ajustamento da viscosidade, que é a de alterar a permeabilidade da rocha-reservatório, o que também diminui a mobilidade da água injetada. Com esta condição, uma concentração de polímero inferior pode ser usada para se ganhar um controle de mobilidade.

Os polissacarídeos podem tolerar efeitos de cisalhamento, o que os torna mais fáceis de manusear e injetar através da bomba e outros equipamentos. Além disso, os polissacarídeos podem ser misturados em água salgada, pois são mais resistentes à degradação da viscosidade do que as poliacrilamidas.

Os polímeros não são tóxicos nem corrosivos. Geralmente, os únicos equipamentos necessários para a injeção de polímeros que não estariam ainda instalados para a injeção de água são os de mistura e filtração.

A concentração de polímero pode ser graduada de alta a baixa, criando razões de mobilidades mais favoráveis, tanto na borda dianteira com na traseira do banco de polímeros.

O uso de polímeros reduz as razões água/óleo de produção. Portanto, mais óleo é produzido enquanto se manuseia menos água. Isso pode ser significativo na redução de custos operacionais.

Desvantagens

A principal desvantagem dos polímeros é a sua degradação química, bacteriana ou por cisalhamento. As soluções de polissacarídeos e poliacrilamidas são afetadas diretamente por esses fatores. As poliacrilamidas são afetadas adversamente pelo cisalhamento. Cuidado especial deve ser empregado no manuseio na superfície da solução de poliacrilamida para reduzir o cisalhamento excessivo nas bombas, “chokes”, válvulas e equipamento de cabeça de poço. Testes mostraram que essas soluções de polímeros podem ser injetadas até os canhoneados do poço sem degradação por cisalhamento, mas que vazões de fluxo elevadas através dos canhoneados e na formação em volta do poço provocam uma perda do controle da mobilidade. As poliacrilamidas devem ser misturadas em água livre de oxigênio e doce, já que pequenas concentrações de sal reduzem drasticamente a viscosidade da solução. Se o reservatório onde será feita a injeção contiver água salgada também poderá haver problemas de degradação da viscosidade da solução, com redução acentuada do controle de mobilidade almejado.

O biopolímero polissacarídeo não é adversamente afetado pelo cisalhamento. Na verdade, um alto grau de cisalhamento é desejável para solubilizar adequadamente o polímero. As principais desvantagens deste polímero são o tamponamento da formação nas imediações do poço e a suscetibilidade ao ataque bacteriano. A filtração da solução de biopolímero é requerida para manter a injetividade. É possível remover biopolímero não hidratado e detritos bacterianos na filtração com terra diatomácea. A solução de biopolímero deve ser tratada com um biocida, tal como o formaldeído, para controlar a degradação bacteriana.

Considerações econômicas

O custo de um projeto de injeção de polímero é suficientemente alto para exigir extensivo estudo geológico e de engenharia. A avaliação em laboratório deve ser feita para se determinar o polímero adequado ao reservatório em questão. Testes de laboratório usando amostras de testemunhos e fluidos do reservatório podem dar uma indicação do controle de mobilidade, das perdas por adsorção e das tendências de tamponamento.

Uma boa fonte de água doce, livre de oxigênio, é desejável para se captar a água a ser misturada com o polímero. Essa mistura deve ser feita sob as condições de máxima limpeza porque alguns contaminantes podem reduzir drasticamente a viscosidade. Os equipamentos de superfície para manuseio de poliacrilamidas devem ser projetados de tal maneira a apresentarem restrições mínimas, evitando-se assim a degradação por cisalhamento. Os polissacarídeos devem ser filtrados e tratados com biocidas.

As concentrações de polímero situam-se usualmente entre 250 e 1.500 ppm e os bancos de polímeros são geralmente da ordem de 20% do volume poroso. A injeção de polímeros deve produzir um incremento na recuperação de óleo, em relação à que seria obtida com a injeção comum de água, para apresentar sucesso econômico.

15.5.2. Injeção de solução micelar

Utilizando o conceito introduzido no Capítulo 14, a eficiência de recuperação (E_R) de um projeto de injeção de um fluido em um reservatório de óleo pode ser definida como o produto entre as eficiências de varrido horizontal, de varrido vertical e de deslocamento:

$$E_R = E_A E_{vv} E_D. \quad (15.15)$$

Como o produto das duas primeiras (eficiências de varrido horizontal e vertical) é definido como sendo a eficiência volumétrica (E_v), a Eq. (15.15) pode ser simplificada para:

$$E_R = E_v E_D . \quad (15.16)$$

A eficiência de recuperação é uma medida da eficiência global de um projeto de injeção. Definindo-se por exemplo a eficiência de deslocamento como sendo a diferença entre a saturação de óleo no início da injeção (S_o) e a saturação média de óleo residual ao final do projeto (\bar{S}_{or}), ou seja,

$$E_D = S_o - \bar{S}_{or} , \quad (15.17)$$

a eficiência de recuperação pode ser usada para se estimar o volume de óleo a ser recuperado devido ao projeto de injeção. Considere por exemplo um reservatório ainda subsaturado submetido a um projeto de injeção de um fluido qualquer. O volume de óleo a ser recuperado durante a injeção pode ser estimado pela expressão:

$$N_p = V_p E_R / B_o , \quad (15.18)$$

onde V_p é o volume poroso do reservatório.

A eficiência de deslocamento (E_D) é influenciada pelo chamado *número capilar* (N_{ca}), representado pela expressão:

$$N_{ca} = \frac{\text{forças viscosas}}{\text{forças capilares}} = \frac{v \mu_{inj}}{\sigma_{wo}} , \quad (15.19)$$

onde v é a velocidade aparente da fase injetada (dada pela lei de Darcy), μ_{inj} a viscosidade da fase injetada e σ_{wo} a tensão interfacial entre a água e o óleo. Abrams (1975) demonstrou que alterações da ordem de 10^3 a 10^4 são necessárias para se obter redução da saturação de óleo residual. Como as vazões e pressões de injeção são normalmente limitadas, os aumentos na velocidade v ou na viscosidade μ_{inj} são insuficientes para se atingir esse objetivo. O uso de um agente redutor da tensão interfacial entre os fluidos deslocante e deslocado, no entanto, pode proporcionar uma redução da tensão interfacial entre o óleo e a solução aquosa injetada de três ou quatro ordens de magnitude. Por outro lado, a adição de um agente redutor da tensão interfacial à água injetada pode criar problemas. A redução da tensão interfacial e o conseqüente decréscimo da saturação de óleo provocam um aumento da permeabilidade efetiva à água, de acordo com as curvas de permeabilidade relativa. Isso resulta em uma razão de mobilidades ainda menos favorável para deslocamento do óleo por uma solução aquosa, com conseqüente redução das eficiências de varrido horizontal e vertical, ou seja, da eficiência volumétrica.

A razão de mobilidades em um projeto de injeção de água é a relação entre a mobilidade da água injetada, medida por exemplo na saturação residual de óleo, e a mobilidade do óleo, medida por exemplo na saturação de água conata, ou seja:

$$M = \frac{k_w / \mu_w}{k_o / \mu_o} . \quad (15.20)$$

Um aumento da razão de mobilidades exacerba o aparecimento dos chamados “fingers” (dedos), reduzindo a porção do reservatório contatada pelo fluido injetado. A inclusão de um polímero na solução a ser injetada controla o fenômeno da *digitação viscosa* (formação dos “fingers” ou dedos), aumentando a eficiência volumétrica em relação à injeção convencional de água.

A *injeção de solução micelar*, também conhecida na literatura como *processo “Maraflood”*, devido à sua implementação pela Marathon Oil Company na metade da década de 60, é um processo de recuperação especial que apresenta a boa eficiência de varrido da injeção de água, além

do deslocamento de todo o óleo contatado do reservatório. A principal desvantagem é que requer uma grande quantidade de produtos químicos de alto custo.

Uma solução micelar pode ser descrita como sendo uma micro-emulsão. Tal definição, embora tecnicamente correta, tem um significado limitado para muitas pessoas. Para melhorar a compreensão, alguns termos básicos e a nomenclatura devem ser revistos:

Surfactantes ou agentes que alteram a tensão superficial ou interfacial são sabões ou substâncias parecidas com sabão. Eles têm a habilidade de variar as propriedades superficiais ou interfaciais de suas soluções em um grau bem acentuado, mesmo que estejam presentes em quantidades diminutas. Para ser de interesse na recuperação de óleo eles devem reduzir a tensão interfacial entre o óleo e a água.

Os surfactantes são caracterizados por terem uma molécula ambifílica. Uma extremidade dessa molécula é atraída pela água (extremidade hidrofílica) e a outra é atraída pelo óleo (oleofílica). É essa natureza atrativa dupla dos surfactantes que os capacita a solubilizar o óleo e a água. O surfactante usado nas soluções micelares normalmente é um sulfonato de petróleo fabricado a partir de hidrocarbonetos que variam desde o GLP até o óleo cru.

Soluções são misturas de uma substância em outra nas quais a substância dissolvida se subdivide até um tamanho molecular. Frequentemente as soluções são referidas como dispersões moleculares. Açúcar dissolvido em água, por exemplo, se subdivide em moléculas individuais que se distribuem uniformemente através da água. As soluções são óticamente claras e a substância dissolvida não decanta, mesmo por um longo período de tempo.

Colóides são dispersões ou suspensões de uma substância em outra nas quais a substância dispersa é microscópica ou submicroscópica (10 a 10.000 *angstrom*) em tamanho. Uma mistura coloidal de dois líquidos imiscíveis é uma emulsão. Essas misturas são turvas ao invés de transparentes, e se for dado um tempo suficiente elas se separam ou decantam.

Se o surfactante é misturado na água com uma baixa concentração, ele forma uma solução. Se a concentração for aumentada acima de uma quantidade crítica, as moléculas de surfactante unem-se em grupos chamados *micelas*. Se o óleo é misturado nesse sistema água-surfactante, as micelas podem solubilizá-lo ou dissolvê-lo, forçando gotas de tamanho microscópico para o interior das micelas. Essa mistura é frequentemente referida como micelas inchadas. Ela pode ser descrita como uma micro-emulsão, já que é verdadeiramente uma emulsão com partículas dispersas de tamanho submicroscópico, mas tem também as propriedades de uma solução, de ser óticamente clara e estável quanto à decantação. Este é o tipo de mistura que geralmente é considerada para injeção como uma solução micelar.

A mistura descrita aqui é a micela inchada de óleo disperso na água. Esse tipo de solução micelar é chamado de água-externa. As soluções micelares óleo-externa, nas quais são dispersas micelas de surfactante inchadas com água, também são usadas na recuperação especial.

Algumas espécies de álcool melhoram a qualidade das soluções micelares. O álcool adicionado à solução é chamado de *co-surfactante*. Ele auxilia no ajustamento da viscosidade, ajuda as micelas a solubilizarem mais óleo ou água, a incharem em maiores proporções e a estabilizarem a solução. A presença de um co-surfactante ajuda a reduzir a adsorção do surfactante à rocha-reservatório, um problema persistente no uso de surfactantes para recuperação de óleo. Um eletrólito adicionado à solução micelar também ajuda no ajustamento da viscosidade. O eletrólito é usualmente um sal, tal como o *NaCl* ou o sulfato de amônia.

A composição ótima de uma solução micelar deve ser determinada em laboratório para cada reservatório candidato ao processo, considerando os fluidos do reservatório, a temperatura e a rocha. As composições variam grandemente a partir de soluções óleo-externa com baixo teor de

água a soluções água-externa com alto teor de água. O intervalo de composição pode ser o mostrado na Tabela 15.2.

Tabela 15.2 – Composição típica de uma solução micelar (Herbeck, Heintz & Hastings, June 1976)

Substância	Porcentagem (%)
Surfactante	4 a 10
Hidrocarbonetos	4 a 80
Co-surfactante	cerca de 4
Eletrólito	cerca de 1
Água	10 a 92

O processo é aplicado pela injeção de um volume de solução micelar para formar um banco micelar no reservatório. Esse banco se move através do reservatório deslocando todo o óleo e a água adiante dele em direção ao poço produtor. O banco micelar é seguido por um banco de polímero para controle da mobilidade. Depois que um volume suficiente de polímero é injetado, uma injeção de água é usada como em qualquer processo de injeção de água.

Freqüentemente a composição da água salgada do reservatório tem um efeito adverso sobre a solução micelar. Para tentar corrigir esse problema o processo é iniciado com a injeção de um banco de pré-fluxo de água adiante da solução micelar. Essa água do pré-fluxo, que é compatível com a solução micelar, tem a finalidade de deslocar a água salgada para fora do reservatório. No entanto, é pouco provável que o problema da degradação da solução devida à salinidade da água da formação possa ser totalmente resolvido com a injeção do pré-fluxo, já que dificilmente será deslocada do reservatório toda a água salgada nele contida.

A Figura 15.30 mostra a aplicação do método de injeção de solução micelar em uma operação de recuperação terciária.

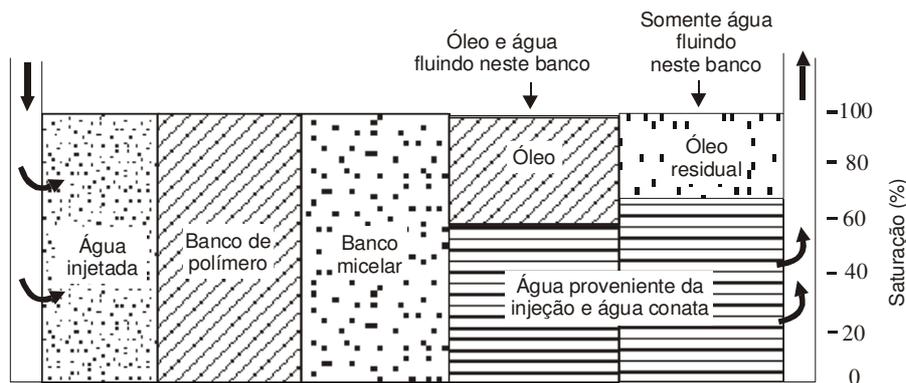


Figura 15.30 – Processo de injeção de solução micelar usado para recuperação terciária. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, June 1976, Copyright © 1976, com permissão de **SPE-AIME**.

Antes dessa aplicação a injeção de água já havia deslocado o óleo até uma saturação residual de imobilidade. Somente água é produzida até que o banco de óleo-água atinja o poço produtor. Um fator econômico a ser considerado em uma operação terciária é o manuseio da água produzida. As

soluções micelares e de polímero devem ser misturadas com água doce, de modo que boa parte da água produzida, quando não puder ser utilizada na injeção de solução micelar, deverá ser descartada.

Embora normalmente o interesse no uso do processo seja para recuperação terciária, ele também é aplicável como mecanismo de recuperação secundária. Há entretanto uma pequena diferença no modo de funcionamento para cada aplicação. A Figura 15.31 mostra o processo de injeção de solução micelar como operação de recuperação secundária.

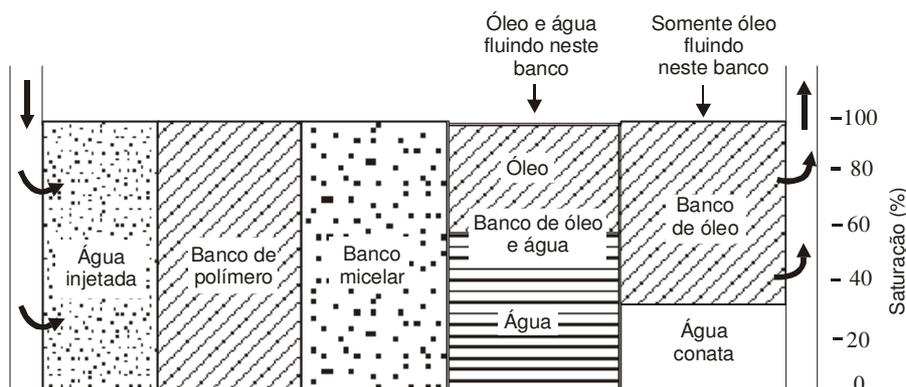


Figura 15.31 – Processo de injeção de solução micelar usado para recuperação secundária. Reproduzida de Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R., *Fundamentals of Tertiary Oil Recovery*, *Pet. Engineer*, June 1976, Copyright © 1976, com permissão de SPE-AIME.

Um banco de óleo se formou e é mostrado à direita, sendo deslocado e produzido como em qualquer injeção de água. A saturação de água no banco de óleo é a água conata imóvel. Atrás do banco de óleo se forma um banco de óleo-água pela ação da solução micelar à medida que ela desloca todo o óleo e a água. O óleo e a água fluem juntos numa certa proporção, determinada pelas características de permeabilidade relativa da rocha-reservatório. Essa proporção em fluxo no banco de óleo-água é a mesma tanto sob as condições de recuperação secundária como terciária.

O tamanho do banco de solução micelar é projetado para ser de 5% a 10% do volume poroso do reservatório. Testes de laboratório mostram que um mínimo de 5% do volume poroso é requerido para o banco realizar uma recuperação efetiva. A adsorção do surfactante pela rocha-reservatório e a dispersão do material micelar tende a destruir o banco. Um banco com tamanho equivalente a cerca de 10% do volume poroso é geralmente o máximo economicamente viável.

À proporção que o banco varre através da formação, ele desloca 100% do óleo contatado através de um deslocamento miscível. Conforme foi discutido anteriormente, a eficiência de varrido horizontal de um processo de deslocamento é controlada pela razão de mobilidades. Uma das características no uso de soluções micelares é a habilidade para ajustar a sua viscosidade. Isso pode ser feito economicamente pela alteração da composição micelar, variando portanto a sua mobilidade. A mobilidade do banco micelar é reduzida até que se iguale ou seja menor que a mobilidade total do banco de óleo-água, sendo que esta é a soma das mobilidades do óleo e da água que fluem, isto é,

$$M_{to+w} = \frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} . \quad (15.21)$$

A mobilidade total do banco de óleo-água, $M_{t_{o+w}}$, é normalmente chamada de mobilidade de projeto. Uma razão de mobilidades favorável entre o banco micelar e o banco de óleo-água é essencial para o sucesso desse processo. Além de uma razão de mobilidades favorável entre o banco micelar e o banco de óleo-água adiante dele, deseja-se uma razão de mobilidades favorável entre o fluido que desloca o banco micelar e o próprio banco. Se a água for usada como fluido deslocante, uma razão de mobilidades desfavorável poderá ocorrer. Isso resultaria em uma eficiência de varrido reduzida e num avanço diferencial da água através do banco micelar, diluindo-o e dissipando-o. Para proteger o banco de solução micelar, um outro banco de água viscosa é injetado imediatamente atrás dele. Essa água viscosa é usualmente uma solução de água e biopolímero polisacarídeo ou polímero poliácridamida. A viscosidade do banco de polímero é graduada de alta viscosidade, próxima à do banco micelar, até um valor baixo, próximo à da água deslocante. Essa graduação é realizada pela variação da concentração de polímero na solução. Esse banco graduado é mais barato e atinge uma razão de mobilidades mais favorável entre a água deslocante e o banco de polímeros. O mínimo tamanho do banco de polímero deve ser de cerca de 50% do volume poroso.

Aplicação

A injeção de solução micelar é provavelmente aplicável a muitos reservatórios onde tem sido usada com sucesso a injeção de água. É aplicável a reservatórios de arenitos mas sua aplicação é limitada em reservatórios de carbonato ou onde a água do reservatório contenha ions de cálcio ou magnésio em excesso, pois a adsorção de surfactante é alta nesse tipo de reservatório.

O processo de injeção de solução micelar é melhor aplicado a reservatórios com óleos de $^{\circ}API$ médio. Reservatórios com óleo de baixo $^{\circ}API$ provavelmente resultariam em projetos antieconômicos, já que um óleo de $^{\circ}API$ baixo, de alta viscosidade, exigiria um aumento considerável da viscosidade do banco de polímero e da solução micelar para se obter uma razão de mobilidades favorável, provocando portanto um aumento de custos.

O processo micelar é tecnicamente aplicável para recuperação secundária ou terciária. Se usado para recuperação secundária, ele elimina um conjunto de custos operacionais. No entanto, ele deve ainda ser justificado economicamente em função do incremento de óleo que será recuperado em relação à injeção de água.

Vantagens

A solução micelar seguida por um banco de polímeros é um fluido deslocante ideal. Ela proporciona a alta eficiência de deslocamento dos métodos miscíveis e a boa eficiência de varrido da injeção de água. O controle de mobilidade, quando se usa esse processo, permite a otimização do varrido areal. A operação de campo é pouco diferente de uma injeção de água, exceto pela adição do equipamento de mistura e filtração. Nas primeiras experiências de injeção de solução micelar a adsorção de surfactante à rocha-reservatório reduziu o processo a uma injeção de água convencional. Soluções micelares com surfactantes e eletrólitos adequados limitam o problema da adsorção.

Desvantagens

A principal desvantagem são as grandes quantidades necessárias de produtos químicos de alto custo. Grandes gastos devem ser feitos muito cedo na vida do projeto, a maioria no seu primeiro ano, para compra dos produtos químicos e, principalmente, da planta de injeção da solução. O investimento em produtos químicos é uma função do volume poroso, portanto as grandes despesas são fixas. A receita é baseada em dois parâmetros difíceis de determinar: a saturação de óleo no reservatório e a quantidade de óleo que a solução micelar irá recuperar.

Quando a injeção de solução micelar segue uma injeção de água bastante avançada, só água é produzida durante 1,5 a 2 anos, dependendo da saturação residual de óleo e do tamanho da malha do projeto. Se a qualidade dessa água proíbe o seu uso na mistura com soluções micelares e de polímero, a água deve ser descartada durante o período de mistura.

Considerações econômicas

Nas primeiras aplicações foram freqüentemente usadas soluções óleo-externa com alto teor de hidrocarbonetos. Posteriormente a tendência passou a ser a preparação de soluções com muito menos óleo para reduzir seus custos. O lucro de um projeto varia com a saturação residual de óleo, o preço do óleo, o custo das micelas e a recuperação esperada. Uma recuperação de 60% pode ser atingida em um reservatório de arenito uniforme com boas características, enquanto uma recuperação de 40% pode ser obtida em arenitos razoavelmente heterogêneos.

Quanto ao tamanho das malhas, há algumas vantagens para malhas menores, já que elas reduzem o risco de dispersão dos bancos de micelas e polímeros, e encurta o tempo requerido para haver resposta de óleo. Em reservatórios rasos a perfuração de novos poços pode melhorar o lucro mas à proporção que a profundidade aumenta o “infill drilling” torna-se antieconômico.

Na maioria dos projetos a saturação residual de óleo após a injeção de água terá que estar ao menos entre 25% e 30% do volume poroso para tornar um projeto de injeção de solução micelar economicamente atrativo.

15.5.3. Injeção de solução ASP

O chamado *processo ASP* (“*Alkaline-Surfactant-Polymer*” – Álcali-Surfactante-Polímero), desenvolvido no início da década de 80 pela Surtek, empresa sediada em Golden, Colorado, EUA, consiste na injeção de uma solução aquosa contendo uma substância alcalina, um surfactante e um polímero. Ao formular esse método objetivou-se conseguir efeitos semelhantes aos da injeção de solução micelar em termos de eficiências de deslocamento e de varrido, mas com menor custo.

O método ASP combina algumas das características dos métodos miscíveis, devido às presenças de substâncias alcalinas e de surfactantes na sua composição, com características da injeção de polímeros. As substâncias alcalinas e os surfactantes visam reduzir a tensão interfacial entre os fluidos deslocante e deslocado, aumentando com isso a eficiência de deslocamento, ou seja, reduzindo a saturação residual de óleo após a injeção. O polímero, conforme discutido na Seção 15.5.1, reduz a razão de mobilidades entre os fluidos deslocante e deslocado, aumentando com isso a eficiência de varrido.

Uma formulação possível para o processo ASP consiste, por exemplo, na injeção de uma solução aquosa contendo uma pequena concentração (1%) de uma substância alcalina, uma pequena concentração (0,1 a 0,3%) de um surfactante e uma pequena concentração (0,1%) de um polímero. Como substância alcalina pode ser usado, por exemplo, o carbonato de sódio (Na_2CO_3) ou o hidróxido de sódio ($NaOH$). O esquema de injeção pode, por exemplo, contemplar a injeção de um volume da solução ASP correspondente a 25% do volume poroso do reservatório, seguida pela injeção de uma solução de polímero equivalente também a 25% do volume poroso e finalmente pela injeção de água convencional até o instante de abandono do reservatório.

Aplicação

Os reservatórios candidatos à aplicação do processo ASP devem, preferencialmente, atender aos seguintes requisitos:

- Saturação de óleo residual irreduzível > 20%;
- Saturação de óleo no início do projeto > 35%;
- °API do óleo > 20;
- Viscosidade do óleo < 100 cp;
- Acidez do óleo > 0,1 mg-KOH/g;
- Salinidade da água da formação < 50.000 ppm;
- Dureza (Ca^{++} e/ou Mg^{++}) da água da formação < 1.000 ppm;
- Salinidade da água injetada < 1.000 ppm;
- Dureza da água disponível para preparação da solução < 10 ppm;
- Razão de mobilidades água/óleo > 1;
- Temperatura do reservatório < 70 °C;
- Espessura do reservatório > 3 m;
- Permeabilidade média > 100 md;
- Porosidade média > 20%;
- Profundidade média < 2.750 m;
- Densidade de fraturas < 0,3;
- Baixa heterogeneidade (coeficiente de variação da permeabilidade - Dykstra Parsons < 0,6);
- Litologia: arenito;
- Porcentagem de calcário < 35%;
- Baixo teor de argila na matriz da rocha (< 5%);
- Injetividade adequada;
- Ausência de capa de gás e de aquífero natural;
- BSW no início do projeto < 95%.

Vantagens e desvantagens

Em termos técnicos este método apresenta as mesmas vantagens e desvantagens da injeção de solução micelar.

Considerações econômicas e recomendações

A exemplo de alguns dos métodos miscíveis e dos demais métodos químicos, tais como a injeção de solução micelar e a injeção de polímeros, o custo de um projeto de injeção ASP é geralmente alto e por isso requer um estudo geológico e de engenharia detalhado a respeito do reservatório candidato à aplicação do método. A avaliação da melhor composição do fluido a ser injetado deve ser feita em laboratório. Testes de laboratório, usando amostras de testemunhos e óleo do próprio reservatório candidato, devem ser realizados para se estimar o comportamento da recuperação de óleo com a injeção.

Assim como em todos os demais métodos especiais, um estudo de simulação numérica do reservatório deve ser feito, visando ajustar o histórico de produção e extrapolar o seu comportamento a partir do início da injeção. Além disso, como nos outros métodos, a implantação de um projeto-piloto é recomendada, antes da extensão do processo para todo o reservatório ou campo. A compa-

ração entre os resultados dos experimentos, da simulação numérica e do projeto-piloto possibilita maior segurança quanto à aplicação do método para o reservatório candidato como um todo.

Durante a fase-piloto pode ser verificada a questão da injetividade, isto é, se a solução a ser injetada não provoca danos na formação. Essa verificação pode ser obtida injetando-se inicialmente água comum e posteriormente adicionando-se a substância alcalina à água de injeção. Uma queda no índice de injetividade pode indicar a ocorrência de tamponamento dos poros. Por outro lado, adicionando-se o surfactante ao fluido injetado e observando-se um aumento do índice de injetividade, será uma indicação de que a saturação de óleo está sendo reduzida nas imediações do poço injetor.

Resultados de aplicações práticas

Meyers *et alii* (1992) relataram uma das primeiras experiências de aplicação prática do método ASP, no campo de West Kiehl, EUA. O projeto, implantado como um método de recuperação secundária, isto é, após a fase de recuperação primária, foi iniciado em setembro de 1987 e em novembro de 1991 previa-se uma recuperação final de aproximadamente 60% do volume de óleo original. Em termos econômicos, os resultados obtidos até aquela data indicavam também que o projeto seria bem sucedido. Informações adicionais sobre esse projeto podem ser encontradas no artigo de Clark *et alii*.

Os resultados de um projeto-piloto do processo ASP, aplicado como um método de recuperação terciária, ou seja, após a injeção convencional de água, foram apresentados por Shutang *et alii* (1996). Esse projeto foi implantado em setembro de 1994, no campo de Daqing, o maior campo produtor da República Popular da China até a época dessa publicação. Na época de implantação do projeto ASP o campo já se encontrava num estágio avançado do projeto de injeção de água. Inicialmente foram implantados dois projetos-pilotos de injeção de polímeros, cujos resultados indicaram que o controle de mobilidade proporcionado aumentaria significativamente a recuperação de óleo. A tecnologia ASP foi em seguida identificada como uma maneira de se aumentar ainda mais o fator de recuperação do campo. Até março de 1996 já havia sido recuperado, na área do piloto, um volume adicional, ou seja, além do que seria recuperado com injeção de água, equivalente a 18,3% do volume original de óleo, como decorrência do projeto de injeção da solução ASP. A recuperação adicional final estimada era de 20% do volume de óleo original.

Vargo *et alii* (2000) descreveram a aplicação da tecnologia ASP no campo de Cambridge, localizado no estado de Wyoming, EUA. O projeto, implantado logo após a fase primária de produção, ou seja, como um método de recuperação secundária, apresentou sucesso técnico e econômico. A recuperação de óleo final estimada na área varrida é de 61% do óleo original, comparada com uma previsão de 33% para a injeção de água convencional, obtida através de simulação numérica. O custo do óleo adicional produzido se situou em US\$ 2,42/*STB*.

Um estudo para a aplicação do método ASP em um campo “offshore”, localizado no lago Maracaibo, Venezuela, foi apresentado por Hernández *et alii* (2001). Gao *et alii* (1996), Wang *et alii* (1997), Demin *et alii* (1997), Demin *et alii* (1998), Qu *et alii* (1998), Gu *et alii* (1998) e French (1999) relataram outros resultados de projetos-pilotos e de projetos em escala de campo onde foi utilizado o processo ASP.

15.6. Problemas

Problema 15.1 – Com referência à Figura 15.9, provar que a composição final (**Z**) da mistura de duas outras substâncias (**X** e **Y**) está sobre o segmento de reta que une os pontos **X** e **Y**.

Problema 15.2 – Os pontos R_1 , R_2 e R_3 da Figura 15.32 representam as composições dos fluidos contidos em três reservatórios diferentes. Que método de deslocamento miscível seria mais econômico para cada um desses reservatórios, do ponto de vista do custo do fluido injetado?

Reservatório	Método
R_1 ()	(1) GLP
R_2 ()	(2) Gás seco a alta pressão
R_3 ()	(3) Gás enriquecido (4) Água (5) Nenhum

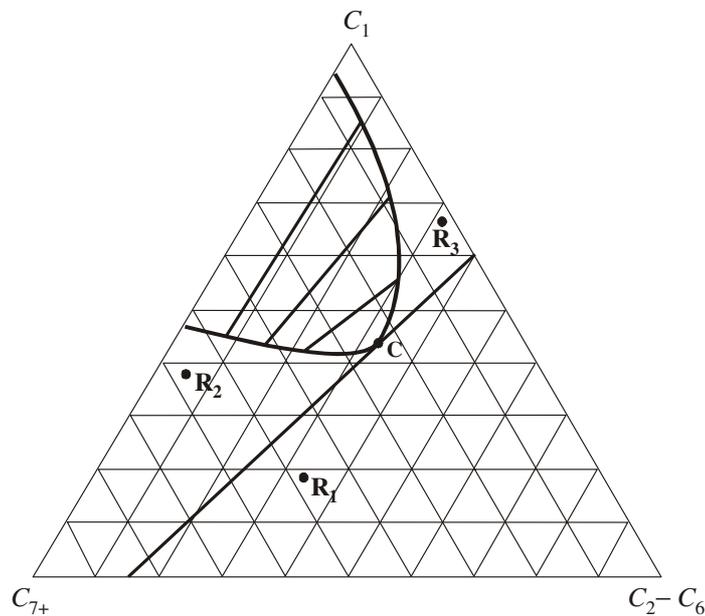


Figura 15.32 – Diagrama ternário - Problema 15.2.

Respostas:

Reservatório
R_1 (2)
R_2 (3)
R_3 (5)

Problema 15.3 – Considere a Figura 15.32 do Problema 15.2. Caso se desejasse conseguir miscibilidade condicional injetando gás enriquecido no reservatório R_2 , qual deveria ser a faixa de variação do teor de C_2-C_6 no gás injetado?

Resposta: entre 40 e 55%

Problema 15.4 – Um sistema de hidrocarbonetos apresentou em uma experiência de laboratório as composições (*mol %*) de equilíbrio líquido-vapor mostradas na Tabela 15.3, a uma pressão de 176 kgf/cm^2 e temperatura de 60 °C.

Tabela 15.3 – Composição da fases líquido e vapor - Problema 15.4

Fluido total			Fase líquida			Fase gasosa		
C_1	C_2-C_6	C_{7+}	C_1	C_2-C_6	C_{7+}	C_1	C_2-C_6	C_{7+}
50	0	50	26	0	74	93	0	7
36	4	60	24	4	72	89	4	7
58	12	30	22,5	12,5	65	83	10	7
55	20	25	21	26	53	77	16	7
40	32,5	27,5	23,5	37,5	39	69	23	8
58	32	10	27,5	44	28,5	60	31,5	8,5
35	45	20	35	45	20	52	37	11
43	42	15	43	42	15	43	42	15

Sabendo-se que o fluido em estudo representa um reservatório de óleo cuja temperatura é de 60 °C e que será produzido por injeção de hidrocarbonetos com uma pressão de deslocamento de 176 kgf/cm^2 , pedem-se:

- Construir a envoltória que define a região de duas fases, traçando também as linhas de amarração.
- Se o fluido deslocante for o metano, determine a máxima razão entre porcentagens (*mol %*) de C_{7+} e de C_2-C_6 existentes no óleo do reservatório que permitirá ainda a obtenção de deslocamento miscível.
- Se a composição do óleo do reservatório for de 10% de C_1 , 30% de C_2-C_6 e 60% de C_{7+} , qual será a composição do fluido enriquecido em componentes intermediários após múltiplos contatos e que tipo de processo ocorrerá (condensação ou vaporização) nos seguintes casos:
 - o fluido deslocante é o metano.
 - o fluido deslocante tem composição 75% de C_1 e 25% de C_2-C_6 .
 - o fluido deslocante tem composição 60% de C_1 e 40% de C_2-C_6 .
- 100 *mol-kg* do óleo do reservatório mencionado no item (c) são misturados com x *mol-kg* de um fluido com 70% de C_1 e 30% de C_2-C_6 . A uma pressão de 176 kgf/cm^2 e a uma temperatura de 60 °C, quantos *mol-kg* de líquido resultarão da mistura se:
 - $x = 50$ *mol-kg*.
 - $x = 10$ *mol-kg*.
 - $x = 900$ *mol-kg*.

Respostas:

- (b) 0,60

(c)

Item	Processo	Deslocamento	Tipo e composição do fluido enriquecido (mol %)		
			C_1	C_2-C_6	C_{7+}
c_1	Vaporização	Imiscível	76,3	Gás 16,7	7,0
c_2	Condensação	Imiscível	26,2	Líquido 42,7	31,1
c_3	Condensação	Miscível	43,0	Líquido 42,0	15,0

(d)

(d₁) $n_L = 127 \text{ mol-kg}$ (d₂) $n_L = 110 \text{ mol-kg}$ (d₃) $n_L = 0$

Problema 15.5 – Considere os reservatórios cujas características estão mostradas na Tabela 15.4. Qual o método especial de recuperação secundária mais indicado para cada um desses reservatórios?

Reservatório	Método
()	Injeção de gás seco a alta pressão
()	Injeção de gás enriquecido
()	Combustão “in-situ” direta
()	Injeção de polímeros

Tabela 15.4 – Características dos reservatórios do Problema 15.5

Características	Reservatórios			
	A	B	C	D
Grau <i>API</i> do óleo	16	42	16	35
Profundidade (<i>m</i>)	122	915	122	762
Espessura (<i>m</i>)	122	122	61	12
Mergulho da camada (<i>grau</i>)	1	8	1	5
Permeabilidade (<i>md</i>)	100	20	200	50
Coefficiente de variação da permeabilidade	0,2	0,2	0,8	0,2
Razão de mobilidades água/óleo	20	0,1	20	0,8
Pressão do reservatório (kgf/cm^2)	21	246	21	141

Respostas:

Reservatório	Método
(B)	Injeção de gás seco a alta pressão
(D)	Injeção de gás enriquecido
(A)	Combustão “in-situ” direta
(C)	Injeção de polímeros

Problema 15.6 – Complete as frases seguintes:

- (a) Quanto _____ o grau *API* do óleo maior a disponibilidade de combustível para a combustão “in-situ”.
- (b) Para manter determinada temperatura de combustão de um certo óleo, no reservatório, quanto _____ a espessura tanto menor deve ser a velocidade de deslocamento da frente de combustão.
- (c) Quanto _____ a velocidade de deslocamento da frente de combustão, tanto maior deve ser a velocidade de injeção de ar, na combustão “in-situ” direta.
- (d) A combustão “in-situ” _____ aplica-se em reservatórios com óleos de menos de 10 °*API*.

Respostas:

- (a) menor (b) maior (c) maior (d) reversa

Bibliografia

- Abrams, A.: The Influence of Fluid Viscosity, Interfacial Tension and Fluid Velocity on Residual Oil Saturation Left by Waterflood. *Soc. Pet. Eng. J.*, 437-447, 1975. (Volume 15.)
- Amix, J. W., Bass, D. M., Jr. & Whiting, R. L.: *Petroleum Reservoir Engineering*. Mc-Graw Hill Book Company, 1960.
- Brigham, W. E.: *Miscible Displacement*. Secondary Recovery course, PETROBRAS.
- Clark, S. R., Pitts, M. J. & Smith, S. M.: Design and Application of an Alkaline-Surfactant-Polymer Recovery System to the West Kiehl Field. Paper SPE 17538.
- Demin, W., Zhenhua, Z, Jiecheng, C., Jingchun, Y., Shutang, G. & Lin, L.: Pilot Tests of Alkaline-Surfactant-Polymer Flooding in Daqing Oil Field. *SPE*, 229-233, Nov. 1997.
- Demin, W. *et alii.*: An Alkaline/Surfactant/Polymer Field Test in a Reservoir with a Long-Term 100% Water-Cut. In: SPE Annual Technical Meeting and Exhibition, New Orleans, LA, USA, September 27-30, 1998. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1998. (SPE 49018.)

- Ferreira, M. L.: *Métodos Especiais de Recuperação – Deslocamento Miscível*. Salvador, Bahia, PETROBRAS/CENPES/DIVEN/SEN-BA. (Apostila.)
- French, T. R.: Evaluation of the Sho-Vel-Tum Alkali-Surfactant-Polymer (ASP) Oil Recovery Project – Stephens County, Oklahoma. Contract No. DOE/SW/45030-1 OSTI ID: 9726, U.S. DOE, Washington, DC, July, 1999.
- Gao, S. *et alii.*: Alkaline-Surfactant-Polymer Pilot Performance of the West Central Saertu, Daqing Oil Field. *SPE*, 181, Aug. 1996.
- Green, D. W. & Willhite, G. P.: *Enhanced Oil Recovery*. Richardson, TX, USA, SPE of AIME, 1998.
- Gu, H. *et alii.*: Study on Reservoir Engineering ASP Flooding Pilot Test in Karamay Oil Field. In: SPE Intl. Oil & Gas Conference and Exhibition, Beijing, China, November 2-4, 1998. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1998. (SPE 50918.)
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, Jan. 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, Feb. 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, March 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, April 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, May 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, June 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, July 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, Aug. 1976.
- Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R.: Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. *Pet. Engineer*, Feb. 1977.
- Hernández, C., Chacón, L. J., Anselmi, L., Baldonado, A., Qi, J., Dowling, P. C. & Pitts, M. J.: ASP System Design for an Offshore Application in the La Salina Field, Lake Maracaibo. In: SPE

- Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Buenos Aires, Argentina, March, 25-28, 2001. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 2001. (SPE 69544.)
- Lake, L.: *Enhanced Oil Recovery*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, Prentice-Hall, 1989.
- Latil, M.: *Enhanced Oil Recovery*. Éditions Technip, 1980.
- Meyers, J. J., Pitts, M. J. & Wyatt, K.: Alkaline-Surfactant-Polymer Flood of the West Kiehl, Minnelusa Unit. In: SPE/DOE Symposium on Enhanced Oil Recovery, 8. Tulsa, OK, USA, April 22-24, 1992. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1992. (SPE/DOE 24144.)
- Prats, M.: *Thermal Recovery*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1982. (Henry L. Doherty Series, Monograph Volume 7.)
- Moczydlower, P.: *Relatórios do Projeto ASP*. Rio de Janeiro, PETROBRAS/CENPES/PDP/TR, 2002/2003. (Relatórios internos.)
- Qu, Z. *et alii.*: A Successful ASP Flooding Pilot in Gudong Oil Field. In: SPE/DOE Symposium on Improved Oil Recovery, Tulsa, OK, USA, April 19-22, 1998. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1998. (SPE/DOE 39613.)
- Shah, D. O. & Schechter, R. S.: *Improved Oil Recovery by Surfactant and Polymer Flooding*. New York, Academic Press, 1977.
- Shutang, G., Huabin, L., Zhenyu, Y., Pitts, M. J., Surkalo, H. & Wyatt, K.: Alkaline/Surfactant/Polymer Pilot Performance of the West Central Saertu, Daqing Oil Field. *SPE Res. Eng.*, 181-188, Aug. 1996.
- Vargo, J., Turner, J., Vergnani, B., Pitts, M. J., Wyatt, K., Surkalo, H. & Patterson, D.: Alkaline-Surfactant-Polymer Flooding of the Cambridge Minnelusa Field. *SPE Reservoir Eval. & Eng.*, Vol. 3, Nº 6, 552-558, Dec. 2000.
- van Poolen, H. K.: *Fundamentals of Enhanced Oil Recovery*. PennWell Books, 1980.
- Wang, C. *et alii.*: Application and Design of Alkaline-Surfactant-Polymer System to Close Well Spacing Pilot Gudong Oilfield. In: SPE Western Regional Meeting, Long Beach, California, USA, April 25-27, 1997. *Proceedings*. Richardson, TX, SPE, 1997. (SPE 38321.)

**TABELA DE FIGURAS QUE JÁ FORAM
PREPARADAS EM COREL DRAW, MAS QUE
NECESSITAM DE AUTORIZAÇÃO PARA SEREM
REPRODUZIDAS**

Figura deste livro	Fonte		
	Artigo técnico	Figura	Página
Figura 15.1	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , Jan. 1976.	2	40
Figura 15.2	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of tertiary oil recovery. <i>Pet. Engineer</i> , Jan. 1976.	4	42
Figura 15.14	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , Feb. 1976.	5	58
Figura 15.16	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , Mar. 1976.	7	84
Figura 15.18	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , April 1976.	9	66
Figura 15.20	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , April 1976.	10	68
Figura 15.21	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , April 1976.	11	71
Figura 15.22	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , May 1976.	12	114
Figura 15.23	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , August 1976.	20	24
Figura 15.24	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , Feb. 1977.	24	46
Figura 15.25	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , Feb. 1977.	25	49
Figura 15.29	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , July 1976.	19	54
Figura 15.30	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , June 1976.	14	44
Figura 15.31	Herbeck, E. F., Heintz, R. C. & Hastings, J. R. Fundamentals of Tertiary Oil Recovery. <i>Pet. Engineer</i> , June 1976.	15	46

Apêndice A

PROPRIEDADES FÍSICAS DE HIDROCARBONETOS E OUTRAS SUBSTÂNCIAS¹

Tabela A.1 – Propriedades físicas

Substância	Fórmula	Massa molecular	Pressão crítica (psia)	Temperatura crítica (°F)	Volume crítico (ft ³ /lb)	Densidade do líquido (60°F/60°F)	Massa específica do líquido a 60 °F e 14,7 psia (lb/gal)	Massa específica do líquido a 60 °F e 14,7 psia (lb/ft ³)	Densidade do gás a 60 °F e 14,7 psia (ar = 1)	Fator de compressibilidade crítico (Z _c)
Metano	CH ₄	16,042	673,1	-116,5	0,0993	0,25	2,5	18,701	0,555	0,289
Etano	C ₂ H ₆	30,068	708,3	90,09	0,0787	0,40	2,9696	22,214	1,046	0,285
Propano	C ₃ H ₈	44,094	617,4	206,26	0,0730	0,5077	4,224	31,600	1,547	0,276
<i>n</i> -Butano	C ₄ H ₁₀	58,120	550,7	305,62	0,0704	0,5844	4,863	36,378	2,071	0,274
<i>i</i> -Butano	C ₄ H ₁₀	58,120	529,1	274,96	0,0725	0,5631	4,685	35,046	2,067	0,283
<i>n</i> -Pentano	C ₅ H ₁₂	72,146	489,5	385,92	0,0690	0,63116	5,2528	39,294	2,4906	0,268
<i>i</i> -Pentano	C ₅ H ₁₂	72,146	483,0	370,00	0,0685	0,62476	5,1995	38,895	2,4906	0,268
<i>n</i> -Hexano	C ₆ H ₁₄	86,172	439,7	454,50	0,0685	0,66405	5,5271	41,346	2,9749	0,264
<i>n</i> -Heptano	C ₇ H ₁₆	100,198	396,9	512,62	0,0682	0,68819	5,7284	42,851	3,4591	0,259
<i>n</i> -Octano	C ₈ H ₁₈	114,224	362,1	565,2	0,0682	0,70677	5,8833	44,010	3,9432	0,258
<i>n</i> -Nonano	C ₉ H ₂₀	128,250	345,0	613,0	0,0673	0,72171	6,0079	44,942	4,4275	
<i>n</i> -Decano	C ₁₀ H ₂₂	142,276	320,0	655,0	0,0671	0,73413	6,1140	45,736	4,9118	
Hidrogênio	H ₂	2,016	188,0	-399,8	0,5168	-	-	-	0,0696	
Nitrogênio	N ₂	28,016	492,0	-232,8	0,0515	-	6,7481	50,479	0,9672	
Oxigênio	O ₂	32,000	730,0	-181,8	0,0373	-	-	-	1,1047	
Ar	N ₂ O ₂	28,966	547,0	-221,3	0,0517	-	-	-	1,0000	
Sulfeto de Hidrogênio	H ₂ S	34,076	1.306,0	212,7	0,0461	0,79	6,58	49,222	1,1764	
Dióxido de Carbono	CO ₂	44,010	1.073,0	88,0	0,0348	0,8159	6,802	50,882	1,5194	
Água	H ₂ O	18,016	3.206,0	705,4	0,0400	1,000	8,337	62,365	0,6220	

¹ Fonte: Katz, D. L.; Cornell, D.; Kobayashi, R.; Poettmann, F. H.; Vary, J. A.; Elenbaas, J. R. & Weinaug, C. F. *Handbook of Natural Gas Engineering*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1959.

Apêndice B

FATOR DE COMPRESSIBILIDADE Z DO GÁS NATURAL

Introdução

Em muitas soluções de problemas da engenharia de petróleo é usada a equação de comportamento dos gases, como, por exemplo, nas estimativas de reservas de gás, nos estudos de comportamento de reservatórios, nos cálculos de gradientes de pressão de gás em poços e nos cálculos de vazões de gás na superfície. A equação básica que expressa o comportamento ideal dos gases é dada por:

$$pV = nRT . \quad (\text{B.1})$$

onde p é a pressão, V o volume, n o número de mols, R a constante universal dos gases e T a temperatura.

Na prática os gases não se comportam de acordo com a lei definida pela Eq. (B.1) para as pressões e temperaturas de trabalho. O comportamento do gás natural se desvia bastante do ideal quando submetido às elevadas pressões e temperaturas dos reservatórios de petróleo. Para expressar de forma mais real a relação entre as variáveis p , V e T , um fator de correção, denominado fator de compressibilidade do gás (Z), é introduzido na Eq. (B.1):

$$pV = ZnRT . \quad (\text{B.2})$$

O fator de compressibilidade Z é função da pressão, da temperatura e da composição do gás.

Método de Obtenção de Z

O aparecimento do teorema dos estados correspondentes, que foi proposto por van der Waals (1873), possibilitou a criação de ábacos universais para a obtenção do fator de compressibilidade Z . Segundo esse teorema, todos os gases exibem o mesmo comportamento quando submetidos às mesmas condições de pressão, temperatura e volume reduzidos. O termo reduzido traduz a razão entre a variável e o seu valor crítico:

$$p_r = \frac{p}{p_c} , \quad (\text{B.3})$$

$$T_r = \frac{T}{T_c} \quad (\text{B.4})$$

e

$$V_r = \frac{V}{V_c}, \quad (\text{B.5})$$

onde p_r , T_r e V_r são, respectivamente, a pressão, a temperatura e o volume reduzidos, enquanto p_c , T_c e V_c são a pressão, a temperatura e o volume críticos.

Para o caso de misturas, ao invés das coordenadas reduzidas definem-se as chamadas coordenadas pseudoreduzidas:

$$p_{pr} = \frac{p}{p_{pc}}, \quad (\text{B.6})$$

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} \quad (\text{B.7})$$

e

$$V_{pr} = \frac{V}{V_{pc}}, \quad (\text{B.8})$$

onde p_{pc} , T_{pc} e V_{pc} são a pressão, a temperatura e o volume pseudocríticos.

O teorema dos estados correspondentes não é perfeito, mas quando aplicado a gases com estruturas químicas similares (por exemplo: hidrocarbonetos parafínicos) oferece um método de correlação com precisão satisfatória para trabalhos de engenharia. Kay (1936) apresentou dados experimentais mostrando a aplicabilidade do método às misturas gasosas como o gás natural.

O ábaco desenvolvido por Standing & Katz (1942), mostrado na Figura B.1, fornece Z em função das coordenadas pseudoreduzidas p_{pr} e T_{pr} . Esse ábaco aplica-se à maioria dos gases encontrados em reservatórios de petróleo, mesmo aqueles que contêm pequenas quantidades de gases não hidrocarbonetos como N_2 , CO_2 e H_2S .

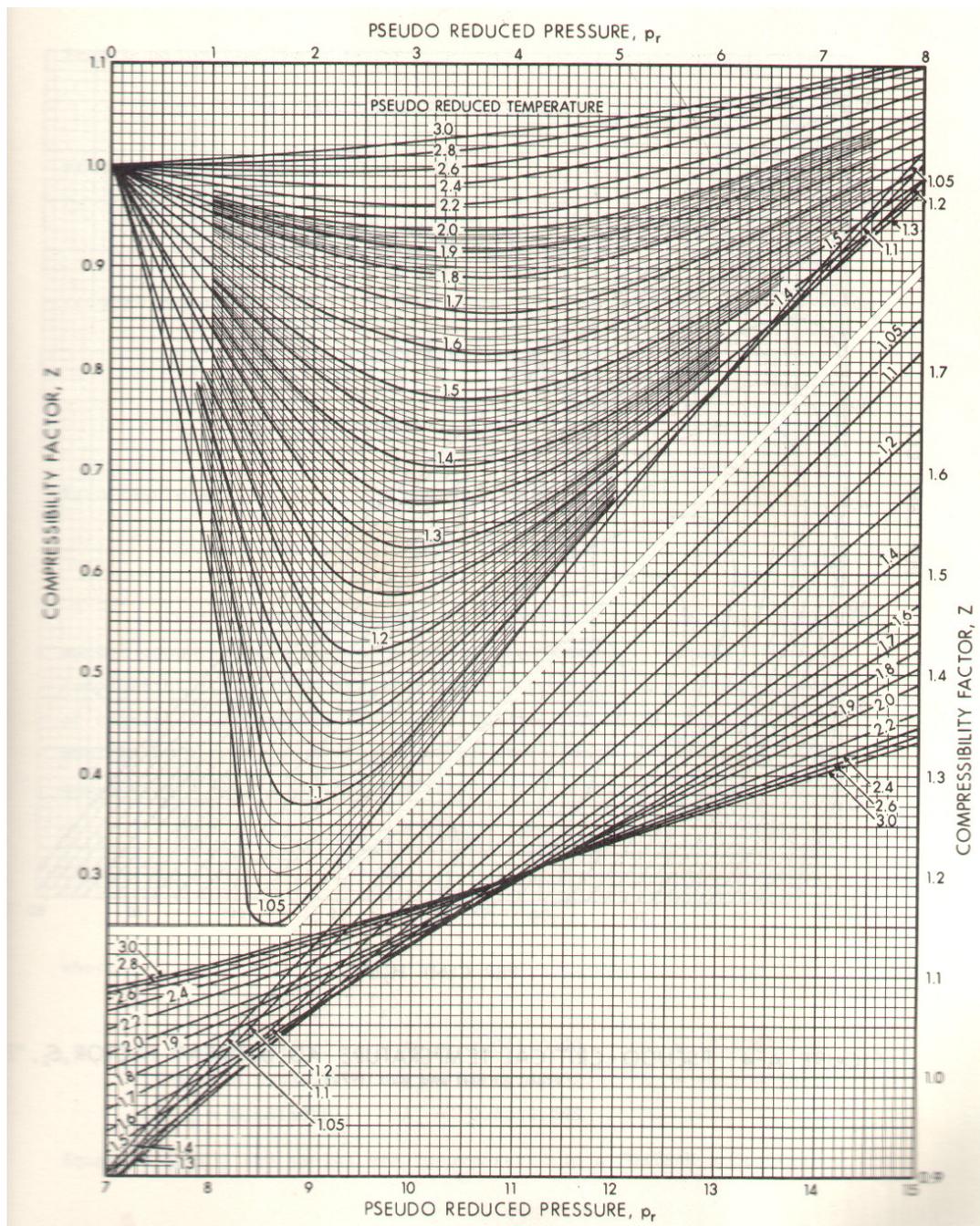


Figura B.1 – Fator de compressibilidade Z para gases naturais (Standing & Katz, 1942). Reproduzida de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, Copyright © 1978, com permissão de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

Coordenadas Pseudocríticas

Para a determinação das coordenadas pseudoreduzidas do gás natural (p_{pr} , T_{pr} e V_{pr}), ao invés das coordenadas críticas reais, que são de difícil obtenção no caso de misturas, geralmente são usadas as coordenadas pseudocríticas. Estas podem ser calculadas através da média ponderada das coordenadas críticas de cada componente com sua fração molar na mistura:

$$p_{pc} = \sum_{i=1}^{n_c} y_i P_{ci} \quad (\text{B.9})$$

e

$$T_{pc} = \sum_{i=1}^{n_c} y_i T_{ci}, \quad (\text{B.10})$$

onde p_{pc} e T_{pc} são, respectivamente, a pressão e a temperatura pseudocríticas, y_i é a fração molar do componente i na mistura e n_c é o número de componentes.

As Eqs. (B.9) e (B.10) fornecem valores aceitáveis para as coordenadas pseudocríticas (erro da ordem de 2 a 3%) quando as misturas são formadas por gases com estruturas químicas similares e baixos pesos moleculares. No entanto, quando os componentes diferem muito em termos de pesos moleculares e naturezas químicas, os valores das coordenadas pseudocríticas obtidos das Eqs. (B.9) e (B.10) podem conter erros significativos. Vários métodos empíricos foram desenvolvidos na tentativa de obter valores mais representativos para as coordenadas pseudocríticas. Satter & Campbell (1963) publicaram um artigo onde apresentaram muitos desses métodos. Dentre eles, o método SBV desenvolvido por Stewart, Burkhardt & Voo (1959), apesar de ser mais simples que muitos outros métodos, foi o que apresentou melhores resultados. Nesse método, as coordenadas pseudocríticas são determinadas pelas equações:

$$J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n_c} y_i (T_c / p_c)_i + \frac{2}{3} \left[\sum_{i=1}^{n_c} y_i \sqrt{(T_c / p_c)_i} \right]^2, \quad (\text{B.11})$$

$$K = \sum_{i=1}^{n_c} y_i (T_c / \sqrt{p_c})_i, \quad (\text{B.12})$$

$$T_{pc} (^{\circ}R) = \frac{K^2}{J} \quad (\text{B.13})$$

e

$$p_{pc} (psia) = \frac{T_{pc}}{J}, \quad (\text{B.14})$$

onde as temperaturas são usadas em $^{\circ}R$ e as pressões em $psia$.

Infelizmente, nem sempre a composição do gás está disponível para a determinação das coordenadas pseudocríticas. Neste caso podem ser correlacionadas a pressão e a temperatura pseudocríticas da mistura gasosa com a sua densidade, d_g , medida em relação ao ar. Brown *et alii* (1948) apresentaram uma carta, mostrada na Figura B.2, que fornece as coordenadas pseudocríticas para gás natural em função da densidade.

Na Figura B.2 as curvas superiores referem-se a reservatórios que produzem basicamente gases pobres, enquanto as curvas inferiores são aplicáveis aos casos em que alguma quantidade de condensado é produzida na superfície.

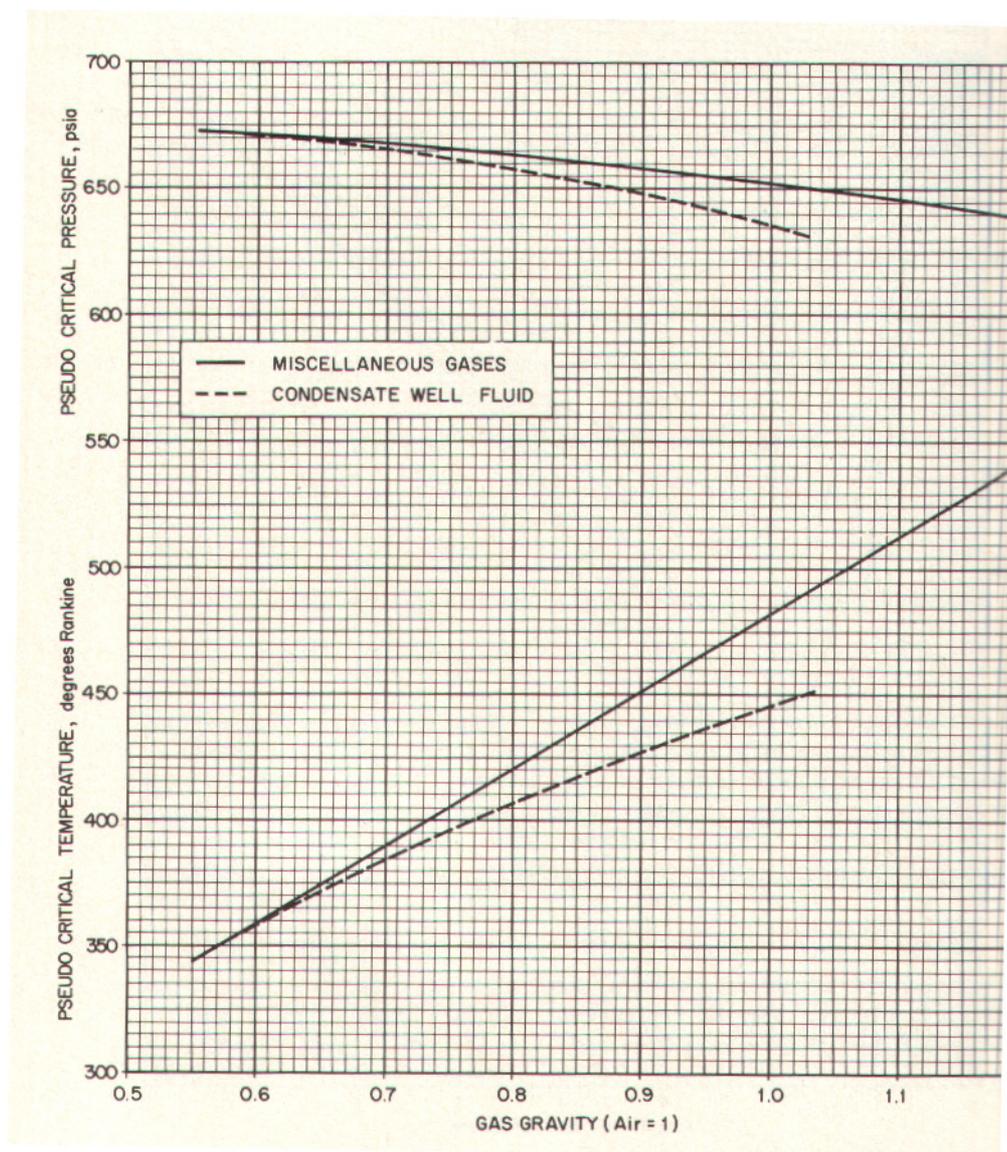


Figura B.2 – Correlações para as coordenadas pseudocríticas dos gases naturais. Figura de Brown, G. G; Katz, D. L; Oberfell, G. G. & Alden, R. C.: *Natural Gasoline and the Volatile Hydrocarbons*. Tulsa, Oklahoma, USA, Copyright © 1948, Natural Gas Association of America. Reproduzida de *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Dake, L. P., page 18, Copyright © 1978, Elsevier Scientific Publishing Company. Reproduzida com permissão de **Gas Processors Suppliers Association** e de **Elsevier Scientific Publishing Company**.

As curvas da Figura B.2 podem também ser expressas pelas equações apresentadas por Standing (1951):

$$p_{pc} (psia) = 677 + 15,0d_g - 37,5d_g^2 \quad (\text{B.15})$$

e

$$T_{pc} (^{\circ}R) = 168 + 325d_g - 12,5d_g^2, \quad (B.16)$$

para gás natural seco, e:

$$p_{pc} (psia) = 706 - 51,7d_g - 11,1d_g^2 \quad (B.17)$$

e

$$T_{pc} (^{\circ}R) = 187 + 330d_g - 71,5d_g^2, \quad (B.18)$$

para gás natural úmido, isto é, gás de reservatório de óleo ou condensado.

O gás natural pode freqüentemente conter nitrogênio, gás carbônico ou gás sulfídrico como contaminantes. Carr *et alii* (1954) propuseram um método, conhecido na literatura como método de Carr-Kobayashi-Burrows, para correção das propriedades pseudocríticas que foram obtidas em função da densidade do gás através de correlações como as da Figura B.2. Nesse método não é necessário conhecer a composição do gás, apenas as frações molares dos não-hidrocarbonetos:

$$T'_{pc} = T_{pc} - 80y_{CO_2} + 130y_{H_2S} - 250y_{N_2} \quad (B.19)$$

e

$$p'_{pc} = p_{pc} + 440y_{CO_2} + 600y_{H_2S} - 170y_{N_2}. \quad (B.20)$$

Os valores corrigidos são então utilizados para o cálculo das propriedades pseudoreduzidas, necessárias para a determinação gráfica do fator de compressibilidade.

Wichert & Aziz (1972) também examinaram os efeitos do N_2 , do CO_2 e do H_2S no cálculo do fator Z e propuseram um método para ajustar as propriedades pseudocríticas. Se d_M é a densidade da mistura gasosa, a densidade dos hidrocarbonetos, d_{HC} , na mistura, é:

$$d_{HC} = \frac{d_M - 0,967y_{N_2} - 1,52y_{CO_2} - 1,18y_{H_2S}}{1 - y_{N_2} - y_{CO_2} - y_{H_2S}}. \quad (B.21)$$

Com o valor de d_{HC} obtém-se as coordenadas pseudocríticas do gás sem os contaminantes, isto é, somente dos hidrocarbonetos (p_{pcHC} e T_{pcHC}), através das Eqs. (B.15) e (B.16) para gás seco, ou (B.17) e (B.18) para gás úmido. Em seguida determinam-se as coordenadas pseudocríticas da mistura através das equações:

$$p_{pcM} (psia) = (1 - y_{N_2} - y_{CO_2} - y_{H_2S}) p_{pcHC} + 493y_{N_2} + 1.071y_{CO_2} + 1.306y_{H_2S} \quad (B.22)$$

e

$$T_{pcM} (^{\circ}R) = (1 - y_{N_2} - y_{CO_2} - y_{H_2S}) T_{pcHC} + 227y_{N_2} + 548y_{CO_2} + 672y_{H_2S}, \quad (B.23)$$

onde a pressão p_{pcHC} é usada em $psia$ e a temperatura T_{pcHC} em $^{\circ}R$. Finalmente, as coordenadas pseudocríticas calculadas pelas Eqs. (B.22) e (B.23) são ajustadas pelas equações:

$$T'_{pc} (^{\circ}R) = T_{pcM} - \epsilon \quad (B.24)$$

e

$$p'_{pc} (psia) = \frac{p_{pcM} (T_{pcM} - \epsilon)}{T_{pcM} + y_{H_2S} (1 - y_{H_2S}) \epsilon}, \quad (B.25)$$

onde:

$$\epsilon(^{\circ}R) = 120 \left[(y_{CO_2} + y_{H_2S})^{0,9} - (y_{CO_2} + y_{H_2S})^{1,6} \right] + 15(y_{H_2S}^{0,5} - y_{H_2S}^4) \quad (B.26)$$

e a temperatura é usada em $^{\circ}R$ e a pressão em *psia*.

O uso da Figura B.3 é uma alternativa ao uso do método de Carr-Kobayashi-Burrows ou do método de Wichert-Aziz, conjuntamente com a Figura B.2, para o cálculo das propriedades pseudo-críticas de misturas gasosas de hidrocarbonetos quando há a presença de contaminantes, tais como o N_2 , o CO_2 e o H_2S .

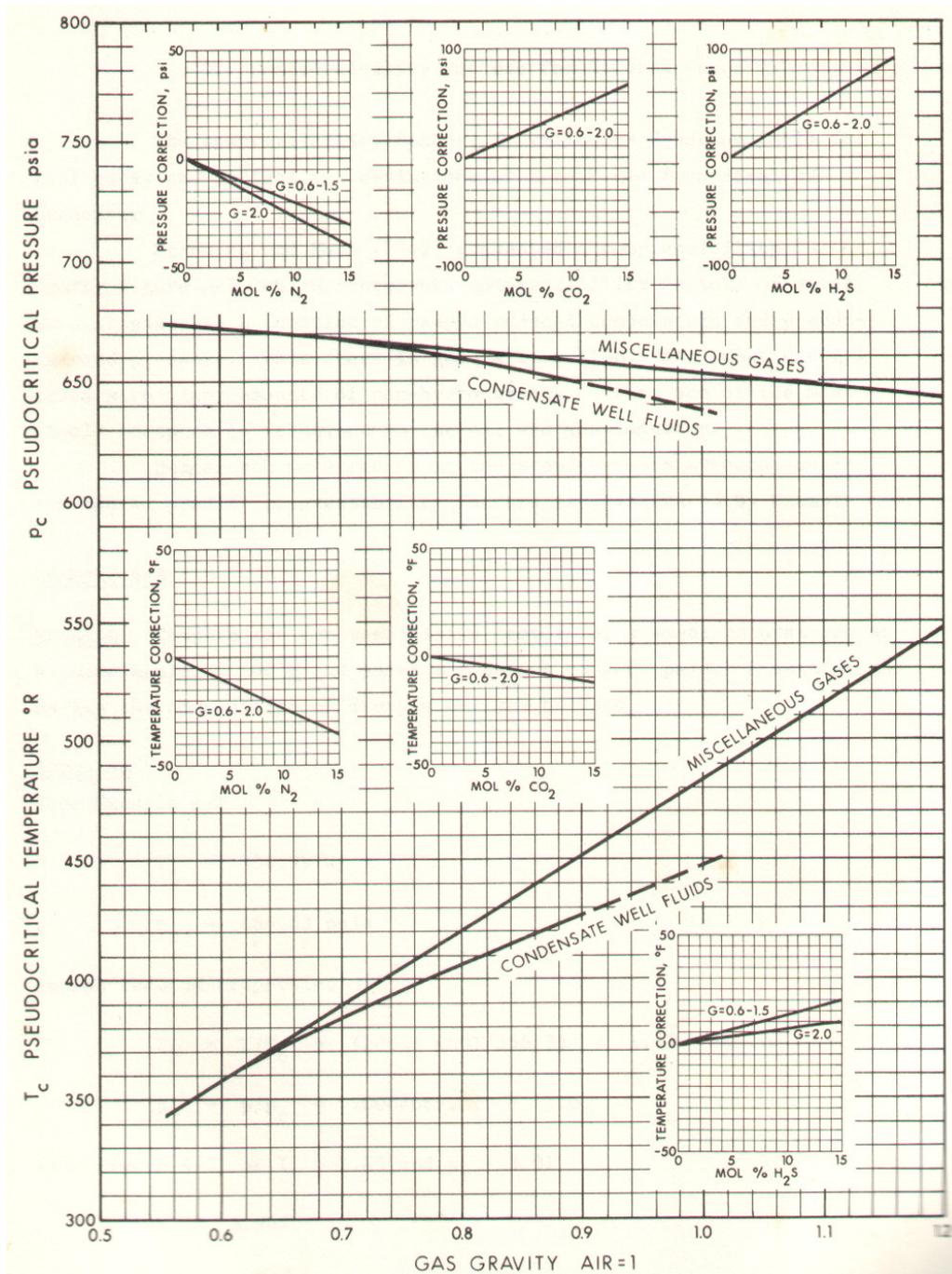


Figura B.3 – Propriedades pseudocríticas dos gases naturais (Brown *et alii*, 1948 – Correções propostas por Carr *et alii*, 1954). Extraída de *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*, Copyright © 1978, ERCB. Reproduzida com permissão de **Gas Processors Suppliers Association** e de **Energy Resources Conservation Board** (Canadá).

O fator de compressibilidade Z da mistura gasosa é obtido da carta de Standing & Katz (Figura B.1) em função das coordenadas pseudoreduzidas, ou sejam:

$$p_{pr} = \frac{P}{P_{pc}} \quad (\text{B.27})$$

e

$$T_{pr} = \frac{T}{T_{pc}} \quad (\text{B.28})$$

ou, se houver a presença de contaminantes:

$$p_{pr} = \frac{P}{P'_{pc}} \quad (\text{B.29})$$

e

$$T_{pr} = \frac{T}{T'_{pc}}. \quad (\text{B.30})$$

Correlações para Obtenção de Z

Vários autores já apresentaram correlações para reproduzir em computador a carta do fator de compressibilidade Z de Standing & Katz. Takacs (1976) publicou uma comparação entre oito métodos para cálculo do fator de compressibilidade Z em função da pressão e temperatura pseudo-reduzidas. Três desses métodos, incluindo os intervalos de aplicabilidade, serão apresentados neste apêndice.

Brill & Beggs

Uma modificação das equações publicadas por Brill & Beggs (1974) fornece valores do fator Z com precisão suficiente para a maioria dos cálculos de engenharia:

$$Z = A + \frac{1-A}{\exp B} + Cp_{pr}^D, \quad (\text{B.31})$$

onde:

$$A = 1,39(T_{pr} - 0,92)^{0,5} - 0,36T_{pr} - 0,101 \quad (\text{B.32})$$

$$B = (0,62 - 0,23T_{pr})p_{pr} + \left(\frac{0,066}{T_{pr} - 0,86} - 0,037 \right) p_{pr}^2 + \frac{0,32}{10^{9(T_{pr}-1)}} p_{pr}^6 \quad (\text{B.33})$$

$$C = 0,132 - 0,32 \log T_{pr} \quad (\text{B.34})$$

$$D = \text{anti log}(0,3106 - 0,49T_{pr} + 0,1824T_{pr}^2). \quad (\text{B.35})$$

Os intervalos de aplicabilidade da Eq. (B.31) são $1,2 < T_{pr} < 2,4$ e $0 < p_{pr} < 13$, com erro máximo de 3,93% em relação aos valores de Z obtidos da carta de Standing & Katz (Figura B.1).

Hall & Yarborough

Hall & Yarborough (1973) e Yarborough & Hall (1974) usaram a equação de estado de Carnahan & Starling (1969) para desenvolver um modelo numérico que reproduz os valores de Z da carta de Standing & Katz. A equação para o cálculo de Z é dada por:

$$Z = \frac{1 + y + y^2 - y^3}{(1 - y)^3} - (14,7t - 9,76t^2 + 4,58t^3)y + (90,7t - 242,2t^2 + 42,4t^3)y^{(1,18+2,82t)}, \quad (\text{B.36})$$

onde $t = 1/T_r$ e y é obtido resolvendo-se a equação:

$$F \equiv -0,06125p_r t \exp[-1,2(1-t)^2] + \frac{y + y^2 + y^3 - y^4}{(1 - y)^3} - (14,7t - 9,76t^2 + 4,58t^3)y^2 + (90,7t - 242,2t^2 + 42,4t^3)y^{(2,18+2,82t)} = 0. \quad (\text{B.37})$$

A Eq. (B.37) é uma equação não-linear e pode ser resolvida pelo método iterativo de Newton-Raphson. Inicialmente arbitra-se um valor para y , denominado y_0 . Substituindo-se este valor na Eq. (B.37) determina-se F_0 . O novo valor de y é estimado por:

$$y = y_0 - \frac{F_0}{F'_0}, \quad (\text{B.38})$$

onde F' é a derivada de F em relação a y , isto é,

$$F' \equiv \frac{dF}{dy}. \quad (\text{B.39})$$

Utilizando-se a Eq. (B.38) o processo é repetido até que seja aceitável a diferença entre dois valores consecutivos de y . O valor de F' pode ser obtido derivando-se a Eq. (B.37), resultando em:

$$F' \equiv \frac{1 + 4y + 4y^2 - 4y^3 + y^4}{(1 - y)^4} - (29,4t - 19,52t^2 + 9,16t^3)y + (2,18 + 2,82t)(90,7t - 242,2t^2 + 42,4t^3)y^{(1,18+2,82t)}. \quad (\text{B.40})$$

O processo iterativo pode ser iniciado com um valor y_0 da ordem de 0,001.

O método de Hall & Yarborough é aplicável para $1,2 < T_r < 3,0$ e $0,1 < p_r < 24$, com erro absoluto médio de 0,5%. Para gases naturais a temperatura e a pressão reduzidas devem ser substituídas pelas correspondentes coordenadas pseudoreduzidas.

Dranchuk & Abou-Kassem

O método desenvolvido por Dranchuk & Abou-Kassem (1975), também baseado na equação de estado de Carnahan & Starling (1969), tem a vantagem de calcular valores de Z para valores de T_r menores que 1,0 mantendo uma precisão similar à do método de Hall & Yarborough. A expressão para a determinação de Z é:

$$Z = 1 + \left(A_1 + \frac{A_2}{T_r} + \frac{A_3}{T_r^3} + \frac{A_4}{T_r^4} + \frac{A_5}{T_r^5} \right) \rho_r + \left(A_6 + \frac{A_7}{T_r} + \frac{A_8}{T_r^2} \right) \rho_r^2 - A_9 \left(\frac{A_7}{T_r} + \frac{A_8}{T_r^2} \right) \rho_r^5 + A_{10} (1 + A_{11} \rho_r^2) \frac{\rho_r^2}{T_r^3} \exp(-A_{11} \rho_r^2), \quad (\text{B.41})$$

onde ρ é a massa específica, ρ_r é a massa específica reduzida, obtida da equação de estado dos gases reais:

$$\rho_r = \frac{Z_c p_r}{Z T_r}, \quad (\text{B.42})$$

e

$A_1 = 0,3265$	$A_2 = -1,0700$
$A_3 = -0,5339$	$A_4 = 0,01569$
$A_5 = -0,05165$	$A_6 = 0,5475$
$A_7 = -0,7361$	$A_8 = 0,1844$
$A_9 = 0,1056$	$A_{10} = 0,6134$
$A_{11} = 0,7210.$	

Substituindo-se a Eq. (B.42) na Eq. (B.41) obtém-se uma equação implícita em Z , que pode ser resolvida pelo método de Newton-Raphson. Há, entretanto, problemas de convergência na solução, que foram contornados pelos autores do método e são descritos no artigo original.

Os intervalos de aplicabilidade são de $1,0 < T_r < 3,0$ e $0,2 < p_r < 30$ ou $0,7 < T_r < 1,0$ e $p_r < 1,0$, com erro absoluto médio de 0,6%. Para gases naturais, a temperatura e a pressão reduzidas devem ser substituídas pelas correspondentes coordenadas pseudoreduzidas.

Bibliografia

- Brill, J. P. & Beggs, H. D.: *Two-Phase Flow in Pipes*. INTERCOMP Course, The Hague, 1974.
- Brown, G. G; Katz, D. L; Oberfell, G. G. & Alden, R. C.: *Natural Gasoline and the Volatile Hydrocarbons*. Tulsa, Oklahoma, USA, Natural Gas Association of America, 1948.
- Carnahan, N. F. & Starling, K. E.: *J. Chem. Phys.*, 51: 635, 1969.
- Carr, N. L.; Kobayashi, R. & Burrows, D. B.: Viscosity of Hydrocarbon Gases Under Pressure. *Trans. AIME*, 201: 264-272, 1954.
- Dranchuck, P. M. & Abou-Kassem, J. H.: Calculation of Z-Factors for Natural Gases Using Equations of State. *J. Can. Pet. Tech.*, 34-36, July-Sept. 1975.
- Energy Resources Conservation Board.: *Theory and Practice of the Testing of Gas Wells*. Calgary, Alberta, Canada, 1978. (Third edition, Second printing.)
- Hall, K. R. & Yarborough, L.: A New Equation of State for Z-Factor Calculations. *Oil and Gas J.*, 82-92, June 1973.
- Kay, W. B.: Density of Hydrocarbon Gases and Vapors at High Temperature and Pressure. *Ind. Eng. Chem.*, 1014-1019, Sept. 1936.
- Satter, A. & Campbell, J. M.: Non-Ideal Behavior of Gases and their Mixtures. *SPEJ*, 333-347, Dec. 1963.

- Standing, M. B.: *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*. Dallas, TX, USA, SPE of AIME, 1951. (9th printing, 1981.)
- Standing, M. B. & Katz, D. L.: Density of Natural Gases. *Trans. AIME*, 146: 140-149, 1942.
- Stewart, W. F.; Burkhardt, S. F. & Voo, D.: Prediction of Pseudocritical Parameters for Mixtures. In: AIChE Meeting. Kansas City, MO, USA, May 18, 1959.
- Takacs, G.: Comparisons Made for Computer Z-Factor Calculations. *Oil and Gas J.*, 62, Dec. 1976.
- Nardelli, T.: *Fator de Compressibilidade Z do Gás Natural*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)
- van der Waals, J. D.: *Continuity of the Gaseous and Liquid State of Matter*. Leiden, 1873. (Thesis.)
- Wichert, E. & Aziz, K.: Calculate Z's for Sour Gases. *Hyd. Proc.*, 119-112, May 1972.
- Yarborough, L. & Hall, K. R.: How to Solve Equation of State for Z-Factor Calculations. *Oil and Gas J.*, 86-88, Feb. 1974.

Apêndice C

FATOR DE COMPRESSIBILIDADE Z PARA RESER- VATÓRIO DE GÁS CONDENSADO RETRÓGRADO

Introdução

A correlação de Standing & Katz (1942) para o fator de compressibilidade Z só é válida para reservatórios de gás seco. Experiências com reservatórios de gás condensado retrógrado mostraram que há desvio de comportamento abaixo da pressão de orvalho do gás. Nesse caso deve ser utilizado um fator de compressibilidade que leve em conta a presença das duas fases.

O fator de compressibilidade Z é usado na equação de balanço de materiais para estimar o volume original de reservatórios de gás. Esta prática só é aceitável para reservatórios de condensado retrógrado se o gás for pobre (pequena quantidade de líquido formada no reservatório). Se o gás for rico, a reserva poderá ser subestimada caso não seja utilizado o fator de compressibilidade para duas fases (Moses, 1986).

Fator Z Duas Fases

Em geral as correlações para se obter o fator de compressibilidade duas fases, Z_{2f} , são baseadas nas propriedades pseudoreduzidas do gás do reservatório. Rayes *et alii* (1992) apresentaram uma correlação empírica para determinar o fator de compressibilidade Z quando o gás é rico (percentagem em *mol* de C_{7+} maior ou igual a 4% ou densidade do gás maior que 0,911) e relativamente puro (percentagem de impurezas, H_2S e CO_2 , menor ou igual a 5% em *mol*):

$$Z_{2f} = A_0 + A_1 p_{pr} + \frac{A_2}{T_{pr}} + A_3 p_{pr}^2 + \frac{A_4}{T_{pr}^2} + A_5 \frac{p_{pr}}{T_{pr}}, \quad (C.1)$$

válida para $0,7 \leq p_{pr} \leq 20,0$ e $1,1 \leq T_{pr} \leq 2,1$ com os seguintes coeficientes:

$$A_0 = 2,24353$$

$$A_1 = -0,0375281$$

$$A_2 = -3,56539$$

$$A_3 = 0,000829231$$

$$A_4 = 1,53428$$

$$A_5 = 0,131987.$$

A soma dos coeficientes da Eq. (C.1) é 0,308 e pode ser interpretada como sendo o fator de compressibilidade crítico. Os coeficientes foram obtidos utilizando, para ajuste, 67 amostras com fração de C_{7+} superior a 4% e percentagem de impurezas, H_2S e CO_2 , menor que 5% em *mol*, com um total de 478 pontos de análise, que apresentaram um erro absoluto médio de 3,38%. Mesmo para percentagem de impurezas maior que 5% a correlação mostrou ser válida.

Portanto, para se determinar o fator de compressibilidade duas fases Z_{2f} deve ser seguido o seguinte procedimento:

- Calcular as coordenadas pseudoreduzidas do fluido produzido, a partir da sua composição ou da sua densidade.
- Se a concentração de C_{7+} for superior a 4% ou a densidade do fluido produzido for maior que 0,911 utilizar a Eq. (C.1) para determinar Z_{2f} .
- Se a composição e a densidade atuais forem desconhecidas, sugere-se usar a última composição ou densidade conhecida.

Coordenadas Pseudocríticas do C_{7+}

As coordenadas críticas (p_c e T_c) dos componentes puros do gás natural são facilmente encontradas na literatura. Para a fração C_{7+} , no entanto, essas propriedades devem ser estimadas. As equações de Kesler & Lee (1976) podem ser usadas para a estimativa das coordenadas pseudocríticas da fração C_{7+} . A pressão pseudocrítica é dada pela expressão:

$$p_{pc}(\text{psia}) = \exp \left[A_0 - \frac{A_1}{d} - 10^{-3} \left(A_2 + \frac{A_3}{d} + \frac{A_4}{d^2} \right) T_b + 10^{-7} \left(A_5 + \frac{A_6}{d} + \frac{A_7}{d^2} \right) T_b^2 - 10^{-10} \left(A_8 + \frac{A_9}{d^2} \right) T_b^3 \right], \quad (\text{C.2})$$

onde d é a densidade da fração C_{7+} em relação à água, T_b é a temperatura normal de ebulição ($^{\circ}\text{R}$) da fração C_{7+} e os coeficientes da equação são:

$$\begin{array}{ll} A_0 = 8,3634 & A_1 = 0,0566 \\ A_2 = 0,24244 & A_3 = 2,2898 \\ A_4 = 0,11857 & A_5 = 1,4685 \\ A_6 = 3,648 & A_7 = 0,47227 \\ A_8 = 0,42019 & A_9 = 1,6977. \end{array}$$

A temperatura pseudocrítica é estimada pela equação:

$$T_{pc} (^{\circ}\text{R}) = 341,7 + 811d + (0,4244 + 0,1174d)T_b + (0,4669 - 3,2623d)10^5 / T_b. \quad (\text{C.3})$$

Kesler & Lee correlacionaram as coordenadas pseudocríticas com a temperatura normal de ebulição e a densidade, mas normalmente o laboratório de análise de fluidos fornece a densidade e a massa molecular da fração C_{7+} . Para determinar a temperatura normal de ebulição pode-se empregar uma equação proposta por Whitson (1982):

$$T_b (^{\circ}\text{R}) = (4,5579M^{0,15178}d^{0,15427})^3, \quad (\text{C.4})$$

onde M é a massa molecular da fração C_{7+} .

As propriedades pseudocríticas das frações C_{7+} também podem ser estimadas através da Figura 1.30 apresentada no Capítulo 1, em função da massa molecular e da densidade $60^{\circ}\text{F}/60^{\circ}\text{F}$ do C_{7+} .

Coordenadas Pseudocríticas da Mistura

A maneira mais simples e que apresenta resultados aceitáveis para se obter a pressão e a temperatura pseudocríticas da mistura é o uso das equações apresentadas no artigo de Sutton (1985):

$$p_{pc}(psia) = 756,8 - 131,0d_g - 3,6d_g^2 \quad (C.5)$$

e

$$T_{pc}(^{\circ}R) = 169,2 + 349,5d_g - 74,0d_g^2, \quad (C.6)$$

onde d_g é a densidade da mistura de hidrocarbonetos existente no reservatório.

Stewart, Burkhardt & Voo (método SBV, 1959) desenvolveram e compararam várias correlações empíricas para a determinação da pressão e da temperatura pseudocríticas em função da composição. Dentre todas, a que apresentou melhores resultados é expressa pelas seguintes equações:

$$J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n_c} y_i (T_c / p_c)_i + \frac{2}{3} \left[\sum_{i=1}^{n_c} y_i \sqrt{(T_c / p_c)_i} \right]^2, \quad (C.7)$$

$$K = \sum_{i=1}^{n_c} y_i (T_c / \sqrt{p_c})_i, \quad (C.8)$$

$$T_{pc}(^{\circ}R) = \frac{K^2}{J} \quad (C.9)$$

e

$$p_{pc}(psia) = \frac{T_{pc}}{J}, \quad (C.10)$$

onde y_i representa a fração molar do componente i na mistura, a temperatura é usada em $^{\circ}R$ e a pressão em $psia$. Em avaliações posteriores este método tem mostrado resultados mais satisfatórios do que outros que incluem até regras mais complicadas. Além dos próprios autores, Satter & Campbell (1963) observaram, no entanto, que a precisão do método SBV decresce com as presenças de gás carbônico e de gás sulfídrico na mistura.

Apesar do método SBV apresentar resultados satisfatórios, para concentrações mais elevadas da fração C_{7+} há uma tendência de desvio. Melhoras significativas podem ser obtidas no cálculo do fator Z se esses desvios forem minimizados. Para isso aconselham-se os seguintes ajustes para os termos J e K das Eqs. (C.7) e (C.8):

$$J' = J - \varepsilon_J \quad (C.11)$$

e

$$K' = K - \varepsilon_K. \quad (C.12)$$

Os termos ε_J e ε_K foram obtidos utilizando-se regressão múltipla em dados de misturas contendo até 14,27% da fração C_{7+} , e são determinados pelas equações:

$$F_J = \frac{1}{3} [y(T_c / p_c)]_{C_{7+}} + \frac{2}{3} [y \sqrt{(T_c / p_c)}]_{C_{7+}}^2, \quad (C.13)$$

$$\varepsilon_J = 0,6081F_J + 1,1325F_J^2 - 14,004F_J y_{C_{7+}} + 64,434F_J y_{C_{7+}}^2 \quad (C.14)$$

e

$$\epsilon_K = \left[0,3129y_{C_{7+}} - 4,8156y_{C_{7+}}^2 + 27,3751y_{C_{7+}}^3 \right] \left(T_c / \sqrt{p_c} \right)_{C_{7+}}, \quad (C.15)$$

onde a temperatura é usada em $^{\circ}R$ e a pressão em *psia*.

O gás natural pode freqüentemente conter nitrogênio, gás carbônico e/ou gás sulfídrico. Wichert & Aziz (1972) examinaram os efeitos do N_2 , do CO_2 e do H_2S no cálculo do fator Z e propuseram um método para ajustar convenientemente as propriedades pseudocríticas:

$$T'_{pc} (^{\circ}R) = T_{pc} - \epsilon \quad (C.16)$$

e

$$p'_{pc} (psia) = \frac{p_{pc} (T_{pc} - \epsilon)}{T_{pc} + y_{H_2S} (1 - y_{H_2S}) \epsilon}, \quad (C.17)$$

onde:

$$\epsilon (^{\circ}R) = 120 \left[(y_{CO_2} + y_{H_2S})^{0,9} - (y_{CO_2} + y_{H_2S})^{1,6} \right] + 15 (y_{H_2S}^{0,5} - y_{H_2S}^4), \quad (C.18)$$

a temperatura é usada em $^{\circ}R$ e a pressão em *psia*.

Quando for conhecida a densidade da mistura e se desejar determinar as coordenadas pseudocríticas, podem ser seguidos os seguintes passos:

- Se d_M é a densidade da mistura, a densidade dos hidrocarbonetos (d_{HC}) na mistura é calculada por:

$$d_{HC} = \frac{d_M - 0,967y_{N_2} - 1,52y_{CO_2} - 1,18y_{H_2S}}{1 - y_{N_2} - y_{CO_2} - y_{H_2S}}. \quad (C.19)$$

- Com o valor de d_{HC} obtém-se as coordenadas pseudocríticas do gás sem os contaminantes (p_{pcHC} e T_{pcHC}), através das Eqs. (C.5) e (C.6).
- Calculam-se as coordenadas pseudocríticas da mistura através das equações:

$$p_{pcM} (psia) = (1 - y_{N_2} - y_{CO_2} - y_{H_2S}) p_{pcHC} + 493y_{N_2} + 1.071y_{CO_2} + 1.306y_{H_2S} \quad (C.20)$$

e

$$T_{pcM} (^{\circ}R) = (1 - y_{N_2} - y_{CO_2} - y_{H_2S}) T_{pcHC} + 227y_{N_2} + 548y_{CO_2} + 672y_{H_2S}, \quad (C.21)$$

onde a temperatura é usada em $^{\circ}R$ e a pressão em *psia*.

- As coordenadas pseudocríticas da mistura são ajustadas pelas Eqs. (C.16), (C.17) e (C.18).

Uma alternativa para o cálculo das propriedades pseudocríticas da mistura gasosa de hidrocarbonetos quando há a presença de contaminantes, tais como o N_2 , o CO_2 e o H_2S , é o uso da Figura B.3 do Apêndice B.

Bibliografia

Kesler, M. G. & Lee, B. I.: Improve Prediction of Enthalpy of Fractions. *Hyd. Proc.*, 153-158, March 1976.

- Moses, P. L.: Engineering Applications of Phase Behavior of Crude Oil and Condensate Systems. *JPT*, 715-723, July 1986.
- Rayes, D. G.; Piper, L. D.; MacCain, W. D., Jr. & Poston, S. W.: Two-Phase Compressibility Factors for Retrograde Gases. *SPE Formation Evaluation*, 87-92, March 1992.
- Satter, A. & Campbell, J. M.: Non-Ideal Behavior of Gases and their Mixtures. *SPEJ*, 333-347, Dec. 1963.
- Standing, M. B. & Katz, D. L.: Density of Crude Oils Saturated with Natural Gases. *Trans. AIME*, 146: 159, 1942.
- Stewart, W. F.; Burkhardt, S. F. & Voo, D.: Prediction of Pseudocritical Parameters for Mixtures. In: AIChE Meeting, Kansas City, MO, USA, May 18, 1959.
- Sutton, R. P.: Compressibility Factors for High-Molecular-Weight Reservoir Gases. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 60. Las Vegas, NV, USA, Sept. 22-25, 1985. (SPE 14265.)
- Nardelli, T.: *Fator de Compressibilidade Z para Reservatório de Condensado Retrógrado*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)
- Whitson, C. H.: Effect of Physical Properties Estimation on Equation-of-State Predictions. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 57. New Orleans, LA, USA, Sept. 26-29, 1982. (SPE 11200.)
- Wichert, E. & Aziz, K.: Calculate Z's for Sour Gases. *Hyd. Proc.*, 119-112, May 1972.

Apêndice D

PRESSÃO DE ORVALHO PARA GÁS NATURAL

A pressão de orvalho para gás natural condensado, como uma função da composição e da temperatura, pode ser estimada pela correlação de Nemeth & Kennedy (1967):

$$\begin{aligned} \ln p_{orv} (psia) = & A_1 [z_{C_2} + z_{CO_2} + z_{H_2S} + z_{C_6} + 2(z_{C_3} + z_{C_4}) + z_{C_5} + 0,4z_{C_1} + 0,2z_{N_2}] + \\ & + A_2 d_{C_{7+}} + A_3 \left(\frac{z_{C_1}}{z_{C_{7+}} + 0,002} \right) + A_4 T + x_{C_{7+}} (A_5 + A_6 x_{C_{7+}} + A_7 x_{C_{7+}}^2) + \\ & + y_{C_{7+}} (A_8 + A_9 y_{C_{7+}} + A_{10} y_{C_{7+}}^2) + A_{11}, \end{aligned} \quad (D.1)$$

onde z_i é a fração molar do componente i , d a densidade em relação à água, M a massa molecular, T a temperatura ($^{\circ}R$),

$$x_{C_{7+}} = z_{C_{7+}} M_{C_{7+}}, \quad (D.2)$$

$$y_{C_{7+}} = \frac{M_{C_{7+}}}{d_{C_{7+}} + 10^{-4}} \quad (D.3)$$

e:

$$A_1 = -2,0623054$$

$$A_3 = -4,4670559 \times 10^{-3}$$

$$A_5 = 0,032673714$$

$$A_7 = 7,4299951 \times 10^{-5}$$

$$A_9 = 6,2476497 \times 10^{-4}$$

$$A_{11} = 10,746622.$$

$$A_2 = 6,6259728$$

$$A_4 = 1,0448346 \times 10^{-4}$$

$$A_6 = -3,6453277 \times 10^{-3}$$

$$A_8 = -0,11381195$$

$$A_{10} = -1,0716866 \times 10^{-6}$$

Bibliografia

Nardelli, T.: *Pressão de Orvalho para Gás Natural*. Salvador, Bahia, Brasil, PETROBRAS/SEREC/CEN-NOR. (Apostila.)

Nemeth, L. K. & Kennedy, H. J.: A Correlation of Dew Point Pressure with Fluid Composition and Temperature. *SPEJ*, 99-104, June 1967.

Apêndice E

SOLUÇÕES CLÁSSICAS DA EQUAÇÃO DA DIFUSIVIDADE – FLUXO LINEAR

Regime Permanente

A equação da difusividade para fluxo linear permanente foi deduzida no Capítulo 3 (Eq. 3.118) e é representada pela expressão:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0, \quad (\text{E.1})$$

que também pode ser escrita como:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dp}{dx} \right) = 0, \quad (\text{E.2})$$

cuja solução é:

$$\frac{dp}{dx} = C_1, \quad (\text{E.3})$$

onde C_1 é uma constante. Da integração desta equação resulta:

$$p(x) = C_1 x + C_2, \quad (\text{E.4})$$

onde C_2 também é uma constante.

Utilizando-se as condições de contorno dadas no Capítulo 3 pela Eq. (3.119), ou sejam:

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow p(x) = p_w \\ x=L \Rightarrow p(x) = p_e, \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

obtém-se:

$$p_w = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = p_w \quad (\text{E.6})$$

e

$$p_e = C_1 L + p_w \Rightarrow C_1 = \frac{p_e - p_w}{L}. \quad (\text{E.7})$$

Portanto, a solução da equação da difusividade para fluxo linear permanente, Eq. (E.4), é dada por:

$$p(x) = p_w + \frac{p_e - p_w}{L} x. \quad (\text{E.8})$$

Regime Pseudopermanente

A equação da difusividade para fluxo linear pseudopermanente é representada pela expressão (Eq. 3.138):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{q_w \mu}{kLA}, \quad (\text{E.9})$$

ou ainda:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = -\frac{q_w \mu}{kLA}. \quad (\text{E.10})$$

Definindo $Y = \partial p / \partial x$ e substituindo na Eq. (E.10) resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial Y}{\partial x} = -\frac{q_w \mu}{kLA}, \quad (\text{E.11})$$

cujas integração produz:

$$Y = \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{q_w \mu}{kLA} x + C_1. \quad (\text{E.12})$$

As condições de contorno são dadas pela Eq. (3.139):

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow p(x) = p_w \\ x = L \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (\text{E.13})$$

Utilizando a condição de contorno externa, isto é:

$$x = L \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (\text{E.14})$$

obtem-se:

$$-\frac{q_w \mu}{kLA} L + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{q_w \mu}{kA}. \quad (\text{E.15})$$

Então,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{q_w \mu}{kLA} x + \frac{q_w \mu}{kA}, \quad (\text{E.16})$$

cujas integração fornece:

$$p(x) = -\frac{q_w \mu}{kLA} \frac{x^2}{2} + \frac{q_w \mu}{kA} x + C_2. \quad (\text{E.17})$$

Utilizando-se a condição de contorno interna pode-se determinar o valor da constante C_2 :

$$x = 0 \Rightarrow p(x) = p_w \Rightarrow C_2 = p_w. \quad (\text{E.18})$$

Desse modo:

$$p(x) = p_w - \frac{q_w \mu}{kLA} \frac{x^2}{2} + \frac{q_w \mu}{kA} x \quad (\text{E.19})$$

ou

$$p(x) = p_w - \frac{q_w \mu L}{kA} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{L} \right)^2 - \left(\frac{x}{L} \right) \right]. \quad (\text{E.20})$$

Regime Transiente

A equação da difusividade para fluxo linear transiente e as condições inicial e de contorno são dadas pelas Eqs. (3.147) a (3.150):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{E.21})$$

Condição inicial:

$$p(x,0) = p_i, \quad x > 0. \quad (\text{E.22})$$

Condição de contorno interna:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{q_w \mu}{kA}, \quad t > 0. \quad (\text{E.23})$$

Condição de contorno externa:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} p(x,t) = p_i. \quad (\text{E.24})$$

A solução para fluxo linear, regime transiente, é uma equação do tipo $p(x,t)$, para a qual define-se uma função $f(\xi)$ de tal modo que:

$$p(x,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{kA} x f(\xi), \quad (\text{E.25})$$

onde ξ é dada pela seguinte transformação:

$$\xi(x,t) = \frac{x}{\sqrt{4\eta t}}, \quad (\text{E.26})$$

conhecida como transformação de Boltzman.

Derivando-se p em relação a x e a t obtém-se:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{q_w \mu}{kA} \left(f + x \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) = -\frac{q_w \mu}{kA} \left(f + \xi \frac{df}{d\xi} \right), \quad (\text{E.27})$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{q_w \mu}{kA} \frac{d}{dx} \left(f + \xi \frac{df}{d\xi} \right) = -\frac{q_w \mu}{kA} \frac{d\xi}{dx} \left(2 \frac{df}{d\xi} + \xi \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right) \quad (\text{E.28})$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{q_w \mu}{kA} x \frac{df}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial t}. \quad (\text{E.29})$$

Os termos $\partial \xi / \partial x$ e $\partial \xi / \partial t$ são obtidos a partir da Eq. (E.26):

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{4\eta t}} = \frac{\xi}{x} \quad (\text{E.30})$$

e

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\frac{1}{2t} \frac{x}{\sqrt{4\eta t}} = -\frac{\xi}{2t}. \quad (\text{E.31})$$

Então,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{q_w \mu}{kA} \left(f + \xi \frac{df}{d\xi} \right), \quad (\text{E.32})$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{q_w \mu}{kA} \frac{\xi}{x} \left(2 \frac{df}{d\xi} + \xi \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right) \quad (\text{E.33})$$

e

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{q_w \mu}{kA} \frac{x \xi}{2t} \frac{df}{d\xi}. \quad (\text{E.34})$$

Substituindo as Eqs. (E.33) e (E.34) na equação da difusividade, Eq. (E.21), resulta em:

$$-\frac{q_w \mu}{kA} \frac{\xi}{x} \left(2 \frac{df}{d\xi} + \xi \frac{d^2 f}{d\xi^2} \right) = \frac{1}{\eta} \frac{q_w \mu}{kA} \frac{x \xi}{2t} \frac{df}{d\xi} \quad (\text{E.35})$$

ou, após simplificação:

$$\frac{d^2 f}{d\xi^2} + \left(\frac{2}{\xi} + 2\xi \right) \frac{df}{d\xi} = 0. \quad (\text{E.36})$$

Definindo $df/d\xi$ como f' , separando as variáveis e integrando a expressão obtém-se:

$$\int \frac{df'}{f'} = - \int \left(\frac{2}{\xi} + 2\xi \right) d\xi, \quad (\text{E.37})$$

cujos resultados são:

$$\ln f' = -2 \ln \xi - \xi^2 + C_1, \quad (\text{E.38})$$

ou ainda:

$$f' = C_2 \frac{e^{-\xi^2}}{\xi^2}, \quad (\text{E.39})$$

onde $C_2 = e^{C_1}$.

Para que se possa integrar a Eq. (E.39), obtendo-se assim a função f que vai compor a solução, é necessário que os limites de integração sejam definidos. Deve-se portanto retornar às condições inicial e de contorno para uma análise. Tanto a condição inicial como a condição de contorno externa são satisfeitas quando $f(\xi)$ é igual a zero. Observando a Eq. (E.26) verifica-se que tanto no caso de $t = 0$, que é a condição inicial, como no caso de $x \rightarrow \infty$, condição de contorno externa, $\xi \rightarrow \infty$. Dessa forma, as duas condições se reduzem a $f(\infty) = 0$.

Substituindo na condição de contorno interna o termo $\partial p/\partial x$ pelo seu equivalente encontrado na Eq. (E.27) e lembrando que de acordo com a Eq. (E.26), para $x = 0$, $\xi = 0$, obtém-se:

$$-\frac{q_w \mu}{kA} [f(\xi) + \xi f'(\xi)]_{\xi=0} = \frac{q_w \mu}{kA}. \quad (\text{E.40})$$

Dessa forma a condição de contorno interna se transforma em:

$$[f(\xi) + \xi f'(\xi)]_{\xi=0} = -1. \quad (\text{E.41})$$

A integração da Eq. (E.39) resulta na seguinte expressão:

$$f(\xi) = C_2 \int_{\infty}^{\xi} \frac{e^{-z^2}}{z^2} dz, \quad (\text{E.42})$$

onde z é apenas uma variável muda de integração. O limite inferior é escolhido de modo que $f(\xi)$ seja igual a zero. A integração por partes da Eq. (E.42) produz:

$$f(\xi) = C_2 \left(-\frac{1}{\xi} e^{-\xi^2} - 2 \int_{\infty}^{\xi} e^{-z^2} dz \right). \quad (\text{E.43})$$

A constante C_2 pode ser obtida através da Eq. (E.41):

$$\left[\underbrace{C_2 \left(-\frac{1}{\xi} e^{-\xi^2} - 2 \int_{\infty}^{\xi} e^{-z^2} dz \right)}_{f(\xi)} + \underbrace{\xi C_2 \frac{e^{-\xi^2}}{\xi^2}}_{f'(\xi)} \right]_{\xi=0} = -1, \quad (\text{E.44})$$

de onde se obtém:

$$-2C_2 \int_{\infty}^0 e^{-z^2} dz = -1. \quad (\text{E.45})$$

Porém,

$$\int_0^{\infty} e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad (\text{E.46})$$

Então:

$$C_2 = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}. \quad (\text{E.47})$$

Logo:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\xi^2}}{\xi} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-z^2} dz. \quad (\text{E.48})$$

A função erro complementar, $\text{erfc}(\xi)$, é definida por:

$$\text{erfc}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-z^2} dz. \quad (\text{E.49})$$

Portanto, a função $f(\xi)$ é dada pela expressão:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\xi^2}}{\xi} - \text{erfc}(\xi). \quad (\text{E.50})$$

Desse modo, a solução da equação da difusividade para fluxo linear, regime transiente, é dada por:

$$p(x,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{kA} \left\{ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp[-x^2/(4\eta t)] - x \text{erfc} \left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}} \right) \right\} \quad (\text{E.51})$$

ou ainda:

$$p(x,t) = p_i - \frac{q_w \mu L}{kA} \left\{ \frac{\sqrt{4\eta t}}{\sqrt{\pi L^2}} \exp\left[-x^2/(4\eta t)\right] - \frac{x}{L} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4\eta t}}\right) \right\}, \quad (\text{E.52})$$

onde L é um comprimento arbitrário qualquer, usado somente para facilitar a adimensionalização de alguns termos da equação.

A função erro complementar obedece à seguinte relação:

$$\operatorname{erfc}(\tau) = 1 - \operatorname{erf}(\tau), \quad (\text{E.53})$$

onde $\operatorname{erf}(\tau)$ é a função erro do argumento τ , a qual pode ser encontrada em manuais de tabelas e fórmulas matemáticas.

Apêndice F

SOLUÇÕES CLÁSSICAS DA EQUAÇÃO DA DIFUSIVIDADE – FLUXO RADIAL

Regime Permanente

A equação da difusividade para fluxo radial permanente é dada pela expressão (Eq. 3.171):

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0, \quad (\text{F.1})$$

que pode ser simplificada para:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) = 0. \quad (\text{F.2})$$

A solução dessa equação é:

$$r \frac{dp}{dr} = C_1, \quad (\text{F.3})$$

de onde se escreve que:

$$dp = C_1 \frac{dr}{r}. \quad (\text{F.4})$$

Integrando-se a Eq. (F.4) chega-se a uma expressão da pressão como uma função de r :

$$p(r) = C_1 \ln r + C_2. \quad (\text{F.5})$$

A substituição das condições de contorno, dadas pela Eq. (3.172), na Eq. (F.5) resulta no sistema a seguir:

$$\begin{cases} p_w = C_1 \ln r_w + C_2 \\ p_e = C_1 \ln r_e + C_2 \end{cases}, \quad (\text{F.6})$$

de onde podem ser determinadas as constantes C_1 e C_2 :

$$C_1 = \frac{p_e - p_w}{\ln(r_e / r_w)} \quad (\text{F.7})$$

e

$$C_2 = \frac{p_e + p_w}{2} - \frac{p_e - p_w}{2 \ln(r_e / r_w)} \ln(r_e r_w). \quad (\text{F.8})$$

Finalmente, substituindo as constantes C_1 e C_2 na Eq. (F.5) obtém-se a solução da equação da difusividade para fluxo radial, regime permanente:

$$p(r) = \frac{P_e - P_w}{\ln(r_e / r_w)} \ln r + \frac{P_e + P_w}{2} - \frac{P_e - P_w}{2 \ln(r_e / r_w)} \ln(r_e r_w). \quad (\text{F.9})$$

Após manipulações algébricas a Eq. (F.9) também pode ser escrita como:

$$p(r) = p_w + \frac{P_e - P_w}{\ln(r_e / r_w)} \ln(r / r_w). \quad (\text{F.10})$$

Regime Pseudopermanente

A equação da difusividade para fluxo radial pseudopermanente é dada por (Eq. 3.194):

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = - \frac{q_w \mu}{k \pi r_e^2 h} r. \quad (\text{F.11})$$

Definindo-se:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = Y, \quad (\text{F.12})$$

tem-se:

$$\frac{\partial Y}{\partial r} = - \frac{q_w \mu}{k \pi r_e^2 h} r, \quad (\text{F.13})$$

cuja integração resulta em:

$$Y = - \frac{q_w \mu}{2k \pi r_e^2 h} r^2 + C. \quad (\text{F.14})$$

Aplicando-se a condição de contorno externa (Eq. 3.195) à Eq. (F.14), ou seja:

$$r = r_e \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \Rightarrow r \frac{\partial p}{\partial r} \equiv Y = 0, \quad (\text{F.15})$$

obtem-se:

$$0 = - \frac{q_w \mu}{2k \pi r_e^2 h} r_e^2 + C \Rightarrow C = \frac{q_w \mu}{2k \pi h}. \quad (\text{F.16})$$

Então, da Eq. (F.14) pode-se escrever que:

$$r \frac{\partial p}{\partial r} = - \frac{q_w \mu}{2k \pi r_e^2 h} r^2 + \frac{q_w \mu}{2k \pi h} \quad (\text{F.17})$$

e

$$\partial p = - \frac{q_w \mu}{2k \pi r_e^2 h} r \partial r + \frac{q_w \mu}{2k \pi h} \frac{1}{r} \partial r. \quad (\text{F.18})$$

Integrando-se a Eq. (F.18) entre o poço e um ponto qualquer do meio poroso obtém-se a expressão:

$$\int_{p_w}^p \partial p = - \frac{q_w \mu}{2k \pi r_e^2 h} \int_{r_w}^r r \partial r + \frac{q_w \mu}{2k \pi h} \int_{r_w}^r \frac{\partial r}{r}, \quad (\text{F.19})$$

cujos resultados são:

$$p - p_w = - \frac{q_w \mu}{2k \pi h} \left[\frac{r^2}{2r_e^2} - \frac{r_w^2}{2r_e^2} - \ln \left(\frac{r}{r_w} \right) \right]. \quad (\text{F.20})$$

Como o raio do poço é muito menor que o raio do reservatório, pode-se fazer a simplificação:

$$\frac{r_w^2}{2r_e^2} \rightarrow 0, \quad (\text{F.21})$$

que aplicada à Eq. (F.20) produz:

$$p(r) = p_w + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\ln\left(\frac{r}{r_w}\right) - \frac{r^2}{2r_e^2} \right]. \quad (\text{F.22})$$

Pode-se obter uma equação que relacione a pressão no poço e o tempo de produção. O meio poroso, que inicialmente tinha uma pressão p_i , ao produzir durante um período de tempo t tem a sua pressão média reduzida para um valor \bar{p} , que pode ser calculada por meio da equação da compressibilidade:

$$c_t = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}, \quad (\text{F.23})$$

onde:

$$\Delta V = q_w t \quad (\text{F.24})$$

é a produção acumulada de fluido,

$$V = V_p = \pi r_e^2 h \phi \quad (\text{F.25})$$

é o volume de fluido existente no reservatório, igual ao volume poroso, e

$$\Delta p = \bar{p} - p_i \quad (\text{F.26})$$

é a variação da pressão média decorrente da produção. Assim,

$$\bar{p} = p_i - \frac{q_w t}{c_t \pi r_e^2 h \phi}. \quad (\text{F.27})$$

A pressão média pode ser calculada também a partir da equação da pressão, através de uma média ponderada:

$$\bar{p} = \int_{r_w}^{r_e} p dV \bigg/ \int_{r_w}^{r_e} dV, \quad (\text{F.28})$$

onde $dV = 2\pi r(dr)h\phi$ e a pressão p é dada pela Eq. (F.22). O resultado da Eq. (F.28) é:

$$\bar{p} = p_w + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (\text{F.29})$$

Igualando-se as equações (F.27) e (F.29) e explicitando-se p_w , tem-se:

$$p_w(t) = p_i - \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{2kt}{\phi \mu c_t r_e^2} + \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4} \right]. \quad (\text{F.30})$$

Regime Transiente

A equação da difusividade para fluxo radial transiente é dada pela Eq. (3.207):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (\text{F.31})$$

Para a solução da equação será feita uma substituição de variáveis utilizando a transformação de Boltzman. Para isso, será definido um parâmetro X :

$$X = \frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt}. \quad (\text{F.32})$$

Aplicando a regra da cadeia à equação da difusividade:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial X} \left(r \frac{\partial p}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} \right) \frac{\partial X}{\partial r} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t}. \quad (\text{F.33})$$

Porém:

$$\frac{\partial X}{\partial r} = \frac{\phi\mu c_t r}{2kt} \quad (\text{F.34})$$

e

$$\frac{\partial X}{\partial t} = -\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt^2}. \quad (\text{F.35})$$

Então:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{2kt} \frac{\partial p}{\partial X} \right) \frac{\phi\mu c_t r}{2kt} = \frac{\phi\mu c_t}{k} \left(-\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt^2} \right) \frac{\partial p}{\partial X}, \quad (\text{F.36})$$

cuja simplificação produz:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt} \frac{\partial p}{\partial X} \right) = \left(-\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt} \right) \frac{\partial p}{\partial X}. \quad (\text{F.37})$$

Entretanto:

$$\frac{\phi\mu c_t r^2}{4kt} = X, \quad (\text{F.38})$$

que, quando substituído na Eq. (F.37), resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(X \frac{\partial p}{\partial X} \right) = -X \frac{\partial p}{\partial X}, \quad (\text{F.39})$$

que ainda pode ser desenvolvida em:

$$X \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial p}{\partial X} \right) + \frac{\partial p}{\partial X} = -X \frac{\partial p}{\partial X}. \quad (\text{F.40})$$

Fazendo $\partial p/\partial X = Y$:

$$X \frac{\partial Y}{\partial X} + Y = -XY. \quad (\text{F.41})$$

Como Y é uma função apenas de X , o termo $\partial Y/\partial X$ é substituído por dY/dX na Eq. (F.41), que após ser rearrumada resulta em:

$$\frac{dY}{Y} = -\frac{dX}{X} - dX, \quad (\text{F.42})$$

cuja integração produz:

$$\int \frac{dY}{Y} = -\int \frac{dX}{X} - \int dX + C_1 \quad (\text{F.43})$$

ou:

$$\ln Y = -\ln X - X + C_1, \quad (\text{F.44})$$

de onde se obtém o valor de Y :

$$Y = C \frac{e^{-X}}{X}, \quad (\text{F.45})$$

onde:

$$C = e^{C_1}. \quad (\text{F.46})$$

Substituindo Y por dp/dX na Eq. (F.45) e explicitando dp :

$$dp = C \frac{e^{-X}}{X} dX. \quad (\text{F.47})$$

De acordo com a condição de contorno externa (Eq. 3.215), quando $r \rightarrow \infty$, $p \rightarrow p_i$ e de acordo com a condição inicial (Eq. 3.214), quando $t = 0$, $p = p_i$. Nas duas condições, isto é, tanto para $t = 0$ como para $r \rightarrow \infty$, $X \rightarrow \infty$ e $p = p_i$. Integrando portanto a Eq. (F.47):

$$\int_p^{p_i} dp = C \int_X^\infty \frac{e^{-X}}{X} dX \quad (\text{F.48})$$

resulta em:

$$p_i - p = C \int_X^\infty \frac{e^{-X}}{X} dX, \quad (\text{F.49})$$

onde:

$$\int_X^\infty \frac{e^{-X}}{X} dX = -E_i(-X) = E_i(X). \quad (\text{F.50})$$

A Eq. (F.50) é chamada de *função integral exponencial* e pode ser encontrada em manuais de tabelas e fórmulas matemáticas e em livros e apostilas de engenharia de reservatórios. Assim:

$$p_i - p = -CE_i(-X). \quad (\text{F.51})$$

A constante C pode ser obtida a partir da condição de contorno interna, Eq. (3.220):

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \lim_{X \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} \right) = \frac{q_w \mu}{2\pi kh}. \quad (\text{F.52})$$

Porém, substituindo-se o termo $\partial X / \partial r$ pela Eq. (F.34) pode-se escrever que:

$$r \frac{\partial p}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial X} \frac{\phi \mu c_i r^2}{2kt} = 2X \frac{\partial p}{\partial X}. \quad (\text{F.53})$$

Mas, da Eq. (F.47) pode-se tirar que:

$$\frac{\partial p}{\partial X} = C \frac{e^{-X}}{X}. \quad (\text{F.54})$$

Então, substituindo-se a Eq. (F.54) na Eq. (F.53) e o resultado dessa substituição na Eq. (F.52), obtém-se:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \lim_{X \rightarrow 0} (2Ce^{-X}) = 2C = \frac{q_w \mu}{2\pi k h}, \quad (\text{F.55})$$

de onde se conclui que:

$$C = \frac{q_w \mu}{4\pi k h}. \quad (\text{F.56})$$

Substituindo a Eq. (F.56) na Eq. (F.51) e explicitando p obtém-se:

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{4\pi k h} E_i(-X) \quad (\text{F.57})$$

ou

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i(-X) \right], \quad (\text{F.58})$$

onde:

$$X = \frac{\phi \mu c_t r^2}{4kt}. \quad (\text{F.59})$$

A Eq. (F.57) pode também ser escrita como:

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{4\pi k h} E_i \left(-\frac{r^2}{4\eta t} \right) \quad (\text{F.60})$$

ou ainda:

$$p(r,t) = p_i + \frac{q_w \mu}{2\pi k h} \left[\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r^2}{4\eta t} \right) \right], \quad (\text{F.61})$$

onde:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t} \quad (\text{F.62})$$

é a constante de difusividade hidráulica.

A Eq. (F.61) é a solução da equação da difusividade para um reservatório que se comporta como se fosse infinito, produzindo com uma vazão constante através de um único poço, quando se utiliza o modelo da fonte linear. Com essa equação pode-se calcular a pressão em qualquer ponto do reservatório e a qualquer tempo.

Apêndice G

SOLUÇÕES CLÁSSICAS PARA AQÜÍFERO RADIAL (PRESSÃO CONSTANTE NO CONTATO)

As soluções dos problemas apresentados neste apêndice foram obtidas utilizando o método de transformadas de Laplace. $\overline{W}_D(u)$ denota a transformada de Laplace de $W_D(t_D)$ e u é a variável de Laplace.

As soluções são escritas em termos das funções de Bessel modificadas de primeira espécie, I_0 e I_1 , e de segunda espécie, K_0 e K_1 , de ordens zero e um, respectivamente.

Aqüífero Radial Infinito

Problema:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (\text{G.1})$$

$$\text{C.I.: } p_D(r_D; t_D = 0) = 0 \quad (\text{G.2})$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(r_D = 1; t_D) = 1 \quad (\text{G.3})$$

$$\text{C.C.E.: } p_D(r_D \rightarrow \infty; t_D) = 0 \quad (\text{G.4})$$

$$W_D = \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} dt_D. \quad (\text{G.5})$$

Solução:

$$W_D(t_D) = \mathcal{L}^{-1} \{ \overline{W}_D(u) \} \quad (\text{G.6})$$

$$\overline{W}_D(u) = \frac{K_1(\sqrt{u})}{u^{3/2} K_0(\sqrt{u})}.$$

Aqüífero Radial com Pressão Constante no Limite Externo

Problema:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (\text{G.7})$$

$$\text{C.I.: } p_D(r_D; t_D = 0) = 0 \quad (\text{G.8})$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(r_D = 1; t_D) = 1 \quad (\text{G.9})$$

$$\text{C.C.E.: } p_D(r_D = r_e/r_o; t_D) = 0 \quad (\text{G.10})$$

$$W_D = \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} dt_D. \quad (\text{G.11})$$

Solução:

$$W_D(t_D) = \mathcal{L}^{-1} \{ \overline{W}_D(u) \}$$

$$\overline{W}_D(u) = \frac{I_0(r_{eD}\sqrt{u})K_1(\sqrt{u}) + I_1(\sqrt{u})K_0(r_{eD}\sqrt{u})}{u^{3/2} [I_0(r_{eD}\sqrt{u})K_0(\sqrt{u}) - I_0(\sqrt{u})K_0(r_{eD}\sqrt{u})]}. \quad (\text{G.12})$$

Aqüífero Radial Selado no Limite Externo

Problema:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (\text{G.13})$$

$$\text{C.I.: } p_D(r_D; t_D = 0) = 0 \quad (\text{G.14})$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(r_D = 1; t_D) = 1 \quad (\text{G.15})$$

$$\text{C.C.E.: } \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=r_e/r_o} = 0 \quad (\text{G.16})$$

$$W_D = \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} dt_D. \quad (\text{G.17})$$

Solução:

$$W_D(t_D) = \mathcal{L}^{-1} \{ \overline{W}_D(u) \}$$

$$\overline{W}_D(u) = \frac{I_1(r_{eD} \sqrt{u}) K_1(\sqrt{u}) - I_1(\sqrt{u}) K_1(r_{eD} \sqrt{u})}{u^{3/2} [I_0(\sqrt{u}) K_1(r_{eD} \sqrt{u}) + I_1(r_{eD} \sqrt{u}) K_0(\sqrt{u})]}. \quad (\text{G.18})$$

Apêndice H

SOLUÇÕES CLÁSSICAS PARA AQÜÍFERO LINEAR (PRESSÃO CONSTANTE NO CONTATO)

As soluções dos problemas apresentados neste apêndice foram obtidas utilizando o método de transformadas de Laplace. $\overline{W}_D(u)$ denota a transformada de Laplace de $W_D(t_D)$ e u é a variável de Laplace.

Aqüífero Linear Infinito

Problema:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (\text{H.1})$$

$$\text{C.I.: } p_D(x_D; t_D = 0) = 0 \quad (\text{H.2})$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(x_D = 0; t_D) = 1 \quad (\text{H.3})$$

$$\text{C.C.E.: } p_D(x_D \rightarrow \infty; t_D) = 0 \quad (\text{H.4})$$

$$W_D = \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right)_{x_D=0} dt_D. \quad (\text{H.5})$$

Solução:

$$W_D(t_D) = 2 \sqrt{\frac{t_D}{\pi}}. \quad (\text{H.6})$$

Aqüífero Linear com Pressão Constante no Limite Externo

Problema:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (\text{H.7})$$

$$\text{C.I.: } p_D(x_D; t_D = 0) = 0 \quad (\text{H.8})$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(x_D = 0; t_D) = 1 \quad (\text{H.9})$$

$$\text{C.C.E.: } p_D(x_D = 1; t_D) = 0 \quad (\text{H.10})$$

$$W_D = \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right)_{x_D=0} dt_D. \quad (\text{H.11})$$

Solução:

$$W_D(t_D) = \mathcal{L}^{-1} \{ \overline{W}_D(u) \}$$

$$\overline{W}_D(u) = \frac{1 + \exp(-2\sqrt{u})}{u^{3/2} [1 - \exp(-2\sqrt{u})]}. \quad (\text{H.12})$$

Aquífero Linear Selado no Limite Externo

Problema:

$$\text{E.D.P.: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (\text{H.13})$$

$$\text{C.I.: } p_D(x_D; t_D = 0) = 0 \quad (\text{H.14})$$

$$\text{C.C.I.: } p_D(x_D = 0; t_D) = 1 \quad (\text{H.15})$$

$$\text{C.C.E.: } \left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right)_{x_D=1} = 0 \quad (\text{H.16})$$

$$W_D = \int_0^{t_D} q_D(t_D) dt_D = - \int_0^{t_D} \left(\frac{\partial p_D}{\partial x_D} \right)_{x_D=0} dt_D. \quad (\text{H.17})$$

Solução:

$$W_D(t_D) = \mathcal{L}^{-1} \{ \overline{W}_D(u) \}$$

$$\overline{W}_D(u) = \frac{1 - \exp(-2\sqrt{u})}{u^{3/2} [1 + \exp(-2\sqrt{u})]}. \quad (\text{H.18})$$

Apêndice I

ALGORITMO DE STEHFEST

O algoritmo de Stehfest¹ é freqüentemente utilizado para se efetuar a chamada *inversão numérica* do campo de Laplace para o campo real.

Dada a função $\bar{F}(u)$, transformada de Laplace de $F(t)$ em relação a t , o valor aproximado de $F(t_0)$ pode ser calculado com a seguinte expressão:

$$F(t_0) \approx \frac{\ln 2}{t_0} \sum_{i=1}^n V_i \bar{F}\left(\frac{\ln 2}{t_0} i\right), \quad (\text{I.1})$$

onde os coeficientes V_i são dados por:

$$V_i = (-1)^{i+n/2} \sum_{k=\text{int}[(i+1)/2]}^{\min(i, n/2)} \frac{k^{1+n/2} (2k)!}{(n/2 - k)! (k!)^2 (i - k)! (2k - i)!}, \quad (\text{I.2})$$

sendo n par. Como se observa, os valores dos coeficientes V_i dependem somente de n . Uma outra propriedade desses coeficientes é que $\sum_{i=1}^n V_i = 0$.

O valor de n depende do número de dígitos da máquina, tipicamente $8 \leq n \leq 16$. A função $F(t)$ deve ser suave, sem oscilações rápidas.

A Tabela I.1 apresenta os valores dos coeficientes V_i para $n = 10$.

Tabela I.1 – Valores dos coeficientes V_i para $n = 10$

i	V_i	i	V_i
1	0,08333...	6	-236957,5
2	-32,08333...	7	375911,666...
3	1279	8	-340071,666...
4	-15623,666...	9	164062,5
5	84244,1666...	10	-32812,5

Obs.: $\sum_{i=1}^{10} V_i = 0$

¹ Stehfest, H. Algorithm 386, numerical inversion of Laplace Transforms - D5. Communications of the ACM, 13 (1): 47, Jan. 1970.

Apêndice J

DEDUÇÃO DOS TERMOS DA EQUAÇÃO DE BALANÇO DE MATERIAIS

Cálculo da Variação do Volume de Óleo Original e Gás Associado

Por gás associado entende-se o gás proveniente da zona de óleo. A variação de volume na zona de óleo, definida como:

$$\Delta V_o = V_o - V_{oi}, \quad (J.1)$$

pode ser expressa por:

$$\Delta V_o = NB_t - NB_{ti} \quad (J.2)$$

ou ainda:

$$\Delta V_o = N(B_t - B_{ti}). \quad (J.3)$$

Cálculo da Variação do Volume de Gás da Capa

$$\Delta V_{gc} = V_{gc} - V_{gic}. \quad (J.4)$$

Mas:

$$V_{gic} = GB_{gic} = mNB_{oi} = mNB_{ti} \quad (J.5)$$

e

$$V_{gc} = GB_{gc} = \frac{mNB_{ti}}{B_{gic}} B_{gc}. \quad (J.6)$$

Portanto:

$$\Delta V_{gc} = \frac{mNB_{ti}}{B_{gic}} B_{gc} - mNB_{ti} \quad (J.7)$$

ou

$$\Delta V_{gc} = \frac{mNB_{ti}}{B_{gic}} (B_{gc} - B_{gic}). \quad (J.8)$$

Cálculo da Variação do Volume de Água Inicial na Zona de Óleo

A água inicialmente existente no reservatório é chamada de conata, inata, inicial ou intersticial. A variação de seu volume, na zona de óleo, é definida como:

$$\Delta V_{wo} = V_{wo} - V_{wio} , \quad (J.9)$$

onde:

$$V_{wio} = V_{pio} S_{wio} \quad (J.10)$$

e

$$V_{pio} = \frac{V_{oi}}{S_{oi}} = \frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} , \quad (J.11)$$

ou seja:

$$V_{wio} = \frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} S_{wio} . \quad (J.12)$$

Ainda:

$$V_{wo} = \frac{V_{wio}}{B_{twi}} B_{tw} = \frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} \frac{S_{wio}}{B_{twi}} B_{tw} . \quad (J.13)$$

Portanto:

$$\Delta V_w = \frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} \frac{S_{wio}}{B_{twi}} B_{tw} - \frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} S_{wio} \quad (J.14)$$

ou

$$\Delta V_w = \frac{NB_{ti} S_{wio}}{1 - S_{wio}} \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) . \quad (J.15)$$

Cálculo da Variação do Volume de Água Inicial na Capa de Gás

$$\Delta V_{wg} = V_{wg} - V_{wig} , \quad (J.16)$$

onde:

$$V_{wig} = V_{pig} S_{wig} \quad (J.17)$$

e

$$V_{pig} = \frac{V_{gic}}{S_{gic}} = \frac{GB_{gic}}{1 - S_{wig}} = \frac{mNB_{oi}}{1 - S_{wig}} = \frac{mNB_{ti}}{1 - S_{wig}} . \quad (J.18)$$

Logo:

$$V_{wig} = \frac{mNB_{ti}}{1 - S_{wig}} S_{wig} . \quad (J.19)$$

Também:

$$V_{wg} = \frac{V_{wig}}{B_{twi}} B_{tw} = \frac{mNB_{ti}}{1-S_{wig}} \frac{S_{wig}}{B_{twi}} B_{tw} . \quad (J.20)$$

Portanto:

$$\Delta V_{wg} = \frac{mNB_{ti}}{1-S_{wig}} \frac{S_{wig}}{B_{twi}} B_{tw} - \frac{mNB_{ti}}{1-S_{wig}} S_{wig} \quad (J.21)$$

ou então:

$$\Delta V_{wg} = \frac{mNB_{ti}}{1-S_{wig}} S_{wig} \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) . \quad (J.22)$$

Cálculo da Contração do Volume Poroso

O volume de poros inicial é dado por:

$$V_{pi} = V_{pio} + V_{pig} = \frac{V_{oi}}{S_{oi}} + \frac{V_{gic}}{S_{gic}} = \frac{NB_{ti}}{1-S_{wio}} + \frac{mNB_{ti}}{1-S_{wig}} . \quad (J.23)$$

Mas:

$$c_f = \frac{1}{V_{pi}} \frac{|\Delta V_p|}{\Delta p} , \quad (J.24)$$

onde $\Delta p = p_i - p$ e $\Delta V_p = V_p - V_{pi}$. Assim, a contração do volume poroso, isto é, o valor absoluto ou módulo da variação do volume poroso, é:

$$|\Delta V_p| = c_f V_{pi} \Delta p \quad (J.25)$$

e portanto:

$$|\Delta V_p| = c_f \left(\frac{NB_{ti}}{1-S_{wio}} + \frac{mNB_{ti}}{1-S_{wig}} \right) \Delta p . \quad (J.26)$$

Cálculo da Produção Acumulada de Fluidos (Óleo, Gás e Água) Medida nas Condições Atuais (p, T) do Reservatório

a) Volume de hidrocarbonetos produzidos que estariam no estado líquido (óleo) no reservatório, nas condições atuais (p, T)

Esta parcela da produção acumulada é dada por:

$$(N_p)_{res} = N_p B_o . \quad (J.27)$$

Mas:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g . \quad (J.28)$$

Portanto:

$$B_o = B_t - (R_{si} - R_s) B_g \quad (J.29)$$

e

$$(N_p)_{res} = N_p [B_t - (R_{si} - R_s)B_g] \quad (J.30)$$

É importante ressaltar que, além do óleo produzido acumulado, esta equação inclui a parcela do gás produzido acumulado que entra em solução no óleo quando transportado para as condições (p,T) do reservatório.

b) Volume de hidrocarbonetos produzidos que estariam no estado gasoso (gás livre) no reservatório, nas condições atuais (p,T)

Esta parte da produção acumulada corresponde ao gás produzido que, levado para as condições atuais (p,T) do reservatório, não entrará em solução no óleo, permanecendo no estado gasoso.

O volume total de gás produzido, medido em condições de reservatório, é:

$$(G_p)_{res} = N_p R_p B_g \quad (J.31)$$

Embora o gás da capa possa ter um fator volume-formação diferente daquele proveniente da zona de óleo, ambos são representados simplesmente por B_g , visto ser normalmente impossível determinar a origem do gás produzido.

Uma parte do volume de gás calculado pela Eq. (J.31) entra em solução no óleo quando o sistema é submetido às condições atuais de reservatório (p,T) . Essa parcela é dada por:

$$(G_p)_s = N_p R_s B_g \quad (J.32)$$

Como a parcela representada pela Eq. (J.32) está incluída na variável $(N_p)_{res}$, calculada através da Eq. (J.27), deve ser descontada do volume total $(G_p)_{res}$. Então, o volume de gás que permaneceria livre no reservatório, nas condições atuais, é obtido por:

$$(G_p)_l = (G_p)_{res} - (G_p)_s \quad (J.33)$$

ou seja:

$$(G_p)_l = N_p R_p B_g - N_p R_s B_g \quad (J.34)$$

ou ainda:

$$(G_p)_l = N_p (R_p - R_s) B_g \quad (J.35)$$

c) Volume de água produzida medida em condições de reservatório

$$(W_p)_{res} = W_p B_w \quad (J.36)$$

Apêndice K

TABELAS

Tabela K.1 – Valores da função erro complementar do argumento z - $erfc(z)$

z	$erfc(z)$	z	$erfc(z)$	z	$erfc(z)$
0	1	0,68	0,3362155	1,90	0,0072096
0,02	0,9774389	0,70	0,3221986	1,95	0,0058206
0,04	0,9548910	0,72	0,3085679	2,00	0,0046778
0,06	0,9323774	0,74	0,2953216	2,05	0,0037419
0,08	0,9099179	0,76	0,2824627	2,10	0,0029795
0,10	0,8875401	0,78	0,2699880	2,15	0,0023614
0,12	0,8652404	0,80	0,2578987	2,20	0,0018628
0,14	0,8430532	0,82	0,2461901	2,25	0,0014627
0,16	0,8209913	0,84	0,2348571	2,30	0,0011432
0,18	0,7990663	0,86	0,2238989	2,35	0,0008893
0,20	0,7772979	0,88	0,2133140	2,40	0,0006885
0,22	0,7557043	0,90	0,2030911	2,45	0,0005306
0,24	0,7343023	0,92	0,1932320	2,50	0,0004070
0,26	0,7130979	0,94	0,1837291	2,60	0,0002360
0,28	0,6921237	0,96	0,1745747	2,70	0,0001343
0,30	0,6713738	0,98	0,1657684	2,80	7,501E-05
0,32	0,6508781	1,00	0,1572979	3,70	1,671E-07
0,34	0,6306374	1,05	0,1375641	3,80	7,700E-08
0,36	0,6106698	1,10	0,1197948	3,90	3,479E-08
0,38	0,5909917	1,15	0,1038773	4,00	1,542E-08
0,40	0,5716095	1,20	0,0896866	4,10	6,700E-09
0,42	0,5525288	1,25	0,0770993	4,20	2,856E-09
0,44	0,5337708	1,30	0,0659916	4,30	1,193E-09
0,46	0,5153467	1,35	0,0562377	4,40	4,892E-10
0,48	0,4972506	1,40	0,0477144	4,50	1,966E-10
0,50	0,4794999	1,45	0,0403048	4,60	7,750E-11
0,52	0,4623314	1,50	0,0338953	4,70	2,995E-11
0,54	0,4450579	1,55	0,0283772	4,80	1,135E-11
0,56	0,4283870	1,60	0,0236514	4,90	4,219E-12
0,58	0,4120798	1,65	0,0196244	5,00	1,537E-12
0,60	0,3961406	1,70	0,0162094	5,20	1,925E-13
0,62	0,3805866	1,75	0,0133282	5,40	2,228E-14
0,64	0,3654126	1,80	0,0109095	5,60	2,239E-15
0,66	0,3506264	1,85	0,0088889	5,80	2,356E-16

Tabela K.1 – Valores da função erro complementar do argumento z - $erfc(z)$ (continuação)

z	$erfc(z)$	z	$erfc(z)$	z	$erfc(z)$
6,00	2,152E-17	7,20	2,378E-24	8,40	1,515E-32
6,20	1,817E-18	7,40	1,248E-25	8,60	4,939E-34
6,40	1,417E-19	7,60	6,055E-27	8,80	1,487E-35
6,60	1,021E-20	7,80	2,712E-28	9,00	4,137E-37
6,80	6,801E-22	8,00	1,123E-29		
7,00	4,184E-23	8,20	4,290E-31		

Tabela K.2 – Valores da função integral exponencial $E_i(X) = -E_i(-X)$

Y	$X=Y$	$X=Y/10$	$X=Y/100$	$X=Y/1000$	$X=Y/10000$
1,0	0,2194E 00	0,1823E 01	0,4038E 01	0,6332E 01	0,8633E 01
1,1	0,1860E 00	0,1737E 01	0,3944E 01	0,6236E 01	0,8538E 01
1,2	0,1584E 00	0,1660E 01	0,3858E 01	0,6149E 01	0,8451E 01
1,3	0,1355E 00	0,1589E 01	0,3779E 01	0,6069E 01	0,8371E 01
1,4	0,1162E 00	0,1524E 01	0,3705E 01	0,5995E 01	0,8297E 01
1,5	0,1000E 00	0,1464E 01	0,3637E 01	0,5927E 01	0,8228E 01
1,6	0,8631E-01	0,1409E 01	0,3574E 01	0,5862E 01	0,8163E 01
1,7	0,7466E-01	0,1358E 01	0,3514E 01	0,5802E 01	0,8103E 01
1,8	0,6471E-01	0,1310E 01	0,3458E 01	0,5745E 01	0,8046E 01
1,9	0,5620E-01	0,1265E 01	0,3405E 01	0,5691E 01	0,7991E 01
2,0	0,4890E-01	0,1223E 01	0,3355E 01	0,5639E 01	0,7940E 01
2,1	0,4261E-01	0,1183E 01	0,3307E 01	0,5591E 01	0,7891E 01
2,2	0,3719E-01	0,1145E 01	0,3261E 01	0,5544E 01	0,7845E 01
2,3	0,3250E-01	0,1110E 01	0,3218E 01	0,5500E 01	0,7800E 01
2,4	0,2844E-01	0,1076E 01	0,3176E 01	0,5457E 01	0,7758E 01
2,5	0,2492E-01	0,1044E 01	0,3137E 01	0,5417E 01	0,7717E 01
2,6	0,2185E-01	0,1014E 01	0,3098E 01	0,5378E 01	0,7678E 01
2,7	0,1918E-01	0,9849E 00	0,3062E 01	0,5340E 01	0,7640E 01
2,8	0,1686E-01	0,9573E 00	0,3026E 01	0,5304E 01	0,7604E 01
2,9	0,1482E-01	0,9309E 00	0,2992E 01	0,5269E 01	0,7569E 01
3,0	0,1305E-01	0,9057E 00	0,2959E 01	0,5235E 01	0,7535E 01
3,1	0,1149E-01	0,8815E 00	0,2927E 01	0,5202E 01	0,7502E 01
3,2	0,1013E-01	0,8583E 00	0,2897E 01	0,5171E 01	0,7470E 01
3,3	0,8939E-02	0,8361E 00	0,2867E 01	0,5140E 01	0,7440E 01
3,4	0,7891E-02	0,8147E 00	0,2938E 01	0,5110E 01	0,7410E 01
3,5	0,6970E-02	0,7942E 00	0,2810E 01	0,5081E 01	0,7381E 01
3,6	0,6161E-02	0,7745E 00	0,2783E 01	0,5053E 01	0,7353E 01
3,7	0,5448E-02	0,7554E 00	0,2756E 01	0,5026E 01	0,7325E 01
3,8	0,4820E-02	0,7371E 00	0,2731E 01	0,4999E 01	0,7299E 01

Tabela K.2 – Valores da função integral exponencial $E_i(X) = -E_i(-X)$ (continuação)

Y	X=Y	X=Y/10	X=Y/100	X=Y/1000	X=Y/10000
3,9	0,4267E-02	0,7194E 00	0,2706E 01	0,4973E 01	0,7273E 01
4,0	0,3780E-02	0,7024E 00	0,2681E 01	0,4948E 01	0,7247E 01
4,1	0,3355E-02	0,6859E 00	0,2658E 01	0,4924E 01	0,7223E 01
4,2	0,2974E-02	0,6700E 00	0,2634E 01	0,4900E 01	0,7198E 01
4,3	0,2637E-02	0,6546E 00	0,2612E 01	0,4876E 01	0,7175E 01
4,4	0,2340E-02	0,6397E 00	0,2590E 01	0,4853E 01	0,7152E 01
4,5	0,2076E-02	0,6253E 00	0,2568E 01	0,4831E 01	0,7130E 01
4,6	0,1844E-02	0,6114E 00	0,2547E 01	0,4809E 01	0,7108E 01
4,7	0,1637E-02	0,5979E 00	0,2527E 01	0,4788E 01	0,7086E 01
4,8	0,1455E-02	0,5848E 00	0,2507E 01	0,4767E 01	0,7065E 01
4,9	0,1293E-02	0,5721E 00	0,2487E 01	0,4746E 01	0,7044E 01
5,0	0,1150E-02	0,5598E 00	0,2468E 01	0,4726E 01	0,7024E 01
5,1	0,1022E-02	0,5478E 00	0,2449E 01	0,4706E 01	0,7004E 01
5,2	0,9095E-03	0,5362E 00	0,2431E 01	0,4687E 01	0,6985E 01
5,3	0,8093E-03	0,5250E 00	0,2413E 01	0,4668E 01	0,6966E 01
5,4	0,7204E-03	0,5140E 00	0,2395E 01	0,4650E 01	0,6947E 01
5,5	0,6414E-03	0,5034E 00	0,2377E 01	0,4631E 01	0,6929E 01
5,6	0,5713E-03	0,4930E 00	0,2360E 01	0,4613E 01	0,6911E 01
5,7	0,5089E-03	0,4830E 00	0,2344E 01	0,4596E 01	0,6893E 01
5,8	0,4535E-03	0,4732E 00	0,2327E 01	0,4578E 01	0,6876E 01
5,9	0,4042E-03	0,4637E 00	0,2311E 01	0,4561E 01	0,6859E 01
6,0	0,3603E-03	0,4544E 00	0,2295E 01	0,4545E 01	0,6842E 01
6,1	0,3213E-03	0,4454E 00	0,2280E 01	0,4528E 01	0,6825E 01
6,2	0,2865E-03	0,4366E 00	0,2264E 01	0,4512E 01	0,6809E 01
6,3	0,2556E-03	0,4280E 00	0,2249E 01	0,4496E 01	0,6793E 01
6,4	0,2281E-03	0,4197E 00	0,2235E 01	0,4481E 01	0,6777E 01
6,5	0,2035E-03	0,4115E 00	0,2220E 01	0,4465E 01	0,6762E 01
6,6	0,1817E-03	0,4036E 00	0,2206E 01	0,4450E 01	0,6747E 01
6,7	0,1622E-03	0,3959E 00	0,2192E 01	0,4435E 01	0,6732E 01
6,8	0,1448E-03	0,3883E 00	0,2178E 01	0,4420E 01	0,6717E 01
6,9	0,1293E-03	0,3810E 00	0,2164E 01	0,4406E 01	0,6702E 01
7,0	0,1155E-03	0,3738E 00	0,2151E 01	0,4392E 01	0,6688E 01
7,1	0,1032E-03	0,3668E 00	0,2138E 01	0,4378E 01	0,6674E 01
7,2	0,9222E-04	0,3599E 00	0,2125E 01	0,4364E 01	0,6660E 01
7,3	0,8242E-04	0,3532E 00	0,2112E 01	0,4350E 01	0,6646E 01
7,4	0,7367E-04	0,3467E 00	0,2099E 01	0,4336E 01	0,6632E 01
7,5	0,6585E-04	0,3403E 00	0,2087E 01	0,4323E 01	0,6619E 01
7,6	0,5888E-04	0,3341E 00	0,2074E 01	0,4310E 01	0,6606E 01
7,7	0,5265E-04	0,3280E 00	0,2062E 01	0,4297E 01	0,6593E 01
7,8	0,4709E-04	0,3221E 00	0,2050E 01	0,4284E 01	0,6580E 01
7,9	0,4212E-04	0,3163E 00	0,2039E 01	0,4272E 01	0,6567E 01
8,0	0,3768E-04	0,3106E 00	0,2027E 01	0,4259E 01	0,6554E 01
8,1	0,3371E-04	0,3050E 00	0,2015E 01	0,4247E 01	0,6542E 01
8,2	0,3016E-04	0,2996E 00	0,2004E 01	0,4235E 01	0,6530E 01

Tabela K.2 – Valores da função integral exponencial $E_i(X) = -E_i(-X)$ (continuação)

Y	$X=Y$	$X=Y/10$	$X=Y/100$	$X=Y/1000$	$X=Y/10000$
8,3	0,2699E-04	0,2943E 00	0,1993E 01	0,4223E 01	0,6518E 01
8,4	0,2416E-04	0,2891E 00	0,1982E 01	0,4211E 01	0,6506E 01
8,5	0,2163E-04	0,2840E 00	0,1971E 01	0,4199E 01	0,6494E 01
8,6	0,1936E-04	0,2790E 00	0,1960E 01	0,4187E 01	0,6482E 01
8,7	0,1733E-04	0,2742E 00	0,1950E 01	0,4176E 01	0,6471E 01
8,8	0,1552E-04	0,2694E 00	0,1939E 01	0,4165E 01	0,6459E 01
8,9	0,1390E-04	0,2648E 00	0,1929E 01	0,4153E 01	0,6448E 01
9,0	0,1245E-04	0,2602E 00	0,1919E 01	0,4142E 01	0,6437E 01
9,1	0,1115E-04	0,2557E 00	0,1909E 01	0,4131E 01	0,6426E 01
9,2	0,9990E-05	0,2513E 00	0,1899E 01	0,4121E 01	0,6415E 01
9,3	0,8950E-05	0,2471E 00	0,1889E 01	0,4110E 01	0,6404E 01
9,4	0,8019E-05	0,2429E 00	0,1879E 01	0,4099E 01	0,6393E 01
9,5	0,7186E-05	0,2387E 00	0,1869E 01	0,4089E 01	0,6383E 01
9,6	0,6440E-05	0,2347E 00	0,1860E 01	0,4078E 01	0,6372E 01
9,7	0,5772E-05	0,2308E 00	0,1851E 01	0,4068E 01	0,6362E 01
9,8	0,5174E-05	0,2269E 00	0,1841E 01	0,4058E 01	0,6352E 01
9,9	0,4638E-05	0,2231E 00	0,1832E 01	0,4048E 01	0,6342E 01

Tabela K.3 – Fator de forma de Dietz para diferentes geometrias

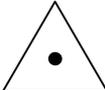
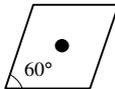
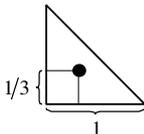
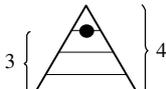
Geometrias (sistemas selados)	C_A	PP (Pseudo- permanente) exato para $t_{DA} >$	PP com erro < 1% para $t_{DA} >$	Transiente com erro < 1% para $t_{DA} <$
	31,62	0,1	0,06	0,10
	31,6	0,1	0,06	0,10
	27,6	0,2	0,07	0,09
	27,1	0,2	0,07	0,09
	21,9	0,4	0,12	0,08
	0,098	0,9	0,60	0,015
	30,8828	0,1	0,95	0,09
	12,9851	0,7	0,25	0,03
	4,5132	0,6	0,30	0,025

Tabela K.3 – Fator de forma de Dietz para diferentes geometrias (continuação)

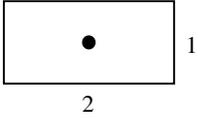
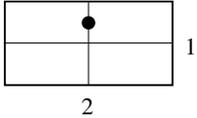
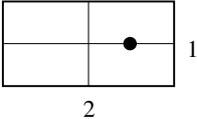
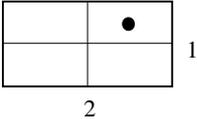
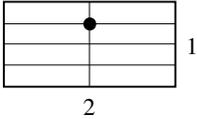
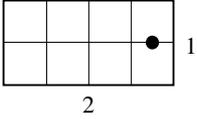
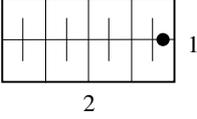
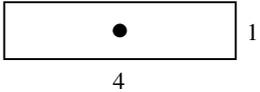
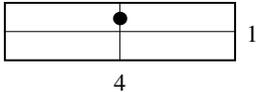
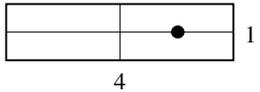
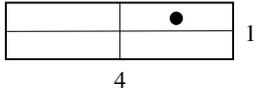
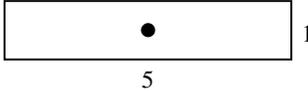
Geometrias (sistemas selados)	C_A	PP (Pseudo- permanente) exato para $t_{DA} >$	PP com erro $< 1\%$ para $t_{DA} >$	Transiente com erro $< 1\%$ para $t_{DA} <$
	3,3351	0,7	0,25	0,01
	21,8369	0,3	0,15	0,025
	10,8374	0,4	0,15	0,025
	4,5141	1,5	0,5	0,06
	2,0769	1,7	0,50	0,02
	3,1573	0,4	0,15	0,005
	0,5813	2,0	0,60	0,02
	0,1109	3,0	0,60	0,005

Tabela K.3 – Fator de forma de Dietz para diferentes geometrias (continuação)

Geometrias (sistemas selados)	C_A	PP (Pseudo- permanente) exato para $t_{DA} >$	PP com erro < 1% para $t_{DA} >$	Transiente com erro < 1% para $t_{DA} <$
	5,3790	0,8	0,30	0,01
	2,6896	0,8	0,30	0,01
	0,2318	4,0	2,00	0,03
	0,1155	4,0	2,00	0,01
	2,3606	1,0	0,40	0,025

Fonte: Earlougher, R. C., Jr. *Advances in well test analysis*. New York, SPE of AIME, 1977. (Monograph 5.)

Tabela K.4 – Influxo adimensional para aquífero radial infinito

t_D	W_D	t_D	W_D	t_D	W_D	t_D	W_D
1.00E-02	1.177E-01	5.00E+01	2.484E+01	1.60E+02	6.296E+01	4.70E+02	1.540E+02
5.00E-02	2.764E-01	5.10E+01	2.523E+01	1.65E+02	6.456E+01	4.75E+02	1.554E+02
1.00E-01	4.043E-01	5.20E+01	2.561E+01	1.70E+02	6.615E+01	4.80E+02	1.567E+02
1.50E-01	5.076E-01	5.30E+01	2.600E+01	1.75E+02	6.774E+01	4.85E+02	1.581E+02
2.00E-01	5.980E-01	5.40E+01	2.638E+01	1.80E+02	6.932E+01	4.90E+02	1.595E+02
2.50E-01	6.802E-01	5.50E+01	2.677E+01	1.85E+02	7.090E+01	4.95E+02	1.609E+02
3.00E-01	7.564E-01	5.60E+01	2.715E+01	1.90E+02	7.247E+01	5.00E+02	1.622E+02
4.00E-01	8.963E-01	5.70E+01	2.753E+01	1.95E+02	7.403E+01	5.10E+02	1.650E+02
5.00E-01	1.024E+00	5.80E+01	2.791E+01	2.00E+02	7.559E+01	5.20E+02	1.677E+02
6.00E-01	1.144E+00	5.90E+01	2.828E+01	2.05E+02	7.714E+01	5.30E+02	1.704E+02
7.00E-01	1.257E+00	6.00E+01	2.866E+01	2.10E+02	7.868E+01	5.40E+02	1.731E+02
8.00E-01	1.365E+00	6.10E+01	2.904E+01	2.15E+02	8.022E+01	5.50E+02	1.758E+02
9.00E-01	1.468E+00	6.20E+01	2.941E+01	2.20E+02	8.176E+01	5.60E+02	1.785E+02
1.00E+00	1.568E+00	6.30E+01	2.978E+01	2.25E+02	8.329E+01	5.70E+02	1.812E+02
2.00E+00	2.456E+00	6.40E+01	3.016E+01	2.30E+02	8.482E+01	5.80E+02	1.839E+02
3.00E+00	3.200E+00	6.50E+01	3.053E+01	2.35E+02	8.634E+01	5.90E+02	1.866E+02
4.00E+00	3.888E+00	6.60E+01	3.090E+01	2.40E+02	8.785E+01	6.00E+02	1.893E+02
5.00E+00	4.534E+00	6.70E+01	3.127E+01	2.45E+02	8.936E+01	6.10E+02	1.919E+02
6.00E+00	5.148E+00	6.80E+01	3.164E+01	2.50E+02	9.087E+01	6.20E+02	1.946E+02
7.00E+00	5.737E+00	6.90E+01	3.200E+01	2.55E+02	9.237E+01	6.30E+02	1.973E+02
8.00E+00	6.307E+00	7.00E+01	3.237E+01	2.60E+02	9.387E+01	6.40E+02	1.999E+02
9.00E+00	6.861E+00	7.10E+01	3.274E+01	2.65E+02	9.537E+01	6.50E+02	2.026E+02
1.00E+01	7.402E+00	7.20E+01	3.310E+01	2.70E+02	9.686E+01	6.60E+02	2.052E+02
1.10E+01	7.930E+00	7.30E+01	3.347E+01	2.75E+02	9.834E+01	6.70E+02	2.079E+02
1.20E+01	8.448E+00	7.40E+01	3.383E+01	2.80E+02	9.983E+01	6.80E+02	2.105E+02
1.30E+01	8.956E+00	7.50E+01	3.419E+01	2.85E+02	1.013E+02	6.90E+02	2.131E+02
1.40E+01	9.456E+00	7.60E+01	3.455E+01	2.90E+02	1.028E+02	7.00E+02	2.158E+02
1.50E+01	9.949E+00	7.70E+01	3.491E+01	2.95E+02	1.043E+02	7.10E+02	2.184E+02
1.60E+01	1.043E+01	7.80E+01	3.527E+01	3.00E+02	1.057E+02	7.20E+02	2.210E+02
1.70E+01	1.091E+01	7.90E+01	3.563E+01	3.05E+02	1.072E+02	7.30E+02	2.236E+02
1.80E+01	1.139E+01	8.00E+01	3.599E+01	3.10E+02	1.086E+02	7.40E+02	2.262E+02
1.90E+01	1.186E+01	8.10E+01	3.635E+01	3.15E+02	1.101E+02	7.50E+02	2.288E+02
2.00E+01	1.232E+01	8.20E+01	3.671E+01	3.20E+02	1.116E+02	7.60E+02	2.314E+02
2.10E+01	1.278E+01	8.30E+01	3.706E+01	3.25E+02	1.130E+02	7.70E+02	2.340E+02
2.20E+01	1.323E+01	8.40E+01	3.742E+01	3.30E+02	1.145E+02	7.80E+02	2.366E+02
2.30E+01	1.368E+01	8.50E+01	3.778E+01	3.35E+02	1.159E+02	7.90E+02	2.392E+02
2.40E+01	1.413E+01	8.60E+01	3.813E+01	3.40E+02	1.174E+02	8.00E+02	2.418E+02
2.50E+01	1.457E+01	8.70E+01	3.848E+01	3.45E+02	1.188E+02	8.10E+02	2.443E+02
2.60E+01	1.501E+01	8.80E+01	3.884E+01	3.50E+02	1.202E+02	8.20E+02	2.469E+02
2.70E+01	1.545E+01	8.90E+01	3.919E+01	3.55E+02	1.217E+02	8.30E+02	2.495E+02
2.80E+01	1.588E+01	9.00E+01	3.954E+01	3.60E+02	1.231E+02	8.40E+02	2.520E+02
2.90E+01	1.631E+01	9.10E+01	3.989E+01	3.65E+02	1.245E+02	8.50E+02	2.546E+02
3.00E+01	1.674E+01	9.20E+01	4.024E+01	3.70E+02	1.259E+02	8.60E+02	2.572E+02
3.10E+01	1.717E+01	9.30E+01	4.059E+01	3.75E+02	1.274E+02	8.70E+02	2.597E+02
3.20E+01	1.759E+01	9.40E+01	4.094E+01	3.80E+02	1.288E+02	8.80E+02	2.623E+02
3.30E+01	1.801E+01	9.50E+01	4.129E+01	3.85E+02	1.302E+02	8.90E+02	2.648E+02
3.40E+01	1.842E+01	9.60E+01	4.164E+01	3.90E+02	1.316E+02	9.00E+02	2.674E+02
3.50E+01	1.884E+01	9.70E+01	4.199E+01	3.95E+02	1.330E+02	9.10E+02	2.699E+02
3.60E+01	1.925E+01	9.80E+01	4.233E+01	4.00E+02	1.345E+02	9.20E+02	2.724E+02
3.70E+01	1.966E+01	9.90E+01	4.268E+01	4.05E+02	1.359E+02	9.30E+02	2.750E+02
3.80E+01	2.007E+01	1.00E+02	4.303E+01	4.10E+02	1.373E+02	9.40E+02	2.775E+02
3.90E+01	2.048E+01	1.05E+02	4.475E+01	4.15E+02	1.387E+02	9.50E+02	2.800E+02
4.00E+01	2.088E+01	1.10E+02	4.645E+01	4.20E+02	1.401E+02	9.60E+02	2.825E+02
4.10E+01	2.129E+01	1.15E+02	4.815E+01	4.25E+02	1.415E+02	9.70E+02	2.851E+02
4.20E+01	2.169E+01	1.20E+02	4.983E+01	4.30E+02	1.429E+02	9.80E+02	2.876E+02
4.30E+01	2.209E+01	1.25E+02	5.151E+01	4.35E+02	1.443E+02	9.90E+02	2.901E+02
4.40E+01	2.249E+01	1.30E+02	5.317E+01	4.40E+02	1.457E+02	1.00E+03	2.926E+02
4.50E+01	2.288E+01	1.35E+02	5.482E+01	4.45E+02	1.471E+02	1.01E+03	2.951E+02
4.60E+01	2.328E+01	1.40E+02	5.647E+01	4.50E+02	1.484E+02	1.02E+03	2.976E+02
4.70E+01	2.367E+01	1.45E+02	5.810E+01	4.55E+02	1.498E+02	1.03E+03	3.001E+02
4.80E+01	2.406E+01	1.50E+02	5.973E+01	4.60E+02	1.512E+02	1.04E+03	3.026E+02
4.90E+01	2.445E+01	1.55E+02	6.135E+01	4.65E+02	1.526E+02	1.05E+03	3.051E+02

Tabela K.4 – Influxo adimensional para aquífero radial infinito (continuação)

t_D	W_D	t_D	W_D	t_D	W_D	t_D	W_D
1.06E+03	3.076E+02	2.05E+03	5.440E+02	5.30E+03	1.251E+03	1.50E+07	1.832E+06
1.07E+03	3.101E+02	2.10E+03	5.556E+02	5.40E+03	1.272E+03	2.00E+07	2.401E+06
1.08E+03	3.126E+02	2.15E+03	5.671E+02	5.50E+03	1.293E+03	2.50E+07	2.962E+06
1.09E+03	3.151E+02	2.20E+03	5.785E+02	5.60E+03	1.314E+03	3.00E+07	3.516E+06
1.10E+03	3.176E+02	2.25E+03	5.900E+02	5.70E+03	1.335E+03	4.00E+07	4.610E+06
1.11E+03	3.200E+02	2.30E+03	6.014E+02	5.80E+03	1.355E+03	5.00E+07	5.690E+06
1.12E+03	3.225E+02	2.35E+03	6.128E+02	5.90E+03	1.376E+03	6.00E+07	6.758E+06
1.13E+03	3.250E+02	2.40E+03	6.241E+02	6.00E+03	1.396E+03	7.00E+07	7.817E+06
1.14E+03	3.275E+02	2.45E+03	6.355E+02	6.40E+03	1.479E+03	8.00E+07	8.867E+06
1.15E+03	3.299E+02	2.50E+03	6.468E+02	6.80E+03	1.560E+03	9.00E+07	9.911E+06
1.16E+03	3.324E+02	2.55E+03	6.580E+02	7.20E+03	1.641E+03	1.00E+08	1.095E+07
1.17E+03	3.349E+02	2.60E+03	6.693E+02	7.60E+03	1.722E+03	1.50E+08	1.607E+07
1.18E+03	3.373E+02	2.65E+03	6.805E+02	8.00E+03	1.802E+03	2.00E+08	2.110E+07
1.19E+03	3.398E+02	2.70E+03	6.917E+02	8.40E+03	1.882E+03	2.50E+08	2.607E+07
1.20E+03	3.422E+02	2.75E+03	7.029E+02	8.80E+03	1.962E+03	3.00E+08	3.099E+07
1.21E+03	3.447E+02	2.80E+03	7.141E+02	9.20E+03	2.041E+03	4.00E+08	4.071E+07
1.22E+03	3.471E+02	2.85E+03	7.252E+02	9.60E+03	2.120E+03	5.00E+08	5.032E+07
1.23E+03	3.496E+02	2.90E+03	7.363E+02	1.00E+04	2.198E+03	6.00E+08	5.984E+07
1.24E+03	3.520E+02	2.95E+03	7.474E+02	1.25E+04	2.683E+03	7.00E+08	6.928E+07
1.25E+03	3.545E+02	3.00E+03	7.585E+02	1.50E+04	3.158E+03	8.00E+08	7.866E+07
1.26E+03	3.569E+02	3.05E+03	7.696E+02	1.75E+04	3.626E+03	9.00E+08	8.798E+07
1.27E+03	3.594E+02	3.10E+03	7.806E+02	2.00E+04	4.088E+03	1.00E+09	9.725E+07
1.28E+03	3.618E+02	3.15E+03	7.917E+02	2.50E+04	4.997E+03	1.50E+09	1.431E+08
1.29E+03	3.642E+02	3.20E+03	8.027E+02	3.00E+04	5.890E+03	2.00E+09	1.882E+08
1.30E+03	3.667E+02	3.25E+03	8.136E+02	3.50E+04	6.770E+03	2.50E+09	2.328E+08
1.31E+03	3.691E+02	3.30E+03	8.246E+02	4.00E+04	7.640E+03	3.00E+09	2.770E+08
1.32E+03	3.715E+02	3.35E+03	8.356E+02	5.00E+04	9.352E+03	4.00E+09	3.645E+08
1.33E+03	3.740E+02	3.40E+03	8.465E+02	6.00E+04	1.103E+04	5.00E+09	4.510E+08
1.34E+03	3.764E+02	3.45E+03	8.574E+02	7.00E+04	1.270E+04	6.00E+09	5.368E+08
1.35E+03	3.788E+02	3.50E+03	8.683E+02	8.00E+04	1.434E+04	7.00E+09	6.220E+08
1.36E+03	3.812E+02	3.55E+03	8.792E+02	9.00E+04	1.596E+04	8.00E+09	7.067E+08
1.37E+03	3.837E+02	3.60E+03	8.901E+02	1.00E+05	1.757E+04	9.00E+09	7.909E+08
1.38E+03	3.861E+02	3.65E+03	9.009E+02	1.25E+05	2.154E+04	1.00E+10	8.747E+08
1.39E+03	3.885E+02	3.70E+03	9.117E+02	1.50E+05	2.546E+04	1.50E+10	1.289E+09
1.40E+03	3.909E+02	3.75E+03	9.226E+02	2.00E+05	3.314E+04	2.00E+10	1.698E+09
1.41E+03	3.933E+02	3.80E+03	9.334E+02	2.50E+05	4.067E+04	2.50E+10	2.103E+09
1.42E+03	3.957E+02	3.85E+03	9.441E+02	3.00E+05	4.810E+04	3.00E+10	2.504E+09
1.43E+03	3.981E+02	3.90E+03	9.549E+02	4.00E+05	6.269E+04	4.00E+10	3.299E+09
1.44E+03	4.005E+02	3.95E+03	9.657E+02	5.00E+05	7.702E+04	5.00E+10	4.086E+09
1.45E+03	4.029E+02	4.00E+03	9.764E+02	6.00E+05	9.115E+04	6.00E+10	4.867E+09
1.46E+03	4.053E+02	4.05E+03	9.872E+02	7.00E+05	1.051E+05	7.00E+10	5.643E+09
1.47E+03	4.077E+02	4.10E+03	9.979E+02	8.00E+05	1.189E+05	8.00E+10	6.415E+09
1.48E+03	4.101E+02	4.15E+03	1.009E+03	9.00E+05	1.327E+05	9.00E+10	7.183E+09
1.49E+03	4.125E+02	4.20E+03	1.019E+03	1.00E+06	1.463E+05	1.00E+11	7.948E+09
1.50E+03	4.149E+02	4.25E+03	1.030E+03	1.50E+06	2.131E+05	1.50E+11	1.173E+10
1.55E+03	4.269E+02	4.30E+03	1.041E+03	2.00E+06	2.785E+05	2.00E+11	1.547E+10
1.60E+03	4.387E+02	4.40E+03	1.062E+03	2.50E+06	3.428E+05	2.50E+11	1.917E+10
1.65E+03	4.506E+02	4.50E+03	1.083E+03	3.00E+06	4.063E+05	3.00E+11	2.285E+10
1.70E+03	4.624E+02	4.60E+03	1.104E+03	4.00E+06	5.314E+05	4.00E+11	3.013E+10
1.75E+03	4.742E+02	4.70E+03	1.125E+03	5.00E+06	6.545E+05	5.00E+11	3.735E+10
1.80E+03	4.859E+02	4.80E+03	1.147E+03	6.00E+06	7.762E+05	6.00E+11	4.452E+10
1.85E+03	4.976E+02	4.90E+03	1.168E+03	7.00E+06	8.967E+05	7.00E+11	5.165E+10
1.90E+03	5.093E+02	5.00E+03	1.189E+03	8.00E+06	1.016E+06	8.00E+11	5.873E+10
1.95E+03	5.209E+02	5.10E+03	1.210E+03	9.00E+06	1.135E+06	9.00E+11	6.579E+10
2.00E+03	5.325E+02	5.20E+03	1.231E+03	1.00E+07	1.252E+06	1.00E+12	7.282E+10

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito

$r_{eD} = 1,5$			$r_{eD} = 2$			$r_{eD} = 2,5$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
1.00E-02	1.177E-01	1.177E-01	5.00E-02	2.764E-01	2.764E-01	5.00E-02	2.764E-01	2.764E-01
2.00E-02	1.693E-01	1.693E-01	6.00E-02	3.052E-01	3.052E-01	1.00E-01	4.043E-01	4.043E-01
3.00E-02	2.100E-01	2.100E-01	8.00E-02	3.573E-01	3.573E-01	1.50E-01	5.076E-01	5.076E-01
4.00E-02	2.449E-01	2.451E-01	1.00E-01	4.043E-01	4.043E-01	2.00E-01	5.980E-01	5.980E-01
5.00E-02	2.761E-01	2.767E-01	1.25E-01	4.580E-01	4.581E-01	2.50E-01	6.801E-01	6.802E-01
6.00E-02	3.044E-01	3.060E-01	1.50E-01	5.075E-01	5.077E-01	3.00E-01	7.563E-01	7.564E-01
7.00E-02	3.302E-01	3.338E-01	1.75E-01	5.538E-01	5.543E-01	3.50E-01	8.280E-01	8.283E-01
8.00E-02	3.538E-01	3.606E-01	2.00E-01	5.974E-01	5.986E-01	4.00E-01	8.959E-01	8.967E-01
9.00E-02	3.756E-01	3.867E-01	2.25E-01	6.387E-01	6.410E-01	4.50E-01	9.607E-01	9.624E-01
1.00E-01	3.956E-01	4.123E-01	2.50E-01	6.780E-01	6.821E-01	5.00E-01	1.023E+00	1.026E+00
1.10E-01	4.140E-01	4.376E-01	2.75E-01	7.153E-01	7.221E-01	5.50E-01	1.082E+00	1.088E+00
1.20E-01	4.309E-01	4.627E-01	3.00E-01	7.509E-01	7.613E-01	6.00E-01	1.139E+00	1.148E+00
1.30E-01	4.464E-01	4.877E-01	3.25E-01	7.848E-01	7.998E-01	6.50E-01	1.194E+00	1.207E+00
1.40E-01	4.607E-01	5.125E-01	3.50E-01	8.172E-01	8.377E-01	7.00E-01	1.247E+00	1.266E+00
1.50E-01	4.739E-01	5.373E-01	3.75E-01	8.481E-01	8.753E-01	7.50E-01	1.298E+00	1.323E+00
1.60E-01	4.860E-01	5.621E-01	4.00E-01	8.776E-01	9.125E-01	8.00E-01	1.346E+00	1.380E+00
1.70E-01	4.971E-01	5.868E-01	4.25E-01	9.058E-01	9.495E-01	8.50E-01	1.394E+00	1.437E+00
1.80E-01	5.074E-01	6.115E-01	4.50E-01	9.327E-01	9.863E-01	9.00E-01	1.439E+00	1.493E+00
1.90E-01	5.168E-01	6.362E-01	4.75E-01	9.583E-01	1.023E+00	9.50E-01	1.482E+00	1.549E+00
2.00E-01	5.255E-01	6.609E-01	5.00E-01	9.828E-01	1.059E+00	1.00E+00	1.525E+00	1.605E+00
2.10E-01	5.335E-01	6.856E-01	5.50E-01	1.029E+00	1.132E+00	1.10E+00	1.604E+00	1.716E+00
2.20E-01	5.408E-01	7.102E-01	6.00E-01	1.070E+00	1.205E+00	1.20E+00	1.678E+00	1.826E+00
2.30E-01	5.475E-01	7.349E-01	6.50E-01	1.108E+00	1.277E+00	1.30E+00	1.746E+00	1.935E+00
2.40E-01	5.537E-01	7.596E-01	7.00E-01	1.143E+00	1.349E+00	1.40E+00	1.811E+00	2.046E+00
2.50E-01	5.594E-01	7.842E-01	7.50E-01	1.174E+00	1.422E+00	1.50E+00	1.870E+00	2.155E+00
2.60E-01	5.647E-01	8.089E-01	8.00E-01	1.203E+00	1.494E+00	1.60E+00	1.922E+00	2.263E+00
2.80E-01	5.740E-01	8.582E-01	9.00E-01	1.253E+00	1.638E+00	1.70E+00	1.973E+00	2.372E+00
3.00E-01	5.818E-01	9.076E-01	1.00E+00	1.295E+00	1.782E+00	1.80E+00	2.021E+00	2.482E+00
3.20E-01	5.885E-01	9.569E-01	1.10E+00	1.330E+00	1.927E+00	2.00E+00	2.105E+00	2.700E+00
3.40E-01	5.941E-01	1.006E+00	1.20E+00	1.359E+00	2.071E+00	2.20E+00	2.178E+00	2.919E+00
3.60E-01	5.988E-01	1.056E+00	1.30E+00	1.382E+00	2.214E+00	2.40E+00	2.240E+00	3.137E+00
3.80E-01	6.029E-01	1.105E+00	1.40E+00	1.403E+00	2.361E+00	2.60E+00	2.293E+00	3.355E+00
4.00E-01	6.063E-01	1.154E+00	1.50E+00	1.420E+00	2.505E+00	2.80E+00	2.340E+00	3.573E+00
4.50E-01	6.127E-01	1.278E+00	1.60E+00	1.432E+00	2.647E+00	3.00E+00	2.379E+00	3.792E+00
5.00E-01	6.169E-01	1.401E+00	1.70E+00	1.443E+00	2.791E+00	3.40E+00	2.443E+00	4.228E+00
6.00E-01	6.215E-01	1.647E+00	1.80E+00	1.454E+00	2.937E+00	3.80E+00	2.490E+00	4.665E+00
7.00E-01	6.235E-01	1.894E+00	2.00E+00	1.468E+00	3.225E+00	4.20E+00	2.525E+00	5.101E+00
8.00E-01	6.243E-01	2.141E+00	2.50E+00	1.487E+00	3.946E+00	4.60E+00	2.551E+00	5.538E+00
8.50E-01	6.246E-01	2.264E+00	3.00E+00	1.495E+00	4.668E+00	5.00E+00	2.570E+00	5.974E+00
9.00E-01	6.248E-01	2.388E+00	3.50E+00	1.498E+00	5.389E+00	6.00E+00	2.599E+00	7.066E+00
9.50E-01	6.249E-01	2.511E+00	4.00E+00	1.499E+00	6.111E+00	7.00E+00	2.613E+00	8.157E+00
1.00E+00	6.249E-01	2.634E+00	4.50E+00	1.500E+00	6.832E+00	8.00E+00	2.620E+00	9.249E+00
			5.00E+00	1.500E+00	7.554E+00	9.00E+00	2.623E+00	1.034E+01
			5.50E+00	1.500E+00	8.275E+00	1.00E+01	2.624E+00	1.143E+01
			6.00E+00	1.500E+00	8.995E+00	1.10E+01	2.624E+00	1.252E+01
			6.50E+00	1.500E+00	9.718E+00	1.20E+01	2.625E+00	1.361E+01
			7.00E+00	1.500E+00	1.044E+01	1.30E+01	2.625E+00	1.471E+01
						1.40E+01	2.625E+00	1.580E+01
						1.50E+01	2.625E+00	1.689E+01

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 3$			$r_{eD} = 3,5$			$r_{eD} = 4$		
t_D	W_D	W_D	t_D	W_D	W_D	t_D	W_D	W_D
	Selado	Realimentado		Selado	Realimentado		Selado	Realimentado
1.00E-01	4.043E-01	4.043E-01	1.00E-01	4.043E-01	4.043E-01	1.00E+00	1.568E+00	1.568E+00
2.00E-01	5.980E-01	5.980E-01	2.00E-01	5.980E-01	5.980E-01	1.20E+00	1.759E+00	1.759E+00
3.00E-01	7.564E-01	7.564E-01	3.00E-01	7.564E-01	7.564E-01	1.40E+00	1.928E+00	1.929E+00
4.00E-01	8.963E-01	8.963E-01	4.00E-01	8.963E-01	8.963E-01	1.60E+00	2.133E+00	2.134E+00
5.00E-01	1.024E+00	1.024E+00	6.00E-01	1.144E+00	1.144E+00	1.80E+00	2.263E+00	2.267E+00
6.00E-01	1.144E+00	1.144E+00	8.00E-01	1.365E+00	1.365E+00	2.00E+00	2.452E+00	2.460E+00
7.00E-01	1.256E+00	1.257E+00	1.00E+00	1.568E+00	1.569E+00	2.20E+00	2.593E+00	2.605E+00
8.00E-01	1.363E+00	1.366E+00	1.20E+00	1.757E+00	1.760E+00	2.40E+00	2.748E+00	2.767E+00
9.00E-01	1.466E+00	1.471E+00	1.40E+00	1.926E+00	1.932E+00	2.60E+00	2.892E+00	2.921E+00
1.00E+00	1.564E+00	1.573E+00	1.60E+00	2.127E+00	2.139E+00	2.80E+00	3.033E+00	3.074E+00
1.25E+00	1.796E+00	1.823E+00	1.80E+00	2.253E+00	2.276E+00	3.00E+00	3.169E+00	3.225E+00
1.50E+00	1.988E+00	2.046E+00	2.00E+00	2.436E+00	2.474E+00	3.25E+00	3.334E+00	3.412E+00
1.75E+00	2.164E+00	2.269E+00	2.20E+00	2.568E+00	2.626E+00	3.50E+00	3.492E+00	3.598E+00
2.25E+00	2.503E+00	2.745E+00	2.40E+00	2.713E+00	2.795E+00	3.75E+00	3.644E+00	3.782E+00
2.50E+00	2.646E+00	2.976E+00	2.60E+00	2.846E+00	2.958E+00	4.00E+00	3.791E+00	3.966E+00
2.75E+00	2.772E+00	3.205E+00	2.80E+00	2.974E+00	3.120E+00	4.25E+00	3.931E+00	4.148E+00
3.00E+00	2.887E+00	3.432E+00	3.00E+00	3.096E+00	3.282E+00	4.50E+00	4.067E+00	4.331E+00
3.25E+00	2.990E+00	3.660E+00	3.25E+00	3.240E+00	3.483E+00	4.75E+00	4.197E+00	4.512E+00
3.50E+00	3.085E+00	3.888E+00	3.50E+00	3.376E+00	3.684E+00	5.00E+00	4.323E+00	4.694E+00
3.75E+00	3.170E+00	4.115E+00	3.75E+00	3.505E+00	3.885E+00	5.50E+00	4.559E+00	5.056E+00
4.00E+00	3.247E+00	4.343E+00	4.00E+00	3.626E+00	4.085E+00	6.00E+00	4.778E+00	5.417E+00
4.25E+00	3.317E+00	4.570E+00	4.25E+00	3.740E+00	4.285E+00	6.50E+00	4.981E+00	5.779E+00
4.50E+00	3.381E+00	4.798E+00	4.50E+00	3.848E+00	4.484E+00	7.00E+00	5.169E+00	6.140E+00
4.75E+00	3.439E+00	5.026E+00	4.75E+00	3.949E+00	4.684E+00	7.50E+00	5.342E+00	6.500E+00
5.00E+00	3.491E+00	5.253E+00	5.00E+00	4.045E+00	4.884E+00	8.00E+00	5.503E+00	6.861E+00
5.50E+00	3.581E+00	5.708E+00	5.50E+00	4.220E+00	5.283E+00	8.50E+00	5.652E+00	7.222E+00
6.00E+00	3.656E+00	6.163E+00	6.00E+00	4.376E+00	5.682E+00	9.00E+00	5.789E+00	7.583E+00
6.50E+00	3.717E+00	6.619E+00	6.50E+00	4.515E+00	6.081E+00	9.50E+00	5.917E+00	7.943E+00
7.00E+00	3.767E+00	7.074E+00	7.00E+00	4.638E+00	6.481E+00	1.00E+01	6.035E+00	8.304E+00
7.50E+00	3.809E+00	7.529E+00	7.50E+00	4.747E+00	6.880E+00	1.10E+01	6.245E+00	9.025E+00
8.00E+00	3.843E+00	7.984E+00	8.00E+00	4.845E+00	7.279E+00	1.20E+01	6.425E+00	9.747E+00
9.00E+00	3.894E+00	8.894E+00	8.50E+00	4.931E+00	7.678E+00	1.30E+01	6.579E+00	1.047E+01
1.00E+01	3.928E+00	9.805E+00	9.00E+00	5.008E+00	8.077E+00	1.40E+01	6.711E+00	1.119E+01
1.10E+01	3.951E+00	1.071E+01	9.50E+00	5.077E+00	8.476E+00	1.50E+01	6.824E+00	1.191E+01
1.20E+01	3.967E+00	1.162E+01	1.00E+01	5.138E+00	8.875E+00	1.60E+01	6.921E+00	1.263E+01
1.40E+01	3.986E+00	1.345E+01	1.10E+01	5.240E+00	9.673E+00	1.70E+01	7.004E+00	1.335E+01
1.60E+01	3.995E+00	1.527E+01	1.20E+01	5.320E+00	1.047E+01	1.80E+01	7.075E+00	1.408E+01
1.80E+01	3.996E+00	1.708E+01	1.30E+01	5.384E+00	1.127E+01	2.00E+01	7.188E+00	1.552E+01
2.00E+01	3.999E+00	1.891E+01	1.40E+01	5.435E+00	1.207E+01	2.20E+01	7.271E+00	1.696E+01
2.20E+01	3.999E+00	2.073E+01	1.50E+01	5.474E+00	1.286E+01	2.40E+01	7.333E+00	1.841E+01
2.40E+01	4.000E+00	2.255E+01	1.60E+01	5.506E+00	1.366E+01	2.60E+01	7.375E+00	1.984E+01
2.60E+01	4.000E+00	2.437E+01	1.70E+01	5.533E+00	1.447E+01	3.00E+01	7.436E+00	2.274E+01
2.80E+01	4.000E+00	2.619E+01	1.80E+01	5.552E+00	1.526E+01	3.40E+01	7.465E+00	2.562E+01
3.00E+01	4.000E+00	2.801E+01	2.00E+01	5.577E+00	1.685E+01	3.80E+01	7.481E+00	2.850E+01
			2.50E+01	5.610E+00	2.085E+01	4.20E+01	7.490E+00	3.139E+01
			3.00E+01	5.621E+00	2.484E+01	4.60E+01	7.495E+00	3.427E+01
			3.50E+01	5.624E+00	2.883E+01	5.00E+01	7.497E+00	3.716E+01
			4.00E+01	5.624E+00	3.282E+01	5.40E+01	7.498E+00	4.004E+01
			4.50E+01	5.625E+00	3.681E+01	5.80E+01	7.499E+00	4.293E+01
			5.00E+01	5.625E+00	4.080E+01	6.20E+01	7.499E+00	4.581E+01
			5.50E+01	5.625E+00	4.480E+01	6.60E+01	7.499E+00	4.870E+01
			6.00E+01	5.625E+00	4.879E+01	6.70E+01	7.499E+00	4.942E+01
						6.80E+01	7.499E+00	5.014E+01
						6.90E+01	7.499E+00	5.086E+01
						7.00E+01	7.500E+00	5.158E+01

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 4,5$			$r_{eD} = 5$			$r_{eD} = 6$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
1.00E+00	1.568E+00	1.568E+00	1.00E+00	1.568E+00	1.568E+00	2.00E+00	2.456E+00	2.456E+00
1.25E+00	1.810E+00	1.810E+00	1.25E+00	1.810E+00	1.810E+00	2.50E+00	2.833E+00	2.833E+00
1.50E+00	2.019E+00	2.020E+00	1.50E+00	2.019E+00	2.019E+00	3.00E+00	3.200E+00	3.200E+00
1.75E+00	2.222E+00	2.222E+00	1.75E+00	2.222E+00	2.222E+00	3.50E+00	3.550E+00	3.551E+00
2.00E+00	2.456E+00	2.457E+00	2.00E+00	2.456E+00	2.456E+00	4.00E+00	3.888E+00	3.889E+00
2.50E+00	2.830E+00	2.835E+00	2.50E+00	2.833E+00	2.833E+00	4.50E+00	4.214E+00	4.217E+00
3.00E+00	3.192E+00	3.206E+00	3.00E+00	3.198E+00	3.201E+00	5.00E+00	4.530E+00	4.537E+00
3.50E+00	3.533E+00	3.565E+00	3.50E+00	3.546E+00	3.555E+00	5.50E+00	4.838E+00	4.849E+00
4.00E+00	3.855E+00	3.916E+00	4.00E+00	3.878E+00	3.897E+00	6.00E+00	5.137E+00	5.157E+00
4.50E+00	4.160E+00	4.260E+00	4.50E+00	4.197E+00	4.231E+00	6.50E+00	5.429E+00	5.459E+00
5.00E+00	4.449E+00	4.601E+00	5.00E+00	4.502E+00	4.560E+00	7.00E+00	5.713E+00	5.757E+00
5.50E+00	4.722E+00	4.939E+00	5.50E+00	4.795E+00	4.884E+00	7.50E+00	5.991E+00	6.053E+00
6.00E+00	4.981E+00	5.276E+00	6.00E+00	5.077E+00	5.204E+00	8.00E+00	6.262E+00	6.345E+00
6.50E+00	5.227E+00	5.611E+00	6.50E+00	5.348E+00	5.522E+00	8.50E+00	6.526E+00	6.635E+00
7.00E+00	5.459E+00	5.945E+00	7.00E+00	5.608E+00	5.839E+00	9.00E+00	6.784E+00	6.924E+00
7.50E+00	5.679E+00	6.279E+00	7.50E+00	5.857E+00	6.153E+00	9.50E+00	7.036E+00	7.210E+00
8.00E+00	5.887E+00	6.612E+00	8.00E+00	6.097E+00	6.467E+00	1.00E+01	7.282E+00	7.496E+00
8.50E+00	6.085E+00	6.945E+00	8.50E+00	6.328E+00	6.780E+00	1.05E+01	7.522E+00	7.780E+00
9.00E+00	6.272E+00	7.278E+00	9.00E+00	6.550E+00	7.093E+00	1.10E+01	7.756E+00	8.064E+00
9.50E+00	6.449E+00	7.610E+00	9.50E+00	6.763E+00	7.405E+00	1.20E+01	8.209E+00	8.629E+00
1.00E+01	6.617E+00	7.943E+00	1.00E+01	6.967E+00	7.716E+00	1.30E+01	8.640E+00	9.191E+00
1.10E+01	6.926E+00	8.608E+00	1.10E+01	7.353E+00	8.339E+00	1.40E+01	9.052E+00	9.753E+00
1.20E+01	7.204E+00	9.273E+00	1.20E+01	7.709E+00	8.961E+00	1.50E+01	9.444E+00	1.031E+01
1.30E+01	7.453E+00	9.938E+00	1.30E+01	8.038E+00	9.583E+00	1.60E+01	9.818E+00	1.087E+01
1.40E+01	7.676E+00	1.060E+01	1.40E+01	8.342E+00	1.020E+01	1.70E+01	1.018E+01	1.143E+01
1.50E+01	7.877E+00	1.127E+01	1.50E+01	8.622E+00	1.083E+01	1.80E+01	1.052E+01	1.199E+01
1.60E+01	8.056E+00	1.193E+01	1.60E+01	8.881E+00	1.145E+01	1.90E+01	1.084E+01	1.255E+01
1.80E+01	8.362E+00	1.326E+01	1.80E+01	9.341E+00	1.269E+01	2.00E+01	1.115E+01	1.311E+01
2.00E+01	8.609E+00	1.459E+01	2.00E+01	9.733E+00	1.393E+01	2.20E+01	1.173E+01	1.422E+01
2.20E+01	8.807E+00	1.592E+01	2.20E+01	1.007E+01	1.517E+01	2.40E+01	1.225E+01	1.534E+01
2.40E+01	8.967E+00	1.725E+01	2.40E+01	1.035E+01	1.642E+01	2.60E+01	1.273E+01	1.646E+01
2.60E+01	9.094E+00	1.858E+01	2.60E+01	1.059E+01	1.766E+01	3.00E+01	1.355E+01	1.869E+01
2.80E+01	9.198E+00	1.991E+01	2.80E+01	1.080E+01	1.890E+01	3.40E+01	1.424E+01	2.092E+01
3.00E+01	9.283E+00	2.124E+01	3.00E+01	1.098E+01	2.015E+01	3.80E+01	1.480E+01	2.316E+01
3.40E+01	9.401E+00	2.389E+01	3.40E+01	1.126E+01	2.263E+01	4.20E+01	1.527E+01	2.539E+01
3.80E+01	9.483E+00	2.657E+01	3.80E+01	1.146E+01	2.512E+01	4.60E+01	1.565E+01	2.762E+01
4.20E+01	9.531E+00	2.922E+01	4.20E+01	1.161E+01	2.760E+01	5.00E+01	1.598E+01	2.986E+01
4.60E+01	9.565E+00	3.188E+01	4.60E+01	1.172E+01	3.009E+01	6.00E+01	1.655E+01	3.543E+01
5.00E+01	9.586E+00	3.454E+01	5.00E+01	1.179E+01	3.257E+01	7.00E+01	1.691E+01	4.101E+01
6.00E+01	9.612E+00	4.119E+01	6.00E+01	1.191E+01	3.879E+01	8.00E+01	1.713E+01	4.660E+01
7.00E+01	9.621E+00	4.784E+01	7.00E+01	1.196E+01	4.500E+01	9.00E+01	1.727E+01	5.218E+01
8.00E+01	9.623E+00	5.448E+01	8.00E+01	1.198E+01	5.121E+01	1.00E+02	1.736E+01	5.776E+01
9.00E+01	9.624E+00	6.113E+01	9.00E+01	1.199E+01	5.743E+01	1.10E+02	1.741E+01	6.334E+01
1.00E+02	9.624E+00	6.778E+01	1.00E+02	1.200E+01	6.364E+01	1.20E+02	1.745E+01	6.892E+01
1.05E+02	9.624E+00	7.111E+01	1.10E+02	1.200E+01	6.985E+01	1.30E+02	1.747E+01	7.450E+01
1.10E+02	9.625E+00	7.443E+01	1.20E+02	1.200E+01	7.607E+01	1.40E+02	1.748E+01	8.008E+01
1.20E+02	9.625E+00	8.108E+01	1.30E+02	1.200E+01	8.228E+01	1.50E+02	1.749E+01	8.566E+01
1.30E+02	9.625E+00	8.773E+01	1.40E+02	1.200E+01	8.849E+01	1.60E+02	1.749E+01	9.124E+01
			1.50E+02	1.200E+01	9.471E+01	1.80E+02	1.750E+01	1.024E+02
						2.00E+02	1.750E+01	1.136E+02
						2.10E+02	1.750E+01	1.191E+02
						2.20E+02	1.750E+01	1.247E+02
						2.30E+02	1.750E+01	1.303E+02
						2.40E+02	1.750E+01	1.359E+02

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 7$			$r_{eD} = 8$			$r_{eD} = 9$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
4.00E+00	3.888E+00	3.888E+00	4.00E+00	3.888E+00	3.888E+00	5.00E+00	4.534E+00	4.534E+00
4.50E+00	4.215E+00	4.216E+00	4.50E+00	4.215E+00	4.215E+00	6.00E+00	5.148E+00	5.148E+00
5.00E+00	4.533E+00	4.534E+00	5.00E+00	4.534E+00	4.534E+00	7.00E+00	5.737E+00	5.737E+00
5.50E+00	4.843E+00	4.845E+00	5.50E+00	4.844E+00	4.844E+00	8.00E+00	6.307E+00	6.308E+00
6.00E+00	5.146E+00	5.149E+00	6.00E+00	5.147E+00	5.148E+00	9.00E+00	6.861E+00	6.862E+00
6.50E+00	5.443E+00	5.447E+00	6.50E+00	5.445E+00	5.445E+00	1.00E+01	7.400E+00	7.402E+00
7.00E+00	5.734E+00	5.740E+00	7.00E+00	5.737E+00	5.738E+00	1.20E+01	8.444E+00	8.451E+00
7.50E+00	6.019E+00	6.029E+00	7.50E+00	6.024E+00	6.025E+00	1.40E+01	9.446E+00	9.465E+00
8.00E+00	6.299E+00	6.315E+00	8.00E+00	6.306E+00	6.309E+00	1.60E+01	1.041E+01	1.045E+01
8.50E+00	6.574E+00	6.596E+00	8.50E+00	6.584E+00	6.588E+00	1.80E+01	1.135E+01	1.142E+01
9.00E+00	6.845E+00	6.875E+00	9.00E+00	6.858E+00	6.864E+00	2.00E+01	1.225E+01	1.238E+01
9.50E+00	7.111E+00	7.151E+00	9.50E+00	7.129E+00	7.137E+00	2.20E+01	1.312E+01	1.332E+01
1.00E+01	7.373E+00	7.425E+00	1.00E+01	7.396E+00	7.407E+00	2.40E+01	1.397E+01	1.426E+01
1.05E+01	7.630E+00	7.697E+00	1.10E+01	7.919E+00	7.939E+00	2.60E+01	1.479E+01	1.519E+01
1.10E+01	7.884E+00	7.967E+00	1.20E+01	8.430E+00	8.462E+00	2.80E+01	1.558E+01	1.611E+01
1.20E+01	8.379E+00	8.503E+00	1.30E+01	8.929E+00	8.979E+00	3.00E+01	1.635E+01	1.703E+01
1.30E+01	8.858E+00	9.034E+00	1.40E+01	9.417E+00	9.489E+00	3.20E+01	1.709E+01	1.795E+01
1.40E+01	9.323E+00	9.561E+00	1.50E+01	9.893E+00	9.994E+00	3.40E+01	1.781E+01	1.887E+01
1.50E+01	9.773E+00	1.009E+01	1.60E+01	1.036E+01	1.050E+01	3.60E+01	1.851E+01	1.978E+01
1.60E+01	1.021E+01	1.061E+01	1.70E+01	1.082E+01	1.099E+01	3.80E+01	1.919E+01	2.070E+01
1.70E+01	1.063E+01	1.113E+01	1.80E+01	1.126E+01	1.149E+01	4.00E+01	1.984E+01	2.161E+01
1.80E+01	1.104E+01	1.165E+01	1.90E+01	1.170E+01	1.198E+01	4.20E+01	2.048E+01	2.252E+01
1.90E+01	1.144E+01	1.216E+01	2.00E+01	1.212E+01	1.247E+01	4.40E+01	2.109E+01	2.344E+01
2.00E+01	1.183E+01	1.268E+01	2.20E+01	1.295E+01	1.345E+01	4.60E+01	2.168E+01	2.435E+01
2.20E+01	1.256E+01	1.371E+01	2.40E+01	1.374E+01	1.442E+01	4.80E+01	2.226E+01	2.526E+01
2.40E+01	1.325E+01	1.474E+01	2.60E+01	1.450E+01	1.539E+01	5.00E+01	2.282E+01	2.617E+01
2.60E+01	1.390E+01	1.577E+01	2.80E+01	1.522E+01	1.636E+01	5.20E+01	2.336E+01	2.708E+01
2.80E+01	1.451E+01	1.680E+01	3.00E+01	1.592E+01	1.732E+01	5.40E+01	2.388E+01	2.799E+01
3.00E+01	1.508E+01	1.783E+01	3.20E+01	1.658E+01	1.829E+01	5.60E+01	2.439E+01	2.890E+01
3.50E+01	1.637E+01	2.040E+01	3.60E+01	1.783E+01	2.021E+01	5.80E+01	2.488E+01	2.981E+01
4.00E+01	1.747E+01	2.297E+01	4.00E+01	1.897E+01	2.214E+01	6.00E+01	2.536E+01	3.072E+01
4.50E+01	1.841E+01	2.554E+01	4.50E+01	2.026E+01	2.454E+01	6.50E+01	2.648E+01	3.300E+01
5.00E+01	1.922E+01	2.811E+01	5.00E+01	2.142E+01	2.695E+01	7.00E+01	2.752E+01	3.527E+01
6.00E+01	2.050E+01	3.324E+01	5.50E+01	2.246E+01	2.935E+01	7.50E+01	2.848E+01	3.755E+01
7.00E+01	2.144E+01	3.839E+01	6.00E+01	2.339E+01	3.176E+01	8.00E+01	2.936E+01	3.982E+01
8.00E+01	2.212E+01	4.352E+01	7.00E+01	2.498E+01	3.657E+01	8.50E+01	3.018E+01	4.210E+01
9.00E+01	2.263E+01	4.867E+01	8.00E+01	2.626E+01	4.137E+01	9.00E+01	3.093E+01	4.438E+01
1.00E+02	2.299E+01	5.380E+01	9.00E+01	2.729E+01	4.619E+01	9.50E+01	3.163E+01	4.665E+01
1.20E+02	2.346E+01	6.408E+01	1.00E+02	2.810E+01	5.098E+01	1.00E+02	3.227E+01	4.892E+01
1.40E+02	2.371E+01	7.436E+01	1.20E+02	2.931E+01	6.062E+01	1.20E+02	3.439E+01	5.803E+01
1.60E+02	2.385E+01	8.464E+01	1.40E+02	3.008E+01	7.023E+01	1.40E+02	3.592E+01	6.712E+01
1.80E+02	2.392E+01	9.491E+01	1.60E+02	3.058E+01	7.985E+01	1.60E+02	3.703E+01	7.623E+01
2.00E+02	2.396E+01	1.052E+02	1.80E+02	3.091E+01	8.946E+01	1.80E+02	3.785E+01	8.534E+01
2.50E+02	2.399E+01	1.309E+02	2.00E+02	3.112E+01	9.908E+01	2.00E+02	3.844E+01	9.444E+01
3.00E+02	2.400E+01	1.566E+02	2.40E+02	3.134E+01	1.183E+02	2.40E+02	3.918E+01	1.126E+02
3.10E+02	2.400E+01	1.617E+02	2.80E+02	3.143E+01	1.376E+02	2.80E+02	3.957E+01	1.308E+02
3.20E+02	2.400E+01	1.669E+02	3.00E+02	3.146E+01	1.472E+02	3.20E+02	3.977E+01	1.491E+02
3.30E+02	2.400E+01	1.720E+02	3.20E+02	3.147E+01	1.568E+02	3.60E+02	3.988E+01	1.673E+02
3.40E+02	2.400E+01	1.771E+02	3.40E+02	3.148E+01	1.664E+02	3.60E+02	3.988E+01	1.673E+02
3.50E+02	2.400E+01	1.823E+02	3.60E+02	3.149E+01	1.760E+02	4.00E+02	3.994E+01	1.855E+02
			3.80E+02	3.149E+01	1.856E+02	4.40E+02	3.997E+01	2.037E+02
			4.00E+02	3.149E+01	1.953E+02	4.80E+02	3.998E+01	2.219E+02
			4.20E+02	3.150E+01	2.049E+02	5.20E+02	3.999E+01	2.401E+02
			4.40E+02	3.150E+01	2.145E+02	5.60E+02	3.999E+01	2.583E+02
			4.80E+02	3.150E+01	2.337E+02	6.00E+02	4.000E+01	2.765E+02
			5.20E+02	3.150E+01	2.530E+02	6.40E+02	4.000E+01	2.947E+02
						6.80E+02	4.000E+01	3.129E+02
						7.20E+02	4.000E+01	3.311E+02

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 10$			$r_{eD} = 12$			$r_{eD} = 14$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
8.00E+00	6.307E+00	6.307E+00	1.50E+01	9.949E+00	9.949E+00	2.00E+01	1.232E+01	1.232E+01
9.00E+00	6.861E+00	6.861E+00	1.60E+01	1.043E+01	1.044E+01	2.20E+01	1.323E+01	1.323E+01
1.00E+01	7.401E+00	7.402E+00	1.80E+01	1.139E+01	1.139E+01	2.40E+01	1.413E+01	1.413E+01
1.20E+01	8.447E+00	8.448E+00	2.00E+01	1.232E+01	1.232E+01	2.60E+01	1.501E+01	1.501E+01
1.40E+01	9.454E+00	9.458E+00	2.20E+01	1.323E+01	1.324E+01	2.80E+01	1.588E+01	1.589E+01
1.60E+01	1.043E+01	1.044E+01	2.40E+01	1.412E+01	1.414E+01	3.00E+01	1.674E+01	1.674E+01
1.80E+01	1.137E+01	1.140E+01	2.60E+01	1.500E+01	1.503E+01	3.20E+01	1.758E+01	1.759E+01
2.00E+01	1.230E+01	1.234E+01	2.80E+01	1.586E+01	1.590E+01	3.40E+01	1.841E+01	1.843E+01
2.20E+01	1.319E+01	1.327E+01	3.00E+01	1.671E+01	1.677E+01	3.60E+01	1.924E+01	1.927E+01
2.40E+01	1.407E+01	1.418E+01	3.20E+01	1.754E+01	1.763E+01	3.80E+01	2.005E+01	2.009E+01
2.60E+01	1.492E+01	1.509E+01	3.40E+01	1.836E+01	1.848E+01	4.00E+01	2.085E+01	2.091E+01
2.80E+01	1.575E+01	1.599E+01	3.60E+01	1.917E+01	1.932E+01	4.20E+01	2.165E+01	2.172E+01
3.00E+01	1.656E+01	1.688E+01	3.80E+01	1.996E+01	2.016E+01	4.40E+01	2.243E+01	2.253E+01
3.20E+01	1.735E+01	1.777E+01	4.00E+01	2.074E+01	2.100E+01	4.60E+01	2.321E+01	2.333E+01
3.40E+01	1.813E+01	1.865E+01	4.20E+01	2.151E+01	2.183E+01	4.80E+01	2.398E+01	2.413E+01
3.60E+01	1.888E+01	1.953E+01	4.40E+01	2.227E+01	2.265E+01	5.00E+01	2.474E+01	2.492E+01
3.80E+01	1.961E+01	2.041E+01	4.60E+01	2.302E+01	2.348E+01	5.20E+01	2.549E+01	2.571E+01
4.00E+01	2.033E+01	2.129E+01	4.80E+01	2.375E+01	2.430E+01	5.40E+01	2.624E+01	2.650E+01
4.20E+01	2.103E+01	2.217E+01	5.00E+01	2.448E+01	2.512E+01	5.60E+01	2.697E+01	2.728E+01
4.40E+01	2.172E+01	2.304E+01	5.20E+01	2.519E+01	2.594E+01	5.80E+01	2.770E+01	2.807E+01
4.60E+01	2.239E+01	2.391E+01	5.40E+01	2.589E+01	2.675E+01	6.00E+01	2.842E+01	2.885E+01
4.80E+01	2.304E+01	2.478E+01	5.60E+01	2.658E+01	2.756E+01	6.40E+01	2.984E+01	3.040E+01
5.00E+01	2.367E+01	2.565E+01	5.80E+01	2.727E+01	2.838E+01	6.80E+01	3.123E+01	3.194E+01
5.20E+01	2.429E+01	2.653E+01	6.00E+01	2.794E+01	2.919E+01	7.20E+01	3.259E+01	3.349E+01
5.40E+01	2.490E+01	2.740E+01	6.40E+01	2.925E+01	3.081E+01	7.60E+01	3.393E+01	3.520E+01
5.60E+01	2.549E+01	2.827E+01	6.80E+01	3.052E+01	3.243E+01	8.00E+01	3.523E+01	3.655E+01
5.80E+01	2.607E+01	2.914E+01	7.20E+01	3.175E+01	3.404E+01	8.50E+01	3.683E+01	3.846E+01
6.00E+01	2.663E+01	3.001E+01	7.60E+01	3.295E+01	3.566E+01	9.00E+01	3.838E+01	4.037E+01
6.50E+01	2.798E+01	3.218E+01	8.00E+01	3.411E+01	3.727E+01	9.50E+01	3.990E+01	4.228E+01
7.00E+01	2.925E+01	3.435E+01	8.50E+01	3.551E+01	3.929E+01	1.00E+02	4.137E+01	4.418E+01
7.50E+01	3.044E+01	3.652E+01	9.00E+01	3.686E+01	4.130E+01	1.20E+02	4.690E+01	5.177E+01
8.00E+01	3.157E+01	3.869E+01	9.50E+01	3.815E+01	4.332E+01	1.40E+02	5.189E+01	5.936E+01
8.50E+01	3.262E+01	4.087E+01	1.00E+02	3.940E+01	4.533E+01	1.60E+02	5.639E+01	6.694E+01
9.00E+01	3.362E+01	4.304E+01	1.20E+02	4.395E+01	5.338E+01	1.80E+02	6.044E+01	7.452E+01
9.50E+01	3.456E+01	4.521E+01	1.40E+02	4.785E+01	6.143E+01	2.00E+02	6.409E+01	8.209E+01
1.00E+02	3.544E+01	4.738E+01	1.60E+02	5.120E+01	6.948E+01	2.40E+02	7.035E+01	9.725E+01
1.20E+02	3.847E+01	5.607E+01	1.80E+02	5.408E+01	7.752E+01	2.80E+02	7.545E+01	1.124E+02
1.40E+02	4.086E+01	6.476E+01	2.00E+02	5.655E+01	8.558E+01	3.20E+02	7.957E+01	1.276E+02
1.60E+02	4.272E+01	7.343E+01	2.40E+02	6.048E+01	1.017E+02	3.60E+02	8.294E+01	1.427E+02
1.80E+02	4.419E+01	8.213E+01	2.80E+02	6.338E+01	1.178E+02	4.00E+02	8.566E+01	1.579E+02
2.00E+02	4.533E+01	9.080E+01	3.20E+02	6.552E+01	1.339E+02	4.40E+02	8.788E+01	1.730E+02
2.40E+02	4.694E+01	1.082E+02	3.60E+02	6.709E+01	1.500E+02	4.80E+02	8.968E+01	1.882E+02
2.80E+02	4.792E+01	1.256E+02	4.00E+02	6.825E+01	1.661E+02	5.20E+02	9.115E+01	2.034E+02
3.20E+02	4.853E+01	1.429E+02	4.40E+02	6.911E+01	1.822E+02	5.60E+02	9.234E+01	2.185E+02
3.60E+02	4.891E+01	1.603E+02	4.80E+02	6.974E+01	1.983E+02	6.00E+02	9.331E+01	2.337E+02
3.60E+02	4.891E+01	1.603E+02	5.20E+02	7.020E+01	2.144E+02	7.00E+02	9.501E+01	2.716E+02
4.00E+02	4.914E+01	1.777E+02	5.60E+02	7.055E+01	2.304E+02	8.00E+02	9.602E+01	3.094E+02
4.40E+02	4.928E+01	1.950E+02	6.00E+02	7.080E+01	2.465E+02	9.00E+02	9.662E+01	3.473E+02
4.80E+02	4.936E+01	2.124E+02	7.00E+02	7.118E+01	2.868E+02	1.00E+03	9.698E+01	3.852E+02
5.20E+02	4.942E+01	2.298E+02	8.00E+02	7.135E+01	3.270E+02	1.20E+03	9.732E+01	4.610E+02
5.60E+02	4.945E+01	2.472E+02	9.00E+02	7.143E+01	3.673E+02	1.40E+03	9.743E+01	5.368E+02
6.00E+02	4.947E+01	2.645E+02	1.00E+03	7.147E+01	4.075E+02	1.60E+03	9.747E+01	6.126E+02
6.40E+02	4.948E+01	2.819E+02	1.20E+03	7.149E+01	4.880E+02	2.00E+03	9.749E+01	7.642E+02
7.20E+02	4.949E+01	3.166E+02	1.40E+03	7.150E+01	5.685E+02	2.40E+03	9.750E+01	9.157E+02
8.00E+02	4.949E+01	3.514E+02	1.60E+03	7.150E+01	6.490E+02	3.00E+03	9.750E+01	1.143E+03
8.50E+02	4.950E+01	3.731E+02	2.00E+03	7.150E+01	8.099E+02	4.00E+03	9.750E+01	1.522E+03
9.00E+02	4.950E+01	3.948E+02	3.00E+03	7.150E+01	1.212E+03	5.00E+03	9.750E+01	1.901E+03
1.00E+03	4.950E+01	4.382E+02						

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 16$			$r_{eD} = 18$			$r_{eD} = 20$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
2.00E+01	1.232E+01	1.232E+01	3.00E+01	1.674E+01	1.674E+01	3.00E+01	1.674E+01	1.674E+01
2.20E+01	1.323E+01	1.323E+01	3.20E+01	1.759E+01	1.759E+01	3.20E+01	1.759E+01	1.759E+01
2.40E+01	1.413E+01	1.413E+01	3.40E+01	1.842E+01	1.842E+01	3.40E+01	1.842E+01	1.842E+01
2.60E+01	1.501E+01	1.501E+01	3.60E+01	1.925E+01	1.925E+01	3.60E+01	1.925E+01	1.925E+01
2.80E+01	1.588E+01	1.588E+01	3.80E+01	2.007E+01	2.007E+01	3.80E+01	2.007E+01	2.007E+01
3.00E+01	1.674E+01	1.674E+01	4.00E+01	2.088E+01	2.088E+01	4.00E+01	2.088E+01	2.088E+01
3.20E+01	1.759E+01	1.759E+01	4.20E+01	2.169E+01	2.169E+01	4.20E+01	2.169E+01	2.169E+01
3.40E+01	1.842E+01	1.843E+01	4.40E+01	2.248E+01	2.249E+01	4.40E+01	2.249E+01	2.249E+01
3.60E+01	1.925E+01	1.925E+01	4.60E+01	2.327E+01	2.328E+01	4.60E+01	2.328E+01	2.328E+01
3.80E+01	2.007E+01	2.008E+01	4.80E+01	2.406E+01	2.407E+01	4.80E+01	2.406E+01	2.406E+01
4.00E+01	2.088E+01	2.089E+01	5.00E+01	2.484E+01	2.485E+01	5.00E+01	2.484E+01	2.484E+01
4.20E+01	2.168E+01	2.170E+01	5.20E+01	2.561E+01	2.562E+01	5.20E+01	2.561E+01	2.562E+01
4.40E+01	2.247E+01	2.250E+01	5.40E+01	2.637E+01	2.639E+01	5.40E+01	2.638E+01	2.638E+01
4.60E+01	2.326E+01	2.329E+01	5.60E+01	2.713E+01	2.716E+01	5.60E+01	2.714E+01	2.715E+01
4.80E+01	2.404E+01	2.408E+01	5.80E+01	2.789E+01	2.792E+01	5.80E+01	2.790E+01	2.791E+01
5.00E+01	2.482E+01	2.486E+01	6.00E+01	2.864E+01	2.868E+01	6.00E+01	2.865E+01	2.866E+01
5.20E+01	2.558E+01	2.564E+01	6.50E+01	3.050E+01	3.055E+01	6.50E+01	3.052E+01	3.053E+01
5.40E+01	2.634E+01	2.642E+01	7.00E+01	3.232E+01	3.241E+01	7.00E+01	3.236E+01	3.238E+01
5.60E+01	2.710E+01	2.719E+01	7.50E+01	3.412E+01	3.425E+01	7.50E+01	3.417E+01	3.421E+01
5.80E+01	2.785E+01	2.795E+01	8.00E+01	3.589E+01	3.608E+01	8.00E+01	3.596E+01	3.602E+01
6.00E+01	2.859E+01	2.872E+01	8.50E+01	3.764E+01	3.789E+01	8.50E+01	3.773E+01	3.781E+01
6.40E+01	3.006E+01	3.024E+01	9.00E+01	3.936E+01	3.969E+01	9.00E+01	3.947E+01	3.960E+01
6.80E+01	3.150E+01	3.174E+01	9.50E+01	4.105E+01	4.148E+01	9.50E+01	4.120E+01	4.136E+01
7.20E+01	3.292E+01	3.324E+01	1.00E+02	4.273E+01	4.326E+01	1.00E+02	4.291E+01	4.312E+01
7.60E+01	3.432E+01	3.473E+01	1.20E+02	4.918E+01	5.033E+01	1.20E+02	4.955E+01	5.006E+01
8.00E+01	3.571E+01	3.622E+01	1.40E+02	5.529E+01	5.733E+01	1.40E+02	5.590E+01	5.690E+01
8.50E+01	3.740E+01	3.806E+01	1.60E+02	6.106E+01	6.429E+01	1.60E+02	6.198E+01	6.368E+01
9.00E+01	3.907E+01	3.990E+01	1.80E+02	6.652E+01	7.124E+01	1.80E+02	6.780E+01	7.043E+01
9.50E+01	4.070E+01	4.174E+01	2.00E+02	7.168E+01	7.817E+01	2.00E+02	7.338E+01	7.714E+01
1.00E+02	4.230E+01	4.356E+01	2.40E+02	8.118E+01	9.202E+01	2.40E+02	8.383E+01	9.054E+01
1.20E+02	4.843E+01	5.084E+01	2.80E+02	8.967E+01	1.059E+02	2.80E+02	9.342E+01	1.039E+02
1.40E+02	5.411E+01	5.808E+01	3.20E+02	9.727E+01	1.197E+02	3.20E+02	1.022E+02	1.173E+02
1.60E+02	5.938E+01	6.531E+01	3.60E+02	1.041E+02	1.335E+02	3.60E+02	1.103E+02	1.306E+02
1.80E+02	6.428E+01	7.253E+01	4.00E+02	1.101E+02	1.474E+02	4.00E+02	1.177E+02	1.440E+02
2.00E+02	6.882E+01	7.974E+01	4.40E+02	1.156E+02	1.612E+02	4.40E+02	1.245E+02	1.573E+02
2.40E+02	7.695E+01	9.417E+01	4.80E+02	1.204E+02	1.751E+02	4.80E+02	1.307E+02	1.707E+02
2.80E+02	8.396E+01	1.086E+02	5.20E+02	1.248E+02	1.889E+02	5.20E+02	1.364E+02	1.840E+02
3.20E+02	8.999E+01	1.230E+02	5.60E+02	1.286E+02	2.027E+02	5.60E+02	1.416E+02	1.974E+02
3.60E+02	9.519E+01	1.375E+02	6.00E+02	1.321E+02	2.166E+02	6.00E+02	1.464E+02	2.107E+02
4.00E+02	9.965E+01	1.519E+02	7.00E+02	1.393E+02	2.512E+02	7.00E+02	1.567E+02	2.441E+02
4.40E+02	1.035E+02	1.663E+02	8.00E+02	1.447E+02	2.858E+02	8.00E+02	1.650E+02	2.775E+02
4.80E+02	1.068E+02	1.808E+02	1.00E+03	1.519E+02	3.550E+02	1.00E+03	1.771E+02	3.443E+02
5.20E+02	1.097E+02	1.952E+02	1.20E+03	1.560E+02	4.242E+02	1.20E+03	1.850E+02	4.110E+02
5.60E+02	1.122E+02	2.096E+02	1.40E+03	1.584E+02	4.934E+02	1.40E+03	1.901E+02	4.778E+02
6.00E+02	1.143E+02	2.240E+02	1.60E+03	1.597E+02	5.626E+02	1.60E+03	1.934E+02	5.445E+02
7.00E+02	1.184E+02	2.601E+02	1.80E+03	1.605E+02	6.317E+02	1.80E+03	1.955E+02	6.113E+02
8.00E+02	1.212E+02	2.962E+02	2.00E+03	1.609E+02	7.009E+02	2.00E+03	1.969E+02	6.781E+02
1.00E+03	1.245E+02	3.683E+02	2.20E+03	1.612E+02	7.701E+02	2.20E+03	1.978E+02	7.448E+02
1.20E+03	1.261E+02	4.404E+02	2.40E+03	1.613E+02	8.393E+02	2.40E+03	1.984E+02	8.116E+02
1.40E+03	1.268E+02	5.126E+02	2.60E+03	1.614E+02	9.085E+02	2.60E+03	1.988E+02	8.783E+02
1.60E+03	1.272E+02	5.847E+02	2.80E+03	1.614E+02	9.777E+02	2.80E+03	1.991E+02	9.451E+02
1.80E+03	1.274E+02	6.568E+02	3.00E+03	1.615E+02	1.047E+03	3.00E+03	1.992E+02	1.012E+03
2.00E+03	1.274E+02	7.290E+02	3.50E+03	1.615E+02	1.220E+03	3.50E+03	1.994E+02	1.179E+03
2.20E+03	1.275E+02	8.011E+02	4.00E+03	1.615E+02	1.393E+03	4.00E+03	1.995E+02	1.346E+03
2.60E+03	1.275E+02	9.454E+02	4.50E+03	1.615E+02	1.566E+03	4.50E+03	1.995E+02	1.513E+03
3.00E+03	1.275E+02	1.090E+03	5.00E+03	1.615E+02	1.739E+03	5.00E+03	1.995E+02	1.679E+03
3.50E+03	1.275E+02	1.270E+03	6.00E+03	1.615E+02	2.085E+03	6.00E+03	1.995E+02	2.013E+03
4.00E+03	1.275E+02	1.450E+03	7.00E+03	1.615E+02	2.431E+03	7.00E+03	1.995E+02	2.347E+03
5.00E+03	1.275E+02	1.811E+03	8.00E+03	1.615E+02	2.777E+03	8.00E+03	1.995E+02	2.681E+03
6.00E+03	1.275E+02	2.172E+03						

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 30$			$r_{eD} = 50$			$r_{eD} = 75$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
5.00E+01	2.484E+01	2.484E+01	7.00E+01	3.237E+01	3.237E+01	4.00E+02	1.345E+02	1.345E+02
5.20E+01	2.561E+01	2.561E+01	7.50E+01	3.419E+01	3.419E+01	4.50E+02	1.484E+02	1.484E+02
5.40E+01	2.638E+01	2.638E+01	8.00E+01	3.599E+01	3.599E+01	5.00E+02	1.622E+02	1.622E+02
5.60E+01	2.715E+01	2.715E+01	9.00E+01	3.954E+01	3.954E+01	5.50E+02	1.758E+02	1.758E+02
5.80E+01	2.791E+01	2.791E+01	1.00E+02	4.303E+01	4.303E+01	6.00E+02	1.893E+02	1.893E+02
6.00E+01	2.866E+01	2.866E+01	1.10E+02	4.645E+01	4.645E+01	7.00E+02	2.158E+02	2.158E+02
6.50E+01	3.053E+01	3.053E+01	1.20E+02	4.983E+01	4.983E+01	8.00E+02	2.417E+02	2.418E+02
7.00E+01	3.237E+01	3.237E+01	1.40E+02	5.647E+01	5.647E+01	9.00E+02	2.673E+02	2.674E+02
7.50E+01	3.419E+01	3.419E+01	1.60E+02	6.296E+01	6.296E+01	1.00E+03	2.926E+02	2.927E+02
8.00E+01	3.599E+01	3.599E+01	1.80E+02	6.932E+01	6.932E+01	1.20E+03	3.421E+02	3.424E+02
8.50E+01	3.778E+01	3.778E+01	2.00E+02	7.559E+01	7.559E+01	1.40E+03	3.904E+02	3.913E+02
9.00E+01	3.954E+01	3.954E+01	2.25E+02	8.329E+01	8.329E+01	1.60E+03	4.377E+02	4.395E+02
9.50E+01	4.129E+01	4.129E+01	2.50E+02	9.087E+01	9.087E+01	1.80E+03	4.841E+02	4.873E+02
1.00E+02	4.302E+01	4.303E+01	2.75E+02	9.834E+01	9.834E+01	2.00E+03	5.296E+02	5.347E+02
1.20E+02	4.983E+01	4.984E+01	3.00E+02	1.057E+02	1.057E+02	2.50E+03	6.393E+02	6.522E+02
1.40E+02	5.646E+01	5.647E+01	3.50E+02	1.202E+02	1.202E+02	3.00E+03	7.437E+02	7.689E+02
1.60E+02	6.294E+01	6.297E+01	4.00E+02	1.344E+02	1.345E+02	3.50E+03	8.431E+02	8.851E+02
1.80E+02	6.928E+01	6.936E+01	4.50E+02	1.484E+02	1.485E+02	4.00E+03	9.378E+02	1.001E+03
2.00E+02	7.550E+01	7.566E+01	5.00E+02	1.621E+02	1.623E+02	4.50E+03	1.028E+03	1.117E+03
2.40E+02	8.761E+01	8.805E+01	5.50E+02	1.757E+02	1.760E+02	5.00E+03	1.114E+03	1.233E+03
2.80E+02	9.931E+01	1.002E+02	6.00E+02	1.890E+02	1.895E+02	5.50E+03	1.195E+03	1.349E+03
3.20E+02	1.106E+02	1.123E+02	7.00E+02	2.152E+02	2.162E+02	6.00E+03	1.273E+03	1.465E+03
3.60E+02	1.216E+02	1.242E+02	8.00E+02	2.407E+02	2.426E+02	6.50E+03	1.347E+03	1.580E+03
4.00E+02	1.322E+02	1.361E+02	9.00E+02	2.655E+02	2.687E+02	7.00E+03	1.417E+03	1.696E+03
4.40E+02	1.424E+02	1.480E+02	1.00E+03	2.898E+02	2.947E+02	7.50E+03	1.484E+03	1.812E+03
4.80E+02	1.523E+02	1.598E+02	1.20E+03	3.365E+02	3.464E+02	8.00E+03	1.548E+03	1.928E+03
5.20E+02	1.619E+02	1.716E+02	1.40E+03	3.809E+02	3.978E+02	8.50E+03	1.609E+03	2.044E+03
5.60E+02	1.712E+02	1.834E+02	1.60E+03	4.231E+02	4.490E+02	9.00E+03	1.667E+03	2.159E+03
6.00E+02	1.802E+02	1.952E+02	1.80E+03	4.633E+02	5.002E+02	9.50E+03	1.722E+03	2.275E+03
7.00E+02	2.014E+02	2.246E+02	2.00E+03	5.015E+02	5.514E+02	1.00E+04	1.774E+03	2.391E+03
8.00E+02	2.210E+02	2.540E+02	2.50E+03	5.892E+02	6.792E+02	1.25E+04	2.001E+03	2.970E+03
1.00E+03	2.556E+02	3.128E+02	3.00E+03	6.666E+02	8.071E+02	1.50E+04	2.178E+03	3.549E+03
1.20E+03	2.849E+02	3.716E+02	3.50E+03	7.349E+02	9.349E+02	1.75E+04	2.316E+03	4.128E+03
1.40E+03	3.099E+02	4.304E+02	4.00E+03	7.952E+02	1.063E+03	2.00E+04	2.424E+03	4.707E+03
1.60E+03	3.310E+02	4.892E+02	4.50E+03	8.485E+02	1.191E+03	2.50E+04	2.575E+03	5.865E+03
1.80E+03	3.489E+02	5.480E+02	5.00E+03	8.954E+02	1.318E+03	3.00E+04	2.667E+03	7.023E+03
2.00E+03	3.642E+02	6.068E+02	5.50E+03	9.369E+02	1.446E+03	3.50E+04	2.724E+03	8.181E+03
2.20E+03	3.771E+02	6.656E+02	6.00E+03	9.736E+02	1.574E+03	4.00E+04	2.758E+03	9.339E+03
2.40E+03	3.880E+02	7.244E+02	6.50E+03	1.006E+03	1.702E+03	5.00E+04	2.792E+03	1.166E+04
2.60E+03	3.973E+02	7.832E+02	7.00E+03	1.034E+03	1.830E+03	6.00E+04	2.805E+03	1.397E+04
2.80E+03	4.052E+02	8.420E+02	7.50E+03	1.060E+03	1.957E+03	7.00E+04	2.809E+03	1.629E+04
3.00E+03	4.119E+02	9.008E+02	8.00E+03	1.082E+03	2.085E+03	8.00E+04	2.811E+03	1.860E+04
3.50E+03	4.246E+02	1.048E+03	8.50E+03	1.102E+03	2.213E+03	1.00E+05	2.812E+03	2.324E+04
4.00E+03	4.330E+02	1.195E+03	9.00E+03	1.119E+03	2.341E+03	1.50E+05	2.812E+03	3.482E+04
4.50E+03	4.385E+02	1.342E+03	9.50E+03	1.134E+03	2.469E+03	2.00E+05	2.812E+03	4.640E+04
5.00E+03	4.422E+02	1.489E+03	1.00E+04	1.148E+03	2.596E+03	2.50E+05	2.812E+03	5.798E+04
6.00E+03	4.463E+02	1.783E+03	1.50E+04	1.220E+03	3.875E+03	3.00E+05	2.812E+03	6.956E+04
7.00E+03	4.481E+02	2.077E+03	2.00E+04	1.241E+03	5.153E+03	4.00E+05	2.812E+03	9.272E+04
8.00E+03	4.489E+02	2.371E+03	3.00E+04	1.249E+03	7.709E+03	5.00E+05	2.812E+03	1.159E+05
9.00E+03	4.492E+02	2.665E+03	4.00E+04	1.249E+03	1.027E+04	6.00E+05	2.812E+03	1.390E+05
1.00E+04	4.494E+02	2.959E+03	6.00E+04	1.249E+03	1.538E+04	7.00E+05	2.812E+03	1.622E+05
1.50E+04	4.495E+02	4.429E+03	8.00E+04	1.250E+03	2.049E+04	8.00E+05	2.812E+03	1.854E+05
2.00E+04	4.495E+02	5.899E+03	1.00E+05	1.250E+03	2.560E+04	9.00E+05	2.812E+03	2.085E+05
3.00E+04	4.495E+02	8.839E+03	2.00E+05	1.250E+03	5.116E+04			
4.00E+04	4.495E+02	1.178E+04	3.00E+05	1.250E+03	7.673E+04			
5.00E+04	4.495E+02	1.472E+04	4.00E+05	1.250E+03	1.023E+05			
6.00E+04	4.495E+02	1.766E+04	5.00E+05	1.250E+03	1.279E+05			
7.00E+04	4.495E+02	2.060E+04	6.00E+05	1.250E+03	1.534E+05			
8.00E+04	4.495E+02	2.354E+04	7.00E+05	1.250E+03	1.790E+05			
9.00E+04	4.495E+02	2.648E+04	8.00E+05	1.250E+03	2.045E+05			
1.00E+05	4.495E+02	2.942E+04	1.00E+06	1.250E+03	2.557E+05			

Tabela K.5 – Influxo adimensional para aquífero radial finito (continuação)

$r_{eD} = 100$			$r_{eD} = 200$			$r_{eD} = 500$		
t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado	t_D	W_D Selado	W_D Realimentado
1.00E+03	2.926E+02	2.926E+02	4.00E+03	9.764E+02	9.764E+02	1.50E+04	3.158E+03	3.158E+03
1.20E+03	3.422E+02	3.422E+02	4.50E+03	1.083E+03	1.083E+03	1.60E+04	3.346E+03	3.346E+03
1.40E+03	3.909E+02	3.909E+02	5.00E+03	1.189E+03	1.189E+03	1.80E+04	3.719E+03	3.719E+03
1.60E+03	4.387E+02	4.388E+02	5.50E+03	1.293E+03	1.293E+03	2.00E+04	4.088E+03	4.088E+03
1.80E+03	4.858E+02	4.860E+02	6.00E+03	1.396E+03	1.397E+03	2.20E+04	4.454E+03	4.454E+03
2.00E+03	5.323E+02	5.326E+02	6.50E+03	1.499E+03	1.499E+03	2.40E+04	4.817E+03	4.817E+03
2.50E+03	6.460E+02	6.474E+02	7.00E+03	1.601E+03	1.601E+03	2.60E+04	5.177E+03	5.177E+03
3.00E+03	7.566E+02	7.601E+02	7.50E+03	1.702E+03	1.702E+03	2.80E+04	5.535E+03	5.535E+03
3.50E+03	8.643E+02	8.714E+02	8.00E+03	1.802E+03	1.803E+03	3.00E+04	5.890E+03	5.890E+03
4.00E+03	9.691E+02	9.819E+02	8.50E+03	1.901E+03	1.903E+03	3.50E+04	6.770E+03	6.770E+03
4.50E+03	1.071E+03	1.092E+03	9.00E+03	2.000E+03	2.002E+03	4.00E+04	7.639E+03	7.640E+03
5.00E+03	1.171E+03	1.201E+03	9.50E+03	2.099E+03	2.101E+03	4.50E+04	8.499E+03	8.500E+03
5.50E+03	1.268E+03	1.310E+03	1.00E+04	2.196E+03	2.200E+03	5.00E+04	9.350E+03	9.353E+03
6.00E+03	1.363E+03	1.419E+03	1.10E+04	2.390E+03	2.396E+03	5.50E+04	1.019E+04	1.020E+04
6.50E+03	1.455E+03	1.528E+03	1.20E+04	2.581E+03	2.591E+03	6.00E+04	1.103E+04	1.104E+04
7.00E+03	1.545E+03	1.637E+03	1.30E+04	2.771E+03	2.785E+03	6.50E+04	1.186E+04	1.188E+04
7.50E+03	1.632E+03	1.746E+03	1.40E+04	2.958E+03	2.978E+03	7.00E+04	1.268E+04	1.271E+04
8.00E+03	1.718E+03	1.854E+03	1.50E+04	3.143E+03	3.170E+03	8.00E+04	1.431E+04	1.436E+04
8.50E+03	1.801E+03	1.963E+03	1.60E+04	3.326E+03	3.362E+03	9.00E+04	1.591E+04	1.600E+04
9.00E+03	1.882E+03	2.072E+03	1.80E+04	3.686E+03	3.743E+03	1.00E+05	1.749E+04	1.764E+04
9.50E+03	1.961E+03	2.180E+03	2.00E+04	4.038E+03	4.124E+03	1.20E+05	2.057E+04	2.089E+04
1.00E+04	2.038E+03	2.289E+03	2.20E+04	4.383E+03	4.503E+03	1.40E+05	2.357E+04	2.412E+04
1.25E+04	2.395E+03	2.832E+03	2.40E+04	4.720E+03	4.882E+03	1.60E+05	2.648E+04	2.735E+04
1.50E+04	2.709E+03	3.375E+03	2.60E+04	5.050E+03	5.261E+03	1.80E+05	2.931E+04	3.057E+04
1.75E+04	2.985E+03	3.918E+03	3.00E+04	5.689E+03	6.017E+03	2.00E+05	3.206E+04	3.380E+04
2.00E+04	3.228E+03	4.460E+03	3.50E+04	6.449E+03	6.961E+03	2.50E+05	3.859E+04	4.184E+04
2.50E+04	3.629E+03	5.546E+03	4.00E+04	7.168E+03	7.905E+03	3.00E+05	4.466E+04	4.989E+04
3.00E+04	3.939E+03	6.632E+03	4.50E+04	7.850E+03	8.849E+03	3.50E+05	5.030E+04	5.794E+04
3.50E+04	4.179E+03	7.717E+03	5.00E+04	8.495E+03	9.792E+03	4.00E+05	5.555E+04	6.598E+04
4.00E+04	4.365E+03	8.803E+03	5.50E+04	9.106E+03	1.074E+04	4.50E+05	6.043E+04	7.403E+04
5.00E+04	4.620E+03	1.097E+04	6.00E+04	9.685E+03	1.168E+04	5.00E+05	6.496E+04	8.207E+04
6.00E+04	4.772E+03	1.315E+04	7.00E+04	1.075E+04	1.357E+04	6.00E+05	7.310E+04	9.816E+04
7.00E+04	4.864E+03	1.532E+04	8.00E+04	1.171E+04	1.545E+04	7.00E+05	8.014E+04	1.143E+05
8.00E+04	4.918E+03	1.749E+04	9.00E+04	1.257E+04	1.734E+04	8.00E+05	8.622E+04	1.303E+05
9.00E+04	4.951E+03	1.966E+04	1.00E+05	1.333E+04	1.923E+04	9.00E+05	9.148E+04	1.464E+05
1.00E+05	4.971E+03	2.183E+04	1.25E+05	1.493E+04	2.395E+04	1.00E+06	9.602E+04	1.625E+05
1.25E+05	4.992E+03	2.726E+04	1.50E+05	1.614E+04	2.867E+04	1.20E+06	1.033E+05	1.947E+05
1.50E+05	4.997E+03	3.269E+04	2.00E+05	1.776E+04	3.810E+04	1.40E+06	1.088E+05	2.269E+05
2.00E+05	4.999E+03	4.355E+04	2.50E+05	1.870E+04	4.754E+04	1.60E+06	1.129E+05	2.591E+05
3.00E+05	4.999E+03	6.526E+04	3.00E+05	1.925E+04	5.698E+04	1.80E+06	1.160E+05	2.913E+05
4.00E+05	5.000E+03	8.698E+04	4.00E+05	1.975E+04	7.585E+04	2.00E+06	1.182E+05	3.234E+05
5.00E+05	5.000E+03	1.087E+05	5.00E+05	1.992E+04	9.473E+04	3.00E+06	1.234E+05	4.844E+05
6.00E+05	5.000E+03	1.304E+05	6.00E+05	1.997E+04	1.136E+05	4.00E+06	1.246E+05	6.453E+05
7.00E+05	5.000E+03	1.521E+05	7.00E+05	1.999E+04	1.325E+05	5.00E+06	1.249E+05	8.062E+05
8.00E+05	5.000E+03	1.738E+05	8.00E+05	2.000E+04	1.513E+05	6.00E+06	1.250E+05	9.671E+05
4.00E+06	5.000E+03	8.687E+05	9.00E+05	2.000E+04	1.702E+05	7.00E+06	1.250E+05	1.128E+06
5.00E+06	5.000E+03	1.086E+06	1.00E+06	2.000E+04	1.891E+05	8.00E+06	1.250E+05	1.289E+06
1.00E+07	5.000E+03	2.172E+06	1.50E+06	2.000E+04	2.835E+05	9.00E+06	1.250E+05	1.450E+06
			2.00E+06	2.000E+04	3.778E+05	1.00E+07	1.250E+05	1.611E+06
			3.00E+06	2.000E+04	5.666E+05	1.20E+07	1.250E+05	1.933E+06
			4.00E+06	2.000E+04	7.553E+05			
			5.00E+06	2.000E+04	9.441E+05			

Tabela K.6 – Influxo adimensional W_D versus t_D para aquífero linear

t_D	W_D Selado	W_D Infinito	W_D Realimentado
1.00 E-02	1.12838 E-01	1.12838 E-01	1.12838 E-01
1.10 E-02	1.18345 E-01	1.18345 E-01	1.18345 E-01
1.25 E-02	1.26157 E-01	1.26157 E-01	1.26157 E-01
1.40 E-02	1.33512 E-01	1.33512 E-01	1.33512 E-01
1.60 E-02	1.42730 E-01	1.42730 E-01	1.42730 E-01
2.00 E-02	1.59577 E-01	1.59577 E-01	1.59577 E-01
2.25 E-02	1.69257 E-01	1.69257 E-01	1.69257 E-01
2.50 E-02	1.78412 E-01	1.78412 E-01	1.78412 E-01
2.80 E-02	1.88814 E-01	1.88814 E-01	1.88814 E-01
3.10 E-02	1.98672 E-01	1.98672 E-01	1.98672 E-01
3.50 E-02	2.11100 E-01	2.11100 E-01	2.11100 E-01
4.00 E-02	2.25676 E-01	2.25676 E-01	2.25676 E-01
4.50 E-02	2.39365 E-01	2.39365 E-01	2.39365 E-01
5.00 E-02	2.52313 E-01	2.52313 E-01	2.52313 E-01
5.60 E-02	2.67023 E-01	2.67023 E-01	2.67023 E-01
6.20 E-02	2.80964 E-01	2.80964 E-01	2.80964 E-01
7.00 E-02	2.98541 E-01	2.98541 E-01	2.98541 E-01
8.00 E-02	3.19154 E-01	3.19154 E-01	3.19154 E-01
9.00 E-02	3.38513 E-01	3.38514 E-01	3.38514 E-01
1.00 E-01	3.56823 E-01	3.56825 E-01	3.56826 E-01
1.10 E-01	3.74237 E-01	3.74241 E-01	3.74245 E-01
1.25 E-01	3.98928 E-01	3.98942 E-01	3.98956 E-01
1.40 E-01	4.22161 E-01	4.22201 E-01	4.22240 E-01
1.60 E-01	4.51236 E-01	4.51352 E-01	4.51466 E-01
2.00 E-01	5.04088 E-01	5.04627 E-01	5.05165 E-01
2.25 E-01	5.34142 E-01	5.35237 E-01	5.36331 E-01
2.50 E-01	5.62234 E-01	5.64190 E-01	5.66145 E-01
2.80 E-01	5.93612 E-01	5.97082 E-01	6.00551 E-01
3.10 E-01	6.22682 E-01	6.28255 E-01	6.33827 E-01
3.50 E-01	6.58188 E-01	6.67558 E-01	6.76928 E-01
4.00 E-01	6.97882 E-01	7.13650 E-01	7.29423 E-01
4.50 E-01	7.32953 E-01	7.56940 E-01	7.80947 E-01
5.00 E-01	7.63950 E-01	7.97885 E-01	8.31877 E-01
5.60 E-01	7.96433 E-01	8.44402 E-01	8.92527 E-01
6.20 E-01	8.24446 E-01	8.88487 E-01	9.52887 E-01
7.00 E-01	8.55893 E-01	9.44070 E-01	1.03313 E+00
8.00 E-01	8.87403 E-01	1.00925 E+00	1.13326 E+00
9.00 E-01	9.12022 E-01	1.07047 E+00	1.23330 E+00
1.00 E+00	9.31259 E-01	1.12838 E+00	1.33332 E+00
1.10 E+00	9.46290 E-01	1.18345 E+00	1.43333 E+00
1.25 E+00	9.62905 E-01	1.26157 E+00	1.58333 E+00
1.40 E+00	9.74380 E-01	1.33512 E+00	1.73333 E+00
1.60 E+00	9.84360 E-01	1.42730 E+00	1.93333 E+00
2.00 E+00	9.94173 E-01	1.59577 E+00	2.33333 E+00
2.25 E+00	9.96856 E-01	1.69257 E+00	2.58333 E+00
2.50 E+00	9.98301 E-01	1.78412 E+00	2.83333 E+00
2.80 E+00	9.99187 E-01	1.88814 E+00	3.13333 E+00
3.10 E+00	9.99610 E-01	1.98672 E+00	3.43333 E+00
3.50 E+00	9.99851 E-01	2.11100 E+00	3.83333 E+00
4.00 E+00	9.99952 E-01	2.25676 E+00	4.33333 E+00
4.50 E+00	9.99987 E-01	2.39365 E+00	4.83333 E+00
5.00 E+00	9.99997 E-01	2.52313 E+00	5.33333 E+00
5.60 E+00	1.00000 E+00	2.67023 E+00	5.93333 E+00
6.20 E+00	1.00000 E+00	2.80964 E+00	6.53333 E+00
7.00 E+00	1.00000 E+00	2.98541 E+00	7.33333 E+00
8.00 E+00	1.00000 E+00	3.19154 E+00	8.33333 E+00
9.00 E+00	1.00000 E+00	3.38514 E+00	9.33333 E+00

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
0,1	0,700	0,677	0,508	0,349	0,251	0,195	0,176
0,2	0,793	0,786	0,696	0,547	0,416	0,328	0,295
0,3	0,936	0,926	0,834	0,692	0,548	0,440	0,396
0,4	1,051	1,041	0,952	0,812	0,662	0,540	0,486
0,5	1,158	1,155	1,059	0,918	0,764	0,631	0,569
0,6	1,270	1,268	1,167	1,021	0,862	0,721	0,651
0,7	1,384	1,380	1,270	1,116	0,953	0,806	0,729
0,8	1,503	1,499	1,373	1,205	1,039	0,886	0,803
0,9	1,621	1,612	1,477	1,286	1,117	0,959	0,872
1	1,743	1,726	1,581	1,347	1,181	1,020	0,932
2	2,402	2,393	2,288	2,034	1,827	1,622	1,509
3	3,031	3,018	2,895	2,650	2,408	2,164	2,026
4	3,629	3,615	3,477	3,223	2,949	2,669	2,510
5	4,217	4,201	4,048	3,766	3,462	3,150	2,971
6	4,784	4,766	4,601	4,288	3,956	3,614	3,416
7	5,323	5,303	5,128	4,792	4,434	4,063	3,847
8	5,829	5,808	5,625	5,283	4,900	4,501	4,268
9	6,306	6,283	6,094	5,762	5,355	4,929	4,680
10	6,837	6,816	6,583	6,214	5,792	5,344	5,080
11	7,263	7,242	7,040	6,664	6,217	5,745	5,468
12	7,742	7,718	7,495	7,104	6,638	6,143	5,852
13	8,196	8,172	7,943	7,539	7,052	6,536	6,231
14	8,648	8,623	8,385	7,967	7,461	6,923	6,604
15	9,094	9,068	8,821	8,389	7,864	7,305	6,973
16	9,534	9,507	9,253	8,806	8,262	7,682	7,338
17	9,969	9,942	9,679	9,218	8,656	8,056	7,699
18	10,399	10,371	10,100	9,626	9,046	8,426	8,057
19	10,823	10,794	10,516	10,029	9,432	8,793	8,411
20	11,241	11,211	10,929	10,430	9,815	9,156	8,763
21	11,664	11,633	11,339	10,826	10,194	9,516	9,111
22	12,075	12,045	11,744	11,219	10,571	9,874	9,457
23	12,486	12,454	12,147	11,609	10,944	10,229	9,801
24	12,893	12,861	12,546	11,996	11,315	10,581	10,142
25	13,297	13,264	12,942	12,380	11,683	10,931	10,481
26	13,698	13,665	13,336	12,761	12,048	11,279	10,817
27	14,097	14,062	13,726	13,140	12,411	11,625	11,152
28	14,493	14,458	14,115	13,517	12,772	11,968	11,485
29	14,886	14,850	14,501	13,891	13,131	12,310	11,816
30	15,277	15,241	14,884	14,263	13,488	12,650	12,145
31	15,666	15,628	15,266	14,634	13,843	12,990	12,473
32	16,053	16,015	15,645	15,002	14,196	13,324	12,799
33	16,437	16,398	16,023	15,368	14,548	13,659	13,123
34	16,819	16,780	16,398	15,732	14,897	13,992	13,446
35	17,200	17,160	16,772	16,095	15,245	14,324	13,767
36	17,579	17,538	17,143	16,456	15,592	14,654	14,088

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
37	17,956	17,915	17,513	16,815	15,937	14,983	14,406
38	18,331	18,289	17,882	17,173	16,280	15,311	14,724
39	18,704	18,662	18,249	17,529	16,622	15,637	15,040
40	19,088	19,045	18,620	17,886	16,964	15,963	15,356
41	19,450	19,407	18,982	18,240	17,305	16,288	15,671
42	19,821	19,777	19,344	18,592	17,644	16,611	15,985
43	20,188	20,144	19,706	18,943	17,981	16,933	16,297
44	20,555	20,510	20,065	19,293	18,317	17,253	16,608
45	20,920	20,874	20,424	19,641	18,651	17,573	16,918
46	21,283	21,237	20,781	19,988	18,985	17,891	17,227
47	21,645	21,598	21,137	20,333	19,317	18,208	17,535
48	22,006	21,958	21,491	20,678	19,648	18,524	17,841
49	22,365	22,317	21,844	21,021	19,978	18,840	18,147
50	22,722	22,674	22,196	21,363	20,307	19,154	18,452
51	23,081	23,032	22,547	21,704	20,635	19,467	18,757
52	23,436	23,387	22,897	22,044	20,962	19,779	19,060
53	23,791	23,741	23,245	22,383	21,288	20,091	19,362
54	24,145	24,094	23,593	22,721	21,613	20,401	19,664
55	24,498	24,446	23,939	23,058	21,937	20,711	19,965
56	24,849	24,797	24,285	23,393	22,260	21,020	20,265
57	25,200	25,147	24,629	23,728	22,583	21,328	20,564
58	25,549	25,496	24,973	24,062	22,904	21,636	20,862
59	25,898	25,844	25,315	24,395	23,225	21,942	21,160
60	26,246	26,191	25,657	24,728	23,545	22,248	21,457
61	26,592	26,537	25,998	25,059	23,864	22,553	21,754
62	26,938	26,883	26,337	25,390	24,182	22,857	22,049
63	27,283	27,227	26,676	25,719	24,499	23,161	22,344
64	27,627	27,570	27,015	26,048	24,816	23,464	22,639
65	27,970	27,913	27,352	26,376	25,132	23,766	22,932
66	28,312	28,255	27,688	26,704	25,447	24,068	23,225
67	28,653	28,596	28,024	27,030	25,762	24,369	23,518
68	28,994	28,936	28,359	27,356	26,075	24,669	23,810
69	29,334	29,275	28,693	27,681	26,389	24,969	24,101
70	29,673	29,614	29,026	28,006	26,701	25,268	24,391
71	30,011	29,951	29,359	28,329	27,013	25,566	24,681
72	30,349	30,288	29,691	28,652	27,324	25,864	24,971
73	30,686	30,625	30,022	28,974	27,634	26,161	25,260
74	31,022	30,960	30,353	29,296	27,944	26,458	25,548
75	31,357	31,295	30,682	29,617	28,254	26,754	25,836
76	31,692	31,629	31,012	29,937	28,562	27,049	26,124
77	32,026	31,963	31,340	30,257	28,870	27,344	26,410
78	32,359	32,296	31,668	30,576	29,178	27,639	26,697
79	32,692	32,628	31,995	30,895	29,485	27,933	26,983
80	33,024	32,959	32,322	31,212	29,791	28,226	27,268
81	33,355	33,290	32,647	31,530	30,037	28,519	27,553

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
82	33,686	33,621	32,973	31,846	30,402	28,812	27,837
83	34,016	33,950	33,297	32,163	30,707	29,104	28,121
84	34,345	34,279	33,622	32,478	31,011	29,395	28,404
85	34,674	34,600	33,945	32,793	31,315	29,686	28,687
86	35,003	34,935	34,268	33,107	31,618	29,976	28,970
87	35,330	35,263	34,590	33,421	31,921	30,266	29,252
88	35,657	35,589	34,912	33,735	32,223	30,556	29,534
89	35,984	35,915	35,233	34,048	32,525	30,845	29,815
90	36,310	36,241	35,554	34,360	32,826	31,134	30,096
91	36,636	36,566	35,874	34,672	33,127	31,422	30,376
92	36,960	36,890	36,194	34,983	33,427	31,710	30,656
93	37,285	37,214	36,513	35,294	33,727	31,997	30,935
94	37,609	37,538	36,832	35,604	34,026	32,284	31,215
95	37,932	37,861	37,150	35,914	34,325	32,570	31,493
96	38,255	38,183	37,467	36,223	34,623	32,857	31,772
97	38,577	38,505	37,785	36,532	34,921	33,142	32,050
98	38,899	38,826	38,101	36,841	35,219	33,427	32,327
99	39,220	39,147	38,417	37,149	35,516	33,712	32,605
100	39,541	39,467	38,733	37,456	35,813	33,997	32,881
105	41,138	41,062	40,305	38,987	37,290	35,414	34,260
110	42,724	42,645	41,865	40,508	38,758	36,821	35,630
115	44,299	44,218	43,415	42,018	40,216	38,221	36,993
120	45,864	45,781	44,956	43,520	41,666	39,612	38,347
125	47,420	47,334	46,487	45,012	43,107	40,995	39,694
130	48,966	48,879	48,009	46,497	44,541	42,372	41,035
135	50,504	50,414	49,523	47,973	45,967	43,741	42,368
140	52,033	51,942	51,029	49,441	47,386	45,104	43,696
145	53,555	53,462	52,528	50,903	48,798	46,460	45,017
150	55,070	54,974	54,019	52,357	50,204	47,810	46,333
155	56,577	56,479	55,503	53,805	51,603	49,155	47,643
160	58,077	57,977	56,981	55,246	52,996	50,494	48,974
165	59,570	59,469	58,452	56,681	54,384	51,827	50,247
170	61,058	60,954	59,916	58,110	55,766	53,156	51,542
175	62,539	62,433	61,375	59,534	57,143	54,479	52,832
180	64,014	63,986	62,829	60,952	58,514	55,798	54,118
185	65,484	65,374	64,276	62,365	59,881	57,112	55,399
190	66,948	66,836	65,718	63,773	61,243	58,422	56,676
195	68,406	68,293	67,156	65,175	62,600	59,727	57,949
200	69,860	69,744	68,588	66,573	63,952	61,028	59,217
205	71,309	71,191	70,015	67,967	65,301	62,326	60,482
210	72,752	72,633	71,437	69,355	66,645	63,619	61,744
215	74,191	74,070	72,855	70,740	67,985	64,908	63,001
220	75,626	75,503	74,269	72,120	69,321	66,194	64,255
225	77,056	76,931	75,678	73,496	70,653	67,476	65,506
230	78,482	78,355	77,083	74,868	71,901	68,755	66,753

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
235	79,903	79,774	78,484	76,236	73,306	70,030	67,997
240	81,321	81,190	79,881	77,601	74,627	71,302	69,238
245	82,734	82,602	81,275	78,962	75,945	72,570	70,476
250	84,144	84,010	82,664	80,319	77,259	73,736	71,711
255	85,550	85,414	84,050	81,672	78,570	75,098	72,943
260	86,952	86,814	85,432	83,023	79,878	76,358	74,172
265	88,351	88,211	86,811	84,369	81,182	77,614	75,398
270	89,746	89,604	88,186	85,713	82,484	78,868	76,621
275	91,138	90,994	89,558	87,053	83,782	80,119	77,842
280	92,526	92,381	90,926	88,391	85,078	81,367	79,060
285	93,911	93,764	92,292	89,725	86,371	82,612	80,276
290	95,293	95,144	93,654	91,056	87,660	83,855	81,489
295	96,672	96,521	95,014	92,385	88,948	85,095	82,700
300	98,048	97,895	96,370	93,710	90,232	86,333	83,908
305	99,420	99,266	97,724	95,033	91,514	87,568	85,114
310	100,79	100,64	99,07	96,35	92,79	88,80	86,32
315	102,16	102,00	100,42	97,67	94,07	90,03	87,52
320	103,52	103,36	101,77	98,99	95,34	91,26	88,72
325	104,88	104,72	103,11	100,30	96,62	92,49	89,92
330	106,24	106,08	104,45	101,61	97,89	93,71	91,11
335	107,60	107,43	105,79	102,91	99,15	94,93	92,30
340	108,95	108,79	107,12	104,22	100,42	96,15	93,49
345	110,30	110,13	108,45	105,52	101,68	97,37	94,68
350	111,65	111,48	109,78	106,82	102,94	98,58	95,87
355	113,00	112,82	111,11	108,12	104,20	99,80	97,06
360	114,34	114,17	112,43	109,41	105,45	101,01	98,24
365	115,68	115,51	113,76	110,71	106,71	102,22	99,42
370	117,02	116,84	115,08	112,00	107,96	103,42	100,60
375	118,36	118,18	116,40	113,29	109,21	104,63	101,78
380	119,69	119,51	117,71	114,57	110,46	105,83	102,95
385	121,02	120,84	119,02	115,86	111,70	107,04	104,13
390	122,35	122,17	120,34	117,14	112,95	108,24	105,30
395	123,68	123,49	121,65	118,42	114,19	109,43	106,47
400	125,00	124,82	122,95	119,70	115,43	110,63	107,64
405	126,33	126,14	124,26	120,97	116,67	111,82	108,80
410	127,65	127,46	125,56	122,25	117,90	113,02	109,97
415	128,97	128,78	126,86	123,52	119,14	114,21	111,13
420	130,28	130,09	128,16	124,79	120,37	115,40	112,30
425	131,60	131,40	129,46	126,06	121,60	116,59	113,46
430	132,91	132,72	130,75	127,33	122,83	117,77	114,62
435	134,22	134,03	132,05	128,59	124,06	118,96	115,77
440	135,53	135,33	133,34	129,86	125,29	120,14	116,93
445	136,84	136,64	134,63	131,12	126,51	121,32	118,08
450	138,15	137,94	135,92	132,38	127,73	122,50	119,24
455	139,45	139,25	137,20	133,64	128,96	123,68	120,39

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
460	140,75	140,55	138,49	134,90	130,18	124,86	121,54
465	142,05	141,85	137,77	136,15	131,39	126,04	122,69
470	143,35	143,14	141,05	137,40	132,61	127,21	123,84
475	144,65	144,44	142,33	138,66	133,82	128,38	124,98
480	145,94	145,73	143,61	139,91	135,04	129,55	126,,13
485	147,24	147,02	144,89	141,15	136,25	130,72	127,27
490	148,53	148,31	146,16	142,40	137,46	131,89	128,41
495	149,82	149,60	147,43	143,65	138,67	133,06	129,56
500	151,11	150,89	148,71	144,89	139,88	134,23	130,70
510	153,68	153,46	151,24	147,38	142,29	136,56	132,97
520	156,25	156,02	153,70	149,85	144,70	138,88	135,24
530	158,81	158,58	156,30	152,33	147,10	141,20	137,51
540	161,36	161,13	158,82	154,79	149,49	143,51	139,77
550	163,91	163,68	161,34	157,25	151,88	145,82	142,03
560	166,45	166,22	163,85	159,71	154,27	148,12	144,28
570	168,99	168,75	166,35	162,16	156,65	150,42	146,53
580	171,52	171,28	168,85	164,61	159,02	152,72	148,77
590	174,05	173,80	171,34	167,05	161,39	155,01	151,01
600	176,57	176,32	173,83	169,48	163,76	157,29	153,25
610	179,09	178,83	176,32	171,92	166,12	159,58	155,48
620	181,60	181,34	178,80	174,34	168,48	161,85	157,71
630	184,10	183,85	181,27	176,76	170,83	164,13	159,93
640	186,60	186,35	183,74	179,18	173,18	166,40	162,15
650	189,10	188,84	186,20	181,60	175,52	168,66	164,37
660	191,59	191,33	188,66	184,00	177,86	170,92	166,58
670	194,08	193,81	191,12	186,41	180,20	173,10	168,79
680	196,57	196,29	193,57	188,81	182,53	175,44	170,99
690	199,04	198,77	196,02	191,21	184,86	177,69	173,20
700	201,52	201,24	198,46	193,60	187,19	179,94	175,39
710	203,99	203,71	200,90	195,99	189,51	182,18	177,59
720	206,46	206,17	203,34	198,37	191,83	184,42	179,78
730	208,92	208,63	205,77	200,75	194,14	186,66	181,97
740	211,38	211,09	208,19	203,13	196,45	188,89	184,15
750	213,83	213,54	210,62	205,50	198,76	191,12	186,34
760	216,28	215,99	213,04	207,87	201,06	193,35	188,52
770	218,73	218,43	215,45	210,24	203,36	195,57	190,69
780	221,17	220,87	217,86	212,60	205,66	197,80	192,87
790	223,61	223,31	220,27	214,96	207,95	200,01	195,04
800	226,05	225,74	222,68	217,32	210,24	202,23	197,20
810	228,48	228,17	225,08	219,67	212,53	204,44	199,37
820	230,91	230,60	227,48	222,02	214,81	206,65	201,53
830	233,33	233,02	229,87	224,36	217,09	208,86	203,69
840	235,76	235,44	232,26	226,71	219,37	211,06	205,85
850	238,18	237,86	234,65	229,05	221,64	213,26	208,00
860	240,59	240,27	237,04	231,38	223,92	215,46	210,15

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
870	243,00	242,68	239,42	233,72	226,19	217,65	212,30
880	245,41	245,08	241,80	236,05	228,45	219,85	214,44
890	247,82	247,49	244,17	238,37	230,72	222,04	216,59
900	250,22	249,89	246,55	240,70	232,98	224,22	218,73
910	252,62	252,28	248,92	243,02	235,23	226,41	220,87
920	255,01	254,68	251,28	245,34	237,49	228,59	223,00
930	257,41	257,07	253,28	247,66	239,74	230,77	225,14
940	259,80	259,46	256,01	249,97	241,99	232,95	227,27
950	262,19	261,84	258,36	252,28	244,24	235,12	229,39
960	264,57	264,22	260,72	254,59	246,48	237,29	231,52
970	266,95	266,60	263,07	256,89	248,72	239,46	233,65
980	269,33	268,98	265,42	259,19	250,96	241,63	235,77
990	271,71	271,35	267,77	261,49	253,20	243,80	237,89
1000	274,08	273,72	270,11	263,79	255,44	245,96	240,00
1010	276,35	275,99	272,35	265,99	257,58	248,04	242,04
1020	278,72	278,35	274,69	268,29	259,81	250,19	244,15
1030	281,08	280,72	277,03	270,57	262,04	252,35	246,26
1040	283,44	283,08	279,36	272,86	264,26	254,50	248,37
1050	285,81	285,43	281,69	275,15	266,49	256,66	250,48
1060	288,16	287,79	284,02	277,43	268,71	258,81	252,58
1070	290,52	290,14	286,35	279,71	270,92	260,95	254,69
1080	292,87	292,49	288,67	281,99	273,14	263,10	256,79
1090	295,22	294,84	290,99	284,26	275,35	265,24	258,89
1100	297,57	297,18	293,31	286,54	277,57	267,38	260,98
1110	299,91	299,53	295,63	288,81	279,78	269,52	263,08
1120	302,26	301,87	297,94	291,07	281,98	271,66	265,17
1130	304,60	304,20	300,25	293,34	284,19	273,80	267,26
1140	306,93	306,54	302,56	295,61	286,39	275,93	269,35
1150	309,27	308,87	304,87	297,87	288,59	278,06	271,44
1160	311,60	311,20	307,18	300,13	290,79	280,19	273,52
1170	313,94	313,53	309,48	302,38	292,99	282,44	275,61
1180	316,26	315,86	311,78	304,64	295,19	284,44	277,69
1190	318,59	318,18	314,08	306,89	297,38	286,57	279,77
1200	320,92	320,51	316,38	309,15	299,57	288,69	281,85
1210	323,24	322,83	318,67	311,39	301,76	290,81	283,92
1220	325,56	325,14	320,96	313,64	303,95	292,93	286,00
1230	327,88	327,46	323,25	315,89	306,13	295,05	288,07
1240	330,19	329,77	325,54	318,13	308,32	297,16	290,14
1250	332,51	332,08	327,83	320,37	310,50	299,27	292,21
1260	334,82	334,39	330,11	322,61	312,68	301,38	294,28
1270	337,13	336,70	332,39	324,85	314,85	303,49	296,35
1280	339,44	339,01	334,67	327,08	317,03	305,60	298,41
1290	341,74	341,31	336,95	329,32	319,21	307,71	300,47
1300	344,05	343,61	339,23	331,55	321,38	309,81	302,54
1310	346,35	345,91	341,50	333,78	323,55	311,92	304,60

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
1320	348,65	348,21	343,77	336,01	325,72	314,02	306,65
1330	350,95	350,50	346,04	338,23	327,89	316,12	308,71
1340	353,24	352,80	348,31	340,46	330,05	318,22	310,77
1350	355,54	355,09	350,58	342,68	332,21	320,31	312,82
1360	357,83	357,38	352,84	344,90	334,38	322,41	314,87
1370	360,12	359,67	355,11	347,12	336,54	324,50	316,92
1380	362,41	361,95	357,37	349,34	338,70	326,59	318,97
1390	364,69	364,24	359,63	351,56	340,85	328,68	321,02
1400	366,98	366,52	361,88	353,77	343,01	330,77	323,06
1410	369,26	368,80	364,14	355,98	345,16	332,86	325,11
1420	371,54	371,08	366,40	358,19	347,32	334,94	327,15
1430	373,82	373,35	368,65	360,40	349,47	337,03	329,19
1440	376,10	375,63	370,90	362,61	351,62	339,11	331,23
1450	378,38	377,90	373,15	364,81	353,76	341,19	333,27
1460	380,65	380,17	375,39	367,02	355,91	343,27	335,31
1470	382,92	382,44	377,64	369,22	358,06	345,35	337,35
1480	385,19	384,71	379,88	371,42	360,20	347,43	339,38
1490	387,46	386,98	382,13	373,62	362,34	349,50	341,42
1500	389,73	389,25	384,37	375,82	364,48	351,58	343,45
1525	395,39	394,90	389,96	381,31	369,82	356,76	348,52
1550	401,04	400,55	395,55	386,78	375,16	361,93	353,59
1575	406,68	406,18	401,12	392,25	380,49	367,09	358,65
1600	412,32	411,81	406,69	397,71	385,80	372,24	363,70
1625	417,94	417,42	412,24	403,16	391,11	377,39	368,74
1650	423,55	423,03	417,79	408,60	396,41	382,53	373,77
1675	429,15	428,63	423,33	414,04	401,70	387,66	378,80
1700	434,75	434,22	428,85	419,46	406,99	392,78	383,82
1725	440,33	439,79	434,37	424,87	412,26	397,89	388,83
1750	445,91	445,37	439,89	430,28	417,53	403,00	393,84
1775	451,48	450,93	445,39	435,68	422,79	408,10	398,84
1800	457,04	456,48	450,88	441,07	428,04	413,2	403,83
1825	462,59	462,03	456,37	446,46	433,29	418,28	408,82
1850	468,13	467,56	461,85	451,83	438,53	423,36	413,80
1875	473,67	473,09	467,32	457,20	443,76	428,43	418,77
1900	479,19	478,61	472,78	462,56	448,98	433,50	423,73
1925	484,71	484,13	478,24	467,92	454,20	438,56	428,69
1950	490,22	489,63	483,69	473,26	459,41	443,61	433,64
1975	495,73	495,13	489,13	478,60	464,61	448,66	438,59
2000	501,22	500,62	494,56	483,93	469,81	453,70	443,53
2025	506,71	506,11	499,99	489,26	475,00	458,73	448,47
2050	512,20	511,58	505,41	494,58	480,18	463,76	453,40
2075	517,67	517,05	510,02	499,89	485,36	468,78	458,32
2100	523,14	522,52	516,22	505,19	490,53	473,80	463,24
2125	528,60	527,97	521,62	510,49	495,69	478,81	468,15
2150	534,05	533,42	527,02	515,78	500,85	483,81	473,06

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
2175	539,90	538,86	532,40	521,07	506,01	488,81	477,96
2200	544,94	544,30	537,78	526,35	511,15	493,81	482,85
2225	550,39	549,73	543,15	531,62	516,29	498,79	487,74
2250	555,81	555,15	548,52	536,89	521,43	503,78	492,63
2275	561,23	560,56	553,88	542,15	526,56	508,75	497,51
2300	566,64	565,97	559,23	547,41	531,68	513,72	502,38
2325	572,05	571,38	564,58	552,66	536,80	518,69	507,25
2350	577,46	576,78	569,92	557,90	541,91	523,65	512,12
2375	582,85	582,17	575,26	563,14	547,02	528,61	516,98
2400	588,24	587,55	580,59	568,37	552,12	533,56	521,83
2425	593,63	592,93	585,91	573,60	557,22	538,50	526,60
2450	599,01	598,31	591,23	578,82	562,31	543,45	531,53
2475	604,38	603,68	596,55	584,04	567,47	548,38	536,37
2500	609,75	609,04	601,85	589,25	572,47	553,31	541,20
2550	620,47	619,75	612,45	599,65	582,62	563,16	550,86
2600	631,17	630,43	623,03	610,04	592,75	572,99	560,50
2650	641,84	641,10	633,59	620,40	602,86	582,80	570,13
2700	652,50	651,74	644,12	630,75	612,95	592,60	579,73
2750	663,13	662,37	654,64	641,07	623,02	602,37	589,32
2800	673,75	672,97	665,14	651,38	633,07	612,13	598,90
2850	684,34	683,56	675,61	661,67	643,11	621,88	608,45
2900	694,92	694,12	686,07	671,94	653,12	631,60	617,99
2950	705,48	704,67	696,51	682,19	663,13	641,32	627,52
3000	716,02	715,20	706,94	692,43	673,11	651,01	637,03
3050	726,54	725,71	717,34	702,65	683,08	660,69	646,53
3100	737,04	736,20	727,73	712,85	693,03	670,36	656,01
3150	747,53	746,68	738,10	723,04	702,97	680,01	665,48
3200	758,00	757,14	748,45	733,21	712,89	689,64	674,93
3250	768,45	767,58	758,79	743,36	722,80	699,27	684,37
3300	778,89	778,01	769,11	753,50	732,69	708,87	693,80
3350	789,31	788,42	779,42	763,62	742,57	718,47	703,21
3400	799,71	798,81	789,71	773,73	752,43	728,05	712,62
3450	810,10	809,19	799,99	783,82	762,28	737,62	722,00
3500	820,48	819,55	810,25	793,90	772,12	747,17	731,38
3550	830,83	829,90	820,49	803,97	781,94	756,72	740,74
3600	841,18	840,24	830,73	814,02	791,75	766,24	750,09
3650	851,51	850,56	840,94	824,06	801,55	775,76	759,43
3700	861,83	860,86	851,15	834,08	811,33	785,27	768,76
3750	872,13	871,15	861,34	844,09	821,10	794,76	778,08
3800	882,41	881,43	871,51	854,09	830,86	804,24	787,38
3850	892,69	891,70	881,60	864,08	840,61	813,71	796,68
3900	902,95	901,95	891,83	874,05	850,34	823,17	805,96
3950	913,20	912,19	901,96	884,01	860,06	832,62	815,23
4000	923,43	922,41	912,09	893,96	869,77	842,06	824,48
4050	933,65	932,62	922,20	903,89	879,47		

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
4100	943,86	942,82	932,30	913,82	889,16	860,90	842,99
4150	954,06	953,01	942,39	923,73	898,84	870,30	852,22
4200	964,25	963,19	952,47	933,63	908,50	879,69	861,44
4250	974,42	973,35	962,53	943,52	918,16	889,08	870,65
4300	984,58	983,50	972,58	953,40	927,80	898,45	879,85
4350	994,73	993,64	982,62	963,27	937,43	907,81	889,04
4400	1004,9	1003,8	992,70	973,10	947,10	917,20	898,20
4450	1015,9	1013,9	1002,7	983,00	956,70	926,50	907,40
4500	1025,0	1024,0	1012,7	992,80	966,30	935,90	916,60
4550	1035,2	1034,1	1022,7	1002,6	975,90	945,20	925,70
4600	1045,3	1044,2	1032,7	1012,4	985,50	954,50	934,90
4650	1055,4	1054,2	1042,6	1022,2	995,00	963,80	944,00
4700	1065,5	1064,3	1052,6	1032,0	1004,6	973,10	953,10
4750	1075,5	1074,4	1062,6	1041,8	1014,1	982,40	962,20
4800	1085,6	1084,4	1072,5	1051,6	1023,7	991,70	971,40
4850	1095,6	1094,4	1082,4	1061,4	1033,2	1000,9	980,50
4900	1105,6	1104,5	1092,4	1071,1	1042,8	1010,2	989,50
4950	1115,7	1114,5	1102,3	1080,9	1052,3	1019,4	998,60
5000	1125,7	1124,5	1112,2	1090,6	1061,8	1028,7	1007,7
5100	1145,7	1144,4	1132,0	1110,0	1080,8	1047,2	1025,8
5200	1165,6	1164,4	1151,7	1129,4	1099,7	1065,6	1043,9
5300	1185,5	1184,3	1171,4	1148,8	1118,6	1084,0	1062,0
5400	1205,4	1204,1	1191,1	1168,2	1137,5	1102,4	1080,0
5500	1225,3	1224,0	1210,7	1187,5	1156,4	1120,7	1098,0
5600	1245,1	1243,7	1230,3	1206,7	1175,2	1139,0	1116,0
5700	1264,9	1263,5	1249,9	1226,0	1194,0	1157,3	1134,0
5800	1284,6	1283,2	1269,4	1245,2	1212,8	1175,5	1151,9
5900	1304,3	1302,9	1288,9	1264,4	1231,5	1193,8	1169,8
6000	1324,0	1322,6	1308,4	1283,5	1250,2	1211,9	1187,7
6100	1343,6	1342,2	1327,9	1302,6	1268,9	1230,1	1205,5
6200	1363,2	1361,8	1347,3	1321,7	1287,5	1248,3	1223,3
6300	1382,8	1381,4	1366,7	1340,8	1306,2	1266,4	1241,1
6400	1402,4	1400,9	1386,0	1359,8	1324,7	1284,5	1258,9
6500	1421,9	1420,4	1405,3	1378,8	1343,3	1302,5	1276,6
6600	1441,4	1439,9	1424,6	1397,8	1361,9	1320,6	1294,3
6700	1460,9	1459,4	1443,9	1416,7	1380,4	1338,6	1312,0
6800	1480,3	1478,8	1463,1	1435,6	1398,9	1356,6	1329,7
6900	1499,7	1498,2	1482,4	1454,5	1417,3	1374,5	1347,4
7000	1519,1	1517,5	1501,5	1473,4	1435,8	1392,5	1365,0
7100	1538,5	1536,9	1520,7	1492,3	1454,2	1410,4	1382,6
7200	1557,8	1556,2	1539,8	1511,1	1472,6	1428,3	1400,2
7300	1577,1	1575,5	1559,0	1529,9	1491,0	1446,2	1417,8
7400	1596,4	1594,8	1578,1	1548,6	1509,3	1464,1	1435,3
7500	1615,7	1614,0	1597,1	1567,4	1527,6	1481,9	1452,8
7600	1634,9	1633,2	1616,2	1586,1	1545,9	1499,7	1470,3

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
7700	1654,1	1652,4	1635,2	1604,8	1564,2	1517,5	1487,0
7800	1673,3	1671,6	1654,2	1623,5	1582,5	1535,3	1505,3
7900	1692,5	1690,7	1673,1	1642,2	1600,7	1553,0	1522,7
8000	1711,6	1709,9	1692,1	1660,8	1619,0	1570,8	1540,1
8100	1730,8	1729,0	1711,0	1679,4	1637,2	1588,5	1557,6
8200	1749,9	1748,1	1729,9	1698,0	1655,3	1606,2	1574,9
8300	1768,9	1767,1	1748,8	1716,6	1673,5	1623,9	1592,3
8400	1788,0	1786,2	1767,7	1735,2	1691,6	1641,5	1609,7
8500	1807,0	1805,2	1786,5	1753,7	1709,8	1659,2	1627,0
8600	1826,0	1824,2	1805,4	1772,2	1727,9	1676,8	1644,3
8700	1845,0	1843,2	1824,2	1790,7	1746,0	1694,4	1661,6
8800	1864,0	1862,1	1842,9	1809,2	1764,0	1712,0	1678,9
8900	1883,0	1881,1	1861,7	1827,7	1782,1	1729,6	1696,2
9000	1901,9	1900,0	1880,5	1846,1	1800,1	1747,1	1713,4
9100	1920,8	1918,9	1899,2	1864,5	1810,1	1764,7	1730,7
9200	1939,7	1937,4	1917,9	1882,9	1836,1	1782,2	1747,9
9300	1958,6	1956,6	1936,6	1901,3	1854,1	1799,7	1765,1
9400	1977,4	1975,4	1955,2	1919,7	1872,0	1817,2	1782,3
9500	1996,3	1994,3	1973,9	1938,0	1890,0	1834,7	1799,4
9600	2015,1	2013,1	1992,5	1956,4	1907,9	1852,1	1816,6
9700	2033,9	2031,9	2011,1	1974,7	1925,8	1869,6	1833,7
9800	2052,7	2050,6	2029,7	1993,0	1943,7	1887,0	1850,9
9900	2071,5	2069,4	2048,3	2011,3	1961,6	1904,4	1868,0
1,00 E4	2,090 E3	2,088 E3	2,067 E3	2,029 E3	1,979 E3	1,922 E3	1,885 E3
1,25 E4	2,553 E3	2,551 E3	2,526 E3	2,481 E3	2,421 E3	2,352 E3	2,308 E3
1,50 E4	3,009 E3	3,006 E3	2,977 E3	2,925 E3	2,855 E3	2,775 E3	2,724 E3
1,75 E4	3,457 E3	3,454 E3	3,421 E3	3,362 E3	3,284 E3	3,193 E3	3,135 E3
2,00 E4	3,900 E3	3,897 E3	3,860 E3	3,794 E3	3,707 E3	3,605 E3	3,541 E3
2,50 E4	4,773 E3	4,768 E3	4,724 E3	4,646 E3	4,541 E3	4,419 E3	4,341 E3
3,00 E4	5,630 E3	5,625 E3	5,574 E3	5,483 E3	5,361 E3	5,219 E3	5,129 E3
3,50 E4	6,476 E3	6,470 E3	6,412 E3	6,309 E3	6,170 E3	6,009 E3	5,906 E3
4,00 E4	7,312 E3	7,305 E3	7,240 E3	7,125 E3	6,970 E3	6,790 E3	6,675 E3
4,50 E4	8,139 E3	8,132 E3	8,060 E3	7,933 E3	7,762 E3	7,564 E3	7,437 E3
5,00 E4	8,959 E3	8,951 E3	8,872 E3	8,734 E3	8,548 E3	8,331 E3	8,193 E3
6,00 E4	1,057 E4	1,057 E4	1,047 E4	1,031 E4	1,010 E4	9,846 E3	9,684 E3
7,00 E4	1,217 E4	1,217 E4	1,206 E4	1,188 E4	1,163 E4	1,134 E4	1,116 E4
8,00 E4	1,375 E4	1,375 E4	1,363 E4	1,342 E4	1,315 E4	1,283 E4	1,262 E4
9,00 E4	1,532 E4	1,531 E4	1,518 E4	1,496 E4	1,465 E4	1,430 E4	1,407 E4
1,00 E5	1,687 E4	1,686 E4	1,672 E4	1,647 E4	1,614 E4	1,576 E4	1,551 E4
1,25 E5	2,071 E4	2,069 E4	2,052 E4	2,023 E4	1,982 E4	1,936 E4	1,906 E4
1,50 E5	2,448 E4	2,446 E4	2,427 E4	2,392 E4	2,345 E4	2,291 E4	2,256 E4
2,00 E5	3,190 E4	3,188 E4	3,163 E4	3,119 E4	3,059 E4	2,989 E4	2,945 E4
2,50 E5	3,918 E4	3,916 E4	3,885 E4	3,832 E4	3,760 E4	3,676 E4	3,622 E4
3,00 E5	4,636 E4	4,633 E4	4,598 E4	4,536 E4	4,452 E4	4,353 E4	4,290 E4
4,00 E5	6,048 E4	6,044 E4	5,999 E4	5,920 E4	5,812 E4	5,687 E4	5,606 E4

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
5,00 E5	7,436 E4	7,431 E4	7,376 E4	7,280 E4	7,150 E4	6,998 E4	6,900 E4
6,00 E5	8,805 E4	8,798 E4	8,735 E4	8,623 E4	8,471 E4	8,293 E4	8,178 E4
7,00 E5	1,016 E5	1,015 E5	1,008 E5	9,951 E4	9,777 E4	9,573 E4	9,442 E4
8,00 E5	1,150 E5	1,149 E5	1,141 E5	1,127 E5	1,107 E5	1,084 E5	1,070 E5
9,00 E5	1,283 E5	1,282 E5	1,273 E5	1,257 E5	1,235 E5	1,210 E5	1,194 E5
1,00 E6	1,415 E5	1,412 E5	1,404 E5	1,387 E5	1,363 E5	1,335 E5	1,317 E5
1,50 E6	2,059 E5	2,060 E5	2,041 E5	2,016 E5	1,982 E5	1,943 E5	1,918 E5
2,00 E6	2,695 E5	2,695 E5	2,676 E5	2,644 E5	2,601 E5	2,551 E5	2,518 E5
2,50 E6	3,320 E5	3,319 E5	3,296 E5	3,254 E5	3,202 E5	3,141 E5	3,101 E5
3,00 E6	3,937 E5	3,936 E5	3,909 E5	3,864 E5	3,803 E5	3,731 E5	3,684 E5
4,00 E6	5,154 E5	5,152 E5	5,118 E5	5,060 E5	4,981 E5	4,888 E5	4,828 E5
5,00 E6	6,352 E5	6,349 E5	6,308 E5	6,238 E5	6,142 E5	6,029 E5	5,956 E5
6,00 E6	7,536 E5	7,533 E5	7,485 E5	7,402 E5	7,290 E5	7,157 E5	7,072 E5
7,00 E6	8,709 E5	8,705 E5	8,650 E5	8,556 E5	8,427 E5	8,275 E5	8,177 E5
8,00 E6	9,872 E5	9,867 E5	9,906 E5	9,699 E5	9,555 E5	9,384 E5	9,273 E5
9,00 E6	1,103 E6	1,102 E6	1,095 E6	1,084 E6	1,067 E6	1,049 E6	1,036 E6
1,00 E7	1,217 E6	1,217 E6	1,209 E6	1,196 E6	1,179 E6	1,158 E6	1,144 E6
1,50 E7	1,782 E6	1,781 E6	1,771 E6	1,752 E6	1,727 E6	1,697 E6	1,678 E6
2,00 E7	2,337 E6	2,336 E6	2,322 E6	2,298 E6	2,266 E6	2,227 E6	2,202 E6
2,50 E7	2,884 E6	2,882 E6	2,866 E6	2,837 E6	2,797 E6	2,750 E6	2,720 E6
3,00 E7	3,425 E6	3,423 E6	3,404 E6	3,369 E6	3,323 E6	3,268 E6	3,232 E6
4,00 E7	4,493 E6	4,491 E6	4,466 E6	4,422 E6	4,361 E6	4,290 E6	4,244 E6
5,00 E7	5,547 E6	5,544 E6	5,514 E6	5,460 E6	5,386 E6	5,299 E6	5,243 E6
6,00 E7	6,590 E6	6,587 E6	6,551 E6	6,488 E6	6,401 E6	6,299 E6	6,232 E6
7,00 E7	7,624 E6	7,620 E6	7,579 E6	7,507 E6	7,407 E6	7,290 E6	7,213 E6
8,00 E7	8,651 E6	8,647 E6	8,600 E6	8,519 E6	8,407 E6	8,274 E6	8,188 E6
9,00 E7	9,671 E6	9,666 E6	9,615 E6	9,524 E6	9,400 E6	9,252 E6	9,156 E6
1,00 E8	1,069 E7	1,067 E7	1,062 E7	1,052 E7	1,039 E7	1,023 E7	1,012 E7
1,50 E8	1,567 E7	1,567 E7	1,555 E7	1,541 E7	1,522 E7	1,499 E7	1,483 E7
2,00 E8	2,059 E7	2,059 E7	2,048 E7	2,029 E7	2,004 E7	1,974 E7	1,954 E7
2,50 E8	2,546 E7	2,545 E7	2,531 E7	2,507 E7	2,476 E7	2,439 E7	2,415 E7
3,00 E8	3,027 E7	3,026 E7	3,010 E7	2,984 E7	2,947 E7	2,904 E7	2,875 E7
4,00 E8	3,979 E7	3,978 E7	3,958 E7	3,923 E7	3,875 E7	3,819 E7	3,782 E7
5,00 E8	4,920 E7	4,918 E7	4,894 E7	4,851 E7	4,793 E7	4,724 E7	4,679 E7
6,00 E8	5,852 E7	5,850 E7	5,821 E7	5,771 E7	5,702 E7	5,621 E7	5,568 E7
7,00 E8	6,777 E7	6,774 E7	6,741 E7	6,684 E7	6,605 E7	6,511 E7	6,450 E7
8,00 E8	7,700 E7	7,693 E7	7,655 E7	7,590 E7	7,501 E7	7,396 E7	7,327 E7
9,00 E8	8,609 E7	8,606 E7	8,564 E7	8,492 E7	8,393 E7	8,275 E7	8,199 E7
1,00 E9	9,518 E7	9,515 E7	9,469 E7	9,390 E7	9,281 E7	9,151 E7	9,066 E7
1,50 E9	1,401 E8	1,400 E8	1,394 E8	1,382 E8	1,367 E8	1,348 E8	1,336 E8
2,00 E9	1,843 E8	1,843 E8	1,834 E8	1,819 E8	1,799 E8	1,774 E8	1,758 E8
2,50 E9	2,281 E8	2,280 E8	2,269 E8	2,251 E8	2,226 E8	2,196 E8	2,177 E8
3,00 E9	2,714 E8	2,713 E8	2,701 E8	2,680 E8	2,650 E8	2,615 E8	2,592 E8
4,00 E9	3,573 E8	3,572 E8	3,556 E8	3,528 E8	3,489 E8	3,443 E8	3,413 E8
5,00 E9	4,422 E8	4,421 E8	4,401 E8	4,367 E8	4,320 E8	4,263 E8	4,227 E8

Tabela K.7 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo infinito (continuação)

t_D	z'_D						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
6,00 E9	5,265 E8	5,262 E8	5,240 E8	5,199 E8	5,143 E8	5,077 E8	5,033 E8
7,00 E9	6,101 E8	6,098 E8	6,072 E8	6,025 E8	5,961 E8	5,885 E8	5,835 E8
8,00 E9	6,932 E8	6,930 E8	6,900 E8	6,847 E8	6,775 E8	6,688 E8	6,632 E8
9,00 E9	7,760 E8	7,756 E8	7,723 E8	7,664 E8	7,584 E8	7,487 E8	7,424 E8
1,00 E10	8,583 E8	8,574 E8	8,543 E8	8,478 E8	8,389 E8	8,283 E8	8,214 E8
1,50 E10	1,263 E9	1,264 E9	1,257 E9	1,247 E9	1,235 E9	1,219 E9	1,209 E9
2,00 E10	1,666 E9	1,666 E9	1,659 E9	1,646 E9	1,630 E9	1,610 E9	1,596 E9
2,50 E10	2,065 E9	2,063 E9	2,055 E9	2,038 E9	2,010 E9	1,993 E9	1,977 E9
3,00 E10	2,458 E9	2,458 E9	2,447 E9	2,430 E9	2,405 E9	2,376 E9	2,357 E9
4,00 E10	3,240 E9	3,239 E9	3,226 E9	3,203 E9	3,171 E9	3,133 E9	3,108 E9
5,00 E10	4,014 E9	4,013 E9	3,997 E9	3,968 E9	3,929 E9	3,883 E9	3,852 E9
6,00 E10	4,782 E9	4,781 E9	4,762 E9	4,728 E9	4,682 E9	4,627 E9	4,591 E9
7,00 E10	5,546 E9	5,544 E9	5,522 E9	5,483 E9	5,430 E9	5,366 E9	5,325 E9
8,00 E10	6,305 E9	6,303 E9	6,278 E9	6,234 E9	6,174 E9	6,102 E9	6,055 E9
9,00 E10	7,060 E9	7,058 E9	7,030 E9	6,982 E9	6,914 E9	6,834 E9	6,782 E9
1,00 E11	7,813 E9	7,810 E9	7,780 E9	7,726 E9	7,652 E9	7,564 E9	7,506 E9
1,50 E11	1,154 E10	1,153 E10	1,149 E10	1,141 E10	1,130 E10	1,118 E10	1,109 E10
2,00 E11	1,522 E10	1,521 E10	1,515 E10	1,505 E10	1,491 E10	1,474 E10	1,463 E10
2,50 E11	1,886 E10	1,885 E10	1,878 E10	1,866 E10	1,849 E10	1,828 E10	1,814 E10
3,00 E11	2,248 E10	2,247 E10	2,239 E10	2,224 E10	2,204 E10	2,179 E10	2,163 E10
4,00 E11	2,965 E10	2,964 E10	2,953 E10	2,934 E10	2,907 E10	2,876 E10	2,855 E10
5,00 E11	3,677 E10	3,675 E10	3,662 E10	3,638 E10	3,605 E10	3,566 E10	3,540 E10
6,00 E11	4,383 E10	4,381 E10	4,365 E10	4,337 E10	4,298 E10	4,252 E10	4,221 E10
7,00 E11	5,085 E10	5,082 E10	5,064 E10	5,032 E10	4,987 E10	4,933 E10	4,898 E10
8,00 E11	5,783 E10	5,781 E10	5,760 E10	5,723 E10	5,673 E10	5,612 E10	5,572 E10
9,00 E11	6,478 E10	6,476 E10	6,453 E10	6,412 E10	6,355 E10	6,288 E10	6,243 E10
1,00 E12	7,171 E10	7,168 E10	7,143 E10	7,098 E10	7,035 E10	6,961 E10	6,912 E10
1,50 E12	1,060 E11	1,060 E11	1,056 E11	1,050 E11	1,041 E11	1,030 E11	1,022 E11
2,00 E12	1,400 E11	1,399 E11	1,394 E11	1,386 E11	1,374 E11	1,359 E11	1,350 E11

Tabela K.11 – Influxo adimensional W_D para aquífero de fundo finito, $r_D' = 10$

t_D	z_D'						
	0,05	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0
22	12,070	12,040	11,740	11,210	10,560	9,865	9,449
24	12,860	12,830	12,520	11,970	11,290	10,550	10,120
26	13,650	13,620	13,290	12,720	12,010	11,240	10,780
28	14,420	14,390	14,040	13,440	12,700	11,900	11,420
30	15,170	15,130	14,770	14,150	13,380	12,550	12,050
32	15,910	15,870	15,490	14,850	14,050	13,180	12,670
34	16,630	16,590	16,200	15,540	14,710	13,810	13,280
36	17,330	17,290	16,890	16,210	15,350	14,420	13,870
38	18,030	17,990	17,570	16,860	15,980	15,020	14,450
40	18,720	18,680	18,240	17,510	16,600	15,610	15,020
42	19,380	19,330	18,890	18,140	17,210	16,190	15,580
44	20,030	19,990	19,530	18,760	17,800	16,750	16,140
46	20,670	20,620	20,150	19,360	18,380	17,300	16,670
48	21,300	21,250	20,760	19,950	18,950	17,840	17,200
50	21,920	21,870	21,360	20,530	19,510	18,380	17,720
52	22,520	22,470	21,950	21,100	20,050	18,890	18,220
56	23,700	23,640	23,090	22,200	21,110	19,890	19,210
60	24,820	24,770	24,190	23,260	22,130	20,870	20,150
65	26,100	26,120	25,500	24,530	23,340	22,020	21,280
70	27,470	27,410	26,750	25,730	24,500	23,120	22,360
75	28,710	28,550	27,940	26,880	25,600	24,170	23,390
80	29,890	29,820	29,080	27,970	26,650	25,160	24,360
85	31,020	30,950	30,170	29,010	27,650	26,100	25,310
90	32,100	32,030	31,200	30,000	28,600	27,030	26,250
95	33,040	32,960	32,140	30,950	29,540	27,930	27,100
100	33,940	33,850	33,030	31,850	30,440	28,820	27,980
110	35,550	35,460	34,650	33,490	32,080	30,470	29,620
120	36,970	36,900	36,110	34,980	33,580	31,980	31,140
130	38,280	38,190	37,440	36,330	34,960	33,380	32,550
140	39,440	39,370	38,640	37,560	36,230	34,670	33,850
150	40,490	40,420	39,710	38,670	37,380	35,860	35,040
170	42,210	42,150	41,510	40,540	39,330	37,890	37,110
190	43,620	43,550	42,980	42,100	40,970	39,620	38,900
210	44,770	44,720	44,190	43,400	42,360	41,110	40,420
230	45,710	45,670	45,200	44,480	43,540	42,380	41,740
250	46,480	46,440	46,010	45,380	44,530	43,470	42,870
270	47,110	47,060	46,700	46,130	45,360	44,400	43,840
290	47,610	47,580	47,250	46,750	46,070	45,190	44,680
310	48,030	48,000	47,720	47,260	46,660	45,870	45,410
350	48,660	48,640	48,420	48,080	47,590	46,950	46,570
400	49,150	49,140	48,990	48,740	48,380	47,890	47,600
450	49,460	49,450	49,350	49,170	48,910	48,550	48,310
500	49,650	49,640	49,500	49,450	49,260	48,980	48,820
600	49,840	49,840	49,810	49,740	49,650	49,500	49,410
700	49,910	49,910	49,900	49,870	49,820	49,740	49,690
800	49,940	49,940	49,930	49,920	49,900	49,850	49,830
1000	49,960	49,960	49,960	49,960	49,940	49,930	49,930

Apêndice L

SISTEMAS E CONVERSÕES DE UNIDADES

Variáveis e Parâmetros em Diversos Sistemas de Unidades

Variável ou parâmetro	SI	DARCY	PETROBRAS	AMERICANO
Comprimento	<i>m</i>	<i>cm</i>	<i>m</i>	<i>ft</i>
Massa	<i>kg</i>	<i>g</i>	<i>kg</i>	<i>lb</i>
Temperatura absoluta	<i>K</i>	<i>K</i>	<i>K</i>	<i>°R</i>
Tempo	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>h</i>	<i>h</i>
Permeabilidade	<i>m²</i>	<i>Darcy</i>	<i>md</i>	<i>md</i>
Pressão	<i>Pa</i>	<i>atm</i>	<i>kgf/cm²</i>	<i>psi</i>
Viscosidade	<i>Pa · s</i>	<i>cp</i>	<i>cp</i>	<i>cp</i>
Vazão de óleo	<i>m³/s</i>	<i>cm³/s</i>	<i>m³/d</i>	<i>bbl/d</i>
Vazão de gás	<i>m³/s</i>	<i>cm³/s</i>	<i>10³ m³/d</i>	<i>10³ ft³/d</i>
Volume	<i>m³</i>	<i>cm³</i>	<i>m³</i>	<i>bbl</i>
Índice de produtividade	$\frac{m^3/s}{Pa}$	$\frac{cm^3/s}{atm}$	$\frac{m^3/d}{kgf/cm^2}$	$\frac{bbl/d}{psi}$

Variáveis, Equações e Grupos de Parâmetros e/ou Variáveis em Diversos Sistemas de Unidades *aaa*

Variável / Equação / Grupo	SI ou DARCY	PETROBRAS	AMERICANO
Tempo adimensional (t_D) (fluxo radial)	$\frac{kt}{\phi\mu c_t r^2}$	$\frac{0,0003484kt}{\phi\mu c_t r^2}$	$\frac{0,00026374kt}{\phi\mu c_t r^2}$
Tempo adimensional (t_D) (fluxo linear)	$\frac{kt}{\phi\mu c_t L^2}$	$\frac{0,0003484kt}{\phi\mu c_t L^2}$	$\frac{0,00026374kt}{\phi\mu c_t L^2}$
Queda de pressão adimensional (p_D) (C.C.I. de pressão constante)	$\frac{p_i - p}{p_i - p_0}$	$\frac{p_i - p}{p_i - p_0}$	$\frac{p_i - p}{p_i - p_0}$
Queda de pressão adimensional (p_D) (fluxo radial)	$\frac{2\pi kh}{q\mu} \Delta p$	$\frac{kh}{19,03q\mu} \Delta p$	$\frac{kh}{141,2q\mu} \Delta p$
Queda de pressão adimensional (p_D) (fluxo linear)	$\frac{kA}{q\mu L} \Delta p$	$\frac{kA}{119,6q\mu L} \Delta p$	$\frac{1,127 \times 10^{-3} kA}{q\mu L} \Delta p$
Fluxo linear – gás ideal	$\frac{kA}{\mu L}$	$\frac{8,361 \times 10^{-6} kA}{\mu L}$	$\frac{6,328 \times 10^{-6} kA}{\mu L}$
Fluxo radial – gás ideal	$\frac{2\pi kh}{\mu}$	$\frac{52,549 \times 10^{-6} kh}{\mu}$	$\frac{39,763 \times 10^{-6} kh}{\mu}$
Fluxo linear – gás real	$\frac{kA}{L}$	$\frac{8,361 \times 10^{-6} kA}{L}$	$\frac{6,328 \times 10^{-6} kA}{L}$
Fluxo radial – gás real	$2\pi kh$	$52,549 \times 10^{-6} kh$	$39,763 \times 10^{-6} kh$
Constante de influxo do aquífero (U) (fluxo radial)	$2\pi f\phi c_t h r_o^2$	$2\pi f\phi c_t h r_o^2$	$1,119 f\phi c_t h r_o^2$
Constante de influxo do aquífero (U) (fluxo linear)	$wLh\phi c_t$	$wLh\phi c_t$	$\frac{wLh\phi c_t}{5,615}$
Índice de produtividade do aquífero (J) (fluxo pseudopermanente generalizado)	$\frac{2\pi kh}{\frac{\mu}{2} \ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_o^2}\right)}$	$\frac{0,05255kh}{\frac{\mu}{2} \ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_o^2}\right)}$	$\frac{7,08 \times 10^{-3} kh}{\frac{\mu}{2} \ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_o^2}\right)}$
Índice de produtividade do aquífero (J) (fluxo radial pseudopermanente)	$\frac{2\pi fkh}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right) - \frac{3}{4} \right]}$	$\frac{0,05255 fkh}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right) - \frac{3}{4} \right]}$	$\frac{7,08 \times 10^{-3} fkh}{\mu \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right) - \frac{3}{4} \right]}$

Variáveis, Equações e Grupos de Parâmetros e/ou Variáveis em Diversos Sistemas de Unidades (continuação)

Variável / Equação / Grupo	SI ou DARCY	PETROBRAS	AMERICANO
Índice de produtividade do aquífero (J) (fluxo radial permanente)	$\frac{2\pi fkh}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right)}$	$\frac{0,05255 fkh}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right)}$	$\frac{7,08 \times 10^{-3} fkh}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_o}\right)}$
Índice de produtividade do aquífero (J) (fluxo linear pseudopermanente)	$\frac{3khw}{\mu L}$	$\frac{khw}{39,85\mu L}$	$\frac{3,38 \times 10^{-3} khw}{\mu L}$
Índice de produtividade do aquífero (J) (fluxo linear permanente)	$\frac{khw}{\mu L}$	$\frac{khw}{119,6\mu L}$	$\frac{1,127 \times 10^{-3} khw}{\mu L}$

Constantes das Equações de Vazão de Injeção em Diversos Sistemas de Unidades

Constante	SI ou DARCY	PETROBRAS	AMERICANO
C_1	1,364492	0,011412	0,001538
C_2	1,819618	0,015218	0,002051
C_3	2,728983	0,022823	0,003076

Constantes Físicas

Constante Universal dos Gases (R)

Unidade	$\frac{psi \cdot ft^3}{mol - lb \cdot ^\circ R}$	$\frac{lb_f \cdot ft}{mol - lb \cdot ^\circ R}$	$\frac{atm \cdot cm^3}{mol - g \cdot K}$	$\frac{cal}{mol - g \cdot K}$	$\frac{(kgf / cm^2) \cdot m^3}{mol - kg \cdot K}$
R	10,73	1.545	82,05	1,987	0,08478

°API

$$^{\circ}API = \frac{141,5}{d(60^{\circ}F)} - 131,5$$

Água

Ponto triplo	Massa específica @ 15,56 °C (60 °F)	Gradiente @ 15,56 °C (60 °F)	Massa molecular
0,01 °C	999,014 kg/m ³	0,0999 kgf/cm ² /m	18
32,018 °F	62,4 lb/ft ³	0,4331 psi/ft	
491,688 °R	8,34 lb/gal		
273,16 K	350 lb/bbl		

Ar

Massa específica @ 15,56 °C (60 °F)	Massa molecular média
1,2232 kg/m ³	28,966
1,2232×10 ⁻³ g/cm ³	
0,076362 lb/ft ³	

Outras Constantes Físicas e Matemáticas

Constante	Valor
Aceleração da gravidade (g)	9,807 m/s ²
e	2,718
π	3,142
Exponencial da constante de Euler (γ = e ^{0,5772})	1,78108

Tabelas de Conversão de Unidades**Comprimento**

Polegada (<i>in</i>)	Pé (<i>ft</i>)	Jarda (<i>yard</i>)	Milha americana (<i>U.S. mile</i>)	Milímetro (<i>mm</i>)	Metro (<i>m</i>)
1	0,08333333	0,02777778	$1,578283 \times 10^{-5}$	25,4	0,0254
12	1	0,3333333	$1,893939 \times 10^{-4}$	304,8	0,3048
36	3	1	$5,681818 \times 10^{-4}$	914,4	0,9144
63.360	5.280	1.760	1	1.609.344	1.609,344
0,03937008	$3,280840 \times 10^{-3}$	$1,093613 \times 10^{-3}$	$6,213712 \times 10^{-7}$	1	0.001
39,37008	3,280840	1,093613	$6,213712 \times 10^{-4}$	1.000	1

Área

Polegada quadrada (<i>in²</i>)	Pé quadrado (<i>ft²</i>)	Jarda quadrada (<i>square yard</i>)	Acre (<i>acre</i>)	Milha quadrada (<i>U.S. square mile</i>)	Metro quadrado (<i>m²</i>)
1	$6,944444 \times 10^{-3}$	$7,716049 \times 10^{-4}$	$1,594225 \times 10^{-7}$	$2,490977 \times 10^{-10}$	$6,4516 \times 10^{-4}$
144	1	0,1111111	$2,295684 \times 10^{-5}$	$3,587006 \times 10^{-8}$	$9,290304 \times 10^{-2}$
1.296	9	1	$2,066116 \times 10^{-4}$	$3,228306 \times 10^{-7}$	0,8361274
6.272.640	43.560	4.840	1	0,0015625	4.046,856
4.014.489.600	27.878.400	3.097.600	640	1	2.589.988
1.550,0031	10,76391	1,195990	$2,471054 \times 10^{-4}$	$3,861022 \times 10^{-7}$	1

Volume

Polegada cúbica (<i>in³</i>)	Pé cúbico (<i>ft³</i>)	Litro (<i>l</i>)	Metro cúbico (<i>m³</i>)	Galão americano (<i>U.S. gallon</i>)	Barril (<i>bbl</i>)
1	$5,787037 \times 10^{-4}$	0,01638706	$1,638706 \times 10^{-5}$	$4,329004 \times 10^{-3}$	$1,030715 \times 10^{-4}$
1.728	1	28,31685	0,02831685	7,480520	0,1781076
61,02374	0,03531467	1	0,001	0,2641720	$6,289810 \times 10^{-3}$
61.023,74	35,31467	1.000	1	264,1720	6,289810
231,0000	0,1336806	3,785412	0,003785412	1	0,02380952
9.702,001	5,614584	158,9873	0,1589873	42	1

Massa

Onça (<i>ounce</i>)	Libra (<i>lb</i>)	Quilograma (<i>kg</i>)	Tonelada (<i>ton</i>)
1	0,0625	0,02834952	$2,834950 \times 10^{-5}$

16	1	0,4535924	$4,535924 \times 10^{-4}$
35,27396	2,204623	1	0,001
35.273,96	2.204,623	1.000	1

Força

Newton (N)	Quilograma-força (kgf)	Libra-força (lbf)	dina
1	$1,020 \times 10^{-1}$	$2,248 \times 10^{-1}$	$1,000 \times 10^5$
9,807	1	2,205	$9,804 \times 10^5$
4,448	$4,535 \times 10^{-1}$	1	$4,446 \times 10^5$
$1,000 \times 10^{-5}$	$1,020 \times 10^{-6}$	$2,248 \times 10^{-6}$	1

Pressão

kgf/cm^2	kPa	lbf/in^2 (psi)	Atmosfera (atm)	$dina/cm^2$
1	98,06650	14,22334	0,9678411	$0,9806 \times 10^6$
0,01019716	1	0,1450377	0,009869233	$0,99995 \times 10^4$
0,07030695	6,894757	1	0,06804596	$6,8944 \times 10^4$
1,033227	101,3250	14,69595	1	$1,0132 \times 10^6$

Energia

BTU	Caloria (Cal)	Erg = dina•cm	ft•lbf	Joule (J) = N•m	W•h	kgf•m
1	252,165	$1,055 \times 10^{10}$	778,171	1.055,060	0,293	107,586
$3,966 \times 10^{-3}$	1	$4,184 \times 10^7$	3,086	4,184	$1,162 \times 10^{-3}$	0,427
$9,479 \times 10^{-11}$	$2,390 \times 10^{-8}$	1	$7,376 \times 10^{-8}$	$1,000 \times 10^{-7}$	$2,777 \times 10^{-11}$	$1,020 \times 10^{-8}$
$1,285 \times 10^{-3}$	0,324	$1,356 \times 10^7$	1	1,356	$3,765 \times 10^{-4}$	0,138
$9,478 \times 10^{-4}$	0,239	$9,999 \times 10^6$	0,738	1	$2,777 \times 10^{-4}$	0,102
3,413	$8,606 \times 10^2$	$3,601 \times 10^{13}$	$2,656 \times 10^3$	$3,601 \times 10^3$	1	$3,672 \times 10^2$
$9,295 \times 10^{-3}$	2,344	$9,806 \times 10^{10}$	7,233	9,807	$2,723 \times 10^{-3}$	1

Permeabilidade

Milidarcy (md)	Darcy	m^2	cm^2
1	1×10^{-3}	$9,86923 \times 10^{-16}$	$9,86923 \times 10^{-12}$
1.000	1	$9,86923 \times 10^{-13}$	$9,86923 \times 10^{-9}$

101.325×10^{10}	$101,325 \times 10^{10}$	1	10^4
$101,325 \times 10^9$	$101,325 \times 10^6$	10^{-4}	1

Viscosidade

Centipoise (<i>cp</i>)	Pascal-segundo (<i>Pa·s</i>)	<i>dina·s/cm²</i>
1	1×10^{-3}	1×10^{-2}
1.000	1	10
100	0,1	1

Temperatura

de	para	
° Fahrenheit	kelvin	$T_K = (T_F + 459,67)/1,8$
° Rankine	kelvin	$T_K = T_R/1,8$
° Fahrenheit	° Rankine	$T_R = T_F + 459,67$
° Fahrenheit	° Celsius	$T_C = (T_F - 32)/1,8$
° Celsius	kelvin	$T_K = T_C + 273,15$

LISTA DE FIGURAS A SEREM COPIADAS DE LIVROS

Fonte			
Figura deste livro	Livro	Figura	Página
B.1	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells.</i> Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-3	A-11
B.2	Dake, L. P. <i>Fundamentals of Reservoir Engineering.</i> Amsterdam, The Netherlands, Elsevier Scientific Publishing Company, 1978.	1.7	18
B.3	<i>Theory and Practice of the Testing of Gas Wells.</i> Calgary, Alberta, Canada, Energy Resources Conservation Board, Third Edition, 1978.	A-2	A-8